

Cours d'Introduction sur les Antennes.

Christine Letrou

GET/INT - Département CITI

Module RA12 - Avril-Mai 2007

Plan

1 Introduction

2 Le rayonnement électromagnétique

- Intégration des équations de Maxwell avec sources
- Approximation champ lointain
- Calcul du champ rayonné par une antenne

3 Caractéristiques des antennes

- Diagramme de rayonnement et directivité
- L'antenne côté circuit
- Antenne en réception
- Bilan de liaison en espace libre

Plan

1 Introduction

2 Le rayonnement électromagnétique

- Intégration des équations de Maxwell avec sources
- Approximation champ lointain
- Calcul du champ rayonné par une antenne

3 Caractéristiques des antennes

- Diagramme de rayonnement et directivité
- L'antenne côté circuit
- Antenne en réception
- Bilan de liaison en espace libre

Fonctions d'une antenne

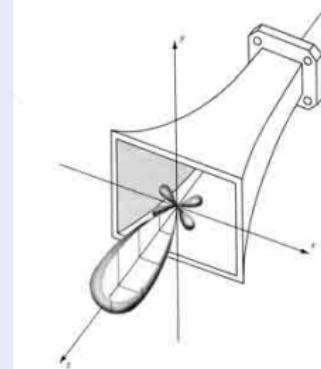
1. Optimiser le couplage (ou la conversion)

- à l'émission : ondes guidées (ou signal localisé) → ondes rayonnées,
 - en réception : onde plane incidente → ondes guidées (ou signal localisé).

Dipôles - câble coaxial (alimentation ou sortie)

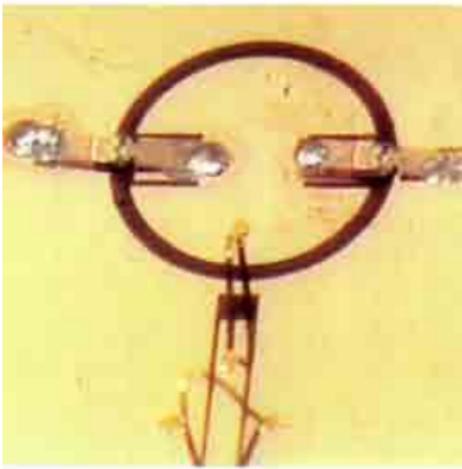


Cornet et bride de fixation à un guide rectangulaire





Cornet conique connecté à un mélangeur millimétrique et son oscillateur local (boîtiers, technologie guide d'onde)



**Antenne à fente annulaire
et mélangeur intégré
(diodes Schottky,
couplage à une ligne coplanaire)**

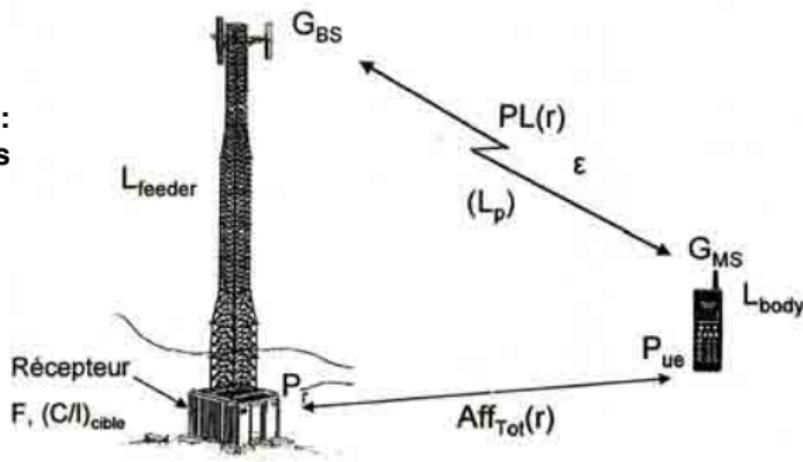
Fonctions d'une antenne

2. “Focaliser” le rayonnement

- dans une direction privilégiée : antenne directive
 - dans un plan privilégié : antenne omnidirectionnelle

Antenne semi-directive pour la station de base : alignement d'antennes dipôles ou pavés

Antenne omnidirectionnelle sur le mobile : filaire, métallique ou imprimée



Système spatial (communication, diffusion) : antennes directives

Les plus courantes :
antennes à réflecteur(s)

Mais aussi :

- panneaux rayonnants
(réseaux d'antennes imprimées,
éventuellement actives)
 - antennes lentilles
(stations locales)

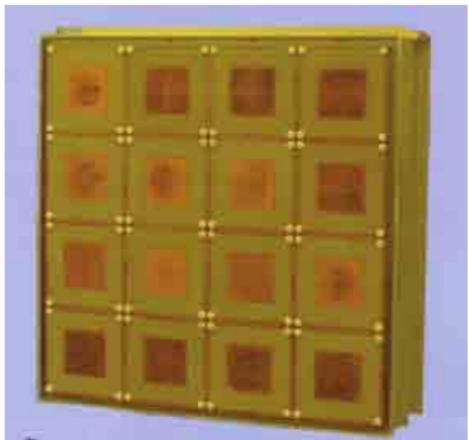


Station terrienne

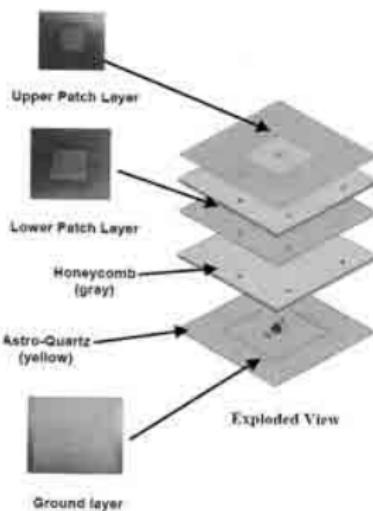


Station locale





Panneau rayonnant



Antenne pavé (patch)
(structure multicouche :
antenne bi-fréquence,
et couplage électromagnétique)

Intérêt de la propagation libre / guidée ?

- Communications mobiles
- "Sans fil" intra-bâtiment et liaisons hertziennes (fixes terrestres) en complément ou remplacement de réseaux câblés (rapidité de déploiement, investissements moins lourds)
- Applications spatiales (diffusion, communication, géolocalisation)
- Radar (surveillance, aide à la navigation)
- Exploitation du spectre radio (spectroscopie) en télédétection, sondage atmosphérique, astrophysique...
- Pénétration dans les matériaux : détection d'objets enfouis, sondage d'ouvrages d'art, identification (RFID), chauffage, hyperthermie...



Caractéristiques des antennes

Antenne passive = dispositif réciproque, par conséquent :

Ses propriétés en réception se déduisent de ses propriétés en émission et réciproquement.

à l'émission	à la réception
bande de fréquence	bande de fréquence
répartition angulaire de l'énergie rayonnée	variation de la puissance reçue en fonction de la direction d'arrivée de l'onde incidente
diagramme de rayonnement	diagramme de réception
directivité	aire effective maximale
pertes (ohmiques, désadaptation)	pertes (ohmiques, désadaptation)
gain	aire effective
polarisation de l'onde rayonnée par l'antenne	polarisation de l'onde incidente qui maximise la puissance reçue
tenue en puissance	température (de bruit) d'antenne
PIRE	G/T (facteur de mérite)

Plan

1 Introduction

2 Le rayonnement électromagnétique

- Intégration des équations de Maxwell avec sources
- Approximation champ lointain
- Calcul du champ rayonné par une antenne

3 Caractéristiques des antennes

- Diagramme de rayonnement et directivité
- L'antenne côté circuit
- Antenne en réception
- Bilan de liaison en espace libre

Intégration des équations de Maxwell avec sources

Régime harmonique : équations de Maxwell en amplitudes complexes

On suppose une variation en fonction du temps de la forme $\exp(j\omega t)$.

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (4)$$

En milieu parfait (diélectrique sans pertes, homogène isotrope) :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (6)$$

Rappel des notations standards :

Vitesse (de phase ou de groupe) d'une onde plane dans l'air : $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Vitesse d'une onde plane dans un diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$: $v = c/\sqrt{\epsilon_r}$.

Fréquence : f . Pulsation : $\omega = 2\pi f$.

Longueur d'onde : $\lambda = v/f$. Nombre d'onde : $k = 2\pi/\lambda = \omega/v = \omega\sqrt{\epsilon_r}/c = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$.

Intégration des équations de Maxwell avec sources

Equations de Maxwell en milieu parfait

(1) $\vec{\text{rot}}\vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$

(3) $\text{div}\vec{E} = \rho/\epsilon$

(2) $\vec{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E}$

(4) $\text{div}\vec{H} = 0$

(4) $\Rightarrow \exists \vec{A}$ tel que $\vec{H} = \vec{\text{rot}}\vec{A}$

(1) devient alors : $\vec{\text{rot}}(\vec{E} + j\omega\mu\vec{A}) = 0$, d'où :

$$\exists V \text{ tel que } \vec{E} + j\omega\mu\vec{A} = \vec{\text{grad}}V \quad (7)$$

Pour calculer \vec{E} et \vec{H} il suffit de connaître \vec{A} et V (4 composantes au lieu de 6)

$$(2) \text{ et } (7) \Rightarrow \vec{\Delta}\vec{A} + k^2\vec{A} = -\vec{J} + \vec{\text{grad}}(\text{div}\vec{A} + j\omega\epsilon V)$$

$$(3) \text{ et } (7) \Rightarrow \Delta V + j\omega\mu\text{div}\vec{A} = -\rho/\epsilon$$

et on peut choisir (\vec{A}, V) vérifiant la condition de Lorentz : $\text{div}\vec{A} + j\omega\epsilon V = 0$.

Intégration des équations de Maxwell avec sources

On obtient alors :

Équations de Helmholtz inhomogènes

$$\vec{\Delta A} + k^2 \vec{A} = -\vec{J} \quad (8)$$

$$\Delta V + k^2 V = -\rho/\epsilon \quad (9)$$

Expressions de \vec{E} et \vec{H} en fonction de \vec{A}

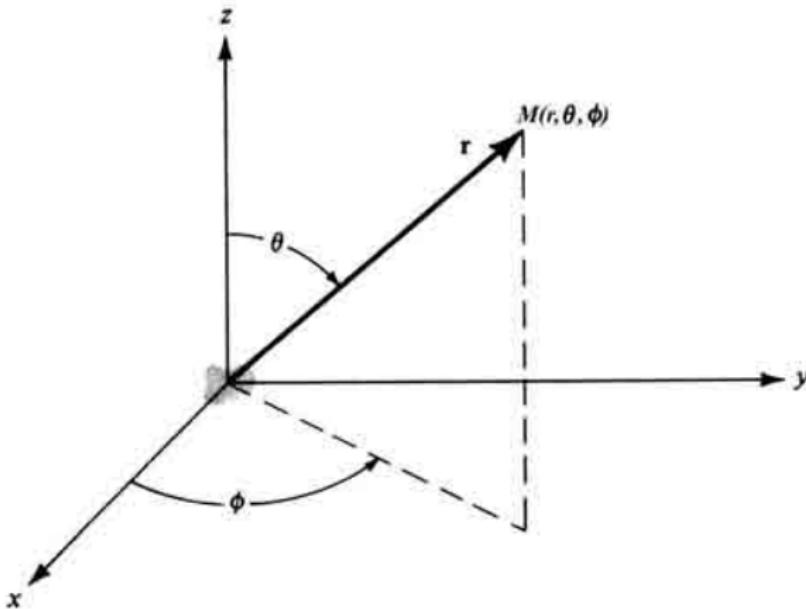
$$\vec{E} = -j\omega\mu\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon}\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A}) \quad (10)$$

$$\vec{H} = \vec{\text{rot}}\vec{A} \quad (11)$$

Il suffit de résoudre (8) pour en déduire \vec{E} et \vec{H} .

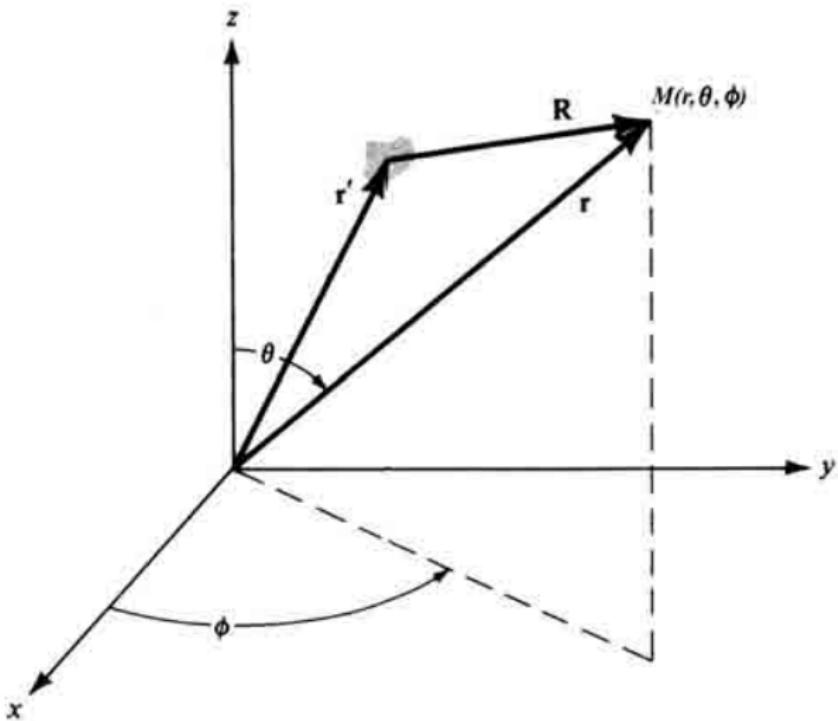
Intégration des équations de Maxwell avec sources

Repère utilisé pour les points d'observation



Intégration des équations de Maxwell avec sources

Source en M' : notations utilisées



Intégration des équations de Maxwell avec sources

Solution de $\vec{\Delta}\vec{A} + k^2\vec{A} = -\vec{J}$ (+ condition de rayonnement de Sommerfeld) :

Soit une source de courant élémentaire (unitaire et ponctuelle), localisée au point O :

$$\vec{J}(O) = \delta(0)\hat{u}_s \text{ avec } \hat{u}_s \text{ un vecteur unitaire.}$$

Soit $\vec{A}(M)$ le potentiel vecteur créé au point M par cette source :

$$\vec{A}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \hat{u}_s$$

avec $r = OM$

Intégration des équations de Maxwell avec sources

Solution de $\vec{\Delta}\vec{A} + k^2\vec{A} = -\vec{J}$ (+ condition de rayonnement de Sommerfeld) :

Soit une source de courant élémentaire (unitaire et ponctuelle), localisée au point O :

$$\vec{J}(O) = \delta(O)\hat{u}_s \text{ avec } \hat{u}_s \text{ un vecteur unitaire.}$$

Soit $\vec{A}(M)$ le potentiel vecteur créé au point M par cette source :

$$\vec{A}(M) = \frac{\exp(-jk\mathbf{r})}{4\pi r} \hat{u}_s$$

avec $r = OM$

Intégration des équations de Maxwell avec sources

Solution de $\vec{\Delta}\vec{A} + k^2\vec{A} = -\vec{J}$ (+ condition de rayonnement de Sommerfeld) :

Soit une source de courant élémentaire (unitaire et ponctuelle), localisée au point M' :

$$\vec{J}(M') = \delta(M')\hat{u}_s \text{ avec } \hat{u}_s \text{ un vecteur unitaire.}$$

Soit $\vec{A}(M)$ le potentiel vecteur créé au point M par cette source :

$$\vec{A}(M) = \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \hat{u}_s$$

$$\text{avec } R = M'M = \|\vec{r} - \vec{r}'\|$$

Intégration des équations de Maxwell avec sources

Solution de $\vec{\Delta}\vec{A} + k^2\vec{A} = -\vec{J}$ (+ condition de rayonnement de Sommerfeld) :

Soit une distribution (linéique, surfacique ou volumique) de sources de courants élémentaires $\vec{J}(M')$, $M' \in \mathcal{S}$.

Soit $\vec{A}(M)$ le potentiel vecteur créé au point M par cette distribution source.

\vec{A} est une fonction linéaire de \vec{J} , donc on applique le principe de superposition des sources :

$$\vec{A}(M) = \int_{\mathcal{S}} dM' \vec{J}(M') \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \quad (A \cdot m)$$

avec $R = M'M = \|\vec{r} - \vec{r}'\|$

Intégration des équations de Maxwell avec sources

Champs rayonnés par une distribution source $\vec{J}(M')$

Rappel : $\vec{E} = -j\omega\mu\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon}\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A})$ et $\vec{H} = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}$

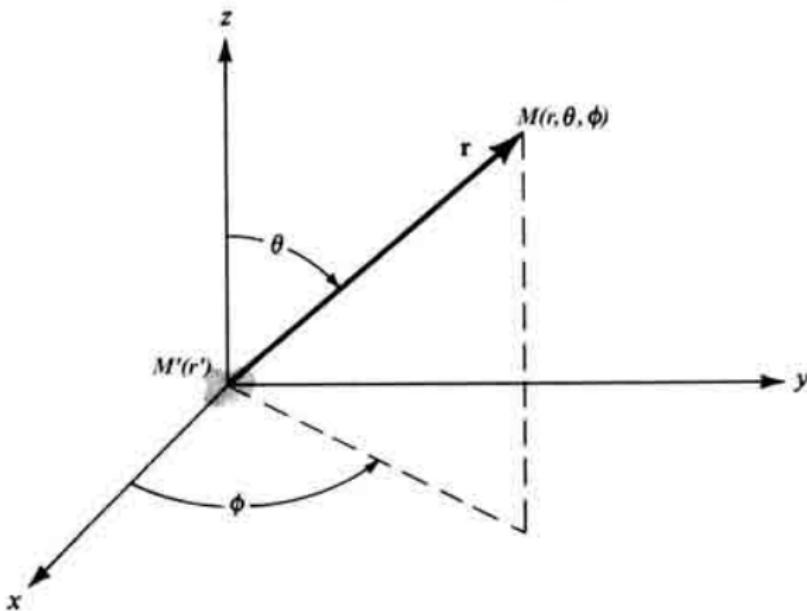
$$\begin{aligned}\vec{E}(M) &= \int_S dM' \quad \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \\ &\times (-j\omega\mu) \left(\left[-1 + 3j\frac{1}{kR} + \frac{3}{(kR)^2} \right] (\vec{J}(M') \cdot \hat{R}) \hat{R} \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - j\frac{1}{kR} - \frac{1}{(kR)^2} \right] \vec{J}(M') \right)\end{aligned}$$

$$\vec{H}(M) = \int_S dM' \quad \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times jk \left[1 - \frac{j}{kR} \right] (\vec{J}(M') \wedge \hat{R})$$

Notations : $\vec{R} = \overrightarrow{M'M}$ et $\hat{R} = \frac{\vec{R}}{R}$

Approximation champ lointain

Source “étendue” centrée sur l'origine



Approximation champ lointain

Approximation champ lointain

A grande distance de l'antenne ($kr \gg 1$ et $r' \ll r$) :

1 - On néglige les termes en $1/(kR)$ d'ordres les plus élevés car $kR \gg 1$ (la distance entre n'importe quel point source et le point d'observation est très grande par rapport à la longueur d'onde).

$$\vec{E}(M) = \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times (-j\omega\mu) \left(\left[-1 + 3j\frac{1}{kR} + \frac{3}{(kR)^2} \right] (\vec{J}(M') \cdot \hat{R}) \hat{R} + \left[1 - j\frac{1}{kR} - \frac{1}{(kR)^2} \right] \vec{J}(M') \right)$$

$$\vec{H}(M) = \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times jk \left[1 - \frac{j}{kR} \right] (\vec{J}(M') \wedge \hat{R})$$

Approximation champ lointain

Approximation champ lointain

A grande distance de l'antenne ($kr \gg 1$ et $r' \ll r$) :

- 1 - On néglige les termes en $1/(kR)$ d'ordres les plus élevés car $kR \gg 1$ (la distance entre n'importe quel point source et le point d'observation est très grande par rapport à la longueur d'onde).

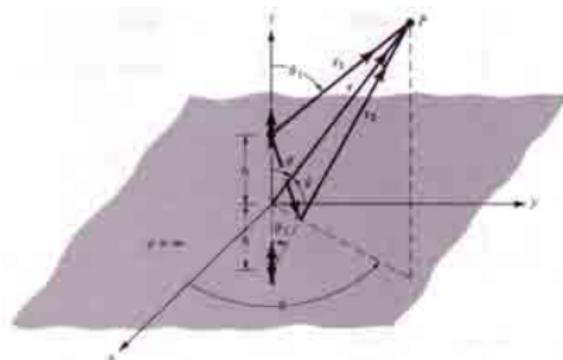
$$\vec{E}(M) = \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times (-j\omega\mu) \left((-1)(\vec{J}(M') \cdot \hat{R}) \hat{R} + \vec{J}(M') \right)$$

$$\vec{H}(M) = \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times jk (\vec{J}(M') \wedge \hat{R})$$

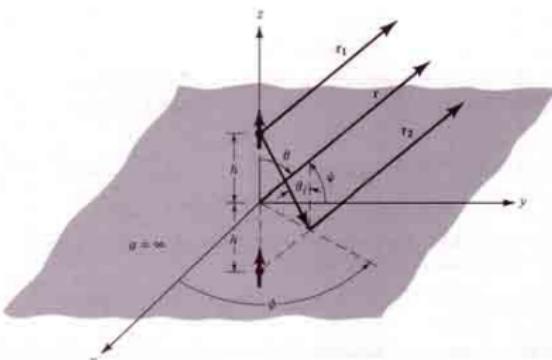
Approximation champ lointain

A grande distance de l'antenne ($kr \gg 1$ et $r' \ll r$) :

2 - On remplace \hat{R} par \hat{r} car les droites reliant n'importe quel point source avec le point d'observation sont à peu de chose près parallèles entre elles.



r' et r du même ordre de grandeur



“Champ lointain” : $r' \ll r$

Directions d'observation depuis 2 points sources

Approximation champ lointain

A grande distance de l'antenne ($kr \gg 1$ et $r' \ll r$) :

2 - On remplace \hat{R} par \hat{r} car les droites reliant n'importe quel point source avec le point d'observation sont à peu de chose près parallèles entre elles.

$$\vec{E}(M) = \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times (-j\omega\mu) \left(\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{R}) \hat{R} \right)$$
$$\vec{H}(M) = \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times jk (\vec{J}(M') \wedge \hat{R})$$

Approximation champ lointain

A grande distance de l'antenne ($kr \gg 1$ et $r' \ll r$) :

2 - On remplace \hat{R} par \hat{r} car les droites reliant n'importe quel point source avec le point d'observation sont à peu de chose près parallèles entre elles.

$$\begin{aligned}\vec{E}(M) &= \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times (-j\omega\mu) \left(\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r} \right) \\ \vec{H}(M) &= \int_S dM' \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \times jk (\vec{J}(M') \wedge \hat{r})\end{aligned}$$

Approximation champ lointain

3 - Dans le terme de phase, on utilise l'approximation au 1er ordre de kR pour kr grand : $kR = k\|\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM'}\| = k\|\vec{r} - \vec{r}'\| \approx kr - k\hat{r} \cdot \vec{r}'$. D'où :

$$\exp(-jkR) \approx \exp(-jkr) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}').$$

4 - Dans le terme d'amplitude, approximation d'ordre 0 : $1/R \approx 1/r$.

Justification :

Dans le terme en $1/R$, on peut se contenter de l'approximation à l'ordre 0 de R :

$$1/R \approx \frac{1}{r}(1 + \frac{1}{r}\hat{r} \cdot \vec{r}') \approx 1/r \text{ car } |\hat{r} \cdot \vec{r}'| \ll r.$$

Dans l'exponentielle complexe, on ne peut pas négliger le terme du 1er ordre : $|k\hat{r} \cdot \vec{r}'|$ est en effet de l'ordre de grandeur de kr' , soit $2\pi r'/\lambda$, qui n'est pas négligeable par rapport à 2π sauf si la distribution source est quasi-punctuelle.

Approximation champ lointain

$$\vec{E}(M) = (-j\omega\mu) \int_S dM' \frac{\exp(-j\mathbf{k}\mathbf{R})}{4\pi R} \left(\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r} \right)$$

$$\vec{H}(M) = jk \int_S dM' \frac{\exp(-j\mathbf{k}\mathbf{R})}{4\pi R} (\vec{J}(M') \wedge \hat{r})$$

Approximation champ lointain

$$\vec{E}(M) = (-j\omega\mu) \int_S dM' \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}') \left(\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r} \right)$$

$$\vec{H}(M) = jk \int_S dM' \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}') \left(\vec{J}(M') \wedge \hat{r} \right)$$

Approximation champ lointain

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \left(\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r} \right) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

$$\vec{H}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} jk \int_S dM' (\vec{J}(M') \wedge \hat{r}) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

Approximation champ lointain

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' (\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r}) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

$$\vec{H}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} jk \int_S dM' (\vec{J}(M') \wedge \hat{r}) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

Par convention, on considère que l'approximation champ lointain est valide si les termes de phase qui ont été négligés dans les intégrands sont inférieurs à $\pi/8$.

Approximation champ lointain

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' (\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r}) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

$$\vec{H}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} jk \int_S dM' (\vec{J}(M') \wedge \hat{r}) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

Par convention, on considère que l'approximation champ lointain est valide si les termes de phase qui ont été négligés dans les intégrands sont inférieurs à $\pi/8$.

Domaine de validité de l'approximation champ lointain

$$r > \frac{2D^2}{\lambda}$$

D est la plus grande dimension de l'objet rayonnant

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

Le champ électrique est transverse

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \left(\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r} \right) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

$$\vec{J}(M') - (\vec{J}(M') \cdot \hat{r}) \hat{r} = \vec{J}_\perp(M')$$

où $\vec{J}_\perp(M')$ est la composante de $\vec{J}(M')$ orthogonale à la direction d'observation \hat{r} , encore appelée composante “transverse” de $\vec{J}(M')$ dans la direction d'observation \hat{r} .

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

Le champ électrique est transverse

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \vec{J}_\perp(M') \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

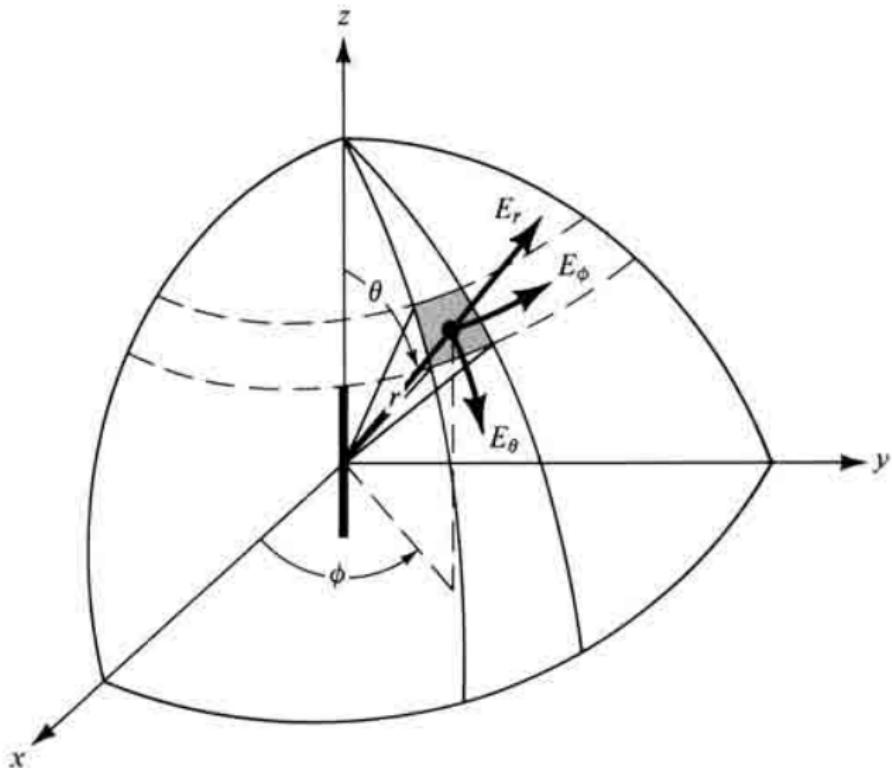
Expression du champ lointain en fonction du potentiel vecteur

Rappel : $\vec{A}(M) = \int_S dM' \vec{J}(M') \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R}$

En champ lointain : $\vec{A}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \int_S dM' \vec{J}(M') \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$

$$\vec{E}(M) = -j\omega\mu \vec{A}_\perp(M)$$

Approximation champ lointain



Base locale de vecteurs en coordonnées sphériques

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

$\vec{H}(M)$ se déduit de \hat{r} et $\vec{E}(M)$ comme dans le cas d'une onde plane

$$\begin{aligned}\vec{H}(M) &= \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-jk) \int_S dM' (\hat{r} \wedge \vec{J}(M')) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}') \\ &= \frac{1}{\eta} \hat{r} \wedge \vec{E}(M)\end{aligned}$$

Notations :

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ est l'impédance d'onde du milieu diélectrique. Dans l'air, $\eta = 120\pi$ (Ω).



L'onde rayonnée en champ lointain est **localement plane**.

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

Champ rayonné = onde localement plane

Au point M : $\vec{E}(M) \perp \hat{r}$ et $\vec{H}(M) = \frac{1}{\eta} \hat{r} \wedge \vec{E}(M)$ $\left(\hat{r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{|OM|} \right)$

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

Champ rayonné = onde localement plane

Au point M : $\vec{E}(M) \perp \hat{r}$ et $\vec{H}(M) = \frac{1}{\eta} \hat{r} \wedge \vec{E}(M)$ $\left(\hat{r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{|OM|} \right)$

Champ rayonné = onde sphérique \times fonction angulaire

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \vec{J}_\perp(M') \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}') = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \vec{f}(\hat{r})$$

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

Champ rayonné = onde localement plane

Au point M : $\vec{E}(M) \perp \hat{r}$ et $\vec{H}(M) = \frac{1}{\eta} \hat{r} \wedge \vec{E}(M)$ $\left(\hat{r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{|OM|} \right)$

Champ rayonné = onde sphérique \times fonction angulaire

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \vec{J}_\perp(M') \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}') = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \vec{f}(\hat{r})$$

$\vec{f}(\hat{r})$ = "caractéristique vectorielle de rayonnement" de l'antenne.

Approximation champ lointain

Propriétés du champ rayonné à grande distance d'une antenne

Champ rayonné = onde localement plane

Au point M : $\vec{E}(M) \perp \hat{r}$ et $\vec{H}(M) = \frac{1}{\eta} \hat{r} \wedge \vec{E}(M)$ $\left(\hat{r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{|OM|} \right)$

Champ rayonné = onde sphérique \times fonction angulaire

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \vec{J}_\perp(M') \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}') = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \vec{f}(\hat{r})$$

- Amplitude complexe $f(\hat{r})$ \rightsquigarrow "diagramme de rayonnement".
- Vecteur unitaire $\vec{f}(\hat{r})$ = vecteur de polarisation du champ rayonné.

Calcul du champ rayonné par une antenne

Evaluer $\vec{f}(\hat{r}) = \text{Problème extérieur}$

- On suppose connus les courants électriques sur l'antenne.
- On cherche à calculer le champ lointain de l'antenne.

Solution directe

$$\vec{E}(M) = -j\omega\mu \vec{A}_\perp(M)$$

Pour des antennes complexes :

- On superpose les champs rayonnés par des sources élémentaires translatées : on utilise le **théorème de translation** et le **principe de superposition**.
- On remplace les sources “physiques” par des sources équivalentes “virtuelles” : on utilise le **principe d'unicité** et le **théorème d'équivalence**.

Principe de superposition

Le champ rayonné par un ensemble de sources est la somme des champs rayonnés par ces sources (on suppose connu le courant ou la densité de courant présente au niveau de chaque source en présence des autres).

Théorème de translation

$$\vec{E}(M) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} (-j\omega\mu) \int_S dM' \vec{J}_\perp(M') \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}')$$

Si la source est translatée du vecteur $\vec{\delta}$, alors \vec{r}' est remplacé par $\vec{r}' + \vec{\delta}$, d'où le champ rayonné par la source translatée :

$$\vec{E}_{\vec{\delta}}(M) = \vec{E}(M) \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{\delta})$$

Calcul du champ rayonné par une antenne

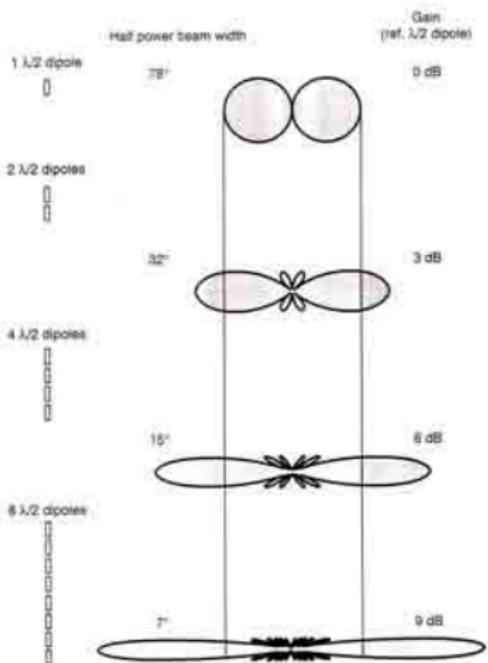
Application : antenne réseau

Il s'agit d'un ensemble d'antennes

- identiques,
- translatées les unes par rapport aux autres,
- qui sont le siège de la même distribution de courant à une constante multiplicative près.

Exemple :

Alignements de dipôles demi-onde

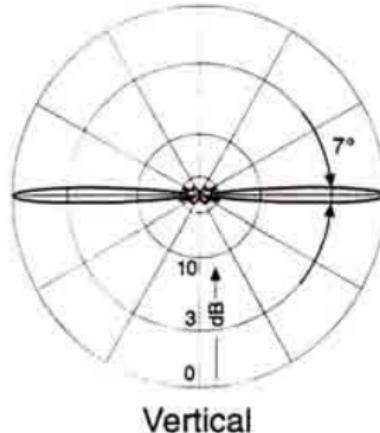
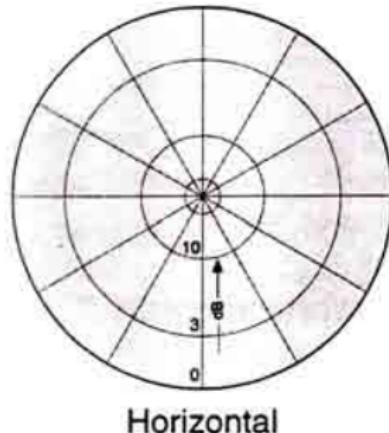


Calcul du champ rayonné par une antenne

Exemple (suite) : antenne de station de base pour zone rurale



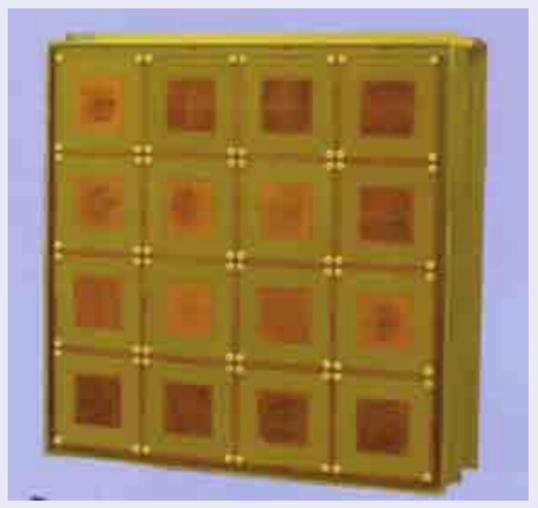
- Antenne réalisée par alignement vertical de dipôles.
- Couverture omnidirectionnelle dans le plan horizontal.
- Antenne directive dans le plan vertical.



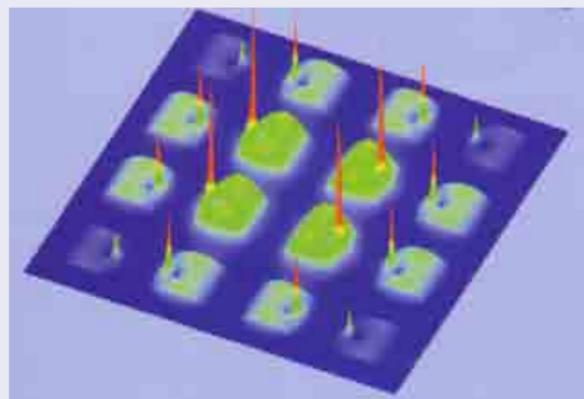
Calcul du champ rayonné par une antenne

Antennes réseaux (contrexemple)

Antenne "réseau" multicouche,
à pavés rayonnants



Distribution de courants sur les
pavés



Les distributions de courant ne sont pas identiques (translatées)
⇒ le théorème de translation ne s'applique pas
⇒ la théorie des réseaux (facteur de réseau) n'est pas valide.

Calcul du champ rayonné par une antenne

Antennes réseaux (facteur de réseau)

Si on note :

- $\vec{E}_o(M)$ le champ rayonné par l'une de ces antennes placée à l'origine, alimentée par une source d'amplitude complexe égale à 1,
- \vec{r}_n la position de l'antenne n ,
- $\vec{E}_n(M)$ le champ rayonné par l'antenne n alimentée par une source d'amplitude complexe I_n ,

alors le champ $\vec{E}_{réseau}(M)$ rayonné par le réseau est donné par :

$$\vec{E}_{réseau}(M) = \sum_n \vec{E}_n(M) = \vec{E}_o(M) \sum_n I_n \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}_n)$$

La fonction scalaire $g(\hat{r}) = \sum_n I_n \exp(+jk\hat{r} \cdot \vec{r}_n)$ est appelée **facteur de réseau**. Elle ne dépend que de l'emplacement des antennes élémentaires et de leur alimentation.

Calcul du champ rayonné par une antenne

Antennes réseaux (suite)

Conditions de validité du théorème de translation

- Les antennes élémentaires ne doivent pas être couplées, sinon leurs distributions de courant ne sont pas identiques.
- La distance d'observation doit être supérieure à $2D^2/\lambda$, où D est la taille du réseau (rayon de la plus petite sphère entourant le réseau).

Calcul du champ rayonné par une antenne

Calcul du champ rayonné (suite)

Utilisation de sources équivalentes

On remplace les sources de courant électrique réelles par des distributions “virtuelles” permettant d’obtenir les mêmes champs tangents sur une surface fermée entourant l’antenne, ou sur un plan infini.

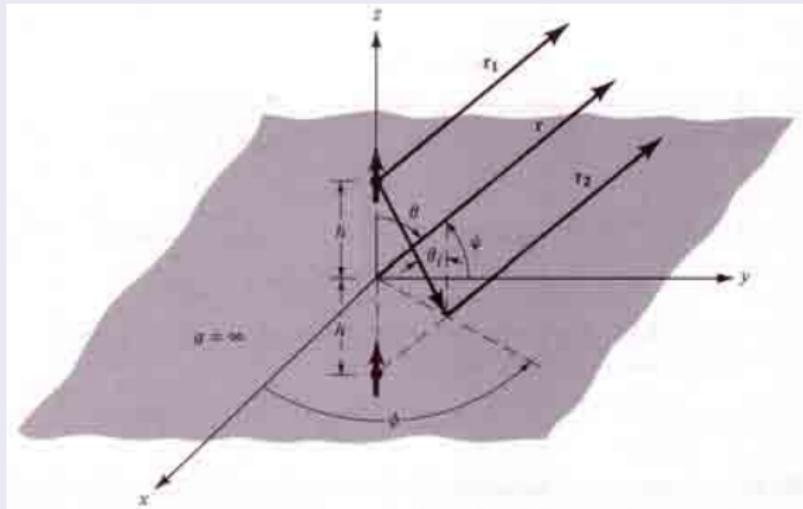
Application : principe des images

Source “image” permettant de rendre compte de la présence d’un plan réflecteur.

Le champ obtenu par superposition des champs rayonnés par l’image (virtuelle) et par la source réelle est normal au plan conducteur : il est alors égal au champ rayonné par la source réelle en présence du plan réflecteur dans tout le demi-espace où se trouve la source.

Calcul du champ rayonné par une antenne

Doublet et son image par rapport au plan réflecteur xOy



Calcul du champ rayonné par une antenne

Calcul du champ rayonné (suite)

Autre application : ouverture rayonnante

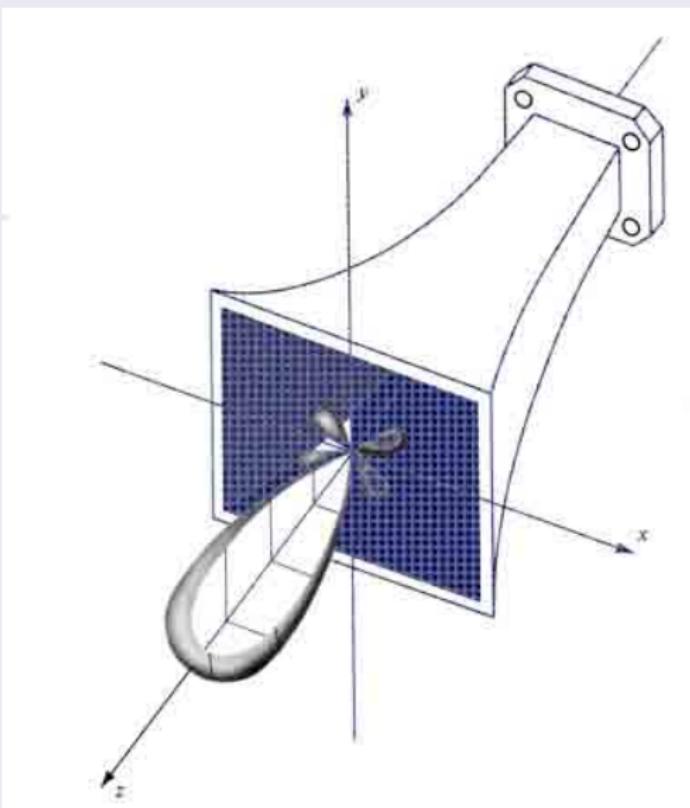
On utilise les **champs dans l'ouverture** de l'antenne comme sources "secondaires".

Exemple : rayonnement d'un cornet

Les champs électromagnétiques dans l'ouverture du cornet servent de sources "secondaires" équivalentes aux courants présents sur les parois intérieures du cornet.

Calcul du champ rayonné par une antenne

Cornet et son ouverture “équivalente”



Plan

1 Introduction

2 Le rayonnement électromagnétique

- Intégration des équations de Maxwell avec sources
- Approximation champ lointain
- Calcul du champ rayonné par une antenne

3 Caractéristiques des antennes

- Diagramme de rayonnement et directivité
- L'antenne côté circuit
- Antenne en réception
- Bilan de liaison en espace libre

Diagramme de rayonnement et directivité

Vecteur de Poynting au point M

$$\vec{\Pi}(M) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\vec{E}(M) \wedge \vec{H}^\times(M)) = \frac{1}{2\eta} \|\vec{E}(M)\|^2 \hat{r} = \frac{1}{2\eta} \frac{1}{r^2} |f(\hat{r})|^2 \hat{r}$$

Densité de puissance rayonnée par unité de surface en M

C'est le produit scalaire du vecteur de Poynting et du vecteur unitaire dans la direction de propagation de l'onde, \hat{r} :

$$\vec{\Pi}(M) \cdot \hat{r} = \Pi(M) = \frac{1}{2\eta} \|\vec{E}(M)\|^2 \quad \text{souvent noté } p(M)$$

Diagramme de rayonnement et directivité

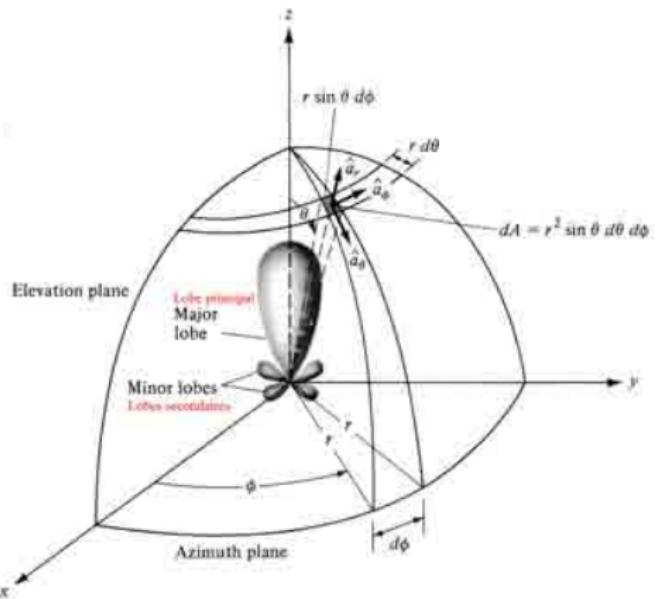
Densité de puissance rayonnée par unité d'angle solide en M

C'est la densité de puissance rayonnée par unité de surface, multipliée par la surface r^2 , découpée au point M par un angle solide unitaire (1 stéradian) :

$$r^2 \Pi(M) = \frac{1}{2\eta} |f(\hat{r})|^2$$

Elle est indépendante de r , notée $U(\hat{r})$ et appelée **intensité de rayonnement**.

Diagramme de rayonnement et directivité



Repères et variables pour la définition des densités de puissance rayonnée et le tracé des diagrammes de rayonnement 3D.

Diagramme de rayonnement et directivité

Diagramme de rayonnement

C'est la représentation graphique des **variations angulaires** du champ ou de la (densité de) puissance rayonnée.

Variations angulaires :

Variations en fonction des directions de rayonnement \hat{r}
 i.e. en fonction des angles en coordonnées sphériques θ et ϕ
 avec dans le cas général $\theta \in [0, \pi]$ et $\phi \in [0, 2\pi[$.

Diagramme de rayonnement et directivité

Diagramme de rayonnement

C'est la représentation graphique des **variations angulaires** du champ ou de la (densité de) puissance rayonnée.

Différents types de diagrammes :

En champ : $|f(\theta, \phi)|$

En puissance : $U(\theta, \phi)$

Diagrammes normalisés :

$$|f(\theta, \phi)| / |f(\theta, \phi)|_{max}$$

et

$$U(\theta, \phi) / U(\theta, \phi)_{max}.$$

Diagrammes en dB (identiques en champ et en puissance) :

- non normalisés : $20 \log |f(\theta, \phi)| = 10 \log U(\theta, \phi)$
 - normalisés : $20 \log (|f(\theta, \phi)| / |f(\theta, \phi)|_{max}) = 10 \log (U(\theta, \phi) / U(\theta, \phi)_{max})$

Diagramme de rayonnement et directivité

Diagramme de rayonnement (3D)

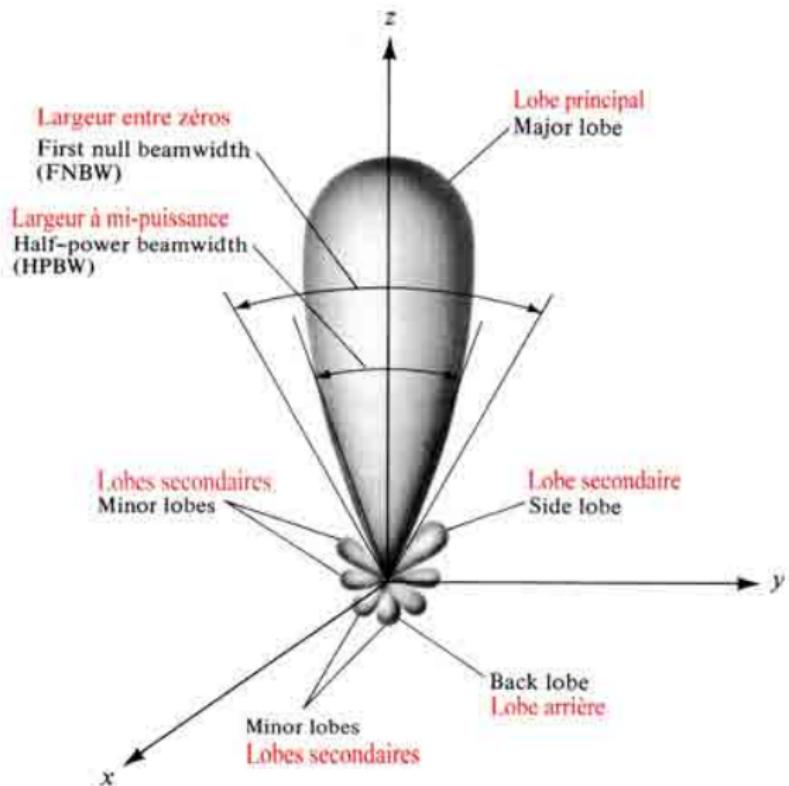


Diagramme de rayonnement et directivité

Diagramme de rayonnement (2D)

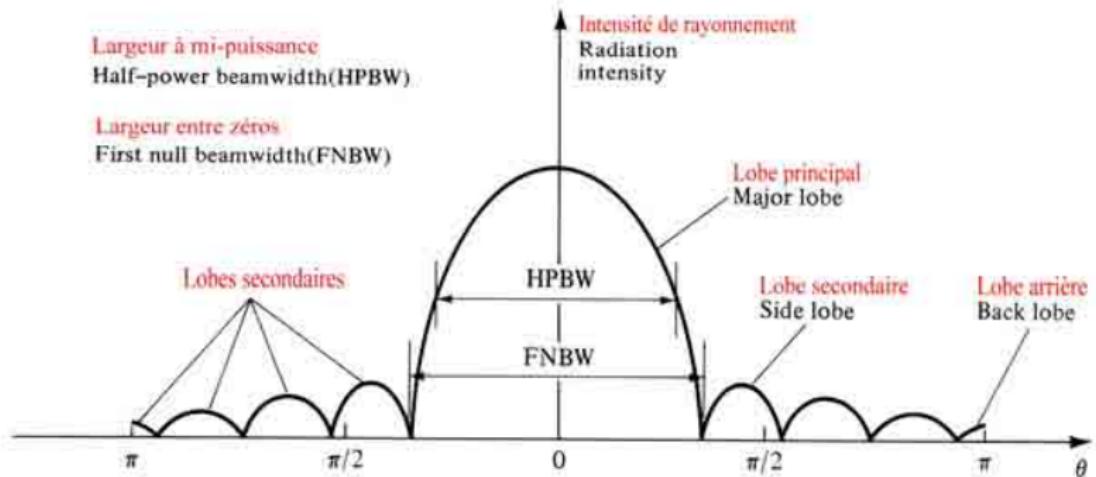


Diagramme de rayonnement et directivité

Diagramme omnidirectionnel

La densité de puissance rayonnée est la même dans toutes les directions du plan de rayonnement maximal (en général : antenne à symétrie cylindrique).

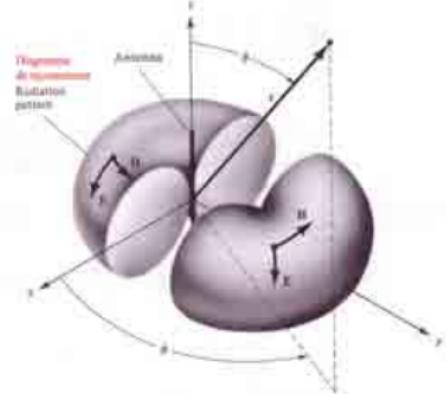


Diagramme 3D d'un doublet électrique
(dipôle de longueur infinitésimale)

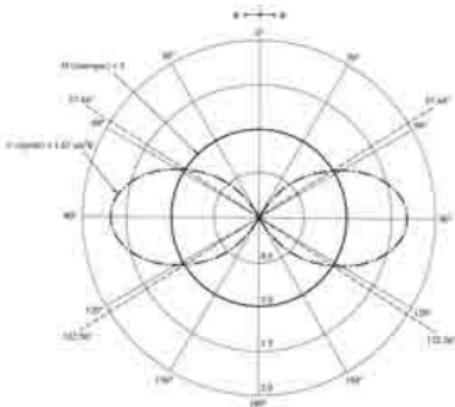
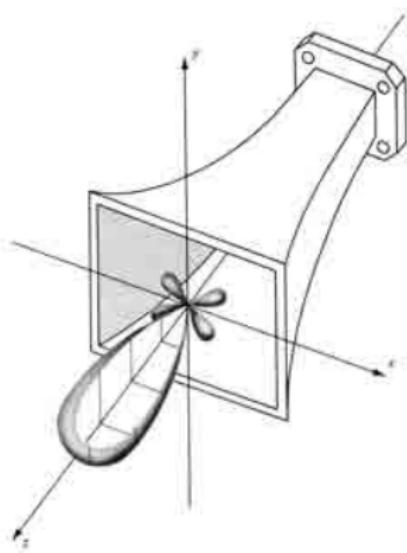


Diagramme 2D d'un dipôle demi-onde
dans un plan contenant Oz

Diagramme de rayonnement et directivité

Diagramme directif

Le diagramme possède une seule direction de maximum absolu de puissance rayonnée (“direction” du lobe principal).



**Diagramme 3D
d'un cornet**

Diagramme de rayonnement et directivité

Directivité

Quantifie la façon dont une direction de rayonnement est privilégiée (ou pénalisée).

On compare la densité de puissance rayonnée dans une direction avec la densité de puissance rayonnée moyenne :

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{moyen}} \quad \text{où } U_{moyen} = \frac{W}{4\pi}$$

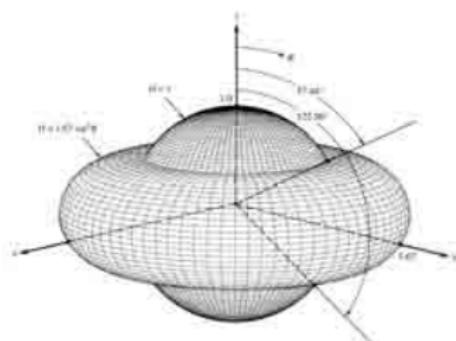
W est la puissance totale rayonnée par l'antenne, qui s'obtient par intégration de l'intensité d'illumination U sur l'angle solide total - ou par intégration du flux du vecteur de Poynting à travers une sphère :

$$\begin{aligned} W &= \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \Pi(r, \theta, \phi) r^2 \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

Diagramme de rayonnement et directivité

Directivité d'une antenne

U_{moyen} est la densité de puissance rayonnée par une source isotrope rayonnant la même puissance totale rayonnée W que l'antenne.



Diagrammes 3D

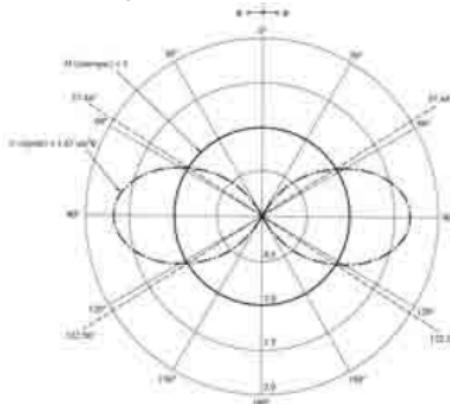


Diagramme 2D d'un dipôle demi-onde dans un plan contenant Oz

Comparaison des diagrammes de rayonnement d'une source isotrope et d'un dipôle demi-onde, à puissances totales rayonnées égales.

Diagramme de rayonnement et directivité

Directivité d'une antenne

= sa directivité dans la direction (ou dans une des directions) où elle rayonne la densité de puissance la plus élevée (maximum du lobe principal).

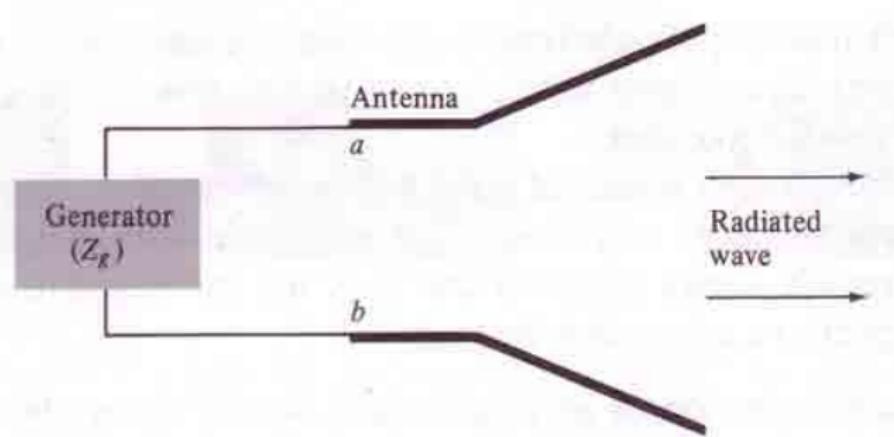
Ordres de grandeur de directivités typiques

- dipôle, antenne pavé (unique) : quelques dB
- alignement de dipôles ou de pavés : 6 à 15dB
- cornet, lentille : 15 à 20dB
- antenne à réflecteur(s) ou panneau rayonnant : au-delà de 20dB

L'antenne côté circuit

A l'émission

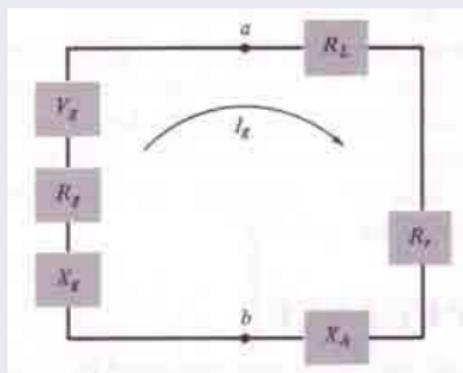
L'antenne est vue comme une charge terminale par l'émetteur.



L'antenne côté circuit

Circuit équivalent (modèle de Thévenin)

- Générateur (émetteur) :**
f.e.m. V_g (amplitude complexe crête),
impédance interne $Z_g = R_g + jX_g$
- Charge (antenne) :**
impédance $Z_A = R_A + jX_A$
avec $R_A = R_L + R_r$
 R_L : résistance de pertes
 R_r : résistance de rayonnement

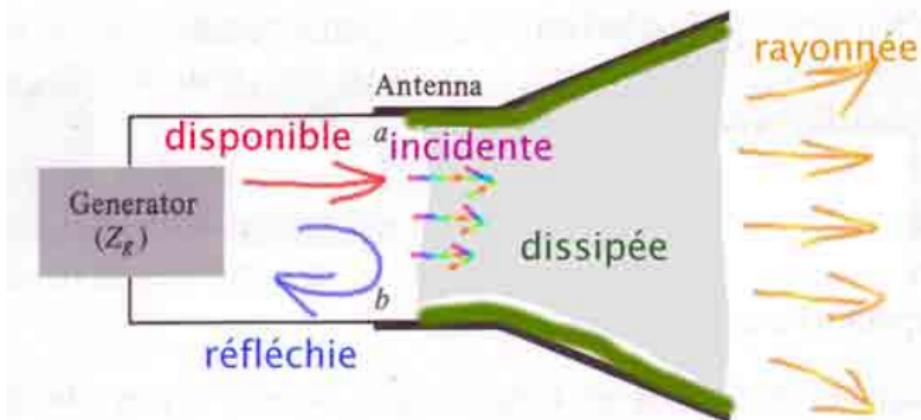


L'antenne côté circuit

Transfert de puissance du générateur à l'antenne

La puissance disponible du générateur est pour partie réfléchie, pour partie transmise à l'antenne (puissance incidente) :

$$P_{\text{disponible}} = P_{\text{réfléchie}} + P_{\text{incidente}}$$



L'antenne côté circuit

Rappels

Puissance disponible d'un générateur

= puissance maximale qu'il peut transmettre à une charge :

$$P_{\text{disponible}} = \frac{|V_g|^2}{8R_g} = \frac{|V_{g<\text{efficace}>}|^2}{4R_g}$$

La puissance disponible du générateur n'est intégralement transmise à la charge d'impédance Z_t que si $Z_t = Z_g^*$.

Puissance réfléchie par une charge d'impédance Z_t placée aux bornes du générateur :

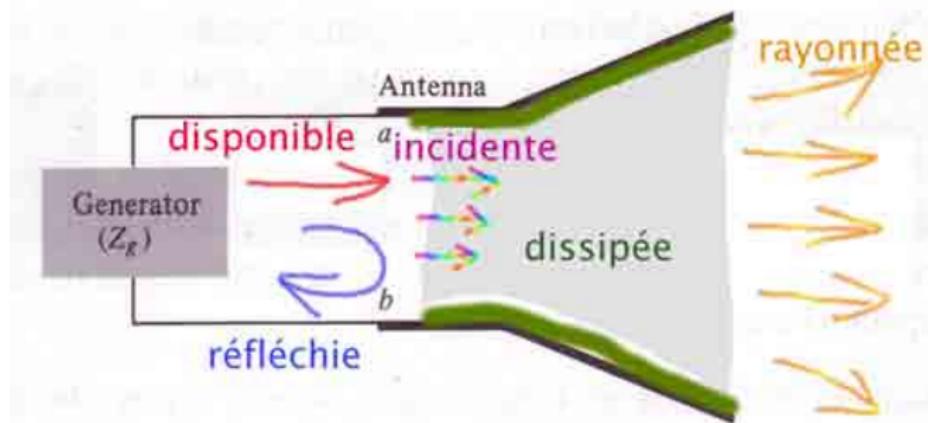
$$P_{\text{réfléchie}} = |\Gamma|^2 P_{\text{disponible}} \quad \text{avec } \Gamma = \frac{Z_t - Z_g^*}{Z_t + Z_g}$$

L'antenne côté circuit

Transfert de puissance de l'antenne à l'espace libre

La puissance transmise à l'antenne (puissance incidente) est pour partie dissipée par pertes ohmiques dans les diélectriques ou conducteurs imparfaits au niveau de l'antenne ou de son câble d'alimentation (feeder). La puissance restante est rayonnée.

$$P_{\text{incidente}} = P_{\text{dissipée}} + P_{\text{rayonnée}}$$



L'antenne côté circuit

Transfert de puissance de l'antenne à l'espace libre

Résistance de rayonnement

Dans un modèle “circuit”, la puissance rayonnée est considérée comme dissipée dans une résistance, dite “de rayonnement”, notée R_r :

$$P_{\text{rayonnée}} = \frac{1}{2} R_r |I|^2$$

où $|I|$ est l'amplitude du courant parcourant l'antenne (en un point à déterminer).

Résistance de pertes

Dans un modèle “circuit”, la puissance dissipée est considérée comme dissipée dans une résistance, dite “de pertes”, notée R_L :

$$P_{\text{dissipée}} = \frac{1}{2} R_L |I|^2$$

L'antenne côté circuit

Transfert de puissance du générateur à l'espace libre

Désadaptation générateur-antenne

$$P_{\text{incidente}} = (1 - |\Gamma|^2) P_{\text{disponible}}$$

où $\Gamma = \frac{Z_A - Z_g^*}{Z_A + Z_g}$ est le coefficient de réflexion en entrée de l'antenne
avec $Z_A = R_A + jX_A$ (impédance d'entrée de l'antenne) et $R_A = R_L + R_r$

Coefficient d'efficacité lié aux pertes ohmiques : e_{cd}

$$P_{\text{rayonnée}} = P_{\text{incidente}} - P_{\text{dissipée}} = e_{cd} P_{\text{incidente}} \quad \text{où } e_{cd} \leq 1$$

Facteur d'efficacité k_{eff}

$$P_{\text{rayonnée}} = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) P_{\text{disponible}} = k_{eff} P_{\text{disponible}}$$

L'antenne côté circuit

Gain d'une antenne

Dans une direction donnée :

Il compare l'intensité de rayonnement de l'antenne à celle d'une source de référence alimentée avec la même puissance :

$$G(\hat{r}) = U(\hat{r}) / U_{\text{ref}}(\hat{r})$$

Remarques

- Si on ne précise pas la direction \hat{r} , il s'agit du gain de l'antenne dans sa (ou une de ses) direction(s) de rayonnement maximum.
- La puissance qui "alimente" l'antenne, notée dans la suite $P_{\text{alimentation}}$ est la puissance disponible du générateur placé en entrée de l'antenne, précédemment notée $P_{\text{disponible}}$.

Gain isotrope

La source de référence est une source isotrope :

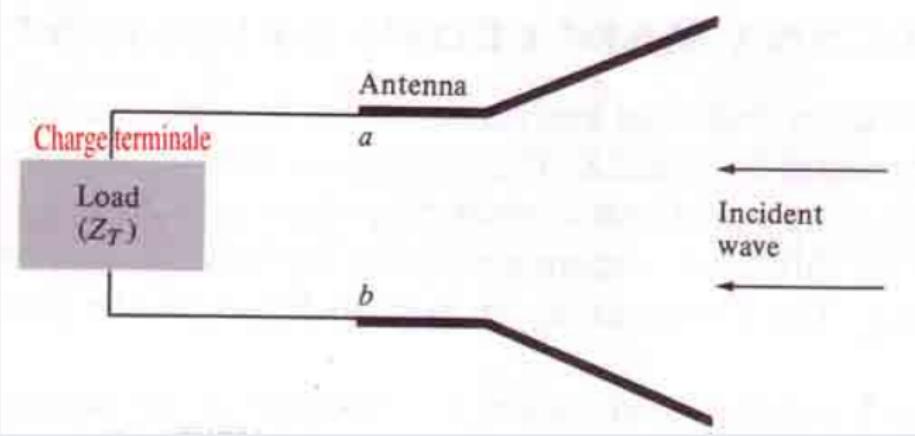
$$G_{\text{iso}}(\hat{r}) = \frac{U(\hat{r})}{P_{\text{alimentation}}/4\pi}$$

$$G_{\text{iso}}(\hat{r}) = \frac{P_{\text{rayonnée}}}{P_{\text{alimentation}}} \frac{U(\hat{r})}{P_{\text{alimentation}}/4\pi} = e_{cd}(1 - |\Gamma|^2) D(\hat{r})$$

où $D(\hat{r})$ est la directivité de l'antenne dans la direction \hat{r} .

Modèle de type circuit

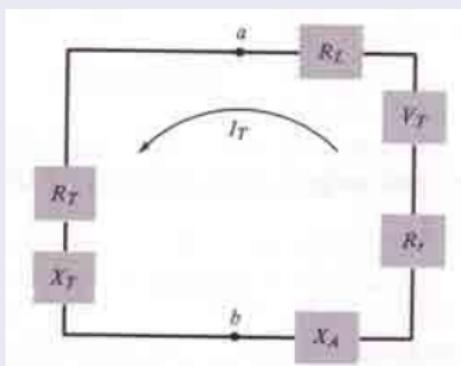
L'antenne est vue comme un générateur par le circuit de réception (charge terminale).



Antenne en réception

Circuit équivalent (modèle de Thévenin)

- Générateur (antenne) :**
f.e.m. V_T (amplitude complexe crête),
impédance interne $Z_A = R_A + jX_A$
avec $R_A = R_L + R_r$
 R_L : résistance de pertes
 R_r : résistance de rayonnement
- Charge terminale (récepteur) :**
impédance $Z_T = R_T + jX_T$



Puissance captée par l'antenne

Elle est proportionnelle à la densité de puissance incidente sur l'antenne.

$$P_c = p_i(\hat{r}) A_c(\hat{r})$$

- $p_i(\hat{r})$ est la densité de puissance par unité de surface d'une onde plane incidente sur l'antenne en provenance de la direction \hat{r} ,
- $A_c(\hat{r})$ est la surface de captation de l'antenne dans la direction \hat{r} .

La puissance captée par l'antenne est :

- ➊ dissipée dans la résistance interne $R_A = R_L + R_r$ du "générateur" que constitue l'antenne, c'est-à-dire :
 - pour une part (P_L) **dissipée** dans la résistance de pertes R_L ,
 - pour l'autre dissipée dans la résistance de rayonnement R_r , ce qui signifie **re-rayonnée** (diffRACTée $\rightsquigarrow P_d$),
- ➋ **réfléchie** en entrée de la charge terminale (récepteur),
- ➌ **transmise** (P_T) à la charge terminale (récepteur).



Antenne en réception

Aire équivalente, ou “ouverture efficace”, ou “surface effective” en réception

On appelle aire équivalente en réception de l'antenne dans une direction donnée \hat{r} , le rapport :

$$A_e(\hat{r}) = P_T / p_i(\hat{r})$$

En raison du principe de réciprocité, on a pour toutes les antennes le même rapport $A_e(\hat{r}) / G(\hat{r})$ quel que soit \hat{r} .

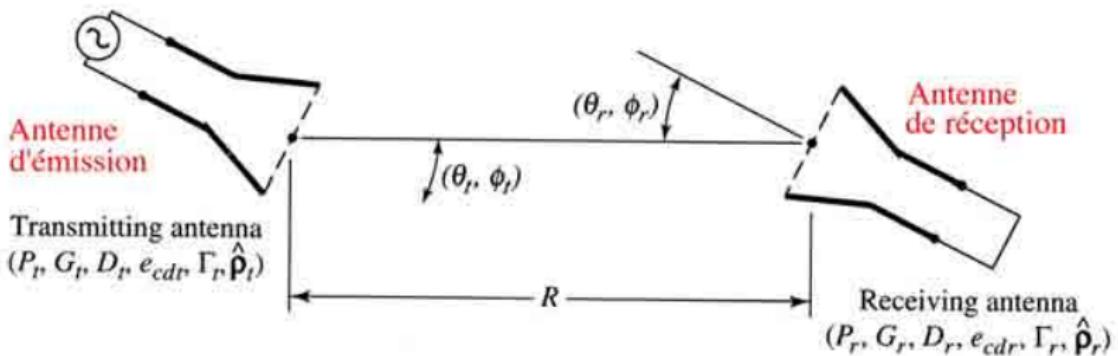
On peut montrer que ce rapport vaut $\frac{\lambda^2}{4\pi}$:

$$A_e(\hat{r}) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\hat{r})$$

Antenne en réception

Calcul du rapport de la puissance reçue à la puissance émise pour une liaison point à point :

Soit 2 antennes, l'une utilisée à l'émission, l'autre en réception.



NB : On appelle "puissance reçue" la puissance transmise à la charge terminale que constitue le récepteur. On note donc cette puissance P_r au lieu de P_T précédemment.

Antenne en réception

$$G_e(\theta_e, \phi_e) = \frac{p_i(R, \theta_e, \phi_e)}{\frac{P_e}{4\pi R^2}}$$

où $p_i(R, \theta_e, \phi_e)$ est la densité de puissance incidente sur l'antenne de réception.

$$p_i(R, \theta_e, \phi_e) = G_e(\theta_e, \phi_e) \frac{P_e}{4\pi R^2}$$

La puissance transmise par l'antenne de réception au récepteur est alors :

$$\begin{aligned} P_r &= A_e(\theta_r, \phi_r) p_i(R, \theta_e, \phi_e) \\ &= A_e(\theta_r, \phi_r) G_e(\theta_e, \phi_e) \frac{P_e}{4\pi R^2} \end{aligned}$$

$$\frac{P_r}{P_e} = A_e(\theta_r, \phi_r) G_e(\theta_e, \phi_e) \frac{1}{4\pi R^2}$$

Antenne en réception

On dispose de 2 antennes, appelées "antenne 1" et "antenne 2".

Dans un premier temps on choisit l'antenne 1 comme antenne d'émission, et l'antenne 2 comme antenne de réception. Dans ce cas :

$$\frac{P_r}{P_e} = A_2(\theta_2, \phi_2) G_1(\theta_1, \phi_1) \frac{1}{4\pi R^2}$$

Si l'on inverse les rôles des 2 antennes, on a :

$$\frac{P_r}{P_e} = A_1(\theta_1, \phi_1) G_2(\theta_2, \phi_2) \frac{1}{4\pi R^2}$$

Compte tenu du principe de réciprocité, $\frac{P_r}{P_e}$ est le même dans les deux cas :

$$\frac{A_2(\theta_2, \phi_2)}{G_2(\theta_2, \phi_2)} = \frac{A_1(\theta_1, \phi_1)}{G_1(\theta_1, \phi_1)}$$

Cette égalité est vraie quelles que soient les antennes et les directions de rayonnement choisies.

Le rapport $A_e(\hat{r})/G(\hat{r})$ est donc une constante universelle.

On montrera (en TD) que cette constante vaut $\frac{\lambda^2}{4\pi}$.

Bilan de liaison en espace libre

Un **bilan de liaison** (sous entendu : en puissance) exprime :

- **la puissance reçue** P_r (= puissance reçue par le récepteur après pertes dans l'antenne et désadaptation éventuelle antenne-récepteur)
- **en fonction de la puissance émise** P_e (encore appelée "puissance transmise" = puissance disponible du générateur)

pour une liaison entre un système d'émission et un système de réception.

La **formule de transmission de Friis pour les antennes** exprime un bilan de liaison pour des antennes **en visibilité et en espace libre** (pas d'obstacles ni de trajets multiples), en fonction :

- des gains des antennes : G_e gain de l'antenne utilisée à l'émission, et G_r gain de l'antenne utilisée à la réception
- des caractéristiques de la liaison : longueur d'onde λ , distance entre les antennes R

Bilan de liaison en espace libre

Comme vu précédemment :

$$P_r = P_e A_{e(r)}(\theta_r, \phi_r) G_e(\theta_e, \phi_e) \frac{1}{4\pi R^2}$$

où $A_{e(r)}(\theta_r, \phi_r)$ est la surface équivalente en réception de l'antenne utilisée en réception. Or $A_{e(r)}(\theta_r, \phi_r) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r(\theta_r, \phi_r)$, d'où :

$$P_r = P_e G_e(\theta_e, \phi_e) G_r(\theta_r, \phi_r) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

Formule de transmission de Friis pour les antennes

$$P_r = \frac{P_e G_e(\theta_r, \phi_r) G_r(\theta_e, \phi_e)}{\text{Att}_{el}}$$

où $\text{Att}_{el} = \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2$ est appelé "atténuation d'espace libre".

Bilan de liaison en espace libre

P.I.R.E.

La Puissance Isotrope Rayonnée Équivalente (PIRE) caractérise un système d'émission (générateur + antenne, avec les câbles d'alimentation et circuits intermédiaires éventuels) : c'est la puissance totale que devrait rayonner une source isotrope pour rayonner la même densité de puissance que l'antenne dans sa direction de rayonnement maximal.

Pour une antenne de gain G_e alimentée avec une puissance P_e , la densité de puissance maximale rayonnée par unité d'angle solide est égale à :

$$U_{\max} = \frac{P_e G_e}{4\pi}$$

Une source isotrope rayonne la même densité de puissance dans toutes les directions.

La puissance totale rayonnée par une source isotrope dont l'intensité de rayonnement vaut U_{\max} est donc égale à : $4\pi U_{\max}$, soit $P_e G_e$.

$$\text{PIRE} = P_e G_e$$

