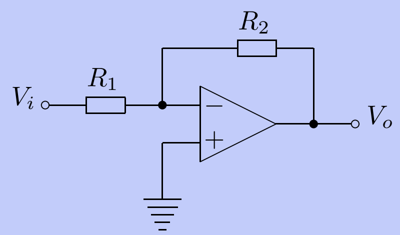
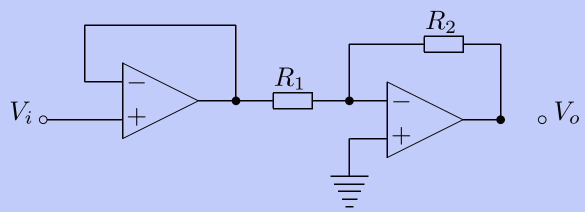
EXERCICES

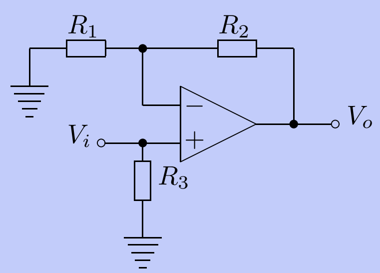
Exercice 1 *Sachant que* $R_1 = 2.5k\Omega$ *et* $R_2 = 45k\Omega$*, trouvez le gain de l'ampli-op suivant :*



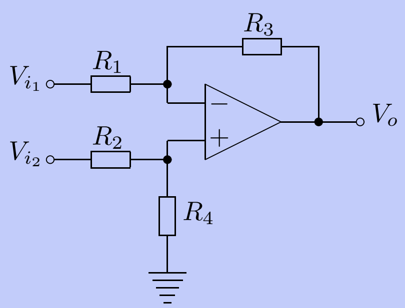
Exercice 2 *Sachant que* $R_1 = 2.5k\Omega$ *et* $R_2 = 25k\Omega$*, trouvez le gain de l'ampli-op suivant :*



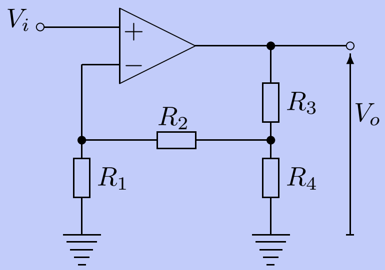
Exercice 3 *Sachant que* $R_1 = 1k\Omega$*,* $R_2 = 20k\Omega$ *et* $R_3 = 100k\Omega$*, trouvez le gain de l'ampli-op suivant :*



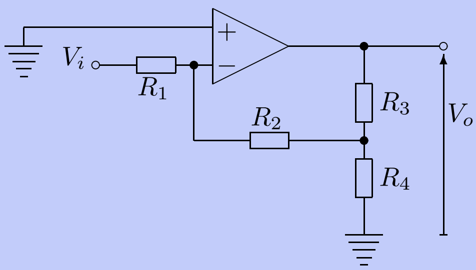
Exercice 4 *Sachant que* $R_1 = 1k\Omega$*,* $R_2 = 1k\Omega$*,* $R_3 = 12k\Omega$*,* $R_4 = 15k\Omega$*,* $V_1 = 3V$ *et* $V_2 = 1.5V$*, trouvez la sortie* V_o *de l'ampli-op suivant :*



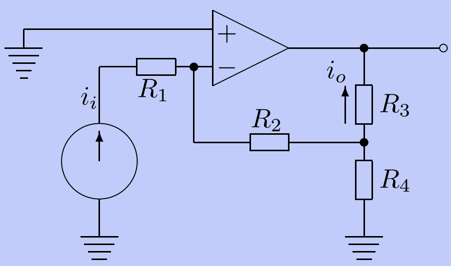
Exercice 5 *Soit un amplificateur de tension non inverseur. Trouvez le gain de l'amplificateur en fonction des résistances. En déduire le comportement du circuit pour* $R_1 = \infty$ *et* $R_2 = 0$.



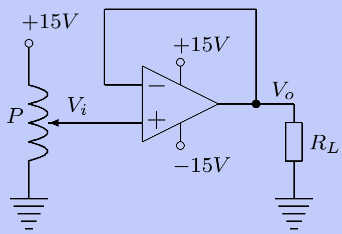
Exercice 6 *Soit un amplificateur de tension inverseur. Trouvez le gain de l'amplificateur en fonction des résistances. En déduire le comportement du circuit pour* $R_4 = \infty$ *et* $R_3 = 0$.



Exercice 7 *Soit un amplificateur de courant. Trouvez le gain en courant* $\frac{i_o}{i_i}$ *de l'amplificateur en fonction des résistances.*



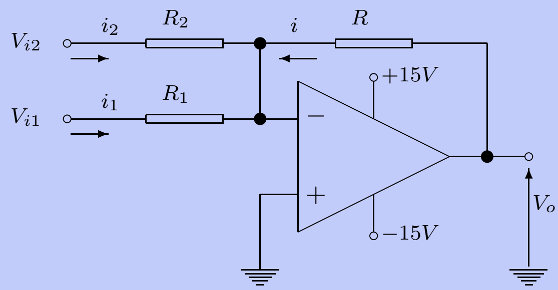
Exercice 8 *L'amplificateur opérationnel suiveur a une impédance d'entrée presque infinie et une impédance de sortie presque nulle. Calculez la tension de sortie* V_o *si le potentiomètre* P *à l'entrée du circuit est ajusté à* $+5V$. *Calculez la tension de sortie* V_o *si on élimine l'amplificateur opérationnel suiveur tout en gardant la même charge* $R_L = 1k\Omega$.



Exercice 9 *Sachant que $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 20k\Omega$ et $R = 20k\Omega$, calculez la tension de sortie V_o dans les deux cas suivants :*

cas 1 : $V_{i1} = +5V$ et $V_{i2} = +1V$.

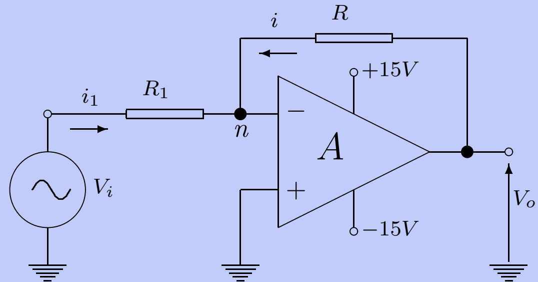
cas 2 : $V_{i1} = +12V$ et $V_{i2} = +3V$.



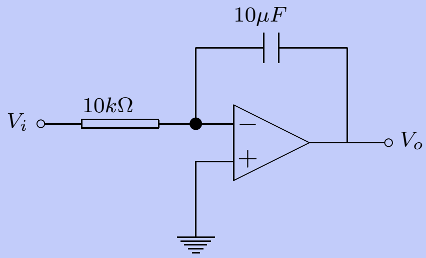
Exercice 10 *Un capteur délivre une tension de sortie qui varie de 0V jusqu'à 100mV losque la variable mesurée varie de sa valeur minimale à sa valeur maximale. Faites le design d'un amplificateur opérationnel inverseur dont l'entrée est la sortie du capteur et la sortie une tension variant de 0V à 5V.*

Exercice 11 *Reprendre l'exercice précédent en utilisant un amplificateur opérationnel non inverseur.*

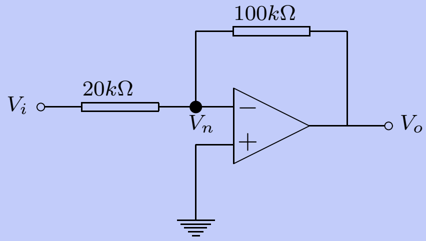
Exercice 12 *Déterminez le gain $\frac{V_o}{V_i}$ de l'amplificateur opérationnel suivant :*



Exercice 13 *En supposant que le condensateur ne soit pas initialement chargé et que la tension d'entrée est $V_i = 5\sin 100t$, écrivez l'équation de la tension de sortie V_o de l'ampli-op intégrateur suivant :*



Exercice 14 *Le gain d'un ampli-op est généralement considéré comme infiniment grand. Dans la figure ci-dessous, le gain est limité à 50,000. On demande de comparer les tensions de sortie dans les deux cas (gain infini et gain limité) lorsque la tension d'entrée est de 1V.*



1 Solutions

Solution de l'exercice 1 :

Le circuit est un simple ampli-op inverseur.
Le gain du circuit est :

$$\text{gain} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{45}{2.5} = 18$$

Solution de l'exercice 2 :

Le circuit a un ampli-op suiveur à l'entrée suivi d'un ampli-op inverseur. Le suiveur a toujours un gain de 1.
Le gain de l'ampli-op inverseur est :

$$\text{gain partiel} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{25}{2.5} = 10$$

Le gain global est :

$$\text{gain global} = (\text{gain du suiveur}) \times (\text{gain partiel})$$

$$\text{gain global} = (1) \times (10) = 10$$

Solution de l'exercice 3 :

Le circuit est un ampli-op non inverseur et le gain est exprimé par :

$$\text{gain} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{20}{1} = 21$$

Solution de l'exercice 4 :

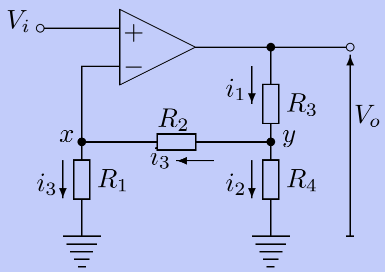
Le circuit est un ampli-op soustracteur (différentiateur) et la sortie est exprimée par :

$$V_o = \frac{R_3}{R_1}(V_{i_2} - V_{i_1}) = \frac{R_3}{R_2}(V_{i_2} - V_{i_1}) = \frac{12}{1}(1.5V - 3V) = -18V$$

Important : Il est évident que pour obtenir $18V$ à la sortie hors saturation, il faut que l'ampli-op soit alimenté par une tension V_a supérieure à $18V$ de telle sorte que $V_o = 18V < V_{sat} = 80\%\ V_a$.

Solution de l'exercice 5 :

Pour calculer le gain de l'ampli-op, on va se baser sur la figure suivante :



En observant la figure et en se basant sur les équations de base d'un ampli-op, on peut écrire :

$$V^+ = V^-$$

Comme $V^+ = V_i$ et $V_x = V^-$, alors on en déduit que : $V^+ = V^- = V_i = V_x$.
De plus, le courant entrant dans la borne $+$ et la borne $-$ est nul.

Maintenant, en se basant sur la figure, on peut écrire les équations suivantes :

$$V_x = V_i$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \tag{1a}$$

$$V_y - V_x = V_y - V_i = R_2 i_3 \implies V_y = R_2 i_3 + V_i \tag{1b}$$

$$V_o - V_y = R_3 i_1 \implies V_o = R_1 i_3 + V_y \tag{1c}$$

$$V_y = R_4 i_2 \implies i_2 = \frac{V_y}{R_4} \tag{1d}$$

$$V_x = V_i = R_1 i_3 \implies i_3 = \frac{V_i}{R_1} \tag{1e}$$

En utilisant 1d, 1e et 1b, l'équation 1a devient :

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{V_y}{R_4} + \frac{V_i}{R_1}$$

$$i_1 = \frac{R_2 i_3 + V_i}{R_4} + \frac{V_i}{R_1} = \frac{R_2(\frac{V_i}{R_1}) + V_i}{R_4} + \frac{V_i}{R_1} = V_i \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_4} + \frac{1}{R_1}\right] \tag{2a}$$

En utilisant 1b, 1e et 2a, l'équation 1c devient :

$$\begin{aligned} V_o - V_y &= R_3 i_1 \\ V_o - (R_2 i_3 + V_i) &= R_3 i_1 \\ V_o - (R_2(\frac{V_i}{R_1}) + V_i) &= R_3 \left(V_i \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_4} + \frac{1}{R_1}\right]\right) \\ V_o &= V_i \left[\frac{R_2}{R_1} + 1 + R_3 \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_4} + \frac{1}{R_1}\right]\right] \end{aligned} \tag{3a}$$

Enfin, l'équation cherchée est :

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1} + 1 + R_3 \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_4} + \frac{1}{R_1}\right]$$

et le gain est :

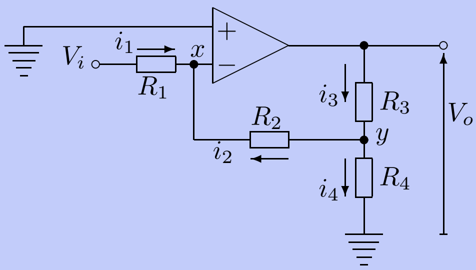
$$\text{gain} = \frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_3}{R_4} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4} + \frac{R_3}{R_1} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_3 R_4}{R_1 R_4}$$

$$\text{si } R_1 \to \infty \implies \text{gain} = 1 + \tfrac{R_3}{R_4}$$

$$\text{si } R_2 \to 0 \implies \text{gain} = 1 + \tfrac{R_3(R_1 + R_4)}{R_1 R_4}$$

Solution de l'exercice 6 :

Pour calculer le gain de l'ampli-op, on va se baser sur la figure suivante :



En observant la figure et en se basant sur les équations de base d'un ampli-op, on peut écrire :

$$V^+ = V^-$$

De plus, comme $V^- = 0$, alors on en déduit que : $V^+ = V^- = V_x$.

Maintenant, en se basant sur la figure, on peut écrire les équations suivantes :

$$
\begin{aligned}
V_x &= 0 \\
i_3 &= i_2 + i_4 && \text{(4a)} \\
i_1 &= \frac{V_i}{R_1} && \text{(4b)} \\
i_2 &= \frac{V_y}{R_2} && \text{(4c)} \\
V_o - V_y &= R_3 i_3 && \text{(4d)} \\
V_y &= R_4 i_4 && \text{(4e)} \\
i_2 + i_1 &= 0 \implies i_2 = -i_1 \\
&\quad \text{(car le courant entrant dans la borne + est nul)} && \text{(4f)} \\
V_x &= V_i = R_1 i_3 \implies i_3 = \frac{V_i}{R_1} && \text{(4g)}
\end{aligned}
$$

En utilisant 4b, 4c et 4e, on obtient :

$$
V_y = R_4 i_4 = R_2 i_2 = -R_2 i_1 = -R_2 \frac{V_i}{R_1} \tag{5a}
$$

En utilisant 4b, 4e, 4f et 5a l'équation 4d devient :

$$
\begin{aligned}
V_o &= V_y + R_3 i_3 \\
V_o &= V_y + R_3(i_2 + i_4) \\
V_o &= V_y + R_3\left(-\frac{V_i}{R_1} + \frac{V_y}{R_4}\right) \\
V_o &= -R_2 \frac{V_i}{R_1} + R_3 \left[-\frac{V_i}{R_1} - \frac{R_2 V_i}{R_1 R_4}\right] \\
V_o &= -V_i \left[\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4}\right] && \text{(6a)}
\end{aligned}
$$

Enfin, l'équation cherchée est :

$$
V_o = -V_i \left[\frac{R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_2 R_3}{R_1 R_4}\right]
$$

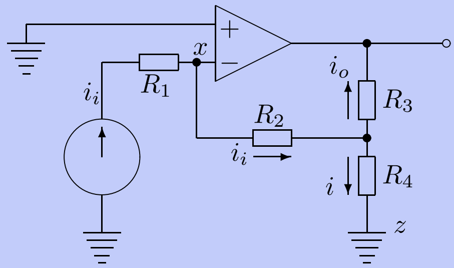
et le gain est :

$$
\text{gain} = \frac{R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_2 R_3}{R_1 R_4}
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{si } R_4 \to \infty \implies \text{gain} = \tfrac{R_2 + R_3}{R_1} \\
&\text{si } R_3 \to 0 \implies \text{gain} = \tfrac{R_2}{R_1}
\end{aligned}
$$

Solution de l'exercice 7 :

Pour calculer le gain en courant de l'ampli-op, on va se baser sur la figure suivante :



En observant la figure et en se basant sur les équations de base d'un ampli-op, on sait que :

$$V^+ = V^-$$

Comme $V^+ = 0$, alors on en déduit que : $V^+ = V^- = 0$.
De plus, puisque $V^- = V_x$, alors on a aussi $V_x = 0$.

Le courant qui entre dans la borne − est nul par définition. On en déduit que le courant qui traverse la résistance R_1 est le même que celui qui traverse la résistance R_2.

Maintenant, en se basant sur la figure, on peut écrire les équations suivantes :

$$i_i = i_o + i$$

$$V_{R_2} + V_{R_4} = 0 \text{ car les deux bouts de la branche sont au potentiel Zéro (potentiels x et z)}$$

$$i_i R_2 + i R_4 = 0 \tag{7a}$$

$$i_1 R_2 = -i R_4 \tag{7b}$$

$$i_1 R_2 = -(i_i - i_o) R_4 \tag{7c}$$

$$i_i \left[R_2 + R_4\right] = i_o R_4 \tag{7d}$$

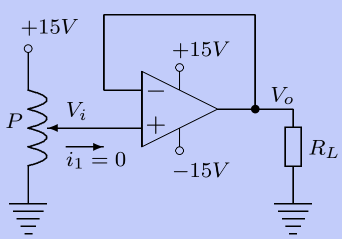
$$i_i = i_o \left[\frac{R_4}{R_2 + R_4}\right] \tag{7e}$$

Finalement, on obtient :

$$\frac{i_o}{i_i} = 1 + \frac{R_2}{R_4}$$

Solution de l'exercice 8 :

1. Avec le circuit suiveur, on a le schéma suivant :



L'ampli-op ne tire aucun courant ($i_1 = 0$) et la variation de la tension V_i est directemenbt reliée à la position du potentiomètre. En effet, dans l'ampli-op suiveur, on a :

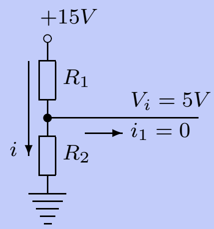
$$\left.\begin{array}{rcl} V_o &=& V_i \\ V^+ &=& V_i \\ V^- &=& V_o \end{array}\right\} \quad \begin{array}{rcl} V_o &=& A(V^+ - V^-) \\ V_o &=& A(V_i - V_o) \end{array} \quad \Longrightarrow \quad V_o(1+A) = AV_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1+A} \quad \text{et avec A très grand, on obtient} \quad \Longrightarrow \quad V_o = V_i$$

Ainsi, si le potentiomètre est réglé à $+5V$, alors on a :

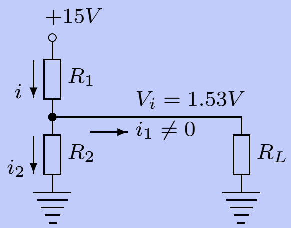
$$V_o = V_i = +5V$$

Le schéma équivalent du circuit est :



$$\begin{array}{rcl} i &=& \dfrac{15V}{R_1 + R_2} = \dfrac{15V}{10k\Omega} = 1.5mA \\ R_2 &=& \dfrac{V_i}{i} = \dfrac{5V}{1.5mA} = 3.33k\Omega \\ R_1 &=& 10k\Omega - R_2 = 10k\Omega - 3.33k\Omega = 6.66k\Omega \end{array}$$

2. Le circuit sans le suiveur est représenté par le schéma équivalent suivant :



Le courant i à travers R_1 est :

$$i = \frac{15V}{R_1 + \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L}} = \frac{(15V)}{(6.66k\Omega) + \frac{(3.33k\Omega)(1k\Omega)}{(3.33k\Omega)+(1k\Omega)}} \approx 2mA$$

La tension V_i est :

$$\begin{array}{rcl} i &=& i_1 + i_2 = 2mA \\ i &=& \dfrac{V_i}{R_2} + \dfrac{V_i}{R_L} = V_i \left[\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_L}\right] = 2mA \end{array}$$

$$V_i = \frac{2mA}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L}} = \frac{2mA}{\frac{1}{(3.33k\Omega)} + \frac{1}{(1k\Omega)}} 1.53V$$

On voit bien que V_i a changé et que, par conséquent, la charge ne reçoit plus les 5 volts nécessaires. Sans le suiveur, la charge tire un courant i_1 qui modifie la tension V_i. Cette dernière dépend du potentiomètre et de l'impédance de charge.

Solution de l'exercice 9 :

Tout d'abord, il faut remarquer que l'ampli-op est alimenté avec les tensions $\pm 15V$. Cela veut dire que le maximum que l'on peut mesurer à sa sortie est la tension de saturation V_{sat} égale à environ 80% de la tension d'alimentation, c'est-à-dire $\pm 15V \times 80\% = \pm 12V$.

cas 1 : La tension de sortie de l'ampli-op est :

$$\begin{aligned} V_o &= -\frac{R}{R_1}V_{i1} - \frac{R}{R_2}V_{i2} \\ V_o &= -\frac{20k\Omega}{10k\Omega}(5V) - \frac{20k\Omega}{20k\Omega}(1V) \\ V_o &= -11V \end{aligned}$$

Cette tension est celle réellement mesurée à la sortie de l'ampli-op. Elle est donc acceptable.

cas 2 : La tension de sortie de l'ampli-op est :

$$\begin{aligned} V_o &= -\frac{R}{R_1}V_{i1} - \frac{R}{R_2}V_{i2} \\ V_o &= -\frac{20k\Omega}{10k\Omega}(12V) - \frac{20k\Omega}{20k\Omega}(3V) \\ V_o &= -27V \end{aligned}$$

Cette tension ne peut pas être mesurée à la sortie de l'ampli-op. On va plutôt mesurer la tension de saturation de $-12V$ car c'est le maximum que l'on puisse obtenir.
Ainsi, il faut faire attention à ne pas additionner des tensions dont le résultat peut mettre l'ampli-op en saturation car le résultat sera faussé.

Solution de l'exercice 10 :

La sortie du capteur varie de 0V à 100mV=0.1V. Ainsi, les tensions de 0V à 0.1V sont aussi les entrées de l'ampli-op.
L'équation de l'ampli-op inverseur est :

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1}V_i$$

et son gain est :

$$A = \frac{R_2}{R_1} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{5V}{0.1V} = 50$$

Si on choisit $R_1 = 1k\Omega$ alors $R_2 = 50(1k\Omega) = 50k\Omega$.
En effet :

V_i	gain A	V_o
$0V$	50	$-0V$
$0.1V$	50	$-5V$

Solution de l'exercice 11 :

Le gain requis est de 50 tel que montré à l'exercice précédent.
Le gain de l'ampli-op inverseur est défini par :

$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \\ 50 &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

Si on choisit $R_1 = 1k\Omega$ alors on a :

$$R_2 = (50 - 1)(R_1) = (49)(1k\Omega) = 49k\Omega$$

et le tableau des entrées et sorties ne change pas :

V_i	gain A	V_o
$0V$	50	$-0V$
$0.1V$	50	$-5V$

Solution de l'exercice 12 :

Comme dans tout amplificateur opérationnel (ampli-op), on suppose que le gain $A > 10^4$.
De plus, comme l'impédance d'entrée est élevée, le courant $i_1 = i$. Si V_n est la tension au noeud n, alors on a :

$$\frac{V_i - V_n}{R_1} + \frac{V_o - V_n}{R} = 0$$

Comme le gain de l'ampli-op est A, alors :

$$V_o = AV_n$$

En combinant les deux équations précédentes, on obtient :

$$\frac{V_i}{R_1} - \frac{V_0}{AR_1} + \frac{V_o}{R} - \frac{V_0}{AR} = 0 \implies V_o = \frac{A\frac{R}{R_1}V_i}{\frac{R}{R_1} - A}$$

Sachant que $A > 10^4$, on obtient :

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - A\frac{R_1}{R}} \approx -\frac{R}{R_1}$$

Solution de l'exercice 13 :

D'après la théorie des ampli-op, on sait que

$$V_o = \frac{1}{C}\int i\ dt$$

De même,

$$V_i = i(10k\Omega) \implies i = -\frac{V_i}{10k\Omega}$$

Sachant que

$$V_o = -V_i$$

alors, en combinant les équations précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned} V_0 &= -\frac{1}{C}\int \frac{V_i}{10k\Omega}\ dt \\ V_0 &= -\frac{1}{C(10k\Omega)}\int V_i\ dt \\ V_0 &= -\frac{1}{(10^{-5}F)(10k\Omega)}\int (5\sin 100t)\ dt \\ V_0 &= \frac{1}{2}\cos 100t \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 14 :

Un ampli-op a une grande impédance d'entrée et donc aucun courant n'y entre. Ainsi, le courant dans les deux résistances est le même et on peut déduire :

$$\frac{V_n - V_i}{20k\Omega} = \frac{V_o - V_i}{120k\Omega}$$

De même, pour l'ampli-op, on a :

$$V_o = -KV_n = -(50{,}000)V_n$$

En combinant les deux équations précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{-(100k\Omega)V_i(50{,}000)}{20k\Omega(50{,}000) + 120k\Omega} \\ V_o &= \frac{-(100k\Omega)(1V)(50{,}000)}{20k\Omega(50{,}000) + 120k\Omega} \\ V_o &= -4.9994V \end{aligned}$$

Lorsque l'ampli-op est idéal, alors $K = \infty$ et on a :

$$V_0 = -\frac{100k\Omega}{20k\Omega} = -5V$$

L'erreur est :

$$\text{erreur} = 5V - 4.9994V = 0.0006V \quad \text{donc très faible}$$