FACULTE DES SCIENCES
Département de physique

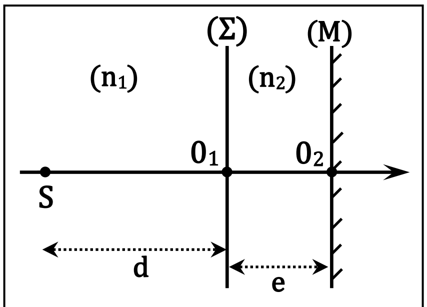
UNIVERSITE IBN ZOHR
Agadir

Corrigé de l'épreuve

d'optique géométrique

SMP2 – SN – 1h30 16 juin 2015

Exercice



(Figure 1)

Soit un système optique comportant un dioptre plan (Σ) séparant deux milieux (1) et (2), d'indice de réfraction $n_1=3/2$ et $n_2=4/3$ respectivement, et un miroir plan (M).

Une source lumineuse (S), située dans le milieu (1), émet dans toutes les directions un rayonnement monochromatique de longueur d'onde $\lambda_1 = 0{,}50\ \mu m$. (**Figure 1**)

La vitesse de la lumière dans le vide est $c=3\times10^8$ m/s.

1°/ Quelles sont les propriétés d'un milieu où un rayonnement lumineux visible se propage en ligne droite dans toutes les directions ?

> ***Transparent, homogène et isotrope***

2°/ Calculer la vitesse v_1 (m/s) du rayonnement de (S) dans le milieu (1).

$$\boldsymbol{On\ a :\ n_1 = \frac{c}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} \quad ; \quad Soit :\ v_1 = 2\times10^8\ m/s}$$

3°/ Calculer la fréquence f_2 (Hz) du rayonnement de (S) dans le milieu (2).

$$\boldsymbol{La\ fréquence\ ne\ change\ pas.\quad f_2 = f_1 = \frac{v_1}{\lambda_1} \quad ; \quad Soit :\ f_2 = 4\times10^{14}\ Hz}$$

4°/ Rappeler brièvement (sans détails) les lois de Snell-Descartes en optique géométrique.

> ⁎ ***Les rayons incident, réfléchi et réfracté sont dans un même plan.***
>
> ⁑ $\boldsymbol{r = -i}$ ⁂ $\boldsymbol{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$

5°/ *a)* Peut – on avoir une réflexion totale de la lumière sur le dioptre (Σ). Justifier votre réponse.

> ***Oui, car le milieu (2) est moins réfringent que le milieu (1).*** $(\boldsymbol{n_2 < n_1})$

b) Déterminer le rayon ***a*** de la surface de (Σ) qui transmet la lumière au milieu (2) en fonction de la distance d. (Voir figure 1)

> ***Soit*** $\boldsymbol{i_l}$ ***l'angle d'incidence limite qui donne reflexion totale sur (Σ), alors :***

$$\boldsymbol{n_1 \sin i_l = n_2 \sin\frac{\pi}{2} \quad et \quad \sin i_l = \frac{a}{\sqrt{a^2+d^2}} \quad ; \quad Soit :\ a = \frac{8d}{\sqrt{17}}}$$

6°/ Le système est maintenant utilisé dans les conditions de Gauss.
Déterminer, par rapport à O_1, la position de l'image définitive S' de S à travers le système en fonction des distances d et e. En déduire la nature de l'image S'.

$$S \xrightarrow{(\Sigma)} S_1 \Rightarrow \frac{n_2}{\overline{O_1S_1}} = \frac{n_1}{\overline{O_1S}} \;;\; S_1 \xrightarrow{(M)} S_2 \Rightarrow \overline{O_2S_2} = -\overline{O_2S_1} \;;\; S_2 \xrightarrow{(\Sigma)} S' \Rightarrow \frac{n_1}{\overline{O_1S'}} = \frac{n_2}{\overline{O_1S_2}}$$

$$\textit{Donc} : \overline{O_1S'} = \frac{n_1}{n_2}\overline{O_1S_2} = \frac{n_1}{n_2}(\overline{O_1O_2} + \overline{O_2S_2}) = \frac{n_1}{n_2}(\overline{O_1O_2} - \overline{O_2S_1}) = \frac{n_1}{n_2}(2\overline{O_1O_2} - \overline{O_1S_1})$$

$$\textit{Soit} : \overline{O_1S'} = \frac{n_1}{n_2}\left(2\overline{O_1O_2} - \frac{n_2}{n_1}\overline{O_1S}\right) \Rightarrow \overline{O_1S'} = \frac{9e}{4} + d. \qquad * \; \overline{O_1S'} > 0 \; donc \; \boldsymbol{S'} \textbf{\textit{est virtuelle}}$$

Problème

L'étude porte sur un système optique centré (S) formé d'une boule en verre d'indice n, de centre C et de rayon R, qui sépare un liquide d'indice n_1 (n_1>n) et l'air d'indice 1. (**Figure 2**)
Soit (AB) un petit objet sur l'axe optique dans le liquide et (A'B') son image à travers le système (S). On notera (A_1B_1) l'image intermédiaire.
On suppose dans tout le problème que les conditions de Gauss sont satisfaites.

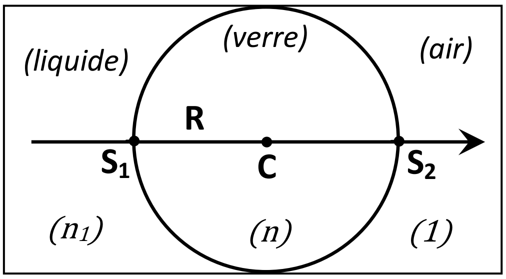


Figure 2

1°) Quels sont les sous systèmes optiques constituants le système (S) ? Indiquer la nature de chacun ?

$$\textbf{\textit{Dioptre sphérique divergent}} \; (S_1, C) \;\; \textbf{\textit{et}} \;\; \textbf{\textit{Dioptre sphérique convergent}} \; (S_2, C)$$

2°) Déterminer, pour le 1er dioptre, en fonction des indices de réfraction et de R :

a) les formules de conjugaison de position et de grandissement γ_1 avec origine au centre C.

$$\frac{n_1}{\overline{CA_1}} - \frac{n}{\overline{CA}} = \frac{n_1 - n}{\overline{CS_1}} = \frac{n - n_1}{R} \qquad\qquad \gamma_1 = \frac{\overline{CA_1}}{\overline{CA}}$$

b) les positions de ses foyers objet F_1 et image F'_1 par rapport à C.

$$(A \equiv F_1 \longrightarrow A_1 \equiv \infty) \Rightarrow \overline{CF_1} = \frac{nR}{n_1 - n} \qquad et \qquad (A \equiv \infty \longrightarrow A_1 \equiv F'_1) \Rightarrow \overline{CF'_1} = \frac{n_1R}{n - n_1}$$

c) sa distance focale image f'_1 et sa vergence V_1.

$$f'_1 = \overline{S_1F'_1} = \overline{S_1C} + \overline{CF'_1} = \frac{nR}{n - n_1} \qquad\qquad V_1 = \frac{n}{f'_1} = \frac{n - n_1}{R}$$

3°) Déterminer, pour le 2ème dioptre, en fonction des indices de réfraction et de R :

a) les formules de conjugaison de position et de grandissement γ_2 avec origine au centre C.

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA_1}} = \frac{n-1}{\overline{CS_2}} = \frac{n-1}{R} \qquad \gamma_2 = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA_1}}$$

b) les positions de ses foyers objet F_2 et image F'_2 par rapport à C.

$$(A_1 \equiv F_2 \longrightarrow A' \equiv \infty) \Rightarrow \overline{CF_2} = -\frac{R}{n-1} \quad et \quad (A_1 \equiv \infty \longrightarrow A' \equiv F'_1) \Rightarrow \overline{CF'_2} = \frac{nR}{n-n_1}$$

c) sa distance focale image f'_2 et sa vergence V_2.

$$f'_2 = \overline{S_2F'_2} = \overline{S_2C} + \overline{CF'_2} = \frac{R}{n-1} \qquad V_2 = \frac{1}{f'_2} = \frac{n-1}{R}$$

4°) L'indice du verre constituant la boule est n = 7/5 et l'indice du liquide est n_1 = 5/3.

a) Déterminer les vergences V_1 et V_2 en fonction de R. En déduire la vergence V du système (S). Calculer la valeur de V en dioptrie pour R=1cm. En déduire la nature de (S).

$$V_1 = -\frac{4}{15R} \qquad et \qquad V_2 = \frac{2}{5R}$$

$$\textit{Formule de Gullstrand} : \; V = V_1 + V_2 - e\frac{V_1V_2}{n} \; ; \; avec \; : e = \overline{S_1S_2} = 2R \; et \; n = 7/5$$

$$V = \frac{2}{7R} = 28,6\ \delta. \qquad V > 0 \quad donc\ le\ système\ (S)\ est\ convergent$$

b) Quelles sont les valeurs en cm des distances focales image f' et objet f de (S) ?

$$V = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 3,5\ cm \quad ; \quad \frac{f'}{f} = -\frac{n_s}{n_e} = -\frac{1}{n_1} \Rightarrow f = -n_1 f' = -5,8\ cm$$

5°) Montrer que les formules de conjugaison de position et de grandissement γ du système (S) s'écrivent :

$$\frac{5}{\overline{CA'}} - \frac{3}{\overline{CA}} = \frac{6}{7R} \qquad et \qquad \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

(*Il est conseillé de remplacer les indices par leurs valeurs dans les équations de départ*)

$$(DS)_1 : \; \frac{7}{5\overline{CA}} - \frac{5}{3\overline{CA_1}} = \frac{4}{15R} \quad (1) \qquad (DS)_2 : \; \frac{7}{5\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA_1}} = \frac{2}{5R} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3}(2) - (1) \Rightarrow \frac{7}{3\overline{CA'}} - \frac{7}{5\overline{CA}} = \frac{6}{15R} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{5}{\overline{CA'}} - \frac{3}{\overline{CA}} = \frac{6}{7R}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} * \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1 * \gamma_2 = \frac{\overline{CA_1}}{\overline{CA}} * \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA_1}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

6°) *a)* Calculer, par rapport à C, la position des foyers F et F' du système (S) en fonction de R.

$$(A \equiv F \longrightarrow A' \equiv \infty) \implies \overline{CF} = -\frac{7R}{2} \quad et \quad (A \equiv \infty \longrightarrow A' \equiv F') \implies \overline{CF'} = \frac{35R}{6}$$

b) Calculer, par rapport à C, la position des points principaux H et H' du système (S) en fonction de R.

....

c) Retrouver la valeur en cm de la distance focale image f'.

....

7°) *a)* Tracer la marche d'un rayon lumineux passant par C. En déduire la position du centre optique O et des points nodaux (N, N') du système optique (S).

....

....

....

b) Quel sera la valeur du grandissement linéaire γ pour le couple (N, N') ?

....

8°) Compléter le dessin suivant et retrouver la position des points **F'** et **H'** du système (S) par construction géométrique dans l'approximation de Gauss. (Echelle unité : 1/1 et R=1cm).