



ddd

Hydrologie et Hydrogéologie

Responsable: V. MERRIEN-SOUKATCHOFF

Année Universitaire 2008/2009

AVERTISSEMENT

Ce polycopié est un document de travail des cours de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Nancy.

Il souffre d'imperfections et toutes remarques constructives concernant ce texte seront les bienvenues. Vous pouvez les envoyer à Veronique.Merrien@mines.inpl-nancy.fr.

Il est parfois incomplet... il existe à la bibliothèque de l'ENSMN bon nombre d'ouvrages qui compléteront ce polycopié.

Certains dessins et tableaux ont été repris d'ouvrages vous trouverez les références en fin de polycopié.

Hydrologie et Hydrogéologie

A	HYDROLOGIE DE SURFACE.....	7
A.1	Le cycle de l'eau et bilans	7
A.2	Le Bassin versant	10
A.2.1	Notion de bassin versant	10
A.2.1.2	Le bassin versant hydrogéologique	11
A.2.2	Caractéristiques morphométriques	12
A.2.2.1	En plan.....	12
A.2.2.1.1	Surface	12
A.2.2.1.2	Caractéristiques de longueur	13
A.2.2.1.3	Caractéristiques de forme.....	14
A.2.2.2	Caractéristiques des altitudes (hypsométrie)	15
A.2.2.3	Indices de pente	16
A.2.2.3.1	Pente moyenne	16
A.2.2.3.2	Indice de pente de Roche	17
A.2.2.3.3	Indice de pente globale	17
A.2.2.3.4	Dénivelée spécifique	18
A.2.3	Caractéristiques du réseau hydrographique.....	18
A.2.3.1	Hiérarchisation du réseau	19
A.2.3.2	Lois de Horton.....	20
A.2.3.3	Autres caractéristiques.....	21
A.2.3.4	Profil en long	22
A.2.4	Caractéristiques géologiques.....	22
A.2.5	Le couvert végétal	23
A.2.6	Caractéristiques glaciologiques.....	23
A.3	La Pluie	24
A.3.1	Mesure des précipitations.....	24
A.3.2	Synthèse des mesures de précipitations	24
A.3.3	Calcul de la pluie moyenne sur un bassin versant.....	24
A.3.4	Statistiques sur les données pluviométriques	25
A.4	Le retour de l'eau à l'atmosphère : évaporation et évapotranspiration.....	26
A.4.1	Généralités. Définition du pouvoir évaporant	26
A.4.1.1	Les formes du retour de l'eau à l'atmosphère.....	26
A.4.1.2	Pouvoir évaporant de l'atmosphère.....	26
A.4.1.3	Pouvoir évaporant des surfaces d'eau libre.....	27
A.4.2	Mesures de paramètres physiques conditionnant l'évaporation.	28
A.4.2.1	Températures	28
A.4.2.2	Humidité de l'air	28
A.4.2.2.1	Psychromètre.....	28
A.4.2.2.2	Hygromètres	28
A.4.2.3	Pression.....	28
A.4.2.4	Rayonnement solaire	28
A.4.2.5	Vent	29
A.4.3	Mesure de l'évaporation	29
A.4.3.1	Mesures de l'évaporation à partir d'une surface libre : les bacs	29
A.4.3.1.1	Les bacs placés au-dessus du niveau du sol.....	29
A.4.3.1.2	Les bacs enterrés	29
A.4.3.1.3	Les bacs flottants :.....	30
A.4.3.2	A partir des surfaces poreuses (les atmomètres).....	30
A.4.3.3	Formules empiriques d'estimation du pouvoir évaporant	30
A.4.3.3.1	Formule de Lugeon	31
A.4.3.3.2	Formule de Meyer	31
A.4.3.4	Ordre de grandeur du pouvoir évaporant.....	31

A.4.4	Mesures et estimation de l'évapotranspiration réelle et potentielle	32
A.4.4.1	Notion d'évapotranspiration réelle et potentielle	32
A.4.4.2	Mesures directes	32
A.4.4.2.1	Les cases lysimétriques (mesure de ETR).....	32
A.4.4.2.2	Les parcelles d'essai	32
A.4.4.3	Estimation de l'évapotranspiration.....	33
A.4.4.3.1	Evapotranspiration potentielle	33
A.4.4.3.2	Evapotranspiration réelle	33
A.4.4.4	Bilan au niveau d'un bassin versant.....	33
A.5	Les écoulements de surface	35
A.5.1	mesure des débits	35
A.5.2	Estimation des débits de fréquence rare.....	35
A.5.2.1	A partir des statistiques sur les débits.....	35
A.5.2.2	A partir de modèles pluie-débit	35
	Annexe : Quelques rappels de statistiques.....	36
a -	Rappels sur la notion de population	36
b -	Rappels sur la notion d'échantillon.	36
c -	Ajustement	37
d -	Danger d'apparition.....	37
	Bibliographie Hydrosystèmes	39
	Quelques revues.....	39
	Quelques sites web HYDRO & Environnement.....	40
B	<i>HYDROGEOLOGIE ET HYDRODYNAMIQUE : Le milieu naturel, description et fonctionnement. Nappe, types et circulations</i>	41
B.1	Introduction - généralités	41
B.2	L'eau dans le réservoir : la porosité	41
B.2.1	Caractérisation : la porosité.....	41
B.2.2	Différents types de classification de la porosité.....	42
B.2.3	Classification de la porosité par rapport à la taille des pores	42
B.2.4	Classification par rapport à l'origine	43
B.2.5	Classification morphologique	43
B.2.5.1	La porosité d'interstices (intergranulaire) : les pores	43
B.2.5.1.1	La porosité d'interstices simple ou nette	43
B.2.5.1.2	La porosité d'interstices restreinte	43
B.2.5.1.3	La porosité d'interstices réduite.....	43
B.2.5.2	La porosité de fissure.....	44
B.2.5.2.1	Porosité de joints	44
B.2.5.2.2	Porosité de diaclases.....	44
B.2.5.2.3	Porosité de failles	44
B.2.5.2.4	Porosité de schistosité	44
B.2.5.2.5	Porosité de retrait.....	44
B.2.6	Ordre de grandeur de la porosité.....	44
B.2.7	Mobilité de l'eau dans le sol : eau liée, eau libre, l'égouttage des roches	45
B.2.7.1	Eau libre, eau liée	45
B.2.7.2	L'égouttage des roches.....	46
B.2.7.3	Relations air-eau pour différents degrés de saturation.....	47
B.2.7.4	Pression capillaire.....	47
B.2.8	Profil hydrique des sols.....	48
B.3	Les mouvements de l'eau dans les roches : perméabilité.....	48
B.3.1	Rappel sur la charge hydraulique.....	48
B.3.1.1	Charge hydraulique.....	48
B.3.1.2	Cas des sols.....	49
B.3.1.2.1	Charge Hydraulique	49
B.3.1.2.2	Notion de hauteur piézométrique	49

B.3.2	Expérience de Darcy	50
B.3.3	Expérience de Reynolds (pour mémoire).....	52
B.3.4	Ecoulement dans les roches stratifiées	53
B.3.4.1	Perméabilité horizontale :	53
B.3.4.2	Perméabilité verticale.	53
B.3.5	Mesures et estimation de la perméabilité au laboratoire	54
B.3.5.1	Problèmes posés par l'échantillonnage	54
B.3.5.2	Estimation de la perméabilité	54
B.3.5.2.1	Relation de Hazen :	55
B.3.5.2.2	Relation de Casagrande :	55
B.3.5.3	Perméamètres.....	55
B.3.5.3.1	Perméamètre à charge constante.....	55
B.3.5.3.2	Perméamètre à charge variable.....	56
B.3.6	Mesures in situ	56
B.3.7	Ordre de grandeur de la perméabilité.....	56
B.3.8	Généralisation en 3 dimensions.....	57
B.4	Les nappes.....	59
B.4.1	Conditions d'existence des nappes	59
B.4.1.1	Processus général.....	59
B.4.1.2	Facteurs d'existence d'une nappe	59
B.4.1.2.1	Cas d'une alimentation et d'une lithologie favorables :	59
B.4.1.2.2	Cas d'une lithologie et d'une structure favorables :	59
B.4.1.2.3	Cas d'une alimentation et d'une structure favorables :	60
B.4.2	Alimentation.....	60
B.4.3	Exutoires	60
B.4.3.1	Les sources	60
B.4.3.1.1	Classification des sources.....	60
B.4.3.1.2	Fonctionnement des sources.....	64
B.4.3.2	Les exutoires cachés	64
B.4.4	Classification des nappes	64
B.4.4.1	Critères géologiques	64
B.4.4.1.1	Nappes de terrains sédimentaires stratifiés.....	64
B.4.4.1.2	Nappes de terrains sédimentaires mal (ou non) stratifiés	64
B.4.4.1.3	Nappes de terrains cristallins ou éruptifs.....	64
B.4.4.2	Critères hydrodynamiques	65
B.4.4.2.1	Nappe libre	65
B.4.4.2.2	Nappe captive.....	65
B.5	Etude de quelques écoulement dans les nappes.....	67
B.5.1	Paramètres dont dépend l'écoulement. Réseau d'écoulement.....	67
B.5.1.1	Transmissivité.....	67
B.5.1.2	Coefficient d'emmagasinement.....	67
B.5.1.3	Surface piézométrique et isopièzes.....	68
B.5.1.4	Lignes de courants	68
B.5.2	Effet des variations de la transmissivité.....	68
B.5.3	Ecoulement entre deux tranchées	69
B.5.3.1	Cas d'une nappe libre.....	69
B.5.3.2	Cas d'une nappe captive.....	70
B.5.4	Ecoulement radial circulaire en régime permanent	71
B.5.4.1	Nappe captive	71
B.5.4.2	Nappe libre	72
B.6	Cas Général : équation fondamentale de l'hydrodynamique	74
B.6.1	Etablissement de l'équation de diffusivité.....	74
B.6.2	Propriétés de l'équation de diffusivité	75
B.6.2.1	Unicité de la solution (Cf. Cours TCS11, Maths 1A et SG232 EDP).....	75
B.6.2.2	Principe de superposition.....	75
B.7	Solutions de l'équation de diffusivité lors de pompage dans un puits.....	75
B.7.1	Equation de diffusivité en coordonnées radiales.....	76

B.7.2	Solution de Theis	76
B.7.3	Solution de Jacob	76
B.7.4	Pompage d'essai	77
B.7.4.1	Interprétation graphique de la méthode de Theis.....	77
B.7.4.2	Interprétation graphique de la méthode de Jacob	78
B.7.5	Remontée de la nappe	79
B.7.6	Méthode des paliers enchaînés.....	79
B.7.7	Quelques cas particuliers de nappe	79
B.7.7.1	Drainance.....	80
B.7.7.1.1	Cas des aquifères superposés semi-perméable : Schéma de Hantush	80
B.7.7.1.2	Solution de Boulton.....	80
B.7.7.2	Réalimentation latérale	80
B.7.7.2.1	Méthode des puits images	80
B.7.7.2.2	Application à l'interprétation d'un pompage avec réalimentation latérale du puits	82
B.7.8	Essais Lugeon et Lefranc	82
B.8	Les essais spécifiques :	82
B.8.1	Essais par chocs hydrauliques : Pulse test.....	82
B.8.2	Slug test (débit variable à partir d'une injection unique).....	83
B.9	Méthodes analytiques de résolution de l'équation de diffusivité : fonctions harmoniques	83
B.10	Méthodes numériques de résolution de l'équation de diffusivité.....	83
B.10.1	Equations à résoudre	84
B.10.2	Conditions aux limites :.....	85
B.10.3	Principe des différences finis :	85
B.10.3.1	En régime permanent :.....	86
B.10.3.2	En régime transitoire :	86
B.10.4	Principe des éléments finis :.....	86
B.11	Ecoulement dans les milieux fracturés.....	88
B.11.1	Ecoulement dans une fracture	88
B.11.1.1	Différents régimes d'écoulement	88
B.11.1.2	Conductivité hydraulique, perméabilité, transmissivité d'une fracture.....	93
B.11.1.3	Coefficient d'emmagasinement.....	94
B.11.2	Ecoulement dans un réseau de fractures.....	94
B.11.2.1	Analyse de la dimension de l'écoulement	94
B.11.2.2	Modèle d'écoulement radial généralisé de Barker	95
B.11.3	Milieu continu équivalent.....	95
B.12	Transport de solutés en milieu poreux.....	95
B.12.1	Position du problème et mécanisme de transport	95
B.12.2	La convection (ou advection).....	97
B.12.3	La diffusion	98
B.12.3.1	La diffusion moléculaire.....	98
B.12.3.2	La diffusion en milieu poreux	99
B.12.4	La dispersion cinématique.....	99
B.12.5	Les phénomènes d'échange avec le milieu solide.....	102
B.12.6	Les processus de dégradation	102
B.12.7	Expression de l'ensemble des termes du transport.....	102
	Propriétés physiques de l'eau : symboles, valeurs et unités	103
	Bibliographie Eaux Souterraines.....	105
	Quelques revues.....	106
	Quelques sites web HYDRO & Environnement.....	107

A HYDROLOGIE DE SURFACE

A.1 Le cycle de l'eau et bilans

L'alimentation de l'eau souterraine provient de l'infiltration à la surface du sol d'une fraction de l'eau provenant des précipitations, mais seule une partie des précipitations s'infiltrera.

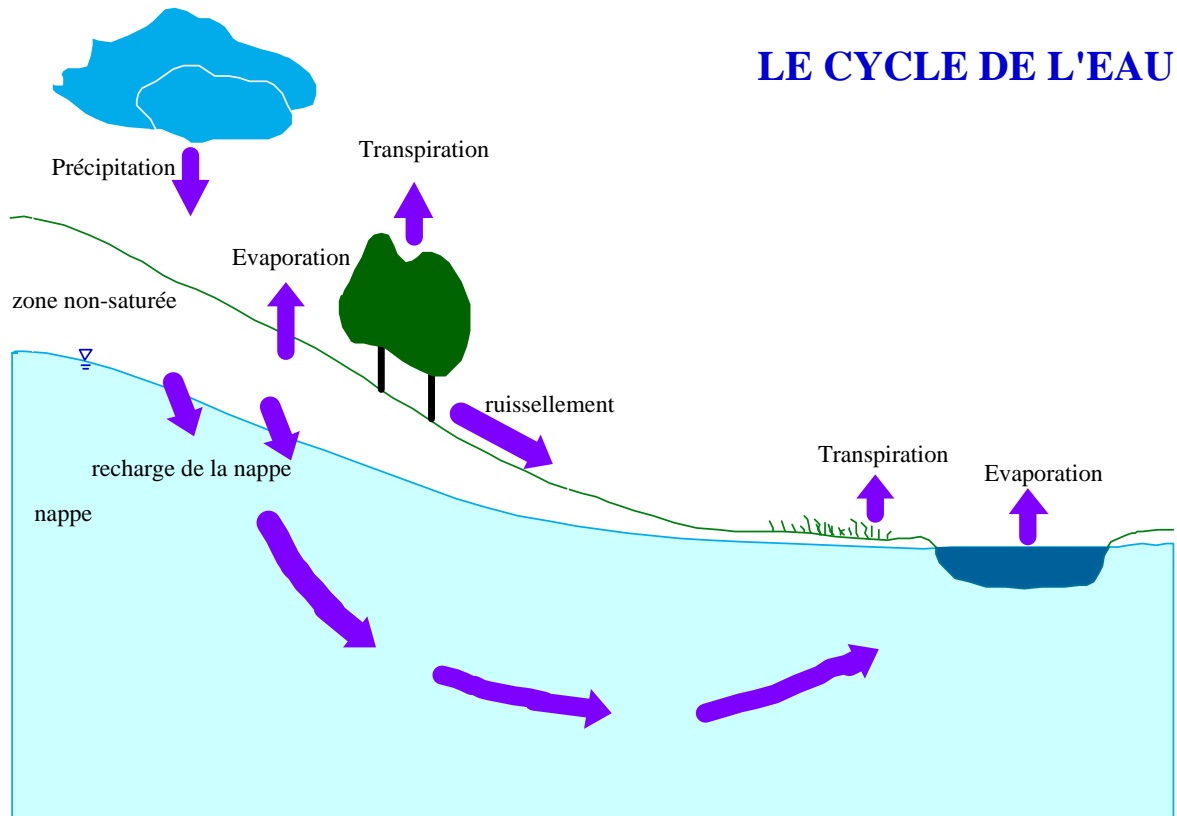


Figure 1 : Le cycle de l'eau

Examinons ce qu'il va advenir de l'eau issue des précipitations :

- une partie de cette eau va ruisseler et alimenter les cours d'eau superficiels (problèmes d'hydrologie de surface) ;
- une partie de l'eau va retourner à l'atmosphère, sous forme vapeur : c'est l'évapotranspiration qui est la somme de deux phénomènes :
 - * l'évaporation (phénomène physique) qui intervient à la surface des lacs, des cours d'eau, mais aussi sur le sol.
 - * la transpiration (phénomène biologique) qui est le fait de la couverture végétale.
- enfin une partie de l'eau issue des précipitations va s'infiltrer.

Pour pouvoir effectuer un bilan sur le cycle de l'eau, il va falloir se définir une surface de bilan et une unité de temps de bilan.

- espace : notion de bassin versant

- temps : année hydrologique, mais on peut également faire des bilans à un pas de temps plus faible.

Pourquoi faire un bilan ?

Il est intéressant de connaître, les débits qui transitent, le % d'eau qui va s'infiltrer... pour tous les projets qui vont utiliser l'eau et également pour prévoir, les risques de pénurie, d'inondations...

Les eaux de surface peuvent être réparties en 2 ensembles:

- les eaux courantes se déplaçant par écoulement sur le sol
- les eaux non courantes animées de mouvements (lacs, mers et océans.)

	Volumes (10^6 km^3)	Part %
Océans	1320	97,2
Neiges et glaces	30	2,15
Eaux souterraines (- de 800 m)	4	0,31
Eaux souterraines (+ de 800 m)	4	0,31
Zone non saturée	0,07	$5 \cdot 10^{-3}$
Lacs en eau douce	0,12	$9 \cdot 10^{-3}$
Lacs en eaux salée	0,1	$8 \cdot 10^{-3}$
Rivières	0,001	10^{-4}
Atmosphère	0,0013	10^{-4}

Tableau 1 : estimation des volumes d'eau disponibles dans le monde

Vous trouverez des éléments sur le cycle de l'eau et l'origine de l'eau sur Terre à l'adresse <http://www.u-picardie.fr/beauchamp/>

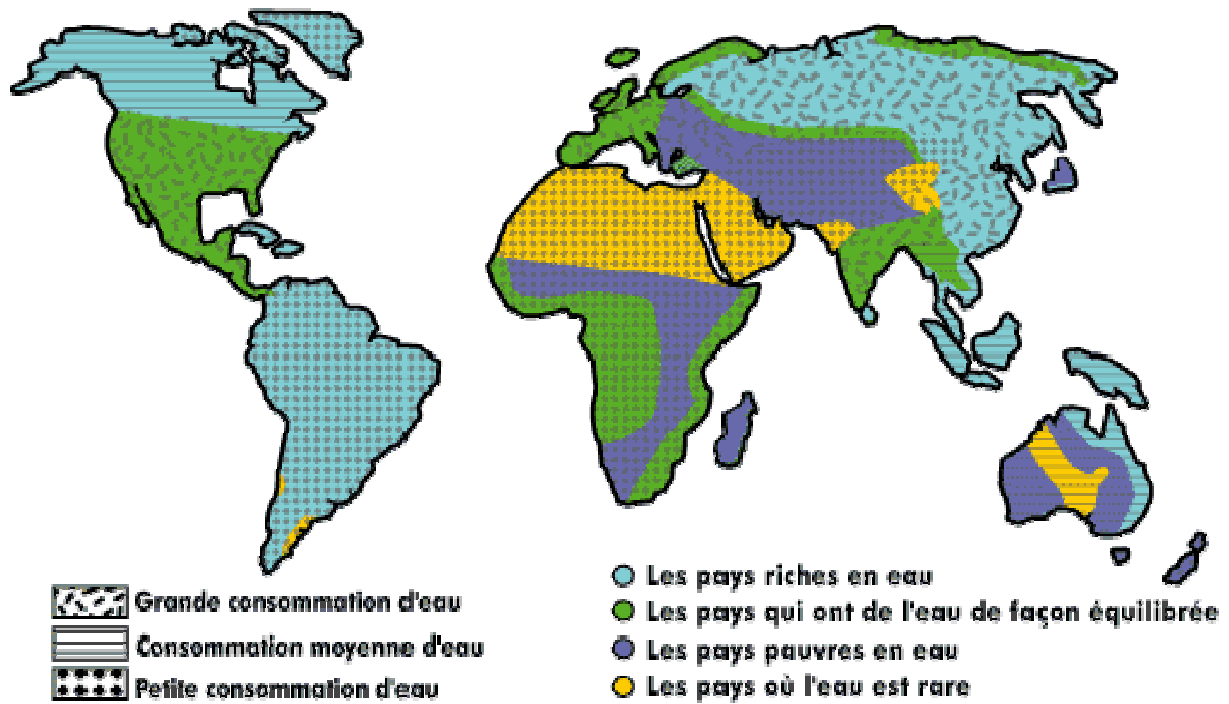


Figure 2 : Répartition inégale de l'eau dans le monde d'après http://www.sagep.fr/html/alimenter/fr_potable.shtml

Pour l'ensemble de cette partie du cours vous trouverez des compléments intéressants à l'adresse <http://hydram.epfl.ch/e-drologie/>

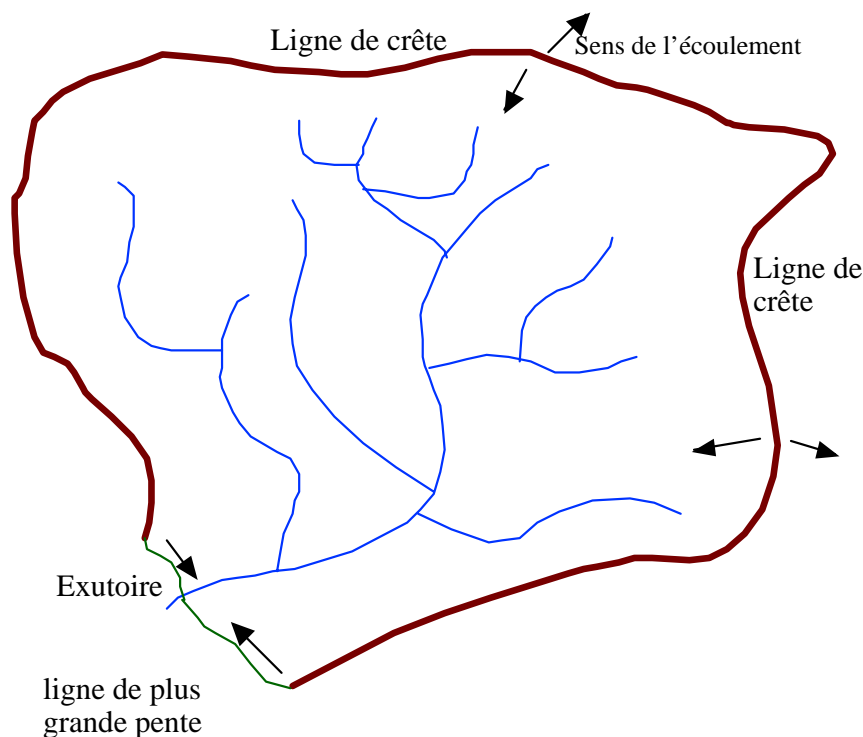
A.2 Le Bassin versant

A.2.1 Notion de bassin versant

Le bassin versant, en une section d'un cours d'eau, est défini comme la surface drainée par ce cours d'eau et ses affluents en amont de la section.

Tout écoulement prenant naissance à l'intérieur de cette surface doit traverser la section considérée, appelée exutoire, pour poursuivre son trajet vers l'aval.

A.2.1.1.1 Le bassin versant topographique



Si le sous-sol est imperméable, le cheminement de l'eau ne sera déterminé que par la topographie ; le bassin versant sera limité par les lignes de crêtes et les lignes de plus grande pente.

Le bassin versant est l'unité spatiale qui va être utilisée pour effectuer un bilan hydrologique.

Figure 3 : bassin versant topographique

A.2.1.2 Le bassin versant hydrogéologique

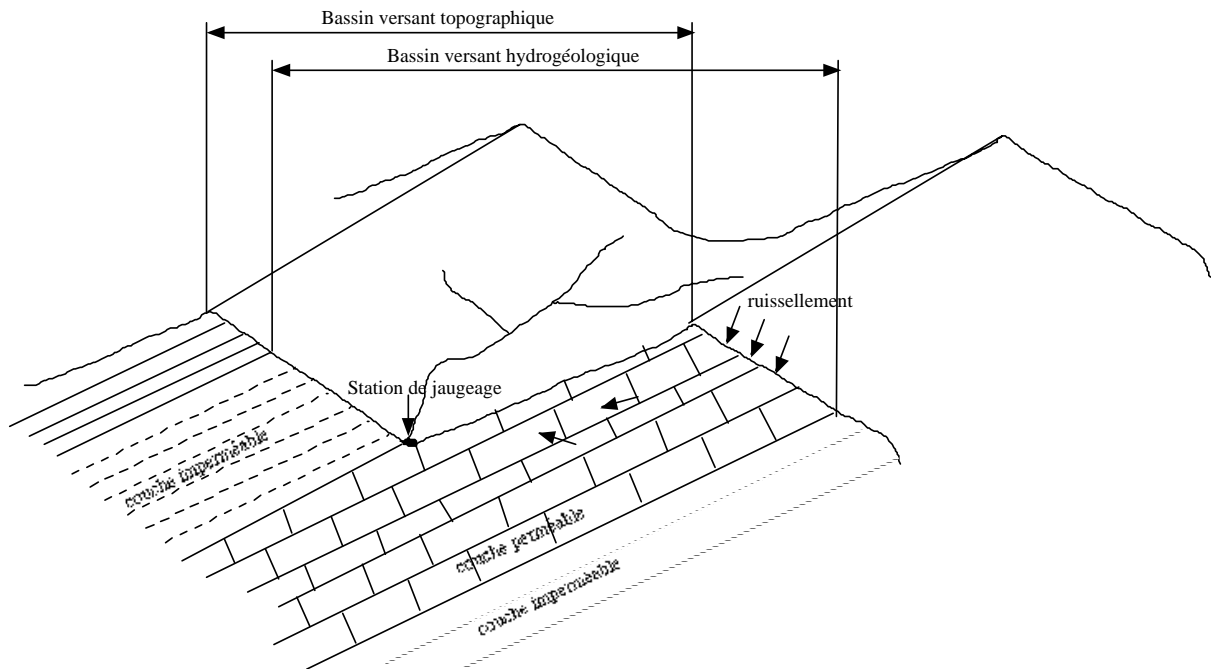
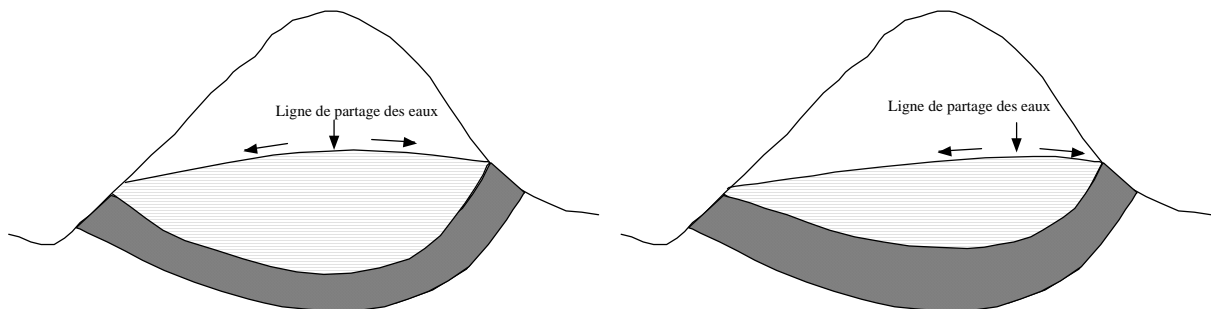


Figure 4 : bassin versant hydrogéologique

Si la région est perméable, une partie des eaux tombées à l'intérieur du bassin versant topographique s'infiltrent et sortent souterrainement du bassin. Inversement, on peut avoir l'entrée d'eaux souterraines dans le bassin versant. Pour déterminer les limites du bassin versant hydrogéologique, il est donc nécessaire de prendre en compte les limites géologiques.

Une des limites du bassin versant hydrogéologique est la ligne de partage des eaux. Cette limite peut varier en fonction du niveau de l'eau dans la nappe



Si la pluie diminue, la nappe peut se vidanger et dans ce cas la position de la ligne de partage des eaux peut varier.

Figure 5 : variation des limites du bassin versant hydrogéologique

Les limites d'un bassin versant sont donc variables en fonction du temps, ce qui entraînera quelques complications lorsque l'on voudra effectuer un bilan.

La différenciation entre bassin versant topographique et bassin versant hydrogéologique est valable pour des petits bassins versants ; quand la taille augmente :

- les apports et les pertes ont plus de chance de se compenser ;
- le débit des cours d'eau augmente en fonction de la surface du bassin versant, par contre les

échanges souterrains varient en fonction du périmètre du bassin versant (échanges aux frontières). Comme la surface augmente plus rapidement que le périmètre, les échanges souterrains diminuent en pourcentage par rapport aux débits superficiels.

A.2.2 Caractéristiques morphométriques

Il est difficile de décrire entièrement un bassin versant. Pour différencier deux bassins versants, il faudrait pouvoir comparer les cartes topographiques, géologiques et celles du réseau hydrographique.

Pour faciliter la description, on définit un certain nombre de paramètres qui permettent de caractériser la forme du bassin versant. Ces paramètres sont de 3 types qui caractérisent :

- la disposition en plan
- l'altitude
- l'indice de pente

A.2.2.1 En plan

A.2.2.1.1 Surface

Aire de la surface

Les limites topographiques et éventuellement hydrogéologiques peuvent être tracées. En planimétrant cette surface on obtient sa valeur qui est exprimée en km².

Si le contour du bassin versant est schématisé par un contour polygonal défini par n points de coordonnées x_i et y_i , l'aire de la surface A peut être calculée par la relation suivante :

$$A = \left| \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_{i-1}) \cdot (y_i + y_{i-1})}{2} \right|$$

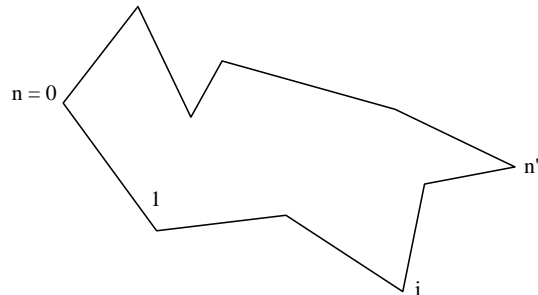


Figure 6

Remarque (pas très importante, mais certains aiment savoir d'où sortent les formules) : soit un polygone formé de n points numérotés de 1 à n dans le sens anti-horaire (le point 0 = le point n).

si A_1 est l'aire sous la courbe inférieure :

$$A_1 = \sum_{i=1}^{n'} (x_i - x_{i-1}) \cdot y_{i-1} + \frac{1}{2} (x_i - x_{i-1}) (y_i - y_{i-1})$$

$$A_1 = \sum_{i=1}^{n'} (x_i - x_{i-1}) \frac{1}{2} (2y_{i-1} + y_i - y_{i-1})$$

$$A_1 = \sum_{i=1}^{n'} (x_i - x_{i-1}) \frac{1}{2} \cdot (y_{i-1} + y_i)$$

si A_2 est l'aire sous la courbe supérieure :

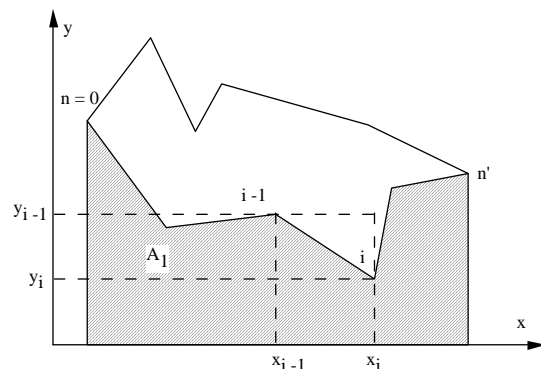


Figure 7

$$A_2 = -\sum_{i=n'}^n (x_i - x_{i-1}) / 2 \cdot (y_{i-1} + y_i)$$

Ici le signe est négatif car les x sont décroissants.

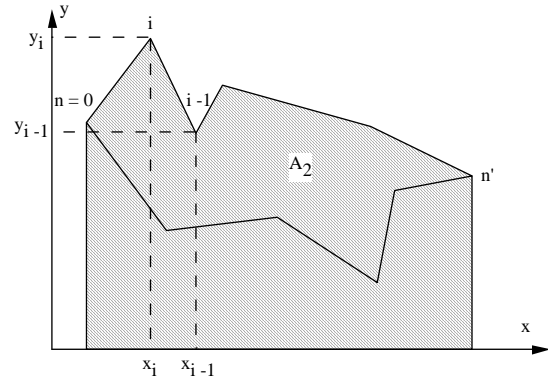


Figure 8

$$A = A_2 - A_1 = -\sum_{i=n'}^n (x_i - x_{i-1}) / 2 \cdot (y_{i-1} + y_i) - \sum_{i=1}^{n'} (x_i - x_{i-1}) / 2 \cdot (y_{i-1} + y_i) \text{ donc}$$

$$A = \sum_{i=1}^n (x_{i-1} - x_i) / 2 \cdot (y_{i-1} + y_i)$$

Si les points sont numérotés dans le sens horaire la formule devient :

$$A = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) / 2 \cdot (y_{i-1} + y_i)$$

On peut donc retenir que $A = \left| \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_{i-1}) \cdot (y_i + y_{i-1})}{2} \right|$

Si on inverse les coordonnées x et y le problème est similaire.

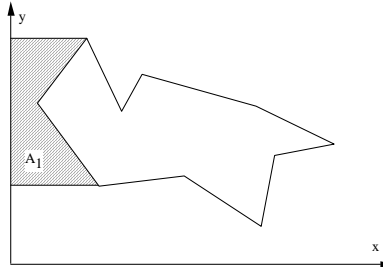


Figure 9

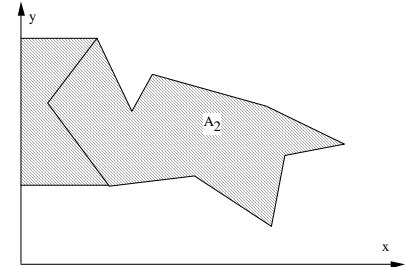


Figure 10

A.2.2.1.2 Caractéristiques de longueur

Il existe différentes caractéristiques de longueur pouvant être utilisées.

- Périmètre :

Pour le mesurer, on curvimètre le bassin versant. Souvent, les résultats dépendent de l'échelle de la carte (les détails sont plus ou moins nombreux).

Si le contour du bassin versant est schématisé par un contour polygonal défini par n points de coordonnées x_i et y_i , le périmètre P peut être calculé par la relation suivante :

$$P = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}$$

- longueur du plus long talweg

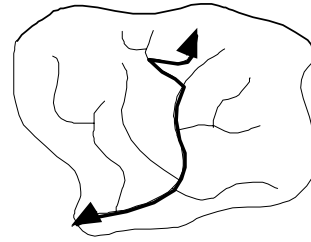


Figure 11 : plus long Talweg

- Distance entre l'exutoire et le centre de gravité

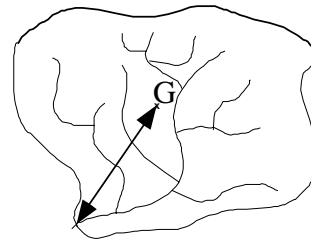


Figure 12 : distance exutoire centre de gravité

- L : plus grande longueur

- l : plus grande largeur (perpendiculaire à la plus grande longueur)

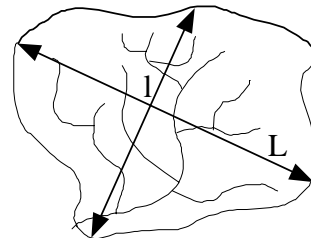


Figure 13 : plus grande longueur et largeur

A.2.2.1.3 Caractéristiques de forme

A.2.2.1.3.1.1 coefficient K de Gravelius = coefficient de compacité

$$K_c = \frac{P}{2\sqrt{\pi A}} \approx 0,28 \frac{P}{\sqrt{A}}$$

Ce paramètre est supérieur ou égal à 1 ; il est proche de 1 si le bassin versant est proche d'une forme circulaire.

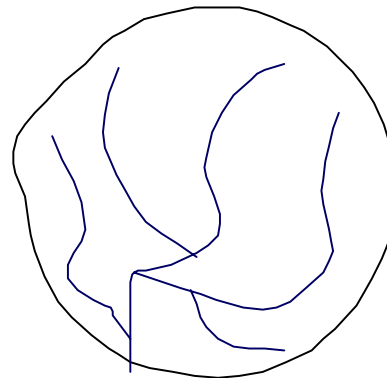


Figure 14 : Kc proche de 1

A.2.2.1.3.1.2 Rapport de la plus grande longueur à la plus grande largeur

A.2.2.1.3.1.3 Rectangle équivalent

Dimension du rectangle ayant même périmètre et même surface

A.2.2.1.3.1.4 Courbe aire-distance

Cette courbe donne la surface S (en km² ou en pourcentage du bassin versant) en fonction de la distance hydraulique (point se trouvant à une distance hydraulique supérieure à d). La distance hydraulique est la distance parcourue par une particule d'eau qui **ruisselle** d'un point jusqu'à l'exutoire.

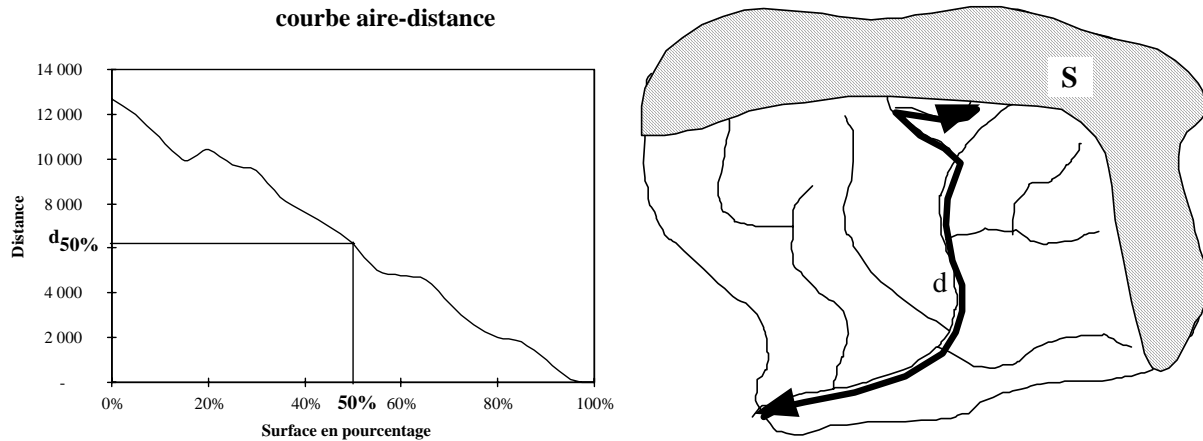


Figure 15 : détermination de la courbe aire-distance

Pour calculer la distance hydraulique, on recherche la ligne de plus grande pente par calculs successifs (informatisés)

A.2.2.2 Caractéristiques des altitudes (hypsométrie)

Nous nous intéresserons à la dispersion des altitudes plutôt qu'à l'altitude moyenne. Pour cela on trace la courbe hypsométrique, qui est la courbe de la surface (en km² ou en pourcentage du bassin versant) où les altitudes sont supérieures à une altitude h donnée.

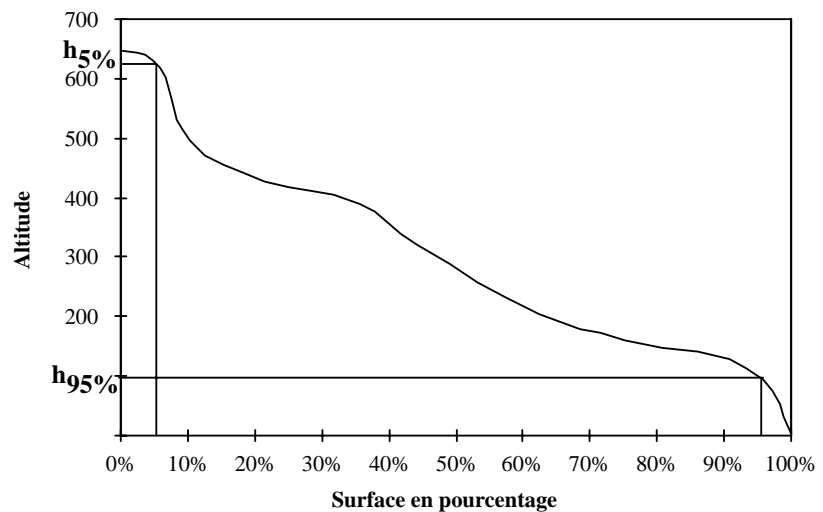


Figure 16 : courbe hypsométrique

Deux méthodes permettent d'obtenir cette courbe :

- on planimètre entre les courbes de niveau,
- on échantillonne les altitudes selon un maillage et l'on considère que l'altitude au centre de la maille correspond à l'altitude de la maille.

A partir de cette courbe il est possible de définir la dénivelée D par : $D = h_{5\%} - h_{95\%}$

A.2.2.3 Indices de pente

A.2.2.3.1 Pente moyenne

La première manière de caractériser les pentes est de calculer la valeur moyenne I pondérée par les surfaces.

Soient D l'équidistance (différence d'altitude) entre 2 courbes de niveau (sur les cartes au 1/50 000, souvent $D = 20$ m), d_j la largeur moyenne de la bande j comprise entre les lignes de niveau j et $j+1$, n_j la pente moyenne de cette bande. La pente moyenne sur cette bande est donc :

$$n_j = \frac{D}{d_j}$$

L'aire de la surface comprise entre les courbes j et $j+1$ (a_j) est : $a_j = d_j \cdot l_j$

La pente moyenne I est la moyenne pondérée par les surfaces, des pentes entre les courbes de niveau. Si A est la surface totale du bassin versant :

$$I = \frac{\sum n_j \cdot a_j}{\sum a_j} = \frac{\sum \frac{D}{d_j} \times d_j \cdot l_j}{\sum a_j} = D \frac{\sum l_j}{A}$$

Si on note : $L = \sum l_j$ la longueur de l'ensemble des courbes de niveau équidistantes de D :

$$I = \frac{DL}{A}$$

Pour calculer la pente moyenne, il est donc nécessaire de connaître l'équidistance entre les courbes de niveau, l'aire du bassin versant et la longueur des courbes de niveau. L'estimation de cette expression simple est cependant laborieuse puisqu'il faut curvimétrer toutes les courbes de niveau. Ceci explique que cet indice soit peu utilisé dans la pratique.

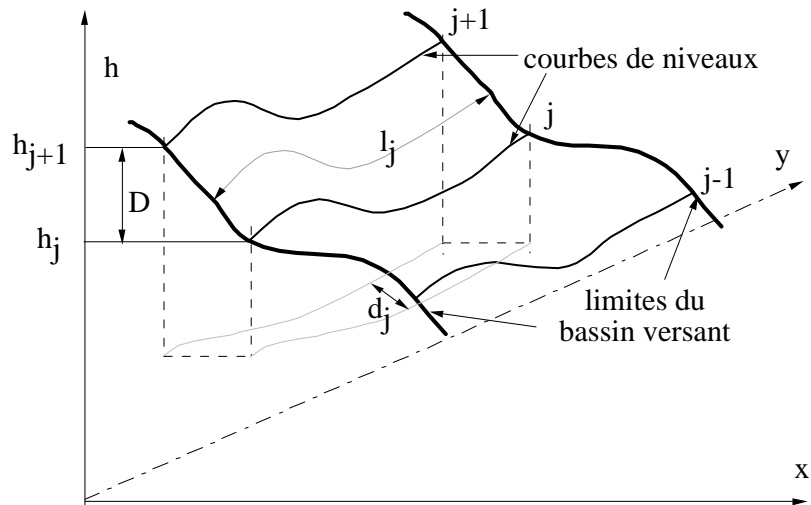


Figure 17 : détermination de la pente moyenne

A.2.2.3.2 Indice de pente de Roche

M. Roche a proposé un indice de pente plus facile à calculer que le précédent à partir de la courbe hypsométrique. I_p est la moyenne de la racine carrée des pentes, mesurées sur le rectangle équivalent, et pondérée par les surfaces.

La pente moyenne n_j sur la bande j est : $n_j = \frac{D}{x_j}$

La surface de cette bande est : $a_j = l \cdot x_j$

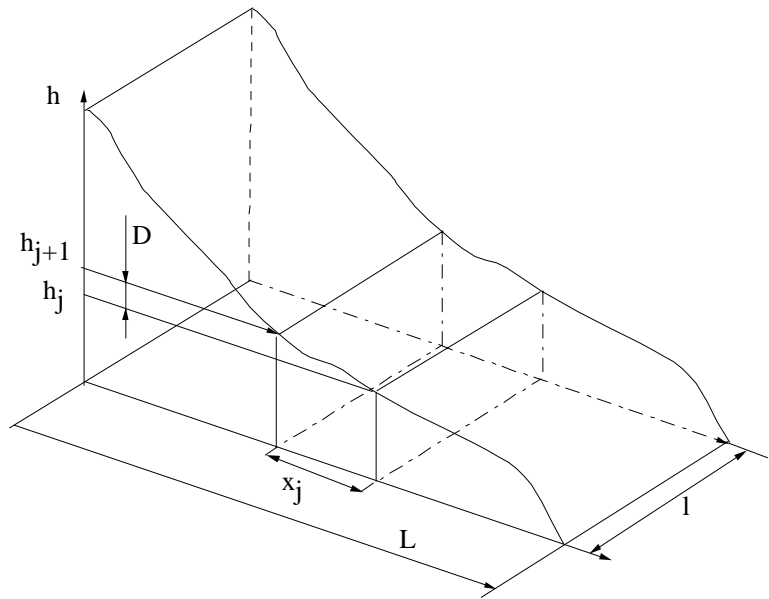


Figure 18 : Indice de pente de Roche

$$\text{D'où l'expression de } I_p : I_p = \frac{\sum a_j \sqrt{n_j}}{\sum a_j} = \frac{\sum x_j \cdot l \cdot \sqrt{\frac{D}{x_j}}}{A} = \frac{l\sqrt{D} \sum \sqrt{x_j}}{L \cdot l} = \frac{\sqrt{D}}{L} \sum \sqrt{x_j}$$

en posant β_j le pourcentage de la surface totale se trouvant entre h_{j+1} et h_j :

$$\beta_j = \frac{x_j \cdot l}{L \cdot l} = \frac{x_j}{L}$$

$$I_p = \frac{\sqrt{D}}{L} \cdot \sqrt{L} \cdot \sum \sqrt{\beta_j} = \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{L}} \cdot \sum \sqrt{\beta_j}$$

L'estimation de I_p est plus simple que celle de I puisque l'on travaille sur le rectangle équivalent. Par ailleurs, la valeur de I_p est peu affectée par le choix de D (une dizaine de classes suffit pour bien estimer I_p).

A.2.2.3.3 Indice de pente globale

L'indice de Roche étant trop long à évaluer pour des études rapides, on a proposé un indice encore plus simple : la pente globale : $I_g = \frac{D}{L}$

D étant la dénivelée : $D = h_{5\%} - h_{95\%}$ définie sur la courbe hypsométrique ou même directement à l'œil sur la carte topographique.

L étant la longueur du rectangle équivalent.

R1	Relief très faible	$I_g < 0,002$
R2	Relief faible	$0,002 < I_g < 0,005$
R3	Relief assez faible	$0,005 < I_g < 0,01$
R4	Relief modéré	$0,01 < I_g < 0,02$
R5	Relief assez fort	$0,02 < I_g < 0,05$
R6	Relief fort	$0,05 < I_g < 0,1$
R7	Relief très fort	$0,1 < I_g$

Tableau 2 : Classement ORSTOM du relief à partir de l'indice de pente globale (pour des bassins versants < 25 km²)

A.2.2.3.4 Dénivelée spécifique

I_g diminue quand L augmente (donc en général quand la surface du bassin versant augmente) ; il sera donc difficile de comparer deux bassins versants de taille différente. On définit donc une grandeur qui ne présente pas cet inconvénient : D_s : dénivelée spécifique :

$$D_s = I_g \sqrt{A}$$

D_s est proportionnelle à la longueur : $D_s = \frac{D}{L} \sqrt{L \cdot l} = D \sqrt{\frac{l}{L}}$

D_s dépend de l'hypsométrie D et de la forme du bassin.

R1	Relief très faible	$D_s < 10 \text{ m}$
R2	Relief faible	$10 \text{ m} < D_s < 25 \text{ m}$
R3	Relief assez faible	$25 \text{ m} < D_s < 50 \text{ m}$
R4	Relief modéré	$50 \text{ m} < D_s < 100 \text{ m}$
R5	Relief assez fort	$100 \text{ m} < D_s < 250 \text{ m}$
R6	Relief fort	$250 \text{ m} < D_s < 500 \text{ m}$
R7	Relief très fort	$500 \text{ m} < D_s$

Tableau 3 : Classement ORSTOM du relief à partir de la dénivelée spécifique (indépendant de la surface)

A.2.3 Caractéristiques du réseau hydrographique

- Forme : par exemple, on veut séparer :

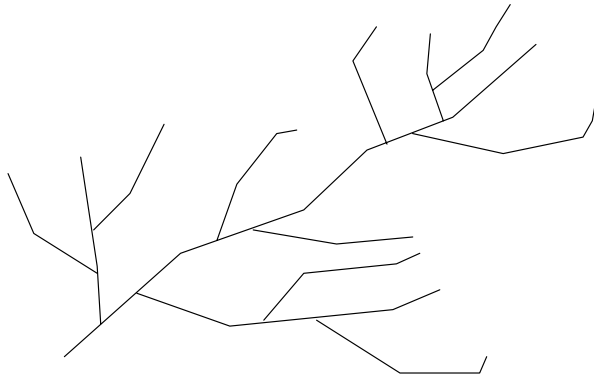


Figure 19 : Réseau en arêtes de poisson

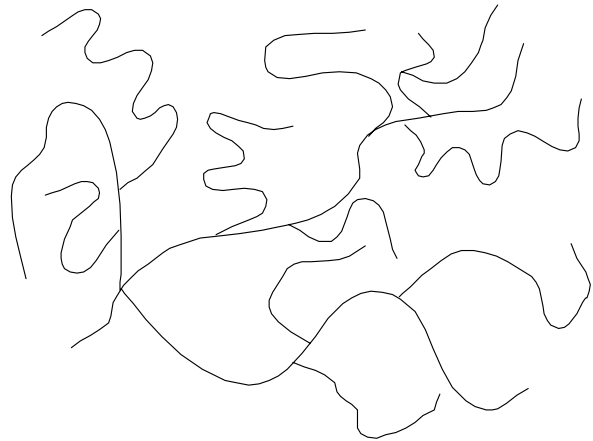


Figure 20 : Réseau dendritique

- Densité du réseau

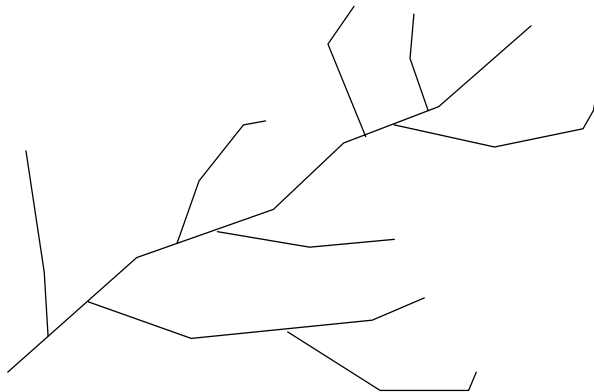


Figure 21 : réseau à faible densité

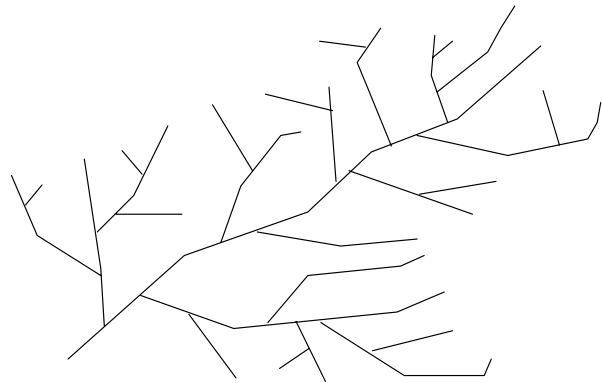


Figure 22 : même réseau mais beaucoup plus dense

A.2.3.1 Hiérarchisation du réseau

Il s'agit de numéroter les cours d'eau en fonction de leur importance. Strahler propose de les classer de la manière suivante :

- les cours d'eau sans affluents sont d'ordre 1
- au confluent de deux cours d'eau de même ordre résulte un cours d'eau d'ordre $n+1$
- un cours d'eau recevant un affluent d'ordre inférieur garde son ordre (par exemple si un cours d'eau d'ordre 4 reçoit un cours d'eau d'ordre 1 => toujours ordre 4)

Problème : définition de l'ordre 1 dépend de l'échelle à laquelle on travaille. On peut cependant établir une correspondance entre l'échelle et l'ordre réel (révélé par photographie aérienne)

Ordre réel	Ordre lu sur la carte	Echelle de la carte
2	1	1/20 000
3	1	1/50 000
4	1	1/100 000
5	1	1/200 000

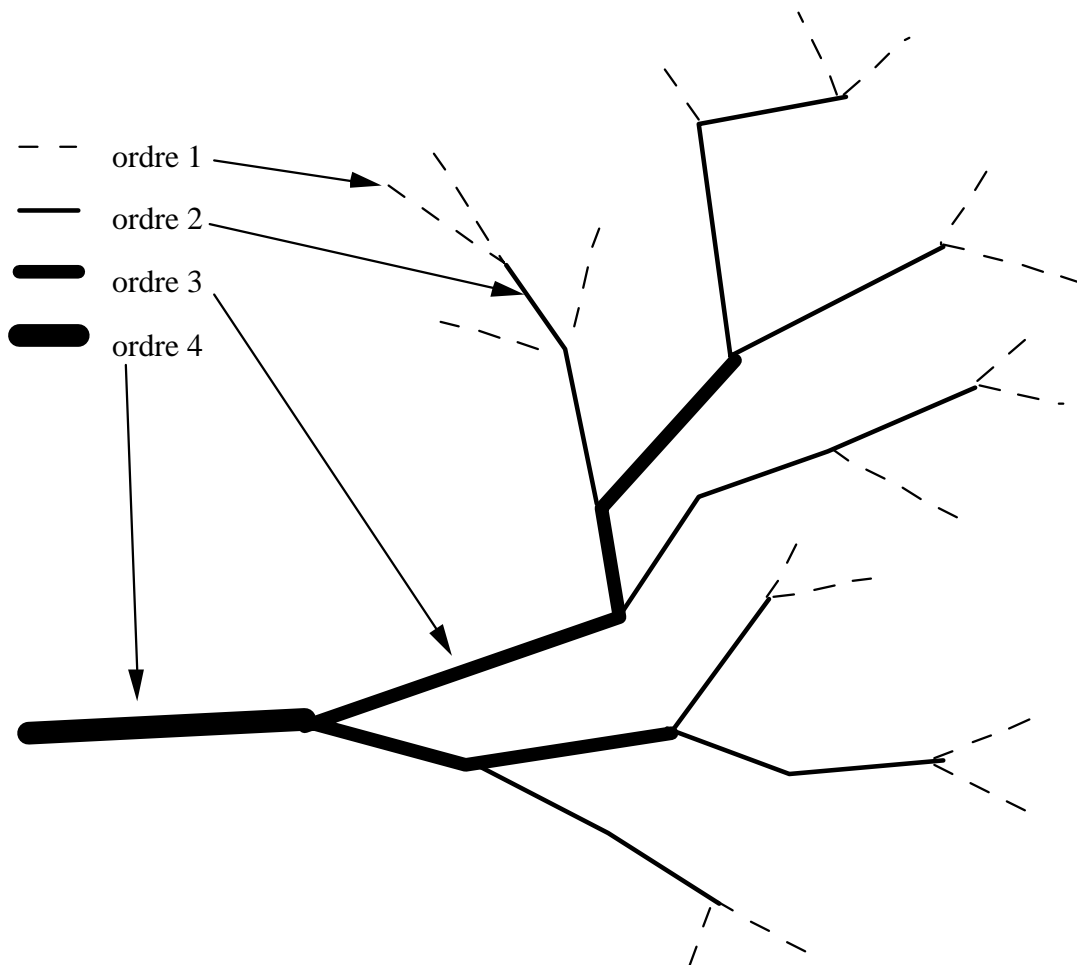


Figure 23 : hiérarchisation du réseau hydrographique

Quand la hiérarchisation du réseau hydrographique est établie, il peut être intéressant de caractériser son développement, c'est-à-dire le nombre de cours d'eau et la longueur des cours d'eau.

A.2.3.2 Lois de Horton

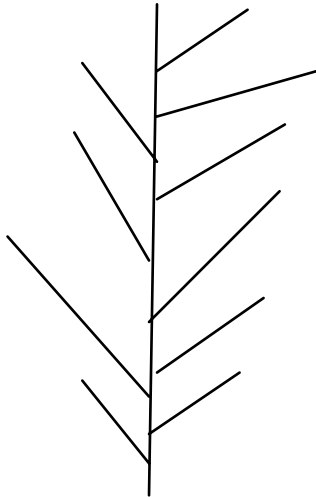
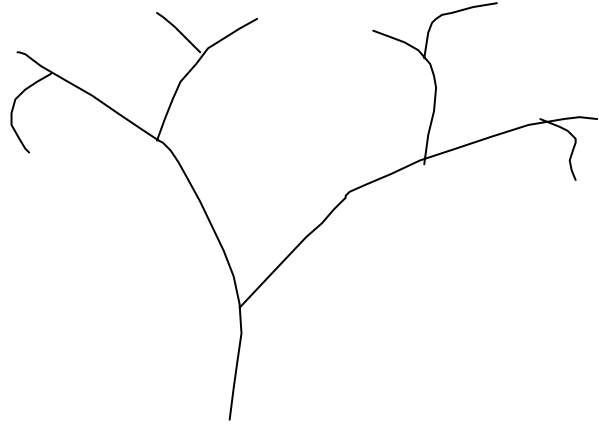
Les lois de Horton sont des "lois" empiriques qui relient le nombre, la longueur moyenne et l'ordre des cours d'eau ;

Rapport de confluence : c'est le rapport du nombre de cours d'eau d'ordre n au rapport du nombre de cours d'eau d'ordre $n+1$:

$$R_{c(n)} = \frac{\text{nombre de cours d'eau d'ordre } n}{\text{nombre de cours d'eau d'ordre } n + 1}$$

On constate que, quel que soit n , ce rapport R_c est à peu près constant.

R_c va permettre de différencier des réseaux en arête de poisson pour lesquels R_c est important et des réseaux dendritiques pour lesquels R_c est faible :

Figure 24 : $R_c = 10$ Figure 25 : $R_c = 2$

Si R_c est constant le nombre de cours d'eau d'ordre n suit une progression géométrique.

Rapport de longueur : $Rl_{(n)} = \frac{\bar{l}_n}{\bar{l}_{n-1}}$

La définition est analogue à la précédente, mais avec la longueur moyenne des cours d'eau (\bar{l}).

Là encore on constate que les longueurs moyennes suivent aussi une progression géométrique et que $Rl(n)$ est à peu près constant

Pour déterminer R_c et Rl on trace le nombre de cours d'eau d'ordre i (ou la longueur des cours d'eau d'ordre i) en fonction de l'ordre sur du papier semi-log et on peut procéder à un ajustement graphique.

A.2.3.3 Autres caractéristiques

Il existe d'autres paramètres que Rl et R_c qui caractérisent le chevelu du réseau. On peut citer :

- La densité de drainage : $D_d = \frac{\sum l}{A}$

$\sum l$: longueur totale des cours d'eau

A : surface du bassin versant

- Fréquence des talweg d'ordre 1 $F_1 = \frac{n_1}{A}$

Problème d'échelle encore

- Courbe aire-distance

Cette courbe a déjà été citée précédemment dans les caractéristiques du bassin versant.

Pour pouvoir faire des comparaisons entre ces caractéristiques il est important de toujours prendre le même support.

A.2.3.4 Profil en long

Ces profils sont établis en portant sur un graphique, en abscisse les longueurs à partir d'un point de référence, en ordonnée la côte (altitude) de la surface de l'eau ou parfois celle du fond de la rivière. Le point de référence des longueurs est généralement la source, mais le profil peut être aussi effectué sur un tronçon de rivière.

Ces profils sont parfois établis quand il existe des problèmes de navigation ou lors d'études pour l'hydroélectricité.

Les profils en long permettent d'estimer la pente moyenne du cours d'eau ; cette dernière est calculée en décomposant le profil en long en tronçons de pente constante.

i_j : pente du tronçon j

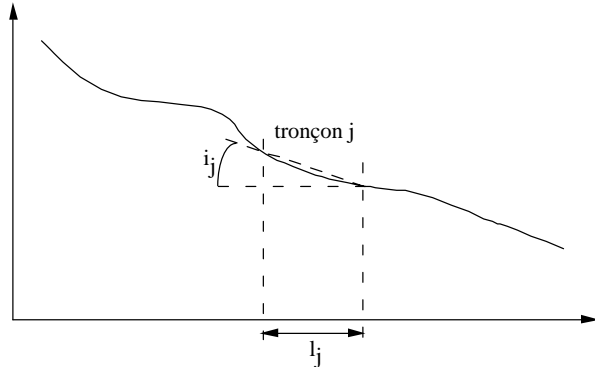


Figure 26 : Profil en long

Cette estimation de pente moyenne est généralement utilisée pour le calcul des temps de concentration dans un bassin versant, or la vitesse de transfert de l'eau varie comme \sqrt{I} (I étant la pente).

En faisant une moyenne arithmétique ; les deux profils ci-contre ont la même pente moyenne, alors qu'ils n'auront pas le même comportement.

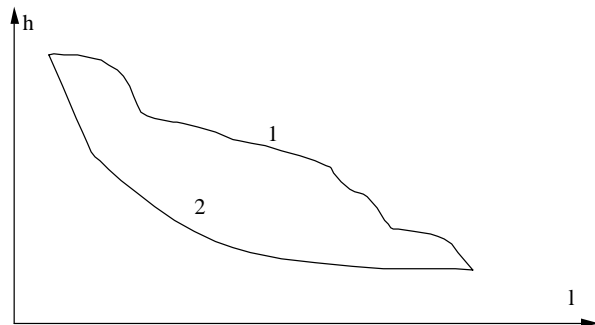


Figure 27 : pente moyenne d'un profil en long

On va donc rechercher la pente moyenne comme étant la pente qui provoquerait la même vitesse de propagation V . Comme V varie en fonction de la racine carrée de la pente du bassin versant \sqrt{I} , le temps T varie comme $\frac{1}{V}$ donc comme $\frac{1}{\sqrt{I}}$. La pente moyenne est donc

$$\text{estimée par : } \frac{1}{\sqrt{I}} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^n \frac{l_j}{\sqrt{i_j}}$$

l_j : longueur des tronçons de pente constante

i_j : pente du tronçon j

A.2.4 Caractéristiques géologiques

La géologie d'un bassin versant conditionne le régime de ses cours d'eau :

- en période de crue, les débits seront d'autant plus importants que le bassin sera imperméable,
- par contre en période de basses eaux, les débits seront d'autant plus importants que les nappes sont nombreuses (donc le sous-sol perméable).

La géologie influence également sur l'évapotranspiration :

- par l'effet thermique dû à la couleur du sol,
- par la végétation qui varie en fonction de la nature du sol.

L'ORSTOM a proposé une classification en 5 types, basée sur la Perméabilité :

Classe	Intitulé	Exemple
P1	Zone perméable à aquifère drainant ou non drainé (le terrain qui constitue l'aquifère est important ; l'aquifère n'alimente pas ou peu le réseau hydrographique)	Formations gréseuses dont les exutoires sont à l'extérieur du bassin versant.
P2	Zone perméable à aquifère drainé Aquifère important alimentant une partie du réseau hydrographique	Formations gréseuses dont les sources alimentent le réseau
P3	Perméabilité moyenne ou faible.	Alternances marne-calcaire
P4	Zone karstique.	Formations calcaires avec perméabilité de fissures et développement d'un réseau souterrain.
P5	Imperméable.	Terrains marneux, argileux, cristallins (granite, schistes)

A.2.5 Le couvert végétal

Le couvert végétal :

- influence sur l'évapotranspiration,
- retarde le ruissellement,

Il est possible d'évaluer le pourcentage de la surface du bassin versant occupé par les différents types de végétation.

A.2.6 Caractéristiques glaciologiques

C'est le pourcentage de la surface occupée par les glaciers.

A.3 La Pluie

A.3.1 Mesure des précipitations

Le principe de la mesure de la précipitation est de poser un récipient, d'aire horizontale A au sol et de mesurer le volume V de pluie tombée pendant un temps Δt . La hauteur de pluie $H_{\Delta t}$, tombée pendant l'intervalle de temps Δt est :

$$H_{\Delta t} = \frac{V}{A}$$

Le récipient de mesure est, en fait, normalisé et s'appelle un pluviomètre s'il s'agit du récipient seul, un pluviographe, si l'appareil est relié à un système de mesure automatique. L'appareil doit être installé de telle manière que la surface réceptrice soit bien horizontale et à 1 m de la surface du sol. Il existe des pluviographes ayant une surface de 400 cm² et 1000 cm².

Suivant le système d'acquisition associé, le pas de temps minimum de cumul du volume de pluie est plus ou moins fin.

A.3.2 Synthèse des mesures de précipitations

Les données sont enregistrées avec un pas de temps minimum Δt en un point. On peut faire des cumuls horaires, journaliers, mensuels... (Nancy environ 700 mm/an).

Il faut les critiquer immédiatement :

- Corrélation des postes 2 à 2 ;
- Corrélation de la somme des précipitations (méthode de la double masse) pour se rendre compte des dérives systématiques ;
- Fréquence des chiffres utilisés ;
- Probabilité d'une observation ;

A.3.3 Calcul de la pluie moyenne sur un bassin versant

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour déterminer la pluie moyenne sur un bassin versant :

- moyenne des postes ;
- méthode des polygones de Thiessen;
- méthodes des isohyètes ;
- méthodes d'interpolation diverses, en particulier, utilisation de la géostatistique.
- Notion de coefficient d'abattement

On constate que pour une même fréquence d'apparition, donc un même temps de retour l'intensité d'une pluie est d'autant plus forte que sa durée est courte. Ou, à durée de pluie égale, une précipitation sera d'autant plus intense que sa fréquence d'apparition sera petite (donc que son temps de retour sera grand).

Les relations entre les intensités, la durée et la fréquence d'apparition des pluies peuvent être représentées selon des courbes caractéristiques : on parle généralement de courbes Intensité-Durée-Fréquence (IDF). La notion de fréquence est en fait exprimée par la notion de temps

de retour.

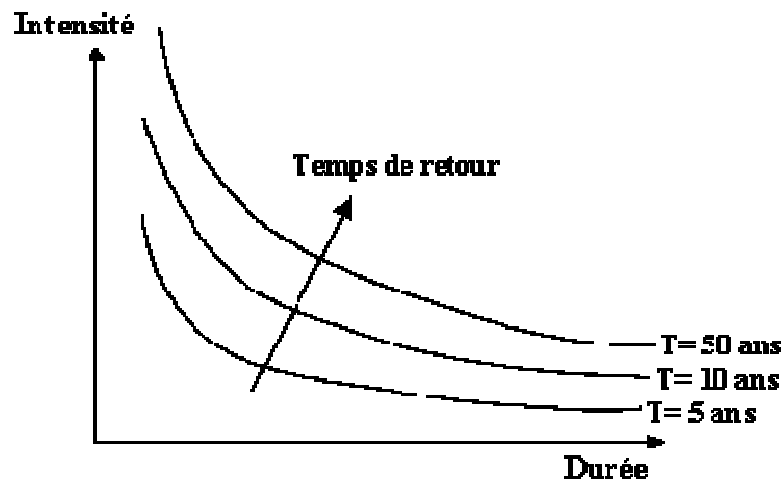


Figure 28 : Représentation schématique des courbes IDF (d'après André Musy <http://hydram.epfl.ch/e-drologie/>)

A.3.4 Statistiques sur les données pluviométriques

On veut connaître :

- la probabilité pour qu'il pleuve x mm de pluie par an ;
- qu'il tombe plus de 200 mm en une journée ;
- moins de 2 mm pendant un mois...

Notion de risques directs, indirects. --> cf. cours Risques



D'après

<http://www.e-atlantide.com/thematiques/shadok/index.htm#dessins>

A.4 Le retour de l'eau à l'atmosphère : évaporation et évapotranspiration

Une partie de l'eau de pluie (même pendant la pluie) est immédiatement ré-évaporée. En effet l'humidité de l'atmosphère est rarement saturée.

Beaucoup d'instruments cités dans ces pages sont très bien décrit sur le site <http://users.skynet.be/bk342309/meteo/index.html>.

A.4.1 Généralités. Définition du pouvoir évaporant.

A.4.1.1 Les formes du retour de l'eau à l'atmosphère

Il y a deux aspects dans le retour de l'eau à l'atmosphère :

- Evaporation-sublimation

C'est l'ensemble des processus physiques de transformation de l'eau liquide en vapeur.

C'est l'évaporation directe à partir d'une surface d'eau libre (mer, lac).

Dans ce cas, la quantité d'eau qui repart à l'atmosphère est liée à des paramètres physiques tels que température de l'air, de l'eau, vitesse du vent, degré de saturation (degré hygrométrique), ensoleillement...

- Transpiration (phénomène biologique)

Elle dépend du couvert végétal, de son stade de développement...

Elle est très difficile à mesurer

On regroupe ces deux phénomènes, sans les distinguer sous le terme "évapotranspiration"

Le pouvoir évaporant d'un sol dépend de plusieurs paramètres :

- atmosphère (degré de saturation de l'atmosphère),

- terrain : aptitude du terrain à accepter l'évapotranspiration,

- surface terrain/atmosphère. Cette surface va régler la vitesse de l'évaporation et donc le taux de l'évapotranspiration.

A.4.1.2 Pouvoir évaporant de l'atmosphère.

L'atmosphère contient une certaine quantité de vapeur d'eau. La pression partielle de vapeur d'eau dans ce mélange est appelée "tension de vapeur". Elle ne peut théoriquement pas dépasser un certain seuil appelé "tension de vapeur saturante". La tension de vapeur saturante augmente avec la température.

Si l'on appelle :

e_{st} la tension de vapeur saturante

e_t la tension réelle de vapeur

le **pouvoir évaporant** de l'atmosphère est fonction de $e_{st} - e_t$. Il est donc fonction des paramètres suivant :

- Température ; quand la température augmente, la tension de vapeur saturante augmente, donc le pouvoir évaporant augmente

- Pression totale : si la pression totale augmente, la pression partielle augmente c'est-à-dire que e_s augmente et par conséquent le pouvoir évaporant diminue. En effet e_{st} ne dépend pas de la pression mais seulement de la température.

Remarque :

$$\text{Pouvoir évaporant} = K (e_{st} - e_t) = K' (1 - h_r) e_{st}$$

$$h_r = 100 \frac{e_t}{e_{st}} : \text{humidité relative}$$

A.4.1.3 Pouvoir évaporant des surfaces d'eau libre.

Théoriquement le pouvoir évaporant d'une surface d'eau libre est la quantité d'eau contenue dans les plans d'eau. En pratique il faut se référer au pouvoir évaporant de l'atmosphère.

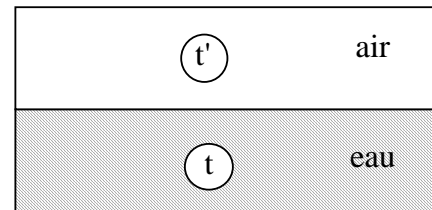


Figure 29

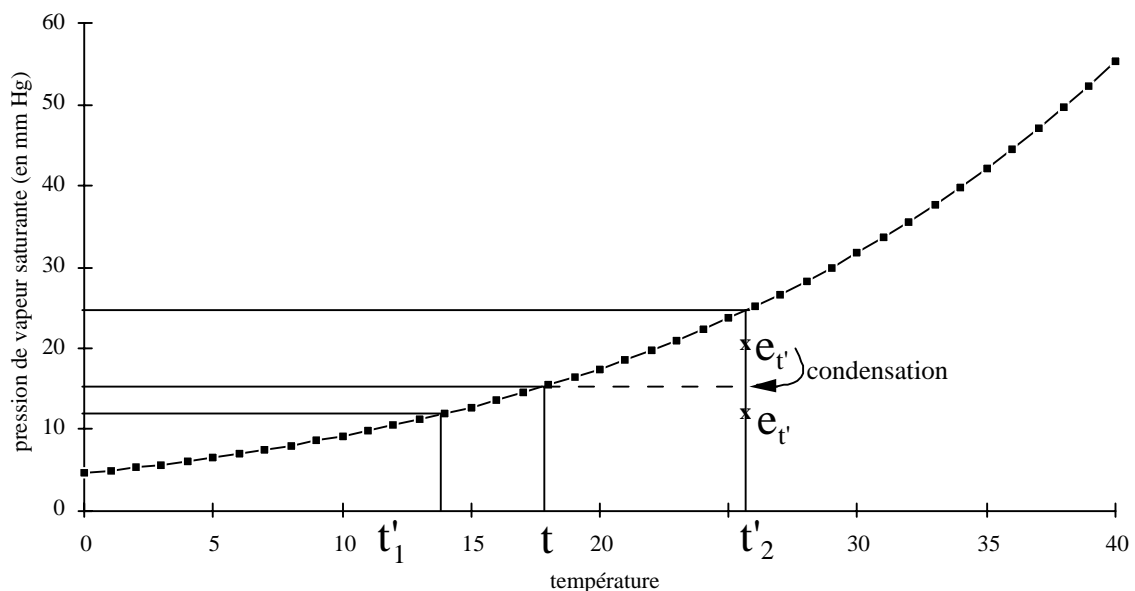


Figure 30 : pression de vapeur saturante en fonction de la température

- $t' < t$ l'atmosphère limite le pouvoir évaporant de l'eau à $e_{st'}$ (e_t est forcément inférieur à $e_{st'}$)
- $t' > t$
 - $e_t' < e_{st}$: possibilité d'évaporation jusqu'à e_{st}
 - $e_t' > e_{st}$: il va y avoir condensation de l'atmosphère vers le plan d'eau, au voisinage de ce dernier

Quand la salinité de l'eau augmente cela limite le pouvoir évaporant de l'eau car e_{st} eau salée inférieur à e_{st} de l'eau douce

A.4.2 Mesures de paramètres physiques conditionnant l'évaporation.

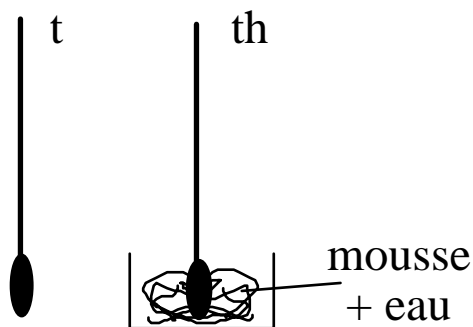
L'évapotranspiration est fonction de différents paramètres météorologiques, dont nous indiquons brièvement les moyens de mesure.

A.4.2.1 Températures

- thermomètre
- thermomètre à minima et maxima

A.4.2.2 Humidité de l'air

A.4.2.2.1 Psychromètre



Un psychromètre se compose de deux thermomètres : un thermomètre sec (en fait à l'humidité de l'air ambiant) et un humide. L'évaporation consommant de l'énergie, la température du thermomètre humide est inférieure à celle du thermomètre en contact avec l'air atmosphérique.

Figure 31 : Psychromètre

Il existe des tables psychrométriques qui permettent connaissant t_{sec} , t_{humide} et la pression atmosphérique d'évaluer le pouvoir évaporant de l'atmosphère.

L'écart psychrométrique $t_s - t_h$ permet donc d'obtenir le degré de saturation de l'air

A.4.2.2.2 Hygromètres

Le psychromètre ne permet pas de faire une mesure en continu. On utilise dans un autre type d'appareil la propriété qu'ont certains corps de s'allonger quand l'humidité augmente. Souvent une mèche de cheveux va servir de capteur. La dilatation de cette mèche est amplifiée, transmise à un stylet et les variations de longueur des cheveux sont enregistrées sur un diagramme entraîné par un mouvement d'horloge.

Problèmes : tarage, vieillissement du capteur.

A.4.2.3 Pression

Il existe plusieurs types de baromètres :

- à mercure,
- à ressort.

Ces baromètres sont éventuellement associés à un enregistrement.

A.4.2.4 Rayonnement solaire

- pyréliomètre (mesure du rayonnement solaire direct)
- pyranomètre (mesure du rayonnement solaire global ou du rayonnement solaire diffus)

A.4.2.5 Vent

- anémomètres : permettent de mesurer la vitesse du vent et la quantité de "vent passé" en hectomètres.
- girouettes. Elles permettent de mesurer la direction du vent.

A.4.3 Mesure de l'évaporation

Les mesures de l'évaporation peuvent se faire de différentes manières selon les buts poursuivis

A.4.3.1 Mesures de l'évaporation à partir d'une surface libre : les bacs

Il paraît évident qu'une des façons la plus simple de mesurer l'évaporation est de mettre une cuvette d'eau et de mesurer au bout d'un certain temps la quantité d'eau évaporée.

Le problème vient de la normalisation de cette mesure ; il faut être capable de répéter la même mesure dans les mêmes conditions, en différents sites.

Différents types d'appareils ont été conçus pour ce genre de mesure. Ils sont installés dans la nature et en général regroupés avec d'autres instruments : pluviomètre, thermomètre flottant et anémomètre.

L'évaporation dans ces différents appareils dépend des conditions d'installation.

Les appareils peuvent être classés en 3 catégories:

A.4.3.1.1 Les bacs placés au-dessus du niveau du sol

Ils ont l'avantage d'avoir des conditions d'installation simple et de ne pas recevoir de gouttes de pluie provenant du rejaillissement des gouttes de pluie du terrain avoisinant.

Ces appareils sont par contre sensibles aux variations de températures et à l'insolation. Pour remédier en partie au problème il est possible d'isoler les parois extérieures du bac

exemple de bac : le bac dit de classe A

Ce bac est un cylindre de 121,9 cm et de 25,4 cm de haut. On maintient dans le bac une épaisseur d'eau de 17,5 à 20 cm. L'appareil est posé sur un caillebotis à 15 cm du sol. Le caillebotis permet l'aération du bac.

A.4.3.1.2 Les bacs enterrés

L'eau y est maintenue au niveau du sol.

Les fluctuations thermiques de l'appareil correspondent plutôt à celles du sol et ces bacs sont donc moins sensibles à la température ambiante.

Ils ont l'inconvénient de recueillir les gouttes de pluies ayant rebondi sur le sol mais aussi les détritiques.

Leur installation et leur entretien sont délicats en particulier en cas de fuite cette dernière est difficilement détectable.

Exemple : le bac Colorado

A.4.3.1.3 Les bacs flottants :

Ils sont utilisés quand on veut étudier l'évaporation de grandes surfaces. Leur installation est difficile de même que les mesures (en particulier en cas de vent).

Les deux principaux problèmes posés par ces bacs sont donc les conditions d'installation (représentativité du milieu et protection du bac) et les dimensions du bac. Pour corriger l'évaporation par rapport à la pluie, un pluviomètre de même diamètre est associé au bac. Ce pluviomètre doit être installé dans les mêmes conditions (au sol si le bac est au sol)

En général les mesures sont effectuées deux fois par jour à 6h et 18h .

Les bacs permettent une estimation de l'évaporation d'une surface d'eau libre, mais il est nécessaire d'apporter une correction à la mesure qui tient compte des dimensions du bac. On multiplie donc l'évaporation mesurée par un coefficient de bac qui varie entre 0,6 et 0,99 et qui augmente avec les dimensions du bac (un grand bac est assimilable à une surface d'eau libre alors que dans un petit bac l'évaporation est plus importante).

A.4.3.2 A partir des surfaces poreuses (les atmomètres)

Ces appareils sont destinés à mesurer une grandeur caractéristique du pouvoir évaporant de l'air ambiant.

Pour mesurer le pouvoir évaporant de l'atmosphère les agronomes et les météorologues utilisent des surfaces poreuses : sphères poreuses ou plaques de porcelaine blanche.

Le taux d'évaporation d'un tel système est considéré comme étant voisin de celui des plantes (stomates).

L'atmomètre type Livingston est une sphère poreuse de 5 cm de diamètre et de 1 cm d'épaisseur remplie d'eau distillée provenant d'un réservoir gradué qui sert à l'alimentation et à la mesure du volume évaporé.

L'évaporomètre de Piche est un type d'atmomètre. C'est un appareil simple d'emploi et de faible coût. Il est constitué d'un tube de verre en forme de U gradué. A l'extrémité de ce tube est fixée une capsule de buvard blanc. Le tube assure à la fois l'alimentation et la mesure ; il est gradué et fermé à la partie supérieure. L'ouverture inférieure est donc obturée par une feuille circulaire de papier buvard. L'appareil ayant été rempli d'eau distillée, la diminution du niveau de l'eau dans le tube permet de calculer le taux de l'évapotranspiration.

Ces deux types d'appareils permettent de mesurer l'évaporation à travers une surface poreuse. Ils doivent avoir :

- une faible inertie thermique,
- ne pas être perturbés par le vent,
- ne pas modifier l'humidité de l'air ambiant (donc être de petite taille)

A.4.3.3 Formules empiriques d'estimation du pouvoir évaporant

En l'absence de mesures directes, il existe un certain nombre de formules empiriques, basées sur des mesures climatologiques qui tentent d'estimer l'évapotranspiration. Elles sont basées sur la loi de Dalton :

$$E (\text{évaporation}) = k (e_{st} - e_s) / P$$

A.4.3.3.1 Formule de Lugeon

Cette formule donne l'évapotranspiration potentielle au cours d'un mois de n jours

$$E = 0,398 \cdot n \cdot (e_{sm} - e_m) \frac{(273 + t_m) \times 760}{273 \times (P - e_{sm})}$$

e_{sm} : tension de vapeur saturante pour la température maximale mensuelle moyenne

e_m : tension réelle moyenne mensuelle

P : pression en mm de mercure.

A.4.3.3.2 Formule de Meyer

$$E = C \cdot (e_{sm} - e_m) \cdot \left(1 + \frac{V}{10}\right)$$

V : vitesse moyenne mensuelle du vent en milles/heure

E_m : évaporation moyenne mensuelle

C : coefficient empirique : C = 15 pour les bacs Colorado et C = 11 pour les réservoirs, les lacs profonds.

- en URSS il existe une formule équivalente à la formule de Meyer

- Formule de Coutagne

Cette formule est basée sur l'écart psychrométrique

Remarque : ces formules correspondent à des réservoirs de grandes dimensions et donc à une évaporation potentielle.

A.4.3.4 Ordre de grandeur du pouvoir évaporant

En région parisienne : 1 mm/j en hiver

3 mm/j en été

Dans les Bouches du Rhône : 3 mm/j en hiver

9 mm/j en été

mer Morte 2400 mm/an

lac Tchad 2260 mm/an

Sud de la France 1000 à 1500 mm/an

l'évaporation moyenne en France est de 600 mm/an

A.4.4 Mesures et estimation de l'évapotranspiration réelle et potentielle

A.4.4.1 Notion d'évapotranspiration réelle et potentielle

On appelle évapotranspiration réelle notée ETR la quantité d'eau (en général exprimée en mm) évaporée ou transpirée par le sol, les végétaux et les surfaces d'eau libre d'un bassin versant.

On appelle évapotranspiration potentielle (ETP), la quantité d'eau susceptible d'être évaporée, si la quantité d'eau disponible était illimitée.

A.4.4.2 Mesures directes

A.4.4.2.1 Les cases lysimétriques (mesure de ETR)

Cet appareil est une cuve étanche enterrée et remplie d'un bloc de sol de quelques mètres carrés et d'environ 2 mètres d'épaisseur. Le sol est drainé par un lit de cailloux à la base de la case. L'eau d'infiltration (I) est recueillie. Un collecteur qui fait le tour de la cuve permet d'évaluer le ruissellement.

Les informations suivantes peuvent être mesurées :

- P : pluie (grâce à un pluviomètre)
- Q : ruissellement
- I : infiltration (vers la nappe)
- ΔR : variation des réserves

(ces variations sont mesurés soit par pesée soit au moyen de sondes)

Il est donc possible d'écrire le bilan suivant :

$$P = E + Q + I + \Delta R$$

dans lequel seule E est inconnue.

Problèmes posés par les cases :

les cases perturbent les relations sol/atmosphère et sol/sous-sol.

La végétation que l'on peut installer au niveau d'une case n'est pas représentative de celle d'un bassin versant (il n'est pas possible de planter un arbre sur une case lysimétrique !)

A.4.4.2.2 Les parcelles d'essai

Pour essayer d'avoir un échantillon plus représentatif, il est possible de choisir une parcelle sur laquelle on tentera d'effectuer un bilan.

Au niveau de cette parcelle les mesures suivantes seront effectuées : la pluie, le degré de saturation du sol. En effet grâce à des forages le *profil hydrique* du sol en différents points pourra être établi grâce à une sonde à neutrons.

Pour contrôler les apports amont et les départs aval, la parcelle est entourée de béton.

A.4.4.3 Estimation de l'évapotranspiration

Il existe différentes formules permettant d'estimer l'ETP et l'ETR (cf. TD)

A.4.4.3.1 Evapotranspiration potentielle

- Formule de Turc
- Formule de Thorwaithe

A.4.4.3.2 Evapotranspiration réelle

- Formule de Turc
- Méthode du bilan de Thorwaithe

A.4.4.4 Bilan au niveau d'un bassin versant

P, Q et E sont estimées

$$P = Q + E \pm \Delta S \pm \Delta SS \pm \Sigma Q_s$$

ΔS : variation des réserves du sol

ΔSS : variation des réserves du sous-sol

ΣQ_s : échanges souterrains cachés ou invisibles

Quand on fait le bilan au niveau de l'année, en moyenne ΔS et ΔSS sont pratiquement nuls, par contre ΣQ_s n'est pas forcément négligeable; il l'est si l'on considère un bassin versant de grande dimension. Nous avons donc : $P = Q + E$

On appelle déficit d'écoulement D : $D = P - Q$ et l'on compare cette valeur à l'évaporation E .

On a observé que ce déficit d'écoulement varie peu sous nos climat. Il est de l'ordre de 400 à 600 mm ; il varie avec la température l'altitude et la pression.

Il existe des formules pour approcher la valeur de ce déficit d'écoulement. Il est estimé à partir des paramètres métrologiques mesurés.

- Variations D en fonction de la température

Cette formule est de la forme : $D = a t + b$

D : valeur moyenne annuelle

t : température moyenne annuelle

a et b dépendent de la géographie

Sous nos latitudes pour $P = 800 \text{ mm} \pm 20\%$ Coutagne propose la relation :

$$D \text{ (en mm)} = 210 + 10 t$$

- variations de D en fonction de la pluie

On a toujours $D < P$ (évaporation < pluie)

Le déficit atteint un maximum et décroît ou n'augmente plus ensuite en fonction de la pluviométrie.

D_m correspond à la tension de vapeur saturante

- variations de D en fonction de la pluviométrie et de la température

$$D_m = P - \lambda P^2$$

$$\lambda = 1 / (0.8 + 0.14 t) \quad t: \text{température en } ^\circ \text{C}$$

La formule est applicable si $1 / 8 \lambda < P < 2 \lambda$

- si $P < 1 / 8 \lambda$ $P = D$ (faibles précipitations)
- si $P > 1 / 2 \lambda$ D est indépendant des précipitations

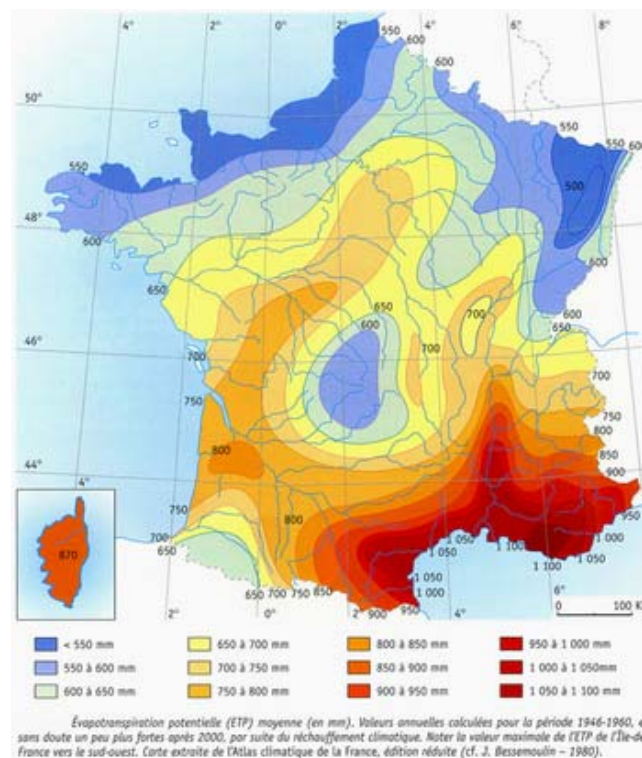


Figure 32 : ETP en France, d'après J. BESSEMOULIN (dir.), 1980. Atlas climatique de la France. Ed. réduite. Réed., Ministère des transports, Paris, n.p

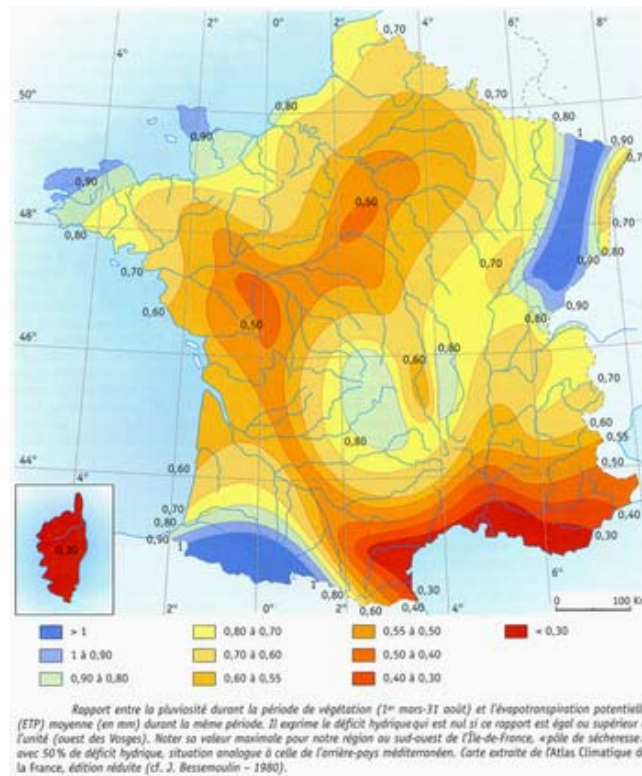


Figure 33 : Rapport pluviométrie ETP, d'après J. BESSEMOULIN (dir.), 1980. Atlas climatique de la France. Ed. réduite. Réed., Ministère des transports, Paris, n.p

A.5 Les écoulements de surface

A.5.1 mesure des débits

Problème : Etablir les variations de débits Q à l'exutoire d'un bassin versant en fonction du temps. Le problème réside en l'établissement de la courbe $Q(t)$. Pour connaître ces débits, des stations de jaugeage sont installées sur les rivières.

A.5.2 Estimation des débits de fréquence rare

A.5.2.1 A partir des statistiques sur les débits

A.5.2.2 A partir de modèles pluie-débit

Analyse d'un hydrogramme de crue

Annexe : Quelques rappels de statistiques

a - Rappels sur la notion de population

Soit X une variable aléatoire

La probabilité que X soit inférieure à une valeur x s'écrit : $P(X \leq x) = F(x)$

F(x) est la fonction de répartition de la variable aléatoire X. $0 \leq F(x) \leq 1$

Si F est continue, elle est dérivable et on peut définir sa densité de probabilité f(x) par :

$$F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx$$

Paramètres d'une loi de probabilité :

Paramètres de tendance centrale	moyenne
	médiane
	mode

Les moments :

le moment d'ordre k est : $m_k = \int_{xa}^{xb} x^k f(x) dx$

le moment centré d'ordre k est : $\mu_k = \int_{xa}^{xb} (x - \bar{x})^k f(x) dx$

Le moment d'ordre 1 est la moyenne, le moment centré d'ordre 2 est la variance, sa racine carrée l'écart type.

b - Rappels sur la notion d'échantillon.

Soit X une variable aléatoire (par exemple en hydrologie : la pluie qu'il tombe en 24 heures, l'altitude sur un bassin versant), on ne pourra rarement connaître totalement cette variable (jamais en ce qui concerne la pluie, par exemple), ce que l'on a, c'est un échantillon.

si λ est un paramètre de la variable aléatoire que suit la population (ex : la moyenne μ), on ne peut, à partir de l'échantillon, que calculer une estimation l du paramètre λ (ex : m la moyenne de l'échantillon est l'estimateur de μ).

Soit un échantillon $(x_1, x_2, \dots, x_i \dots, x_n)$

L'estimation de la moyenne de la population mère est : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

L'estimation de la variance de la population mère est $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

c - Ajustement

On connaît un échantillon d'une population et on va chercher à ajuster les paramètres de la population mère par rapport à l'échantillon que l'on a. Plusieurs types d'ajustement sont possibles (méthode des moments, méthode graphique, méthode du maximum de vraisemblance)

- méthode des moments : on calcule à partir de l'échantillon un estimateur des premiers moments (moyenne, variance et éventuellement moment d'ordre 3). On estime autant de moments que la loi comporte de paramètres. En assimilant les moments calculés à partir de l'échantillon à ceux de la population mère, il est possible de trouver les paramètres de la loi.
- méthode graphique.

A chaque valeur mesurée on va associer une fréquence. Pour cela on classe les valeurs mesurées par ordre croissant ($x_1, x_2 \dots x_i \dots x_n$). i est donc le nombre de fois où a été observé une valeur de x inférieure ou égale à x_i parmi n observations. On peut montrer que dans ce cas la fréquence $F(x_i)$ associé à x_i est une variable aléatoire dont une valeur approchée de la médiane est :

$$F_i = \widehat{F}(x_i) = \text{Prob}(x \leq x_i) = \frac{i-0,5}{n}$$

On estime donc la fréquence de la valeur de rang i par : $F_i = \frac{i-0,5}{n}$

ou encore F_i est un estimateur de la fonction de répartition ou de la fréquence au non dépassement $F(x_i)$.

En reportant sur un graphique les valeurs associées à leur fréquence sur du papier gradué selon la loi employée, il est possible de vérifier l'ajustement graphique et d'en déduire les paramètres de la loi.

d - Danger d'apparition

Période de retour :

La période de retour T est l'inverse de la fréquence au non dépassement F , pour des fréquences inférieures à 0,5 et l'inverse de la fréquence au dépassement, pour des fréquence supérieures à 0,5.

F ou $F(x)$: Fréquence au non dépassement (probabilité que la pluie soit inférieure à x)

$(1-F)$ est donc la fréquence au dépassement (probabilité que la pluie soit supérieure à x)

si $F < 0,5$

$$\text{si } F < 0,5 : T = \frac{1}{F}$$

$$\text{si } F > 0,5 : T = \frac{1}{1-F}$$

Les Fréquences ont pour unité T^{-1} , puisqu'une durée est associée à chaque donnée (pluie annuelle, pluie maximale mensuelle...). La période de retour a donc la dimension d'un temps.

Bibliographie Hydrosystèmes

- [1] ALERY R., GRISOLLET H. et GUICHMET B., Climatologie. Méthodes et pratiques.
- [2] BEAR J., TSANG C.-F., DE MARSILY G., 1993, Flow and Contaminant transport in fractured Rock, Academic Press, Inc.
- [3] BRAS R. L., 1990, Hydrology, an introduction to hydrologic Sciences, Addison-Wesley Publishing Company
- [4] HILLEL Daniel, 1988, L'eau et le Sol. Principes et processus physiques, collection Pédasup 5, 2^{ème} édition.
- [5] REMENIERAS G., 1965, Hydrologie de l'ingénieur, 2^e édition, Eyrolles, Paris., ROCHE M., 1963, Hydrologie de surface., Gauthier-Villars, Paris
- [6] TRIPLET J.P. et ROCHE G. Météorologie générale. Edition de l'Ecole Nationale de la Météorologie.

Quelques revues

- La Houille Blanche
- Les cahiers de l'ORSTOM
- Journal of Hydrology
- Hydrology

Quelques sites web HYDRO & Environnement

http://waternet.com/	Welcome to WaterNet
http://water.usgs.gov/	USGS Water Resources Information
news:sci.geo.hydrology	Newsgroup: sci.geo.hydrology
http://www.usc.edu/dept/fccchr/ccvlib/	The World Wide Web Virtual Library: Cross-Connection Control/Backflow Prevention
http://dir.yahoo.com/Science/earth_sciences/hydrology/	Yahoo! - Science:Earth Sciences:Hydrology
http://hydram.epfl.ch/e-drologie/general/index.html	Cours Hydrologie Générale (Prof. André Musy) Site fortement conseillé
http://www.ecologie.gouv.fr/rubrique.php3?id_rubrique=4	Ministère de l'écologie et du développement - Domaine de l'eau
http://www.cig.ensmp.fr/~thiry/cours-hydro/hydro00.htm	Expliquer l'hydrogéologie par Médard Thiry
http://www.epa.gov/	US Environmental Protection Agency
http://www.cig.ensmp.fr/~hubert/glu/aglo.htm et http://www.cig.ensmp.fr/~hubert/glu/HINDFR.HTM	Glossaire International d'Hydrologie
http://www.u-picardie.fr/beauchamp/	Plein de choses intéressantes

B HYDROGEOLOGIE ET HYDRODYNAMIQUE : Le milieu naturel, description et fonctionnement. Nappe, types et circulations

B.1 Introduction - généralités

Tous les terrains contiennent un pourcentage plus ou moins important de vides.

L'eau peut généralement pénétrer dans ces vides, y circuler et parfois s'y accumuler.

La présence d'eau dans les terrains est importante, d'une part parce qu'elle constitue des réserves en eau potable et industrielle (qu'il est parfois possible d'exploiter), d'autre part parce qu'elle influe sur les propriétés mécaniques des terrains.

Nous ne nous intéresserons ici qu'à l'aspect réserve, mais l'aspect mécanique n'est pas pour autant négligeable et bien des problèmes géotechniques surviennent parce que l'eau n'a pas été prise en compte ou a été sous-estimée dans les calculs.

L'eau dans les terrains sera étudiée dans ce qui suit à deux échelles et sous deux aspects :

- Nous nous intéresserons dans un premier temps à ce qui se passe au niveau d'un échantillon : nous décrirons les rapports entre les terrains et l'eau d'un point de vue statique ; ce sera l'étude de la porosité, puis nous définirons la perméabilité qui caractérise la circulation de l'eau dans le sol.

- Dans une deuxième partie, nous étudierons les nappes et les terrains aquifères : leur description et les circulations.

B.2 L'eau dans le réservoir : la porosité

B.2.1 Caractérisation : la porosité

Considérons un volume élémentaire de terrain représentatif (VER) i.e. un volume suffisamment important pour que les propriétés du terrain ne varient pas quand on augmente le volume de l'échantillon, mais suffisamment petit pour être caractéristique des propriétés locales.

La porosité caractérise l'aptitude d'un sol à contenir un fluide.

Si un volume V de terrain à l'échelle macroscopique contient un volume V_v de vides et un volume V_s de solide ($V = V_v + V_s$) la porosité est le rapport n :

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (\text{ce rapport est souvent exprimé en \%})$$

Ce rapport est aussi noté ω par les hydrogéologues et d'autres notations sont employées par les mécaniciens des fluides.

Un autre paramètre est également utilisé, plutôt par les mécaniciens des sols ; c'est l'indice des vides e :

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

avec la relation : $n = \frac{e}{1+e}$ ou $e = \frac{n}{1-n}$

Les vides peuvent contenir plus ou moins d'eau et le **degré de saturation** (S) caractérise le pourcentage d'eau contenu dans les vides :

$$S_r = \frac{\text{Volume d'eau contenu dans les vides du matériau}}{\text{Volume total des vides}}$$

$$S_r = \frac{V_w}{V_v}$$

On utilise parfois la teneur en eau volumique Θ

$$\Theta = \frac{\text{Volume d'eau contenu dans les vides du matériau}}{\text{Volume total du matériau}}$$

B.2.2 Différents types de classification de la porosité

Plusieurs critères peuvent être utilisés pour différencier la porosité :

- la taille des pores ;
- la description des pores (i.e. le type de porosité) ;
- l'origine de la porosité.

B.2.3 Classification de la porosité par rapport à la taille des pores

La taille des pores est très variable. On parlera de :

- porosité réticulaire quand la taille des vides est de l'ordre de l'angström ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$). L'eau contenue dans ces vides est mobilisable par vaporisation par suite des variations du degré hygrométrique de l'air;

- porosité colloïdale pour des vides d'environ 100 \AA . Elle correspond aux vides des agrégats colloïdaux. C'est une porosité qui peut être importante et que l'on rencontrera principalement dans les argiles. L'eau contenue dans ces vides est mobilisable par compaction naturelle ou provoquée (centrifugation, filtration sous presse ou sous vide);

- microporosité jusqu'à $2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$;

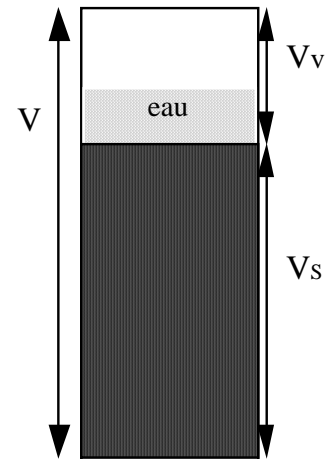


Figure 34

- porosité capillaire entre $2 \cdot 10^{-7}$ m et $2 \cdot 10^{-3}$ m ;
- macroporosité au-delà de 2 mm.

Les vides dont on pourra extraire l'eau et qui vont donc intéresser l'hydrogéologue correspondent à la macroporosité, la porosité capillaire et dans une moindre mesure la microporosité.

B.2.4 Classification par rapport à l'origine

L'origine de la porosité peut être primaire ou secondaire :

- la porosité primaire est formée par les pores créés au cours de la genèse de la roche : lors de la sédimentation, au cours de la cristallisation ou du refroidissement ;
- la porosité secondaire est acquise après la genèse soit par fracturation, soit par dissolution (ex: grès à ciment calcaire ; la dissolution du ciment calcaire va entraîner l'acquisition d'une porosité secondaire).

B.2.5 Classification morphologique

On distingue deux grands types morphologiques de vides : les pores et les fissures.

B.2.5.1 La porosité d'interstices (intergranulaire) : les pores

C'est l'ensemble des vides compris entre les différentes particules d'un terrain ; elle sépare les "grains".

La porosité peut être ouverte ou fermée (cas de certaines laves volcaniques) selon que les vides communiquent ou non les uns avec les autres.

Suivant la taille des pores, il sera possible de distinguer une porosité d'interstices réticulaire (entre les cristaux des roches magmatiques et métamorphiques), colloïdale (argiles), une microporosité et une macroporosité.

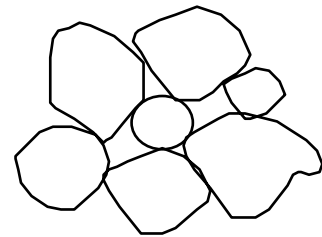


Figure 35 : porosité d'interstice

B.2.5.1.1 La porosité d'interstices simple ou nette

Quand les grains sont bien classés, c'est-à-dire sont de taille équivalente et que les vides qu'ils laissent ne sont pas remplis par des grains de plus petite taille, la porosité sera qualifiée de nette.

La structure peut être plus ou moins compacte selon le tassement. Si on suppose que l'on a des particules sphériques de même diamètre, la porosité dépendra de l'arrangement des sphères : la disposition pourra varier d'une disposition en carré (arrangement le plus lâche) à une disposition losangique (ou rhomboédrique en 3 dimensions) qui donneront des porosités de 45 % (au maximum) à 25 %.

B.2.5.1.2 La porosité d'interstices restreinte

Ce type de porosité provient d'un mauvais tri des grains qui entraîne un remplissage par des particules fines des vides laissés entre les gros grains.

B.2.5.1.3 La porosité d'interstices réduite

Le volume des vides peut être "réduit" par un dépôt (carbonate de chaux, hydroxyde de fer, silice ...) qui se fait sur la surface des grains et diminue la taille des pores.

En plus de ces trois types (simple, restreint, réduite), il est possible de trouver une porosité double, quand les "gros" éléments sont eux-mêmes composés de grains et de pores plus petits que les vides laissés par les "gros" éléments.

B.2.5.2 La porosité de fissure

Il existe plusieurs sortes de "fissures". Nous pourrions distinguer plusieurs types de porosités de fissures en fonction de la nature de ces dernières.

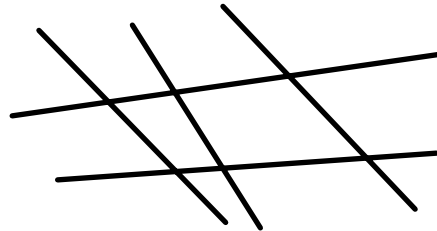


Figure 36 : porosité de fissure

B.2.5.2.1 Porosité de joints

Elle est due aux joints stratigraphiques. Cette porosité est primaire.

B.2.5.2.2 Porosité de diaclases

C'est une porosité secondaire liée aux diaclases donc à des fissures sans rejet orthogonales ou obliques par rapport à la stratification.

B.2.5.2.3 Porosité de failles

Nous parlerons de porosité de faille lorsqu'il existe un réseau de fractures bien développé lié à la présence d'une faille à proximité.

B.2.5.2.4 Porosité de schistosité

Le long des plans de schistosité, si ces plans se décollent plus ou moins, il peut se former quelques vides.

B.2.5.2.5 Porosité de retrait

Ce type de porosité, relativement restreint, est lié au refroidissement des roches éruptives.

B.2.6 Ordre de grandeur de la porosité

- Sables, grès 15 % à 25 %.
- Argiles 40 % à 90 % (la porosité des argiles peut parfois être supérieure à 100 % car le volume total augmente). Cette porosité ne correspond pas à de l'eau mobilisable et n'intéresse donc généralement pas l'hydrogéologue.
- Marnes : 30 % à 50 %, mais une partie de cette porosité est colloïdale.
- Calcaires : Quelques % à 25 % (dans le cas d'un calcaire détritique fissuré).
- Roches cristallines : quelques %. Cette porosité peut augmenter du fait de la fracturation et de l'altération.

Remarques sur l'ordre de grandeur de la porosité

- * La porosité la plus importante correspond à la porosité d'interstices : une disposition en carré de sphère régulière donnerait une porosité de 45 %, mais un grès cimenté peut avoir une porosité d'environ 5 % seulement. La porosité de fissure est moins importante ; pour se donner une idée, il est possible d'imaginer un bloc de 20 cm × 20 cm × 25 cm sur le bord duquel se trouve une fracture de 1 mm de large ; ceci correspond à une porosité de 0,4 %. Généralement, la porosité de fissure est inférieure à 5 %, mais cette porosité est très importante du point de vue de la circulation des eaux (trajet préférentiel).
- * Les différentes porosités peuvent s'ajouter, par exemple une porosité de fissures et d'interstices dans un grès. La porosité double est très intéressante (elle peut correspondre à une porosité de fissures et d'interstices combinées) car le débit traversant une section est proportionnel au carré du diamètre des vides.

Dans le cadre de ce cours nous supposerons en général que la porosité en un point n'est pas évolutive, alors que les variations de l'état de contrainte et de la pression de l'eau conduisent à des phénomènes couplés, qui engendrent, entre autre, l'évolution de cette porosité. La porosité décroît quand le module des contraintes auquel est soumis le terrain augmente. Ce phénomène et l'évolution pétrographique des roches de la surface vers la profondeur, fait que généralement la porosité décroît quand la profondeur augmente.

B.2.7 Mobilité de l'eau dans le sol : eau liée, eau libre, l'égouttage des roches

Seule une partie de l'eau contenue dans un terrain est mobilisable. Les auteurs qui s'intéressent à ce problème l'abordent de différentes manières (*cf.* notamment [5] et [8]). Nous allons essayer de retranscrire les différentes observations qui sont réalisées, mais les différentes perceptions ne sont pas toujours faciles à relier entre elles.

B.2.7.1 Eau libre, eau liée

Si on ne s'intéresse dans un premier temps qu'au milieu saturé (*cf.* De Marsily [8]), on peut distinguer l'eau libre et l'eau liée.

L'eau liée est rattachée à la surface des grains par le jeu de forces d'attraction moléculaire. Ces forces décroissent avec la distance au grain :

- l'eau adsorbée constitue un film continu, une pellicule de 1/10 de microns (quelques dizaines de molécules). Son volume relatif augmente en proportion inverse de la taille des particules : c'est 2 à 5% du volume d'eau dans les sables grossiers et jusqu'à 50% dans les argiles;
- entre 0,1 et 0,5 μ les molécules d'eau supportent une attraction non négligeable et sont immobiles;
- au delà de 0,5 à 1 μ (donner une limite est un peu arbitraire), les forces d'attraction sont négligeables et l'eau est dite libre.

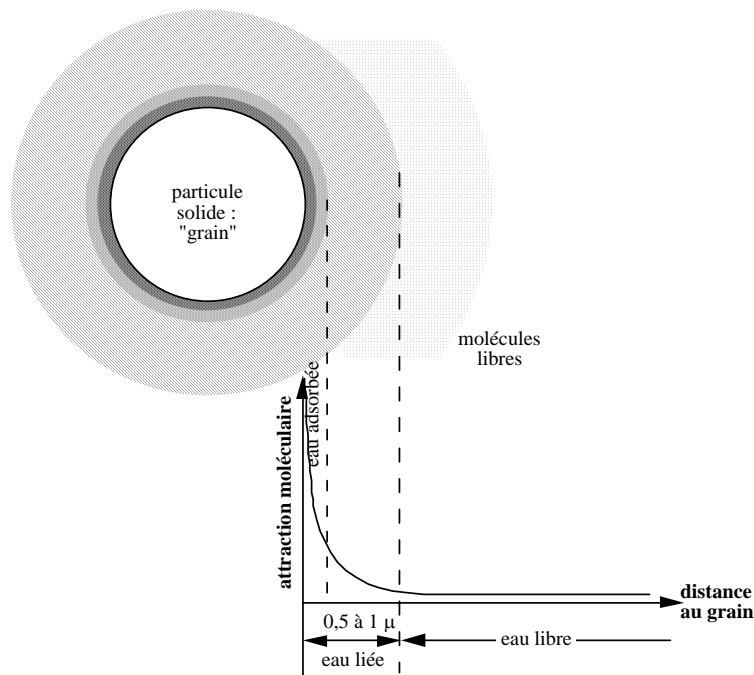


Figure 37 : Schéma de la structure de l'eau souterraine au voisinage d'un grain, d'après Polubrina-Kochina (1962)

L'eau libre est donc celle qui est en dehors du champ d'attraction des particules solides et qui est susceptible de se déplacer sous l'effet de la gravité ou des gradients de pressions.

Le volume où l'eau peut circuler est inférieur à la porosité totale puisque l'eau liée peut être considérée du point de vue du déplacement des fluides comme faisant partie du solide. La porosité efficace (ou cinématique) n_e (ou ω_c) exprime le pourcentage d'eau qui peut circuler par rapport au volume total du terrain; elle est donc inférieure à la porosité totale. Des phénomènes autres que l'adsorption peuvent limiter la porosité cinématique : les pores non connectés, les pores culs de sac.

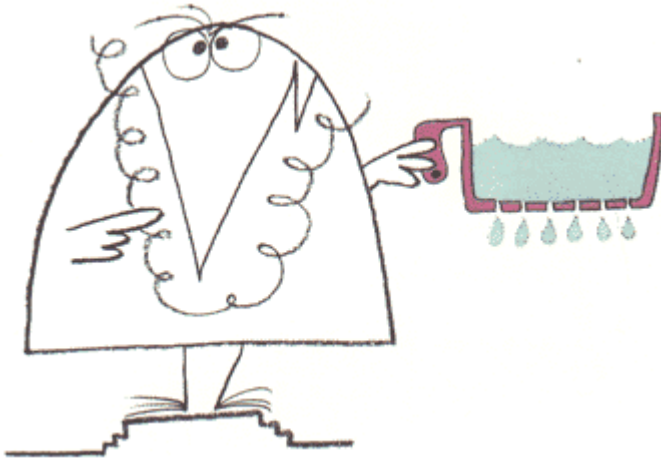
B.2.7.2 L'égouttage des roches

Si on extrait l'eau d'un échantillon de petite dimension par égouttage [5], puis centrifugation, on va mobiliser des volumes croissants d'eau :

- Un échantillon (de volume V) initialement saturé, que l'on laisse égoutter sur une grille, libère un volume V_e d'eau. Ce volume libéré par la gravité est appelé eau gravitaire. Au bout d'un certain temps (environ une journée), l'échantillon ne libère pratiquement plus d'eau. On peut observer que le rapport V_e/V augmente avec la taille de l'échantillon et la granulométrie du terrain.
- Si le même échantillon égoutté est placé dans une centrifugeuse, il libère encore un certain volume d'eau dite eau pelliculaire. L'eau pelliculaire représente un film de l'ordre du micron qui peut se déplacer à la surface des grains sous l'action des molécules d'eau voisines.
- L'échantillon renferme encore un certain volume d'eau : l'eau adsorbée.

L'eau pelliculaire et adsorbée constituent ce que l'on appelle l'eau de rétention (rétention à la gravité)

On ne peut pas mettre exactement en parallèle ce que nous avons qualifié d'eau libre et d'eau liée avec l'eau gravitaire et l'eau de rétention car dans un milieu non saturé, il faut donc prendre en compte la présence de l'air en plus de l'eau et du solide. Nous avons présenté les différents stades de la libération de l'eau par égouttage, puis centrifugation. Il est également possible de décrire ce qui est observé en fonction du degré de saturation.

Remarque :

La notion de passoire est indépendante de la notion de trous et réciproquement.

"On appelle passoire tout instrument sur lequel on peut définir trois sous-ensembles: l'intérieur, l'extérieur et les trous"

L'intérieur est généralement placé au-dessus de l'extérieur et se compose le plus souvent de nouilles et d'eau.

Les trous ne sont pas importants. En effet, une expérience simple permet de se rendre compte que l'on ne change pas notablement les qualités de l'instrument en réduisant de moitié le nombre des trous, puis en réduisant cette moitié de moitié... etc... etc... et à la limite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de trous du tout.

D'où **THEOREME**:

On appelle passoires du Premier Ordre les passoires qui ne laissent passer **NI** les nouilles **NI** l'eau.

Pour prolonger vos connaissances sur le sujet cf.

<http://www.lesshadoks.com/index2.php?page=11>

B.2.7.3 Relations air-eau pour différents degrés de saturation

Dans un sol contenant à la fois de l'air et de l'eau, on remarque que l'eau libre entoure les grains tandis que l'air a tendance à être disposé au milieu des vides. Suivant le degré de saturation, différents stades peuvent être observés :

- Dans un sol proche de la saturation, l'eau peut circuler sous l'influence de la gravité, c'est l'eau gravifique, ou encore qualifiée de funiculaire, car elle forme des fils continus. La phase air, qui peut occuper jusqu'à 10 à 15% des vides, est discontinue et ne circule pas.
- Lorsque la phase eau est continue, mais ne circule pas sous l'action de la gravité et que la phase air est également continue mais ne circule pas, le sol est à la saturation d'équilibre ou encore à la *capacité de rétention* capillaire.
- Pour de faibles teneurs en eau, l'eau entoure les grains du terrain et occupe des espaces qui ne sont continus qu'aux points où les grains du sol sont proches. On parle d'eau pendulaire ou d'anneaux pendulaires pour ces fils d'eau qui entourent les grains. L'air est continu.
- Si la teneur en eau décroît encore par des phénomènes d'évaporation ou de transpiration des végétaux, la teneur en eau va pouvoir encore décroître et il ne restera que l'eau liée ou hygrosopique.

B.2.7.4 Pression capillaire

L'équilibre entre l'air et l'eau dépend des forces de tension superficielles. La différence de pression entre les deux fluides est appelée pression capillaire. Cette pression capillaire

explique que des zones puissent être pratiquement saturées alors que la pression de l'eau est inférieure à la pression atmosphérique.

On distingue l'eau capillaire continue dont la présence est due à l'ascension capillaire et qui est donc en continuité avec une zone saturée et l'eau capillaire suspendue qui existe même dans les zones non saturées.

B.2.8 Profil hydrique des sols

Nous avons vu que suivant le degré de saturation l'eau pouvait se trouver à différents stades. Ces différents types d'eau se retrouvent dans un sol. Nous pouvons séparer le sol en une zone non saturée et une zone saturée :

- la **zone non saturée** ou **d'aération** peut-être subdivisée en fonction des teneurs en eau qui croissent vers le bas en trois sous-zones :
 - la *zone d'évapotranspiration* à la surface. Cette partie du sol est soumise à des variations importantes de teneur en eau provoquées par l'infiltration et l'évapotranspiration. Sa profondeur est variable suivant le type de sol et le climat;
 - La *zone de transition* où la teneur en eau est voisine de la capacité de rétention (cf. § 0);
 - Au-dessus du niveau de la nappe se trouve une zone pratiquement saturée à 100% où la pression de l'eau est inférieure à la pression atmosphérique. La saturation du terrain se fait par ascension capillaire. Cette zone est appelé *frange capillaire*. Il peut y avoir une certaine quantité d'air piégée dans cette zone; la saturation est alors légèrement inférieure à 100% (85 à 90%).
- La **zone saturée** ou nappe, dont le niveau peut-être mesuré par un tube piézométrique.

B.3 Les mouvements de l'eau dans les roches : perméabilité

Nous nous contenterons, dans cette partie, d'une étude essentiellement descriptive. Une vision plus mécaniste est développée dans une autre partie.

Pour que l'eau circule dans un terrain il est nécessaire que les vides (pores et fissures) soient interconnectés. L'aptitude d'un terrain à se laisser traverser par les fluides est caractérisée par la perméabilité de ce terrain par rapport au fluide.

B.3.1 Rappel sur la charge hydraulique

B.3.1.1 Charge hydraulique

Nous rappelons ici quelques notions de mécanique des fluides.

Considérons un fluide parfait i.e. incompressible et non visqueux. Si ce fluide est en mouvement et que sa vitesse ne varie pas dans le temps, c'est-à-dire que son mouvement est permanent, les particules suivent des trajectoires invariables dans le temps. Dans ce cas la trajectoire = filet liquide = ligne de courant (nous rappelons que la ligne de courant est la ligne tangente au vecteur vitesse en chacun de ces points à l'instant considéré).

On appelle charge hydraulique la quantité H :

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\rho_w \cdot g} + z$$

z étant l'altitude du point, P la pression, ρ_w la masse volumique du fluide (γ_w est le poids volumique)

Remarque : On note parfois en mécanique des sols la pression u , donc :

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{u}{\gamma_w} + z$$

Remarque : Théorème de Bernoulli : Si le liquide est parfait, la charge hydraulique reste constante.

En fait généralement un fluide n'est pas parfait et il existe des forces de viscosité ou de frottement visqueux. C'est le cas pour l'eau s'écoulant sous l'action de la pesanteur à travers les vides d'un terrain : il existe des forces de viscosité entre les molécules ; ces frottements vont dissiper de l'énergie et il y aura **perte de charge**.

Souvent nous nous intéresserons plus aux variations de charge dans l'espace qu'à la charge elle-même. Lorsqu'une particule parcourt la distance L , le gradient hydraulique I est défini par :

$$I = \frac{\Delta H}{L} = \frac{H_2 - H_1}{L} = \frac{dH}{dl} = \text{grad}(H)$$

B.3.1.2 Cas des sols

B.3.1.2.1 Charge Hydraulique

Les vitesses d'écoulement dans le sol sont toujours faibles (même dans un sol très perméable l'ordre de grandeur est 0,1 m/s). Par conséquent dans l'expression de la charge hydraulique, le terme $V^2 / (2g)$ est négligeable par rapport aux autres. On notera donc :

$$H = \frac{P}{\rho_w \cdot g} + z$$

On exprime souvent les charges par rapport au nivellement général (NGF), comptées comme des altitudes topographiques. La pression atmosphérique est souvent omise, dans cette expression, dans la mesure où on s'intéresse principalement aux niveaux saturés et donc aux surpressions par rapport à la pression atmosphérique.

B.3.1.2.2 Notion de hauteur piézométrique

Considérons un écoulement d'eau dans un terrain et un point M à la cote z . Faisons descendre un tube plein jusqu'à ce point M . Nous observons une remontée de l'eau dans ce tube jusqu'à la cote z' . La charge hydraulique au point M peut s'écrire :

$$H = \frac{P}{\gamma_w} + z = \frac{\gamma_w(z' - z)}{\gamma_w} + z = z'$$

La charge hydraulique au point M est donc égale à l'altitude de la surface d'eau dans un tube plein que l'on qualifie de **tube piézométrique** ou **piézomètre**. La hauteur z' sera appelée hauteur piézométrique.

La hauteur piézométrique en un point est donc la hauteur d'équilibre de l'eau avec la pression atmosphérique.

ATTENTION cette hauteur est généralement différente de la surface libre de la nappe. En effet, si dans un milieu saturé, la nappe s'écoule horizontalement et que la charge reste la même sur une verticale, la cote de la surface libre reste toujours celle mesurée par le piézomètre quelle que soit sa profondeur. Si par contre l'écoulement n'est pas horizontal, la charge varie avec la profondeur du piézomètre (la pression ne correspond plus à la hauteur d'eau au dessus du point) et la surface libre est définie par la cote obtenue quand le piézomètre commence à pénétrer dans le milieu saturé.

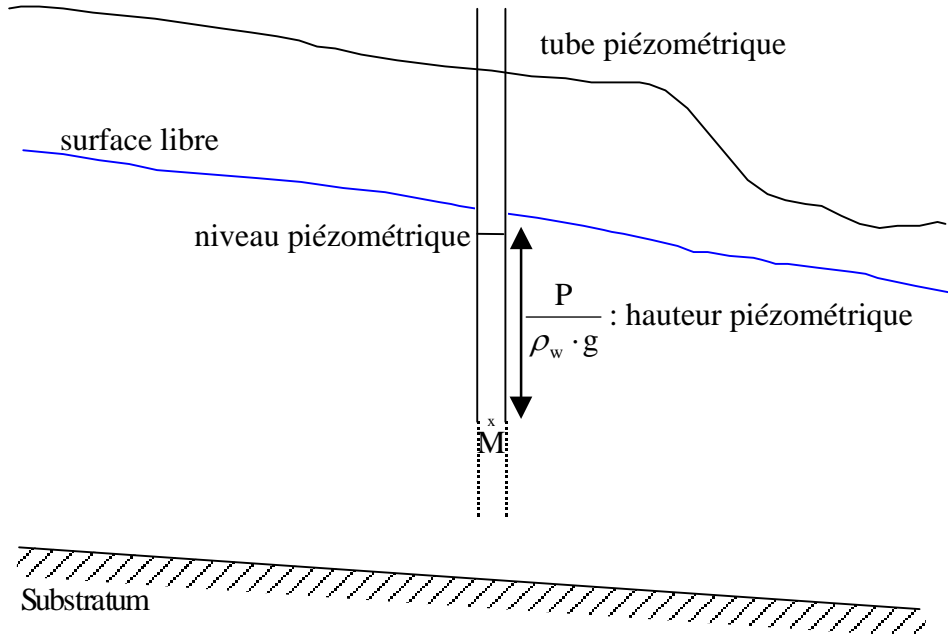


Figure 38 : niveau et hauteur piézométrique

B.3.2 Expérience de Darcy

Expérimentalement, Le Chevalier Henry Darcy (vers 1856) trouve la relation suivante :

$$Q = K \cdot S \cdot \frac{\Delta H}{L}$$

S : section du massif sableux

K est un coefficient qui dépend du fluide et du terrain. Il a la dimension d'une vitesse ($L T^{-1}$). Ce coefficient est le coefficient de perméabilité de Darcy encore appelé coefficient de perméabilité.

En posant $V = \frac{Q}{S}$ et $I = \frac{\Delta H}{L}$

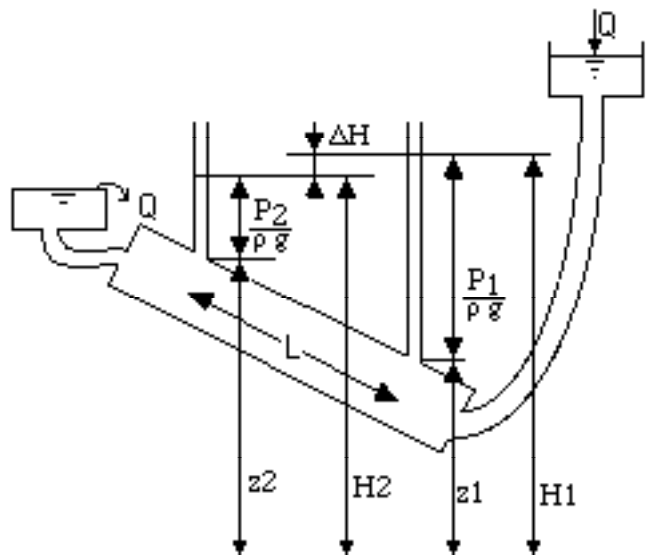


Figure 39 : expérience de Darcy

La relation se transforme en :

$V = KI$ qui est l'expression la plus simple de la loi de DARCY.

V est la vitesse apparente moyenne, encore appelée vitesse de Darcy ou vitesse hydraulique ou vitesse de filtration. Le terme "vitesse de percolation" est aussi parfois utilisé.

(en toute rigueur si $\Delta H = H_{\text{sortie}} - H_{\text{entrée}}$ l'écoulement s'effectuant dans le sens des charges décroissantes il faudrait écrire $V = -K \cdot I$).

$V = -K \cdot \frac{H_2 - H_1}{L}$ si la différence de charge $H_2 - H_1$ et la distance L deviennent très petite, à

la limite la loi de Darcy peut être écrite sous la forme différentielle : $V = -K \cdot \frac{dH}{dL}$.¹

L'expression de la vitesse en fonction du coefficient de perméabilité a été généralisée par Schlichter² (cité par Magnan) au cas d'un écoulement tridimensionnel dans un sol homogène et isotrope, sous la forme :

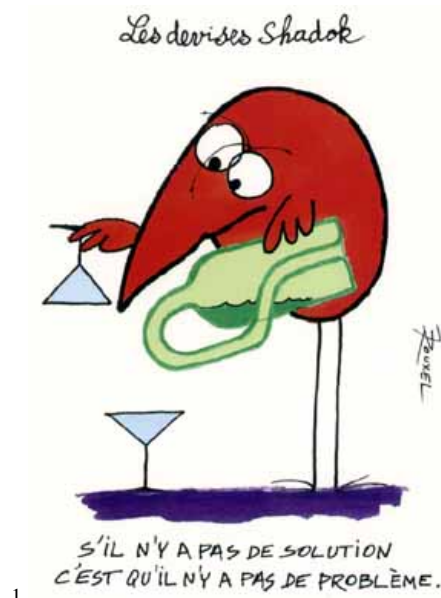
$$\vec{v} = -K \vec{i} = -K \overline{\text{grad}H}$$

Le coefficient K dépend du terrain travers  et du fluide qui traverse ce terrain. En se basant sur les équations aux dimensions et par vérification expérimentale, on trouve que la constante K varie en fonction inverse de la viscosité dynamique du fluide μ [$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$] ($\mu \approx 1$ cPo : centipoise pour l'eau à 20 C, 1 cPo = 10^{-2} Po : poises; 1 cPo = 10^{-3} Pa.s : Pascal.seconde = 10^{-3} N.s/m²).

Remarque ν : viscosité cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6}$ m² / s ou myriastokes [L^2T^{-1}]

La loi de Darcy peut donc s'exprimer sous la forme générale : $\vec{V} = -\frac{k}{\mu} \left(\vec{\text{grad}} p + \rho g \vec{\text{grad}} z \right)$

V ou V_D est une grandeur macroscopique de même que μ , ρ et p . On est amené à caractériser ces propriétés sur un Volume  l mentaire Représentatif (V.E.R.) dont les dimensions dépendent de la structure du matériau. La vitesse réelle (ou vitesse intergranulaire, ou vitesse



d'après <http://www.e-atlantide.com/thematiques/shadok/index.htm#dessins>

² Schlichter, C. S. 1905. Field Measurements of the Rate of Movement of Underground Waters. U.S. Geol. Surv. Water Supply Paper 140. 122 pp.

de pore) du fluide V_r est supérieure à la vitesse de Darcy V_D .

$$V_r = \frac{Q}{S_V} \text{ ou } S_V \text{ est la surface des vides offerte à l'écoulement.}$$

$$V_r = \frac{Q}{S_V} = \frac{S \cdot V_D}{S_V} \approx \frac{V \cdot V_D}{V_V} = \frac{V_D}{n_c} \quad n_c : \text{porosité cinématique}$$

Le coefficient k ou k_i coefficient de perméabilité intrinsèque est relié au coefficient de perméabilité K par la relation :
$$K = k_i \cdot \frac{\gamma}{\mu}$$

Le coefficient de perméabilité intrinsèque n'est pas fonction du liquide. Il est caractéristique du terrain traversé. La perméabilité intrinsèque n'est définie qu'à l'échelle macroscopique. Sa dimension est celle d'une surface $[L^2]$. On l'exprime souvent en :

DARCE : 10^{-12} m^2

DARCY : $0,987 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ ou MILIDARCY (10^{-3} DARCY)

Une perméabilité intrinsèque k de 1 Darcy correspond à un coefficient de perméabilité K de 10^{-5} m/s .

Ces unités sont notamment employées dans le domaine pétrolier et les gisements pétroliers ont des perméabilités courantes variant de 1 à quelques milliers de milidarcy.

Le coefficient de perméabilité de Darcy K est fonction du fluide, mais dans notre cas nous ne nous intéresserons qu'à l'eau. Il faut noter que ce coefficient est également fonction de la viscosité du fluide qui varie sensiblement avec la température (μ est de 1,787 cPo pour l'eau à 0°C , 1,310 cPo à 10°C et 1,002 cPo à 20°C). En général on fait l'hypothèse que la température est constante, cependant des variations climatiques importantes pour les nappes superficielles peuvent engendrer des variations non négligeables de la perméabilité.

Si l'on s'intéresse à la perméabilité à l'eau à 20°C on a donc $K(\text{en m/s}) * 10^{-7} = k_i(\text{en m}^2)$

B.3.3 Expérience de Reynolds (pour mémoire)

L'écoulement d'un fluide peut se produire de deux manières différentes selon les conditions locales de vitesse. A faible vitesse les lignes de courants sont stables et ne se "mélangent" pas. Dans cet écoulement appelé *laminaire*, les couches fluides glissent les unes sur les autres et il n'y a pas de transfert de particules d'un filet fluide à un autre. Lorsque la vitesse croît, les filets fluides paraissent osciller et vibrer, puis ils perdent leur identité propre. Dans ce régime appelé *turbulent*, les particules oscillent autour d'une trajectoire moyenne. Le passage d'un régime à l'autre dépend de la valeur d'un paramètre adimensionnel, le nombre de Reynolds:

U : vitesse caractéristique de l'écoulement

D : est une des dimensions géométrique

$$R_e = \frac{UD}{\nu} \quad \nu : \text{viscosité cinématique du fluide } \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

(la viscosité cinématique de l'eau à 20°C est de $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

Dans le cas d'une conduite circulaire le nombre de Reynolds critique est de 2000. Si $Re < 2000$ le régime est laminaire et si $Re \gg 2000$ le régime est turbulent (dans ce cas la

dimension est D est le diamètre hydraulique D_H , $D_H = \frac{4S}{P}$ avec S : section mouillée, P périmètre mouillé).

Dans le cas des sols, on peut pratiquement considérer que l'on se trouve toujours en régime laminaire sauf aux abords d'ouvrages particuliers (puits de pompage par exemple) où les vitesses peuvent devenir très importantes.

B.3.4 Ecoulement dans les roches stratifiées

La perméabilité K dépend du matériau. Supposons un matériau anisotrope formé par la superposition de couches horizontales d'épaisseur e_i et de perméabilité K_i ; l'écoulement se fait à la vitesse V qui peut être décomposée en $V_H + V_V$.

B.3.4.1 Perméabilité horizontale :

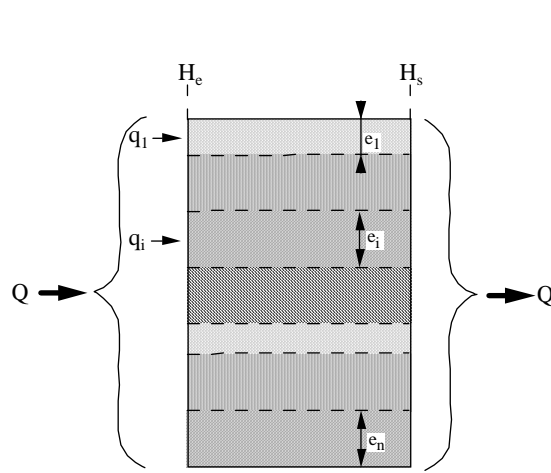


Figure 40 : perméabilité horizontale équivalente

A travers chaque strate s'écoule un débit :
 $q_i = K_i (e_i 1) \frac{\Delta H}{\Delta L}$

Le débit total est donc
 $Q = \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n K_i (e_i 1) \frac{\Delta H}{\Delta L} = \frac{\Delta H}{\Delta L} \sum_{i=1}^n (K_i e_i)$

mais le débit total peut également s'écrire :

$$Q = K_H \frac{\Delta H}{\Delta L} \sum_{i=1}^n (e_i 1)$$

$$\text{donc } K_H = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i e_i)}{\sum_{i=1}^n e_i}$$

B.3.4.2 Perméabilité verticale.

Il est aisé d'établir que : $K_v = \frac{\sum e_i}{\sum \frac{e_i}{K_i}}$

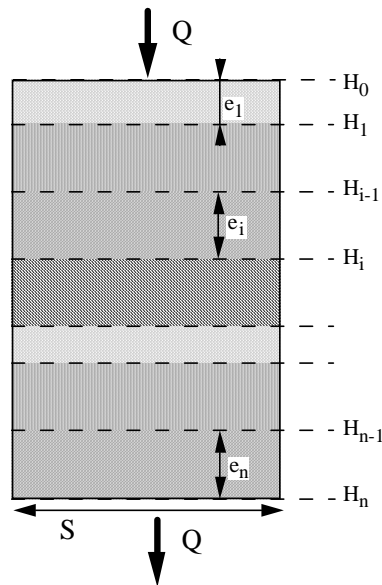


Figure 41 : perméabilité verticale équivalente

Le débit vertical qui passe à travers l'ensemble des couches:

$$Q = S K_v I = S K_v \frac{(H_0 - H_n)}{\sum e_i}$$

est également le débit qui

$$Q = S K_i I_i = S K_i \frac{(H_{i-1} - H_i)}{e_i}$$

H_{i-1} et H_i étant la charge hydraulique respectivement au sommet et à la base de la couche i .

$$\text{Or } H_0 - H_n = \sum_{i=1}^n (H_{i-1} - H_i)$$

$$\text{donc } \frac{Q \sum_{i=1}^n e_i}{S K_v} = \sum_{i=1}^n \frac{Q e_i}{S K_i} \text{ soit } K_v = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{K_i}}$$

B.3.5 Mesures et estimation de la perméabilité au laboratoire

Dans ce paragraphe, nous ne mentionnerons que les méthodes utilisées en laboratoire. Il faut garder à l'esprit que ces méthodes ne permettent pas de mesurer correctement la perméabilité de l'ensemble des terrains. Pour estimer la perméabilité d'un terrain dans son ensemble, des méthodes *in situ* (notamment essai de pompage) sont utilisées.

B.3.5.1 Problèmes posés par l'échantillonnage

Pour estimer ou mesurer la perméabilité au laboratoire, il est nécessaire de prélever un échantillon de terrain. Cet échantillon, de petite taille, ne sera pas représentatif de l'ensemble de l'aquifère :

- Les caractéristiques du terrain seront modifiées du fait de l'échantillonnage ;
- L'échantillon ne permettra pas de prendre en compte les variations de perméabilité dues aux failles ;
- L'aquifère sera en général prélevé à l'affleurement (où le terrain est modifié par l'altération). Pour constituer un échantillon caractéristique, il faudrait faire des prélèvements à différents niveaux de l'aquifère, ce qui est difficilement réalisable et serait coûteux ;
- L'échantillon ne se trouvera pas dans les conditions de pression, de forces adjacentes et de température qui étaient primitivement les siennes et qui sont difficilement évaluables.

Ces techniques de mesures ou d'estimation de la perméabilité en laboratoire sont en fait plus utilisées par les mécaniciens des sols que par les hydrogéologues (en effet si l'on travaille sur des sols remaniés, comme le sont les échantillons, l'ordre de grandeur de la perméabilité fourni peut être acceptable).

B.3.5.2 Estimation de la perméabilité

La perméabilité au laboratoire peut être estimée à partir de la granulométrie (relation de

Hazen ou relation de Casagrande) dans le cas d'une roche meuble :

B.3.5.2.1 Relation de Hazen :

A partir d'expériences effectuées avec des sables à filtre, d'uniformité élevée ($C_u < 2$; $C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$) et peu compacts, Hazen a obtenu les équations empiriques suivantes :

$$K \text{ (en cm/s)} = C_1 d_{10}^2$$

d_{10} : diamètre en deçà duquel il y a 10 % des grains ou diamètre efficace en cm,

C_1 est un coefficient variant entre 100 et 150 s.cm⁻¹.

B.3.5.2.2 Relation de Casagrande :

Pour des sols à gros éléments (> 1 mm) dont les grains sont supposés cubiques, on peut exprimer la perméabilité en fonction de l'indice des vides e :

$$K = 1,4 K_{0,85} \cdot e^2$$

$K_{0,85}$ est la perméabilité pour $e = 0,85$. Il suffit donc de déterminer la perméabilité correspondant à une valeur arbitraire de e et on obtient les valeurs de K correspondant à d'autres valeurs de e au moyen de l'équation.

Ces relations ne tiennent pas compte de la forme des grains. Elles ne doivent être utilisées que pour les cas précis pour lesquels elles ont été définies. Dans la pratique, elles sont inutilisables pour les terrains naturels qui ont des structures différentes et plus complexes que les sols étudiés.

B.3.5.3 Perméamètres

La perméabilité peut être également mesurée au moyen d'un perméamètre sur un échantillon de terrain.

B.3.5.3.1 Perméamètre à charge constante

L'échantillon prélevé est ramené aux dimensions requises pour l'appareil de mesure. Il est ensuite mis à saturer, puis l'éprouvette est traversée par un fluide de telle façon que la charge au sommet de l'échantillon soit constante.

La détermination de la perméabilité se fait à partir de la mesure du débit d'écoulement Q et du gradient hydraulique $\frac{\Delta H}{L}$:

$$Q = K S \frac{\Delta H}{L} \text{ donc } K = \frac{Q}{S} \cdot \frac{L}{\Delta H}$$

Remarque : pour permettre de bloquer l'échantillon dans l'appareil, il est possible de fixer à chaque extrémité un matériau de très forte perméabilité et de très faible épaisseur. Nous avons vu que la perméabilité verticale d'un ensemble de couches de terrain s'exprimait par...

$$K_v = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{K}}$$

... si on a deux terrains dont l'un est de très faible épaisseur et de perméabilité très importante : $\sum e_i \approx e$ et $\sum \frac{e_i}{K_i} \approx \frac{e}{K}$.

B.3.5.3.2 Perméamètre à charge variable

Dans ce type d'appareil la charge hydraulique appliquée au sommet de l'échantillon est variable.

Pour une variation élémentaire de la charge dh , il est possible d'écrire :

$$s \frac{dh}{dt} : \text{débit d'écoulement}$$

$$s \frac{dh}{dt} = -K \frac{S \cdot h(t)}{L} \text{ ou encore}$$

$$\frac{dh}{h} = \frac{-K \cdot S}{s \cdot L} dt$$

si à $t = 0$ on a $h = h_0$; $\ln\left(\frac{h}{h_0}\right) = -K \frac{S}{s} \frac{t}{L}$; ce qui

devient $\ln\left(\frac{h}{h_0}\right) = -\alpha \cdot t$ en posant $\alpha = \frac{K \cdot S}{s \cdot L}$

ou encore $h = h_0 e^{-\alpha t}$ ou comme $Q = h \cdot \frac{K \cdot S}{L}$

$$Q = Q_0 e^{-\alpha t} \text{ (loi de Maillet)}$$

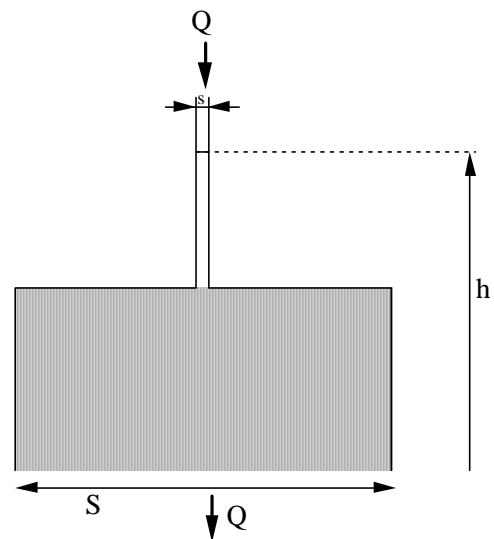


Figure 42 : Principe du perméamètre à charge variable

B.3.6 Mesures in situ

Les méthodes de mesures in situ ne sont pas développées dans ce polycopié, il faut cependant rappeler que ce sont elles, en général, qui permettront d'évaluer la perméabilité des terrains en place.

B.3.7 Ordre de grandeur de la perméabilité

Pour fixer les ordres de grandeur, on rencontre fréquemment les valeurs suivantes :

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| - graviers, sables grossiers | $K = 10^{-1}$ à 10^{-5} m/s |
| (Sables de Fontainebleau | $K = 2 \cdot 10^{-5}$ m/s) |
| - sables fins | $K = 10^{-5}$ à 10^{-6} m/s |
| - silts | $K = 10^{-6}$ à 10^{-8} m/s |
| - marnes | $K = 10^{-8}$ à 10^{-9} m/s |
| - tourbe | $K = 2 \cdot 10^{-8}$ |

- argiles $K < 10^{-9}$ m/s
- calcite $K = 10^{-11}$ m/s
- granite (non fracturé, non altéré) $K = 10^{-11}$ m/s

B.3.8 Généralisation en 3 dimensions

Jusque là nous avons supposé que les matériaux étaient homogènes et isotropes (mis à part dans le paragraphe B.3.4).

L'expérience de Darcy est réalisée en dimension 1, mais lorsque nous avons écrit : $\vec{V} = -\frac{k}{\mu} \left(\vec{\text{grad}} p + \rho g \vec{\text{grad}} z \right)$, implicitement nous avons généralisé la loi à 3 dimensions en

supposant que le terrain était homogène et isotrope et que la loi établie en dimension 1 était valable pour les 3 composante de l'espace i.e. que l'on pouvait écrire

$$V_x = -K \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$V_y = -K \frac{\partial H}{\partial y}$$

$$V_z = -K \frac{\partial H}{\partial z}$$

ou encore $\vec{V} = -K \vec{\text{grad}} H$

Pour justifier cette généralisation à 3 dimensions, il est possible de réaliser des calculs à partir des équations de Navier-Stokes qui montrent que les déplacements de fluide en milieu poreux sont dus aux gradients de pressions et aux forces extérieures (ici la gravité).

Remarque :

On rappelle que les équations de Navier Stokes (conservation de la quantité de mouvements) sont établies pour l'écoulement laminaire d'un fluide incompressible

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

avec si on suit une particule dans son mouvement (méthode de Lagrange) qui

passse du point $P_{t0}(x_0, y_0, z_0)$ au point $P_t(x, y, z)$: $u = \frac{\partial x}{\partial t}$; $v = \frac{\partial y}{\partial t}$; $w = \frac{\partial z}{\partial t}$

On sait qu'a priori un terrain n'est ni homogène, ni isotrope; il suffit de regarder une succession de couches sédimentaires pour s'en convaincre. Dans une série argilo-sableuse, la perméabilité horizontale sera supérieure à la perméabilité verticale. De même dans des

alluvions, il existe en général des chenaux plus perméables. Ces constatations conduisent à considérer la perméabilité d'un point de vue mathématique comme une propriété tensorielle.

On définit un tenseur de perméabilité \bar{K} que l'on admettra être un tenseur du deuxième ordre symétrique (c'est à dire représenté par une matrice 3*3 symétrique par rapport à la diagonale et ayant donc 6 coefficients indépendants).

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} K_{xy} = K_{yx} \\ K_{xz} = K_{zx} \\ K_{yz} = K_{zy} \end{cases}$$

La relation $\vec{V} = - \bar{K} \vec{\text{grad}} H$ peut donc s'expliciter par :

$$V_x = -K_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} - K_{xy} \frac{\partial H}{\partial y} - K_{xz} \frac{\partial H}{\partial z} = -K_{xx} \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x} - K_{xy} \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} - K_{xz} \left(\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} + 1 \right)$$

$$V_y = -K_{yx} \frac{\partial H}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} - K_{yz} \frac{\partial H}{\partial z} = -K_{yx} \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x} - K_{yy} \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} - K_{yz} \left(\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} + 1 \right)$$

$$V_z = -K_{zx} \frac{\partial H}{\partial x} - K_{zy} \frac{\partial H}{\partial y} - K_{zz} \frac{\partial H}{\partial z} = -K_{zx} \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x} - K_{zy} \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} - K_{zz} \left(\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} + 1 \right)$$

Il est possible de représenter ce tenseur dans un espace ayant comme axes les directions principales du tenseur des perméabilité, la matrice se réduit alors dans ce nouvel espace (XYZ ou 123) à 3 composantes diagonales:

$$\bar{K}_{XYZ} = \begin{bmatrix} K_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & K_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & K_{ZZ} \end{bmatrix}$$

Mathématiquement X, Y et Z sont les directions propres de la matrice et K_{XX} , K_{YY} , K_{ZZ} les valeurs propres associées. Physiquement, X, Y et Z sont les directions pour lesquelles l'écoulement est parallèle au gradient de charge.

Souvent le milieu est stratifié et on distingue donc deux perméabilités : une perméabilité horizontale ($K_H = K_{XX} = K_{YY}$) et une perméabilité verticale ($K_V = K_{ZZ}$) On a alors :

$$V_x = - K_H \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$V_y = - K_H \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$V_z = - K_V \left(\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} + 1 \right)$$

Les paragraphes précédents portent sur les écoulements en milieux poreux "continus". Nous reviendrons sur la possibilité d'écoulement dans les milieux discontinus au § B.11.

B.4 Les nappes

B.4.1 Conditions d'existence des nappes

Une nappe est une accumulation d'eau dans les pores d'un terrain perméable.

B.4.1.1 Processus général

Par le jeu de la pesanteur, une partie de l'eau de pluie s'infiltré dans le sol, soit directement, soit après circulation à la surface de celui-ci. Nous étudierons plus en détails au paragraphe IV.2 l'alimentation des nappes.

Selon la perméabilité des terrains rencontrés, elle descend à une plus ou moins grande profondeur. Cette circulation, approximativement verticale, est interrompue par la rencontre d'un terrain de faible perméabilité par rapport à celle qui la précède.

Sous des terrains perméables, cette formation "imperméable" représente en quelque sorte "le fond du récipient". L'eau s'y accumule en saturant l'ensemble des vides des terrains sus-jacents plus perméables. Ainsi se constituent dans ces formations relativement perméables appelées aquifères (qui portent l'eau) des nappes.

Lorsque le "récipient" est plein, il déborde vers l'extérieur ou en direction d'autres terrains perméables (*cf.* § B.4.3).

B.4.1.2 Facteurs d'existence d'une nappe

L'existence d'une nappe est conditionnée par la conjonction de trois facteurs :

- facteur lithologique : il doit exister une roche "réservoir" à la fois poreuse et perméable qui constituera le terrain aquifère. Cette roche doit avoir à sa base un mur imperméable pour soutenir la nappe ou plus simplement qui servira de fond "étanche" au réceptacle constitué par le réservoir ;
- facteur d'alimentation : il faut que de l'eau puisse venir remplir les pores de la nappe ;
- facteur de structure : il est nécessaire d'avoir une structure favorable à l'accumulation de l'eau (une structure anticlinale est défavorable).

Ces trois facteurs ont une influence variable selon les types de nappes rencontrées. Les conditions d'alimentation, lithologiques et structurales ne peuvent pas être considérées isolément.

B.4.1.2.1 Cas d'une alimentation et d'une lithologie favorables :

Si l'eau parvient de façon abondante et continue à une région constituée par un terrain très perméable d'une part, au mur duquel se trouve un terrain très imperméable d'autre part (conditions d'alimentation et lithologiques excellentes), une accumulation souterraine pourra se former et persister.

B.4.1.2.2 Cas d'une lithologie et d'une structure favorables :

Si deux terrains, l'un très perméable et l'autre pratiquement imperméable, sont disposés de telle sorte que la limite de perméabilité forme un creux (conditions lithologiques et structurales excellentes), il suffira d'un faible apport d'eau, même temporaire, pour qu'une nappe, même permanente, se forme.

B.4.1.2.3 Cas d'une alimentation et d'une structure favorables :

Si les apports d'eau sont abondants et continus dans une structure en creux (conditions d'alimentation et de structure excellentes), il suffira d'une faible différence de perméabilité entre deux terrains pour qu'une partie de l'eau soit retenue et s'accumule au-dessus de la limite de perméabilité.

B.4.2 Alimentation

Les nappes peuvent avoir plusieurs modes d'alimentation :

- par infiltration directe de la pluie lorsque l'aquifère est à l'affleurement,
- par drainage d'un cours d'eau de surface,
- par déversement d'une nappe sus-jacente,
- par drainance à travers des terrains semi-perméables lorsque deux nappes ne sont pas en équilibre.

B.4.3 Exutoires

Si on reprend la vision schématique du terrain perméable réceptif qui se remplit par alimentation verticale de la pluie, lorsque le réceptif est plein, l'eau s'écoule de ce réceptif, soit à la surface topographique, formant ainsi une source ou une émergence, soit dans un terrain sous-jacent

On appelle donc exutoires d'une nappe, les points privilégiés où l'eau sort de la nappe. Les exutoires sont de différents types.

B.4.3.1 Les sources

B.4.3.1.1 Classification des sources

On rencontre une source ou une émergence lorsque, à l'affleurement du niveau aquifère, le niveau piézométrique est égal à la cote du sol.

Si la sortie de l'eau est contractée, il s'agit d'une source ; le point de la sortie d'eau est appelé griffon de source. Si la sortie d'eau se fait sur une grande étendue, qu'il y a un suintement diffus, l'exutoire est une émergence.

Les sources peuvent se classer selon leur position structurale :

B.4.3.1.1.1 Sources de déversement :

La totalité des filets liquides se meut en amont de la source, au-dessus du niveau de celle-ci.

Exemples :

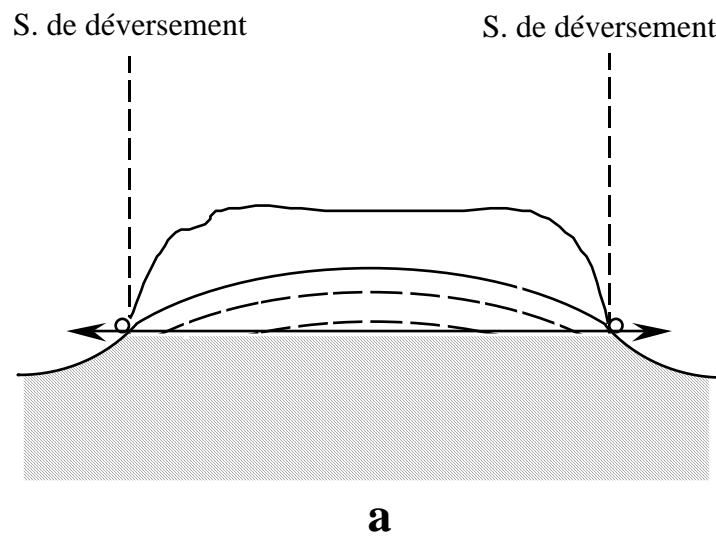


Figure 43 : Nappe horizontale avec deux sources de déversement

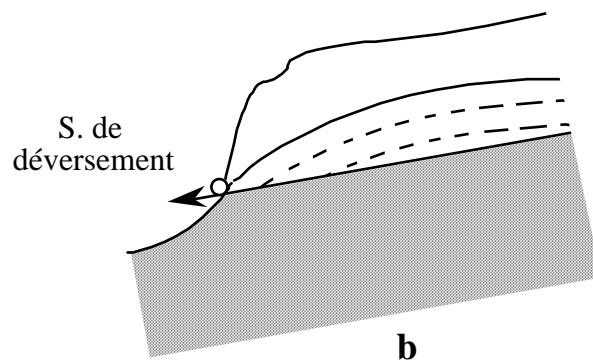


Figure 44 : Nappe inclinée avec une source de déversement

B.4.3.1.1.2 Sources de **débordement** :

Une partie au moins des filets liquides se meut en amont de la source, au-dessous du niveau de celle-ci et l'eau se déplace dans le sens du pendage du terrain.

Exemples :

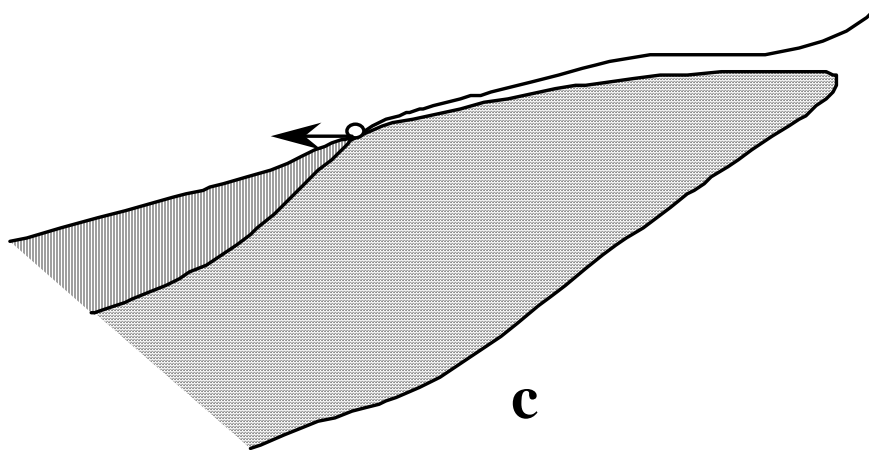


Figure 45 : Nappe de débordement en tête de nappe captive

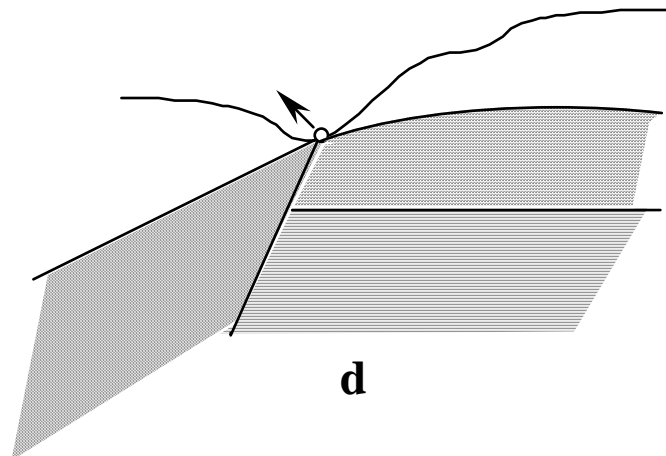


Figure 46 : Nappe de débordement par faille

B.4.3.1.1.3 Sources de **trop plein** :

Même définition que la source de débordement, mais l'eau circule à contre-pendage.

Exemples :

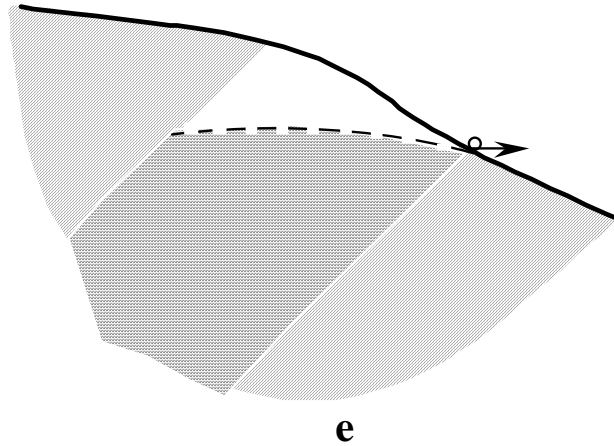


Figure 47 : Nappe de trop-plein en tête de nappe captive

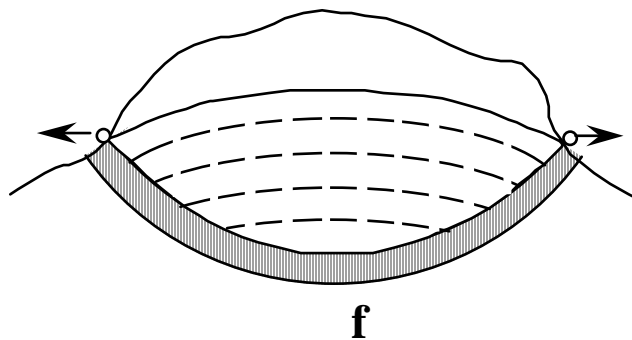


Figure 48 : Double nappe de trop-plein

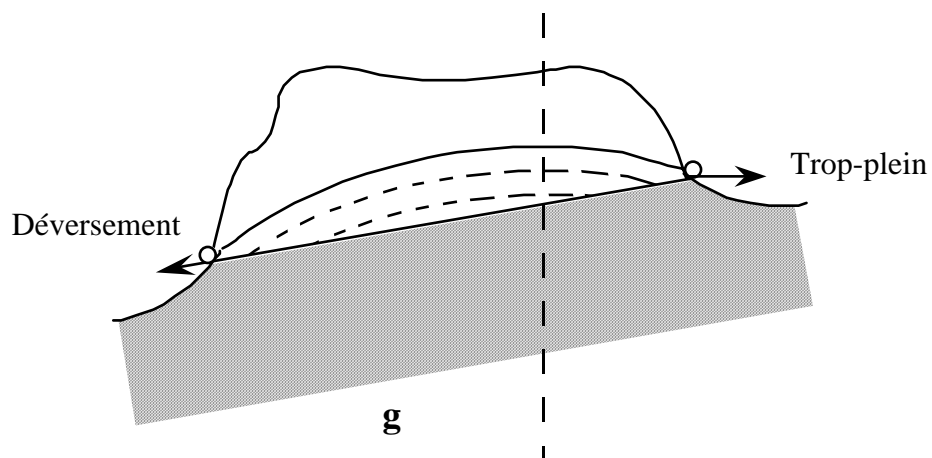


Figure 49 : Nappe de déversement et nappe de trop-plein jointes

B.4.3.1.2 Fonctionnement des sources

B.4.3.2 Les exutoires cachés

Les exutoires cachés sont par exemple le déversement souterrain dans une autre nappe, l'alimentation du réseau de surface ou la drainance.

Remarques :

- Nous n'avons mentionné ici que les exutoires naturels ; il peut exister des exutoires artificiels tels que forages pompés et drains.
- Nous avons décrit, dans les derniers paragraphes, les points d'alimentation et les exutoires d'une nappe. Dans un système aquifère donné, il s'établit un équilibre entre le volume d'eau entrant, et celui qui en sort par les exutoires naturels ou artificiels.

B.4.4 Classification des nappes

B.4.4.1 Critères géologiques

B.4.4.1.1 Nappes de terrains sédimentaires stratifiés

Les terrains sédimentaires stratifiés sont des terrains de grande extension latérale qui forment des réservoirs d'importance régionale. Ces nappes peuvent être classées en fonction de la structure (synclinal, monoclinal...).

B.4.4.1.2 Nappes de terrains sédimentaires mal (ou non) stratifiés

Ce sont des nappes de terrains tertiaires ou quaternaires d'extension limitée. Il s'agit des nappes d'alluvions fluviales, d'éboulis, de dépôts éoliens ou glaciaires.

Les alluvions forment souvent de petites unités hydrogéologiquement discontinues entre les méandres d'une rivière.

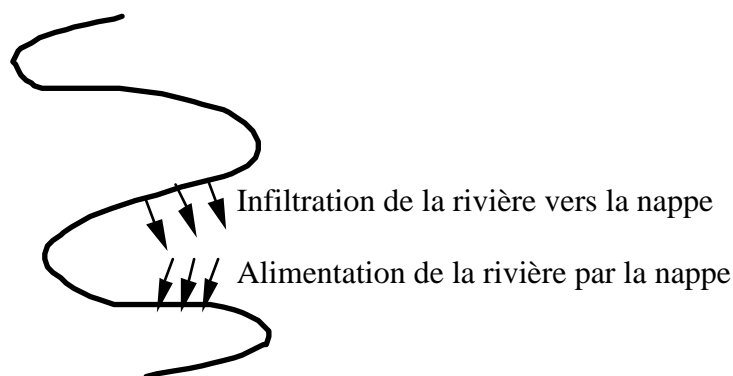


Figure 50

B.4.4.1.3 Nappes de terrains cristallins ou éruptifs

Il ne peut exister une nappe dans ce type de terrain que dans deux cas :

- terrain fissuré (ce qui donne une porosité maximum de 4 %),
- terrain altéré (un granite sain ne peut pas contenir une nappe).

B.4.4.2 Critères hydrodynamiques

On distingue deux types de nappe sous l'angle de la piézométrie.

B.4.4.2.1 Nappe libre

On appelle nappe libre, une nappe dont la surface piézométrique se confond avec la surface (ou le toit) de la nappe.

B.4.4.2.1.1 Nappes perchées ou non soutenues

La nappe s'écoule dans ce cas à l'air, c'est-à-dire par des sources. Toutes ces nappes sont convexes et elles peuvent être classées en fonction des exutoires :

- nappe de déversement,
- nappe de débordement,
- nappe de trop plein.

B.4.4.2.1.2 Nappes soutenues

La nappe s'écoule dans une autre nappe souterraine, dans un lac, dans une rivière ou dans la mer. Ces nappes peuvent être soit convexes soit concaves.

Exemple :

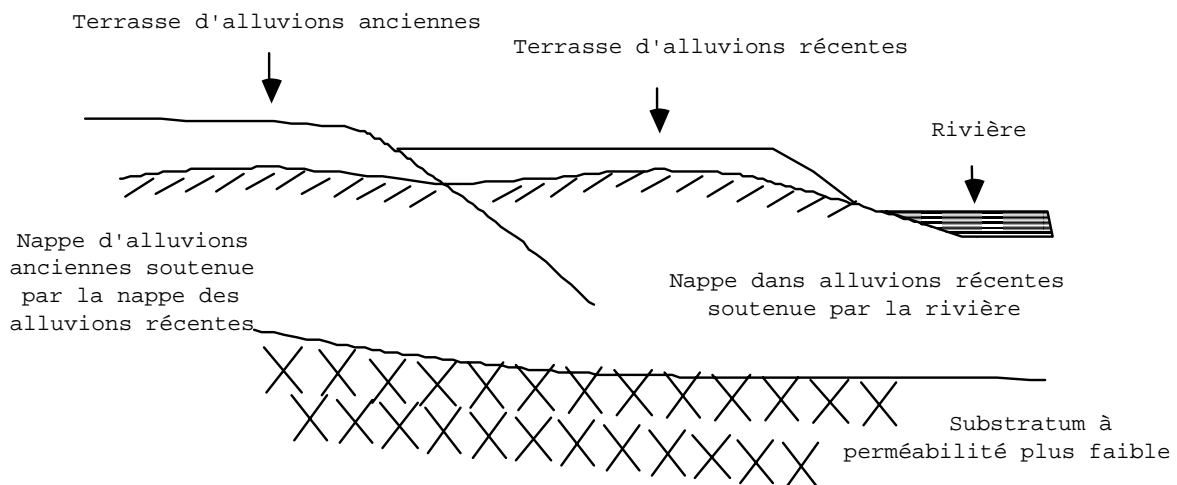
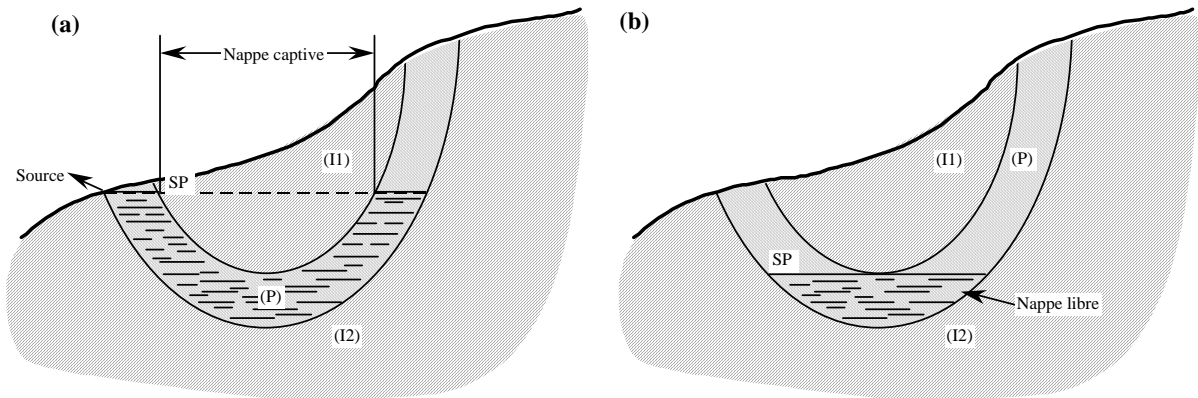


Figure 51 : Nappes d'alluvions

B.4.4.2.2 Nappe captive

On appelle nappe captive, une nappe dont le toit est à un niveau inférieur à la surface piézométrique. Ceci suppose que la couche située au toit de l'aquifère soit "imperméable", mais cette condition n'est pas suffisante. En effet, si le terrain perméable est suffisamment alimenté la nappe est captive ; si cette alimentation est trop faible, elle reste libre.



SP : surface piézométrique
I1, I2 : terrains à faible perméabilité
P : terrain à forte perméabilité

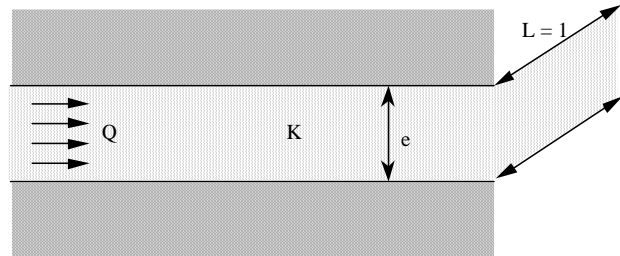
Figure 52 : nappe captive (a) puis libre (b)

B.5 Etude de quelques écoulement dans les nappes

B.5.1 Paramètres dont dépend l'écoulement. Réseau d'écoulement

B.5.1.1 Transmissivité

Si l'on considère un terrain d'une perméabilité donnée K , le débit passant à travers une section de ce terrain sera fonction de la perméabilité mais aussi de la surface de la section traversée. On appelle transmissivité le produit de la perméabilité par l'épaisseur de la nappe.



$$T = K e \quad (\text{en m}^2/\text{s})$$

Figure 53 : transmissivité

B.5.1.2 Coefficient d'emmagasinement

Lorsque qu'une nappe est en régime transitoire c'est-à-dire quand au moins un des paramètres varie en fonction du temps, la seule transmissivité ne suffit plus à caractériser le milieu aquifère. En effet, lorsque le niveau piézométrique d'une nappe baisse, il y a départ d'eau. Pour caractériser ce phénomène, on utilise la notion de coefficient d'emmagasinement.

Le coefficient d'emmagasinement S est le volume d'eau que l'on peut extraire d'une tranche de 1 m^2 de surface horizontale pour une baisse de piézomètre de 1 m . D'après cette définition, on constate que S est sans dimension ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{m}$).

Dans le cas de nappes libres, le coefficient d'emmagasinement représente la porosité efficace. S est alors de l'ordre de quelques %. Par contre, pour une nappe captive, S dépend du coefficient de compressibilité du fluide et du terrain. S est alors beaucoup plus faible, environ 10^{-5} à 10^{-6} .

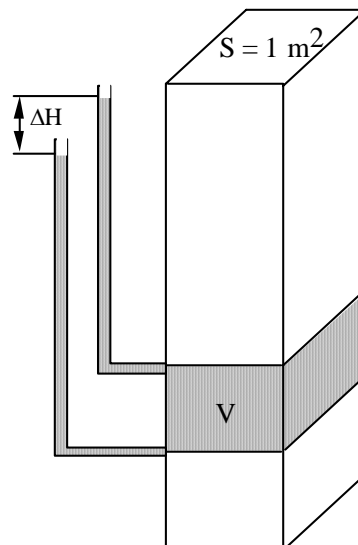


Figure 54 : coefficient d'emmagasinement

Si e est l'épaisseur de la nappe on définit le coefficient d'emmagasinement spécifique S_s par :

$$S_s = \frac{S}{e} = \rho \cdot g(\alpha + n\beta)$$

α : compressibilité du milieu poreux ($\alpha = \frac{-dV_T/V_T}{d\sigma_e}$; V_T volume total de terrain, $d\sigma_e$ variation de la contrainte effective)

β : compressibilité du fluide ($4,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ ou Pa^{-1} pour l'eau)

Le coefficient d'emmagasinement spécifique représente le volume de fluide que l'on peut extraire d'un volume de terrain donné, lors d'une baisse de piézomètre de 1 m. Sa dimension est $[L]^{-1}$.

Remarque : en première approximation la compressibilité du milieu peut être assimilée à l'inverse du module de déformation volumique (Bulk modulus)

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\nu)} \quad \alpha = \frac{1}{K} = \frac{3 \cdot (1 - 2\nu)}{E}$$

Pour une roche très peu poreuse comme un granite tel que $n = 1,5\%$, $E = 50 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,3$:

$$S_s = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

B.5.1.3 Surface piézométrique et isopièzes

On appellera surface piézométrique d'une nappe, la surface, réelle ou fictive, sur laquelle la pression des particules liquide est égale à la pression atmosphérique. C'est encore le lieu de l'ensemble des hauteurs piézométriques de la surface de la nappe.

Une ligne isopièze ou isopièze, est le lieu des points ayant même niveau piézométrique. Une ligne d'isocharge hydraulique est une équipotentielle. Dans ce qui suit, nous confondrons en général isopièzes, isocharges hydrauliques ou équipotentielles car les vitesses considérées sont faibles.

La connaissance des isocharges hydrauliques permettra de déterminer le sens des écoulements dans une nappe.

B.5.1.4 Lignes de courants

Nous rappelons que la ligne de courant est la ligne tangente au vecteur vitesse en chacun de ces points à l'instant considéré.

Si le milieu est homogène et isotrope les lignes de courant seront perpendiculaires aux isopièzes. La connaissance de la piézométrie permettra donc de tracer les lignes de courants. Si le milieu est anisotrope les lignes de courant feront un angle différent de 90° avec les isopièzes (sauf si les isopièzes sont orthogonales aux axes principaux de perméabilité).

Le tracé des isopièzes et des lignes de courant est appelé réseau d'écoulement.

B.5.2 Effet des variations de la transmissivité

Supposons l'écoulement d'une nappe qui ne reçoit pas d'apports intermédiaires. Pour un même débit, la transmissivité et le gradient hydraulique varient en sens inverse.

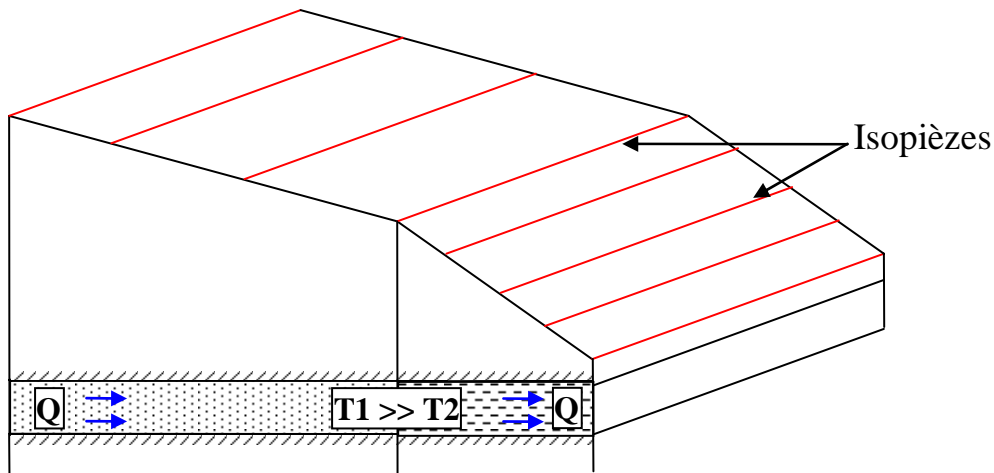


Figure 55 : variation de la transmissivité

B.5.3 Ecoulement entre deux tranchées

Supposons une tranchée (tranchée de captage), creusée dans un massif perméable renfermant une nappe, jusqu'au substratum imperméable horizontal. Un fossé parallèle (tranchée d'alimentation), situé à une distance R , atteignant le fond imperméable et rempli d'eau sur une hauteur constante H_1 , assure la réalimentation.

Un débit constant Q maintient une tranche d'eau de hauteur H_2 dans la tranchée de captage, entraînant un écoulement permanent des eaux souterraines dans la tranche de terrain considéré.

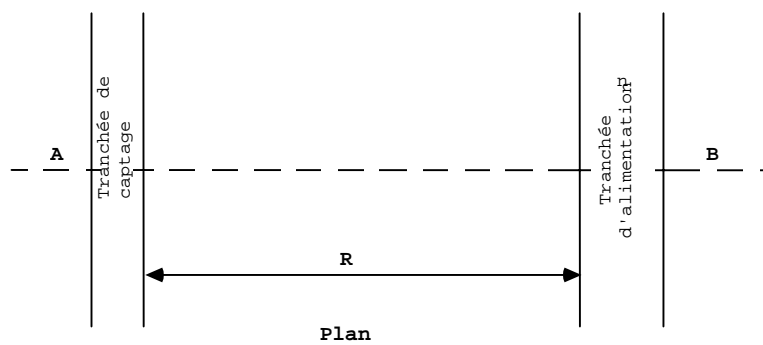
B.5.3.1 Cas d'une nappe libre

Désignons par h l'ordonnée d'un point quelconque de la surface (également surface piézométrique) située à la distance x de la tranchée de captage. Soit l le chemin parcouru par les filets liquides. Dans la section d'abscisse x , le débit par mètre linéaire peut s'écrire :

$$Q = -K h \frac{dh}{dl} \quad \text{soit} \quad Q dl = -K h dh$$

En intégrant avec les conditions aux limites suivantes : pour $l = 0$, $h = H_2$ et pour $l = L$, $h = H_1$:

$$Q = K \frac{H_1^2 - H_2^2}{2L} \quad \text{mais il est difficile de calculer } L.$$



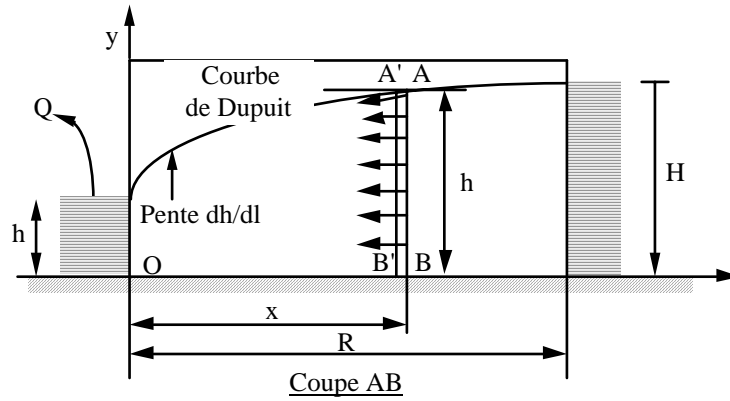


Figure 56 : Ecoulement entre 2 tranchées (nappe libre)

Formule approchée de Dupuit : Pour simplifier, Dupuit remplace l'arc élémentaire dl par sa projection horizontale dx , ce qui est une approximation valable si on ne considère que les parties de la nappe dont la surface n'a qu'une faible inclinaison (dans les zones à forte inclinaison, comme au voisinage de la tranchée de captage, de grosses erreurs sont ainsi introduites). On a alors :

$$Q dx = - K h dh$$

qui par intégration nous donne :

$$Q = K \frac{H_1^2 - H_2^2}{2 \cdot R}$$

La surface de la nappe est donc approximativement parabolique.

B.5.3.2 Cas d'une nappe captive

Si nous reprenons le même écoulement dans le cas d'une nappe captive d'épaisseur constante e , en gardant les mêmes notations, nous pouvons écrire :

$$Q dx = - K e dh$$

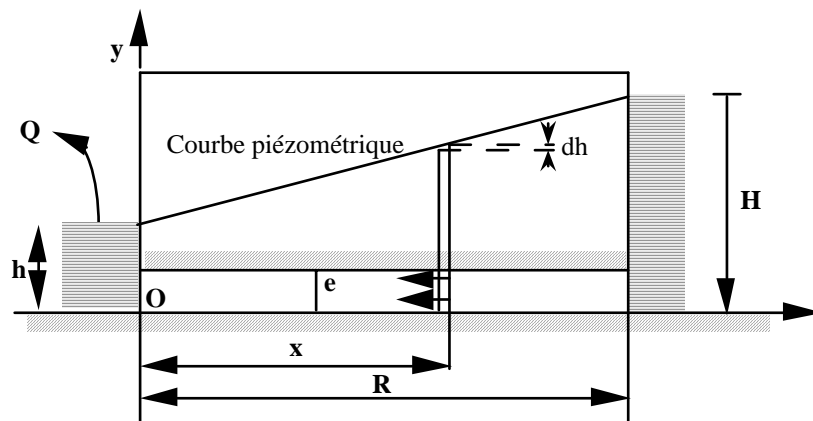


Figure 57 : Ecoulement entre 2 tranchées (nappe captive)

soit en intégrant avec comme conditions aux limites : pour $x = 0$, $h = H_2$ et pour $x = R$, $h = H_1$:

$$Q = K e \frac{H_1 - H_2}{R}$$

La surface piézométrique de la nappe est donc une droite.

B.5.4 Écoulement radial circulaire en régime permanent

B.5.4.1 Nappe captive

Examinons le schéma suivant : un puits où l'on pompe à un débit Q constant et un piézomètre (c'est-à-dire un forage où l'on pratique une prise de pression statique), situé à une distance r du puits, où l'on observe un niveau piézométrique h .



Considérons les hypothèses suivantes:

- l'aquifère a une épaisseur e constante,
- le substratum est supposé horizontal,
- Le milieu infini (ou très grand dans toutes les directions),
- le puits est équipé d'une crépine sur la totalité de l'aquifère,
- le débit Q de pompage est constant.

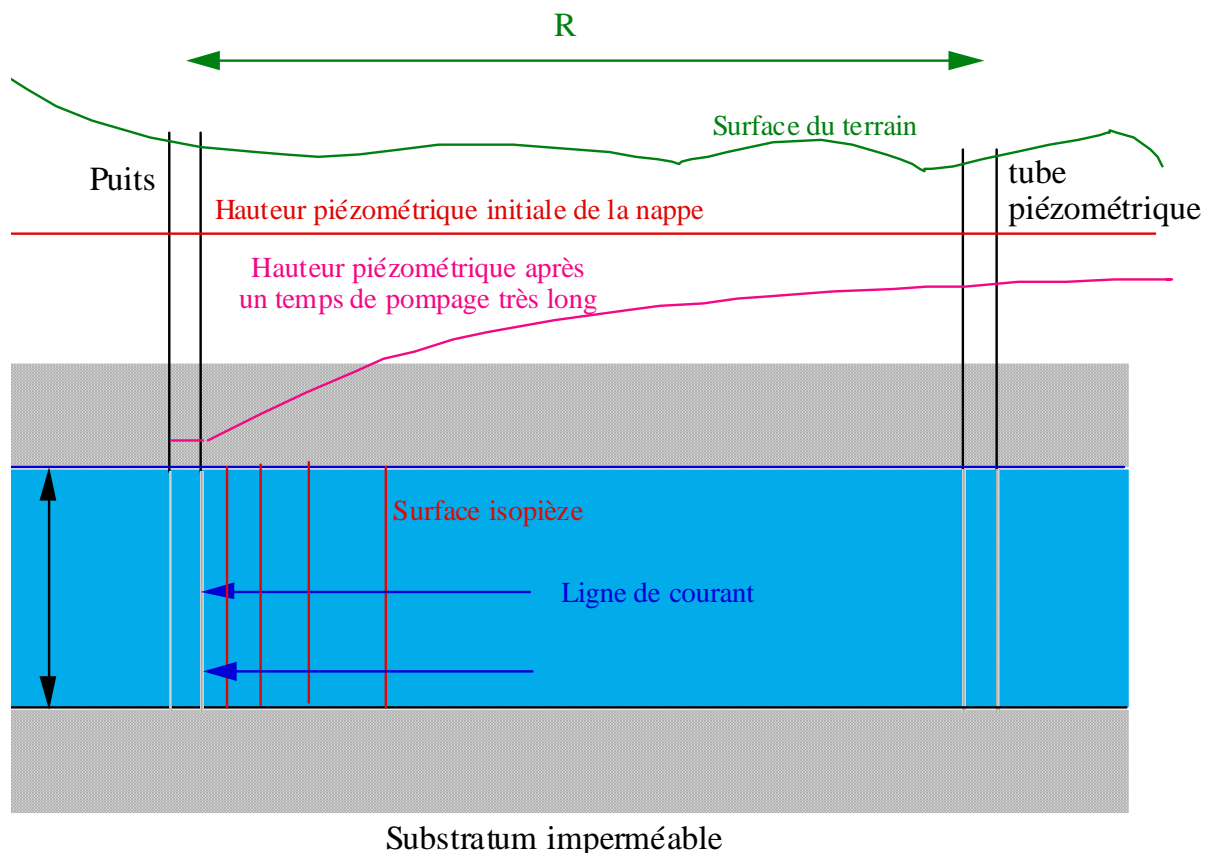


Figure 58 : écoulement radial circulaire

La vitesse à la distance r est $V = K \frac{dh}{dr}$

La surface offerte à l'écoulement est $S = 2\pi \cdot r \cdot e$

Le débit est donc $Q = VS = 2\pi \cdot eK \frac{dh}{dr}$ d'où $\frac{dr}{r} = 2\pi e \frac{K}{Q} dh$ (1)

soit en intégrant : $\ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{2\pi Ke}{Q} (h_1 - h_2)$ or $T = Ke$

Si h_0 est la charge hydraulique initiale, on note $s = h_0 - h$ (rabattement)

En supposant qu'il existe une distance R_A (appelé rayon d'action) à partir de laquelle $s \approx 0$, l'équation (2) devient :

$$2,3 \cdot \log_{10} \frac{R_A}{r} = \frac{2\pi T}{Q} s \quad \text{ou encore} \quad \boxed{s = \frac{Q}{2\pi \cdot T} \ln \frac{R_A}{r} = \frac{0,366 \cdot Q}{T} \log \frac{R_A}{r}} \quad (3)$$

Cette relation est également appelée formule de Dupuit

Remarque : cette notion de rayon d'action est contestable (et contesté) car lié à la signification de $s \approx 0$. Il vaudrait mieux le définir par rapport à une valeur absolue, par exemple : $s = 10^{-2}$. Cette notion est également fonction du moment où l'on considère que l'on a atteint le régime permanent. En effet le rabattement est fonction du temps de pompage et comme nous le verrons plus loin (§ B.7.3), l'expression du rabattement en régime permanent peut aussi être déduite de l'expression plus générale du rabattement en régime transitoire, quand les temps de pompage sont très longs.

Les **courbes caractéristiques** [$Q = f(s)$] sont des droites.

B.5.4.2 Nappe libre

Nous supposons que les conditions sont les mêmes que précédemment, mais dans ce cas, la nappe est libre et a une hauteur initiale constante h_0 .

La vitesse à la distance r est $V = K \frac{dh}{dr}$

Remarque : En toute rigueur nous devrions écrire $V = K \frac{dh}{dl}$, dl étant le trajet du filet liquide.

Ici, nous faisons l'approximation de Dupuit en assimilant l'arc dl à sa projection horizontale dr . Ceci est admissible loin de l'axe du puits, mais ne l'est plus au voisinage.

La surface offerte à l'écoulement est $S = 2\pi rh$ (si h est la hauteur de la nappe à une distance r du puits).

Le débit est donc $Q = VS = 2\pi r h K \frac{dh}{dr}$ d'où

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi h K}{Q} dh$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi K}{Q} h dh \quad (4)$$

soit en intégrant entre deux distances r_1 et r_2 où les niveaux piézométriques sont h_1 et h_2 ...

$$\ln \frac{r_1}{r_2} = 2\pi \frac{K}{Q} \left[\frac{1}{2} (h_1^2 - h_2^2) \right] \text{ ou } \ln \frac{r_1}{r_2} = \pi \frac{K}{Q} (h_1^2 - h_2^2) \quad (5)$$

... ou encore, en supposant qu'il existe une distance R_A (dite rayon d'action) à partir de laquelle le niveau piézométrique est le même que le niveau initial h_0 .

$$(h_0^2 - h^2) = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R_A}{r}$$

$$(h_0^2 - h^2) = 0,732 \frac{Q}{K} \log_{10} \frac{R_A}{r}$$

or $h_0^2 - h^2 = (h_0 - h) \cdot (h_0 + h) = (h_0 - h) \cdot (2h_0 + h - h_0)$

et $s = h_0 - h$

donc $s(2h_0 - s) = 0,732 \frac{Q}{K} \log \frac{R_A}{r}$

ou encore : $2h_0s - s^2 = 0,732 \frac{Q}{K} \log \frac{R_A}{r} \quad (6)$

Les courbes caractéristiques [$Q = f(s)$] sont dans ce cas des paraboles.

Remarque : En supposant que le débit Q est faible et que l'extension de la nappe est importante, pour des piézomètres éloignés du puits, il est possible de considérer que le terme $2h_0$ est nettement supérieur à s ($2h_0 \gg s$).

Dans ce cas le terme : $s(2h_0 - s)$ se simplifie en $2h_0s$ et l'on retrouve...

$$s = \frac{0,366 \cdot Q}{Kh_0} \log \frac{R_A}{r}$$

... c'est-à-dire une formulation analogue à celle d'une nappe captive.



D'après <http://www.e-atlantide.com/thematiques/shadok/index.htm#dessins>

B.6 Cas Général : équation fondamentale de l'hydrodynamique

B.6.1 Etablissement de l'équation de diffusivité

Les quelques exemples que nous venons de citer sont en fait des cas particuliers de résolution de l'équation fondamentale de l'hydrodynamique (ou de continuité ou de diffusivité).

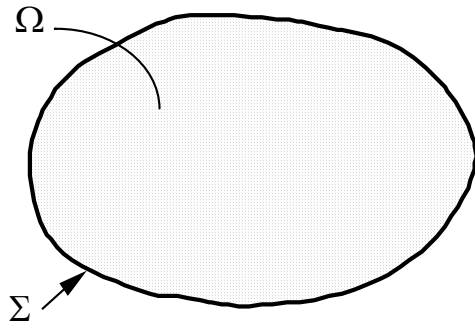
Problème : on se propose d'établir une relation qui permette de décrire le mouvement d'une particule d'eau en fonction de sa position, du temps, des caractéristiques physiques du fluide et de l'encaissant (le terrain).

On dispose de 3 types de relations :

* les équations d'état isotherme du fluide :

$$\rho = \rho_0 e^{\beta(p - p_0)} \quad \beta : \text{coefficient de compressibilité du fluide [M}^{-1} \text{ L T}^2\text{]}$$

* L'équation de continuité ("rien ne se perd, rien de se crée")



Ω : volume de frontière Σ

M : masse du fluide

n : porosité

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \iiint_{\Omega} \frac{\partial \rho n}{\partial t} \mathcal{A} \Omega$$

$$\text{div}(\rho \cdot \vec{V}_D) + \frac{\partial(\rho \cdot n)}{\partial t} + \rho q = 0$$

Figure 59

* Les équations de la dynamique ($\vec{F} = m\vec{\gamma}$)

Les équations de la dynamique se traduisent pour les fluides visqueux, dont les coefficients de viscosité sont supposés constants, en équation de Navier Stokes.

A partir de ces 3 types d'équations on peut établir l'équation de diffusivité

Equation de diffusivité :

$$\operatorname{div}\left(\overrightarrow{K \operatorname{grad}(H)}\right) = S_s \frac{\partial H}{\partial t} + q$$

S_s : coefficient d'emmagasinement spécifique

S : coefficient d'emmagasinement (S : storage)

si la perméabilité horizontale est constante sur l'épaisseur de la nappe :

$$S = \int_{\text{substratum}}^{\text{toit}} S_s \cdot dz$$

$$\operatorname{div}\left(\overrightarrow{T \operatorname{grad}(H)}\right) = S \frac{\partial H}{\partial t} + Q$$

$Q > 0$ débit prélevé par unité de surface de la nappe

$Q < 0$ débit injecté par unité de surface de la nappe (donc en m/s) : par exemple pluie

si T est isotrope l'équation devient

$$\boxed{\nabla^2 H = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{Q}{T}}$$

qui est la forme de l'équation de diffusivité que nous utiliserons dans la suite.

En régime permanent l'équation devient : $\boxed{\nabla^2 H = 0}$

B.6.2 Propriétés de l'équation de diffusivité**B.6.2.1 Unicité de la solution (Cf. Cours TCS11, Maths 1A et SG232 EDP))**

En régime permanent ou pour une nappe captive en régime transitoire à condition que S et T soient constants et les CL, l'équation de diffusivité est linéaire en h .

Dans ces cas, si D est un domaine d'intégration donné de l'équation de diffusivité, muni de conditions aux limites et initiales, on démontre, que si h vérifie ces conditions aux limites et si h vérifie l'équation de diffusivité, h est, en général, la solution unique du problème (en régime permanent ou transitoire).

B.6.2.2 Principe de superposition

Dans les mêmes conditions, dans un domaine D l'équation de diffusivité est linéaire en h et en q . Si (h_1, q_1) et (h_2, q_2) sont 2 solutions particulières de l'équation de diffusivité vérifiant des conditions aux limites données, alors $\alpha \cdot h_1 + \beta \cdot h_2$ est solution de la même équation, avec les débits $\alpha q_1 + \beta q_2$ et les conditions aux limites qui en résultent

B.7 Solutions de l'équation de diffusivité lors de pompage dans un puits

Un des ouvrages le plus fréquent en hydraulique souterraine consiste en un puits atteignant un aquifère. Ces puits permettent de prélever un débit Q constant ou variable dans la nappe (ou une partie de la nappe) ainsi atteinte.

Pour connaître les caractéristiques hydrauliques des réservoirs il est fréquent d'effectuer des "pompages d'essais" qui consiste à enregistrer les variations de la charge hydraulique (ou du débit) au puits et dans des piézomètres proches du puits en fonction du temps. Ces variations sont interprétées selon différents modèles théoriques de comportement. Dans ce qui suit nous présentons quelques-uns de ces modèles.

B.7.1 Equation de diffusivité en coordonnées radiales

En coordonnées radiales l'équation de diffusivité s'écrit : $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t}$

B.7.2 Solution de Theis

Theis a proposé une solution à cette équation dans le cas d'un milieu infini, homogène et isotrope de transmissivité constante dans le temps et dans l'espace (nappe captive ou nappe libre peu rabattue), d'un forage captant la nappe sur toute son épaisseur d'une injection ou d'un pompage à débit constant, dans un puits infiniment petit :

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} W(u) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy \quad \text{avec } u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$$

t : temps

r : distance radiale à partir du centre du puits

s : rabattement de la nappe (différence entre le niveau piézométrique initial de la nappe et son niveau après un temps t de pompage, observée à la distance r du puits)

Q : débit de pompage

T : Transmissivité (produit de la perméabilité par l'épaisseur de la nappe)

S : coefficient d'emmagasinement

B.7.3 Solution de Jacob

Une solution approchée de l'équation précédente peut être proposée :

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \ln \left(\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S \cdot r^2} \right) \quad (\text{formule de Jacob})$$

Cette approximation reste valable pour des valeurs de u inférieures à 10^{-1} ; c'est-à-dire, en pratique, pour des temps de pompage long et à des distances proche du puits de pompage.

En effet on peut écrire que :

$$\int_u^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy \approx \int_u^{\infty} \left(\frac{1}{y} - 1 + \frac{y}{2} - \frac{y^2}{3!} + \frac{y^3}{4!} \dots \right) dy \approx -\gamma - \ln(u) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot u^n}{n \cdot (n!)}$$

avec $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right) \approx 0,5772156\dots$ constante d'Euler

pour des faibles valeurs de u on peut limiter le développement au 2^{ème} ordre et écrire :

$$\int_u^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy \approx -\gamma - \ln(u) \approx \ln \left(\frac{1}{u} \right) - 0,5772 \quad \text{ou encore}$$

$$s \approx \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \left[\ln \left(\frac{1}{u} \right) - 0,5772 \right] = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \ln \left(\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S \cdot r^2} \right) \quad \text{soit en } \log_{10} :$$

$$s \approx \frac{0,183 \cdot Q}{T} \log_{10} \left(\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S \cdot r^2} \right)$$

Remarques :

1. Les faibles valeurs de $u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$ correspondent à des temps de pompage longs ou à des points proches du puits (r faible)
2. Le terme $\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S}$ a les dimensions d'une longueur au carré. Si on pose $\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S} = L^2(t)$ on peut écrire le rabattement sous la forme : $s \approx \frac{0,366 \cdot Q}{T} \log_{10} \left(\frac{L(t)}{r} \right)$ ce qui est proche de la formule de Dupuit écrite au § B.5.4.1 page 72 en posant : $L(t) = R_A$.

On comprend aussi que cette notion de rayon d'action soit contestable, puisque ce rayon dépend du temps de pompage. Cependant comme les nappes ne sont jamais infinies il existe souvent une certaine distance à laquelle il existe une réalimentation de la nappe.

B.7.4 Pompage d'essai

Un essai de pompage classique consiste à mesurer (dans le puits de pompage ou dans un piézomètre) les rabattements induits dans la nappe par un pompage de quelques heures (éventuellement plus long) afin de déterminer les paramètres hydrauliques de l'aquifère : S et T (les autres paramètres Q, t et r étant a priori mesurés). La solution de Theis est souvent représentée sous forme d'abaque dans des axes log-log, pour faciliter l'interprétation graphique des essais de pompage.

Des essais plus spécifiques sont utilisés dans des terrains de faible perméabilité.

Les essais sont interprétés en comparant différents modèles théoriques aux essais réels et les propriétés des terrains investigués sont obtenus par calage des courbes théoriques aux courbes expérimentales. Les différents modèles théoriques correspondent à des géomodèles différents.

B.7.4.1 Interprétation graphique de la méthode de Theis

L'interprétation graphique du pompage consiste à ajuster la courbe expérimentale à la courbe théorique. En effet :

soit en log :

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} W(u)$$

$$\log[W(u)] = \log s + \log \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot T}{Q} \right)$$

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$$

$$\log u = -\log t + \log \left(\frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T} \right)$$

La courbe expérimentale $\log(s)$, $-\log(t)$ peut donc se déduire de la courbe théorique $\log[W(u)]$ $\log(u)$ à 2 translations près :

- une translation de $\log\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot T}{Q}\right)$ selon l'axe des x ou des s ou des W(u)
- une translation de $\log\left(\frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T}\right)$ selon l'axe t ou u

La valeur de la translation selon l'axe des x : $\log\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot T}{Q}\right)$ permet d'en déduire la valeur de la transmissivité.

La translation selon l'axe y : $\log\left(\frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T}\right)$ par déduction permettra d'en déduire la valeur du coefficient d'emmagasinement S.

Après superposition des courbes, on choisit donc un point arbitraire pour lequel on note les coordonnées W(u), u de la courbe théorique et les coordonnées s, t de la courbe expérimentale. L'introduction de ces valeurs dans les équations $s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} W(u)$ et $u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$ permet d'obtenir la valeur de la transmissivité et du coefficient d'emmagasinement

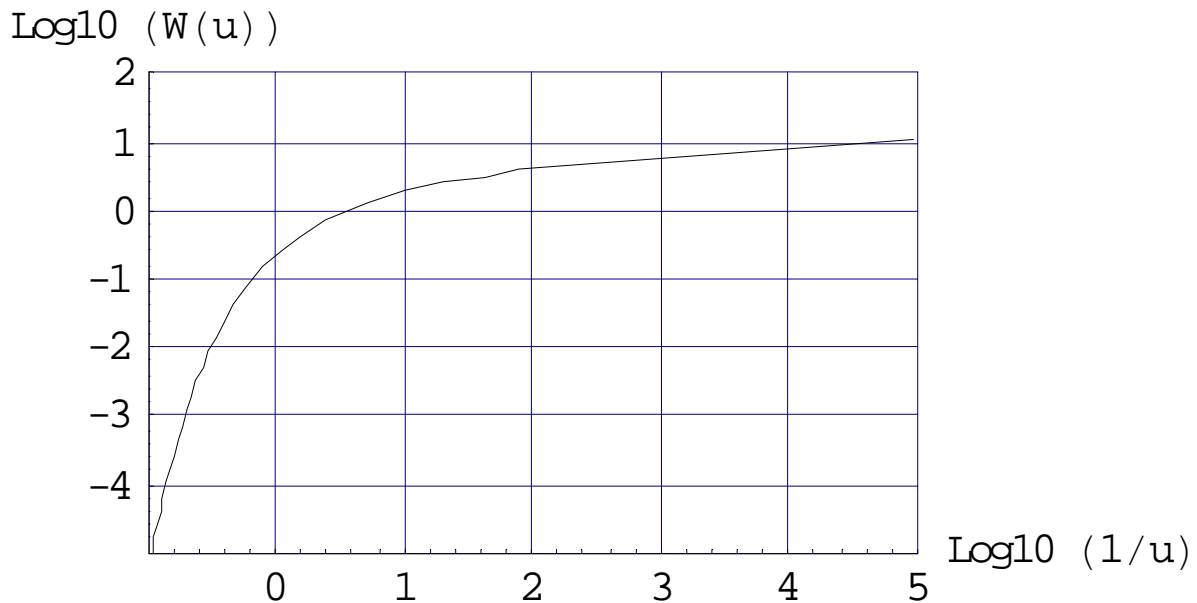


Figure 60 : courbe théorique de Theis

B.7.4.2 Interprétation graphique de la méthode de Jacob

On peut tracer les rabattements en fonction du temps sur du papier semi-log. Les points s'alignent selon une droite de pente $\frac{0,183 \cdot Q}{T}$. On peut donc en déduire la transmissivité.

L'abscisse à l'origine $t_0 = \frac{S \cdot r^2}{2,25 \cdot T}$ permet d'en déduire le coefficient d'emmagasinement

$$\left(\text{quand } s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \ln\left(\frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S \cdot r^2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2,25 \cdot T \cdot t}{S \cdot r^2} = 1\right)$$

Remarque : les points correspondant à des temps courts sont mal alignés car ils correspondent à des valeurs de $u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} > 10^{-1}$. L'abscisse à l'origine permet d'en déduire S.

B.7.5 Remontée de la nappe

Si après pompage on observe la remontée du niveau de la nappe, il est possible d'interpréter les rabattements observés qualifiés de rabattements résiduels à partir du principe de superposition. En effet l'arrêt du pompage peut être considéré comme la somme d'un pompage à débit Q et d'une injection à débit -Q. le rabattement résiduel s'exprime donc sous la forme :

$$s' = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} [W(u) - W(u')] \text{ avec } u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \text{ et } u' = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t'} = u \frac{t}{t'}$$

t : temps depuis le début du pompage

t' : temps depuis l'arrêt du pompage : $t = t_p + t'$ avec t_p durée du pompage

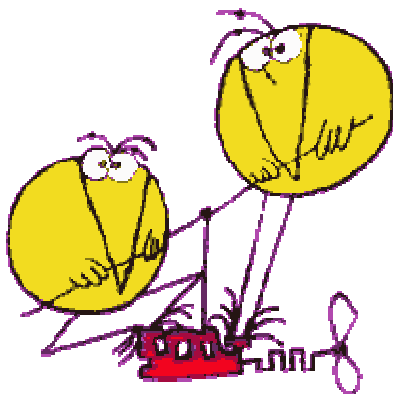
Le rabattement résiduel peut donc s'écrire :

$$s' = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \left[W(u) - W\left(u \frac{t}{t - t_p}\right) \right]$$

L'équation mise sous cette forme montre que le retour à l'état initial (rabattement nul) ne se fera que pour un temps t très grand par rapport au temps de pompage.

B.7.6 Méthode des paliers enchaînés

Il est possible d'interpréter un pompage effectué avec une série de paliers de débits, sans attendre entre chaque palier la remontée de la nappe.



"Je pompe donc je suis"

d'après

<http://www.e-atlantide.com/thematiques/shadok/index.htm#dessins>

B.7.7 Quelques cas particuliers de nappe

Nous avons vu que la méthode de Theis permettait d'interpréter le pompage dans une nappe infinie, horizontale, non réalimentée.

Il existe d'autres solutions théoriques dans des cas plus complexes.

B.7.7.1 Drainance

Il s'agit d'intégrer l'équation de diffusivité en prenant en compte les épontes.

B.7.7.1.1 Cas des aquifères superposés semi-perméable : Schéma de Hantush

La solution de Hantush, propose un modèle théorique lorsque l'une des 2 épontes de l'aquifère est constitué d'un horizon semi-perméable.

B.7.7.1.2 Solution de Boulton

B.7.7.2 Réalimentation latérale

B.7.7.2.1 Méthode des puits images

La méthode des puits images est couramment utilisée pour analyser des écoulements situés près d'une limite imperméable ou une limite à charge imposée. Cette méthode est basée sur le principe de superposition exposé au § B.6.2.2 page 75.

B.7.7.2.1.1 Principe de superposition

Considérons 2 puits de centre O et O' pompant chacun avec un débit Q et Q'. D'après le principe de superposition le rabattement en un point M peut être obtenu en additionnant les rabattements que provoqueraient chacun de ces puits séparément.

Si les conditions du milieu et du pompage permettent d'utiliser la solution de Theis, le rabattement au point M s'écrira :

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} W(u) + \frac{Q'}{4 \cdot \pi \cdot T} W(u')$$

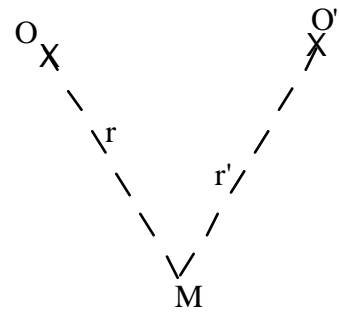


Figure 61 : principe de superposition

B.7.7.2.1.2 Limite à potentiel imposé

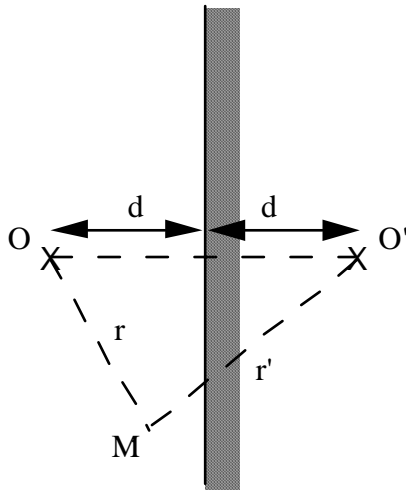


Figure 62 : limite à charge imposée

Supposons maintenant que dans le puits O' on injecte un débit Q (ou ce qui revient au même, on pompe avec un débit -Q). Le rabattement en M s'écrira :

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} [W(u) - W(u')]$$

Si on s'intéresse aux points M situés à égal distance de O et de O' (c'est à dire sur la médiatrice OO'), pour ces points $r=r'$, le rabattement s'écrit alors :

$$s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} [W(u) - W(u)] = 0$$

ou exprimé autrement, la charge au niveau de ces points est constante, puisqu'il n'y a pas d'évolution du rabattement en fonction du temps. Nous avons construit une solution au problème suivant : un puits O' situé à une distance d d'une limite rectiligne à charge imposé (ou potentiel constant). Cette solution est unique (principe d'unicité) puisqu'elle vérifie les conditions aux limites de l'équation de diffusivité (à condition qu'au forage O le rayon r_0 soit négligeable devant la distance 2d)

B.7.7.2.1.3 Limite à flux constant

Supposons que dans le puits O' on pompe avec le même débit Q qu'en O. Le rabattement au

niveau de la médiatrice s'écrira : $s = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} [W(u) + W(u)] = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot T} W(u)$. On peut

démontrer que le long de cette ligne $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$ On a donc là la solution au problème d'un forage situé à une distance d d'une ligne rectiligne à flux nul.

B.7.7.2.1.4 Plusieurs limites

Par ce principe des images on peut représenter un problème à plusieurs limites en multipliant les puits images.

B.7.7.2.2 Application à l'interprétation d'un pompage avec réalimentation latérale du puits

B.7.8 Essais Lugeon et Lefranc

Ces essais sont plutôt utilisés en géotechnique.

B.8 Les essais spécifiques :

Dans ce paragraphe nous évoquerons quelques tests plus spécifiques qui sont utilisés pour déterminer des faibles perméabilités ou des perméabilités dans les milieux saturés.

Pulse test et slug test, essais en milieux non saturés (double anneaux).

Les slug et pulse se pratiquent généralement dans une portion de forage isolé par un système de double obturateur qui délimite une chambre d'injection.

B.8.1 Essais par chocs hydrauliques : Pulse test

Le pulse test consiste à appliquer une impulsion de pression très brève en un point d'un forage, entre deux obturateurs et à observer en ce même point la réponse en régime transitoire. L'interprétation varie en fonction de la forme de la cavité où à lieu l'impulsion (cylindre ou sphère). Cet essai permet d'estimer la transmissivité T et avec moins de précision le coefficient d'emmagasinement S .

Les pulse tests sont généralement interprétés en utilisant les courbes types établies par Cooper et al. (1967). Ces courbes type sont fonctions de 3 paramètres α , β et le temps t .

Le coefficient α sans dimension, définit la forme de la courbe et est donné par :

$$\alpha = \frac{r_w^2 \cdot S \cdot \pi}{C \cdot \rho \cdot g} \text{ avec}$$

- r_w : rayon du forage (m)
- α : coefficient sans dimension (-)
- S : coefficient d'emmagasinement (-)
- C : coefficient d'emmagasinement de la cavité de pompage ou injection (m^3/Pa)
- ρ : masse volumique du fluide (Kg/m^3)
- g : gravité (9,81) (m/s^2)

Deux méthodes d'interprétation peuvent être utilisées :

- l'ajustement de la courbe expérimental aux courbes types permet de déduire le coefficient d'emmagasinement. Les valeurs de α obtenues par ce type d'ajustement conduisent souvent à des valeurs irréalistes du coefficient d'emmagasinement
- Le calcul des valeurs de α à partir d'une estimation du coefficient d'emmagasinement basé

sur les propriétés de la roche et du fluide (cf. B.5.1.2 page 67) et l'ajustement de la courbe expérimental aux courbes types avec des formes prédéfinies

La transmissivité T est calculée à partir de l'ajustement de la courbe expérimental aux courbes types par l'expression :

$$T = \frac{\beta \cdot C \cdot \rho \cdot g}{t \cdot \pi} \quad \text{avec}$$

- β : paramètre sans dimension (-)
- t : temps (s)
- Le paramètre C peut être mesuré pendant le pulse test en mesurant les variations de pression lors de l'extraction d'un volume d'eau en supposant

La réalisation d'un pulse test, n'est pas possible si la perméabilité est trop élevée (il est alors impossible d'appliquer la brève impulsion de pression, le fluide pénétrant instantanément dans la roche. Dans ce cas, il est possible d'effectuer un test d'injection à débit constant entre obturateurs

B.8.2 Slug test (débit variable à partir d'une injection unique)

Le dispositif de réalisation d'un slug test est équivalent à celui d'un pulse, mais convient à des transmissivités moyennes à faibles. Pour ce test, on impose également une pression donnée, mais après avoir fait varier la charge hydraulique dans le tubage raccordé à la zone de test, la vanne entre la zone de test et le tubage reste ouverte, de sorte que, selon la différence entre la roche et le tubage on observera un écoulement d'eau du tubage dans la roche ou inversement. Il est possible de calculer le débit d'eau qui afflue ou sort, à partir de la variation de pression dans le tubage.

B.9 Méthodes analytiques de résolution de l'équation de diffusivité : fonctions harmoniques

B.10 Méthodes numériques de résolution de l'équation de diffusivité

La modélisation numérique des écoulements souterrains permet de résoudre l'équation de diffusivité par approximation numérique.

Le problème consiste à trouver la répartition des charges hydrauliques dans un domaine dont on connaît la géométrie, la perméabilité, le coefficient d'emménagement (s'il s'agit d'un problème transitoire), les conditions aux limites et initiales (pour un problème transitoire).

La représentativité de la modélisation dépendra de la plus ou moins bonne approximation de la réalité et donc des hypothèses plus ou moins restrictives qui seront faites. Parmi les hypothèses qui simplifient la résolution numérique on peut citer :

- milieu homogène et isotrope ;
- géométrie simplifiée ;
- conditions aux limites ;
- eau incompressible ;
- pas de dépendance par rapport au temps (régime permanent)

Les modèles, représenteront d'autant mieux la réalité qu'ils ne seront pas limités par ces hypothèses restrictives, mais ils seront de plus en plus complexes et lourds à mettre en œuvre, dès lors que l'on s'affranchira de ces hypothèses. De plus, plus ils prendront en compte la complexité du milieu naturel, plus la quantité d'information nécessaire pour les "alimenter" et les caler sera importante.

La précision de la modélisation sera, entre autre, liée à la finesse du maillage, qui se traduira par une lourdeur informatique plus grande.

Dans ce qui suit nous considérerons 2 types de modèles numériques : les modèles différences finies et les modèles éléments finis. Ces 2 types de modélisation imposent de découper l'espace en éléments en utilisant des points nodaux, situé soit aux extrémités des éléments dans le cas des éléments finis ou des différences finies (mesh-centered nodes) soit au centre des éléments (block-centered nodes) dans le cas des différences finies centrées.

Dans les 2 types de méthode, il s'agit de résoudre un système d'équations avec pour inconnues la charge en un nombre fini de points.

Exemple : Un aquifère bordé par une rivière. L'aquifère est alimenté en surface par des précipitations. Horizontalement les seuls échanges sont ceux avec la rivière.

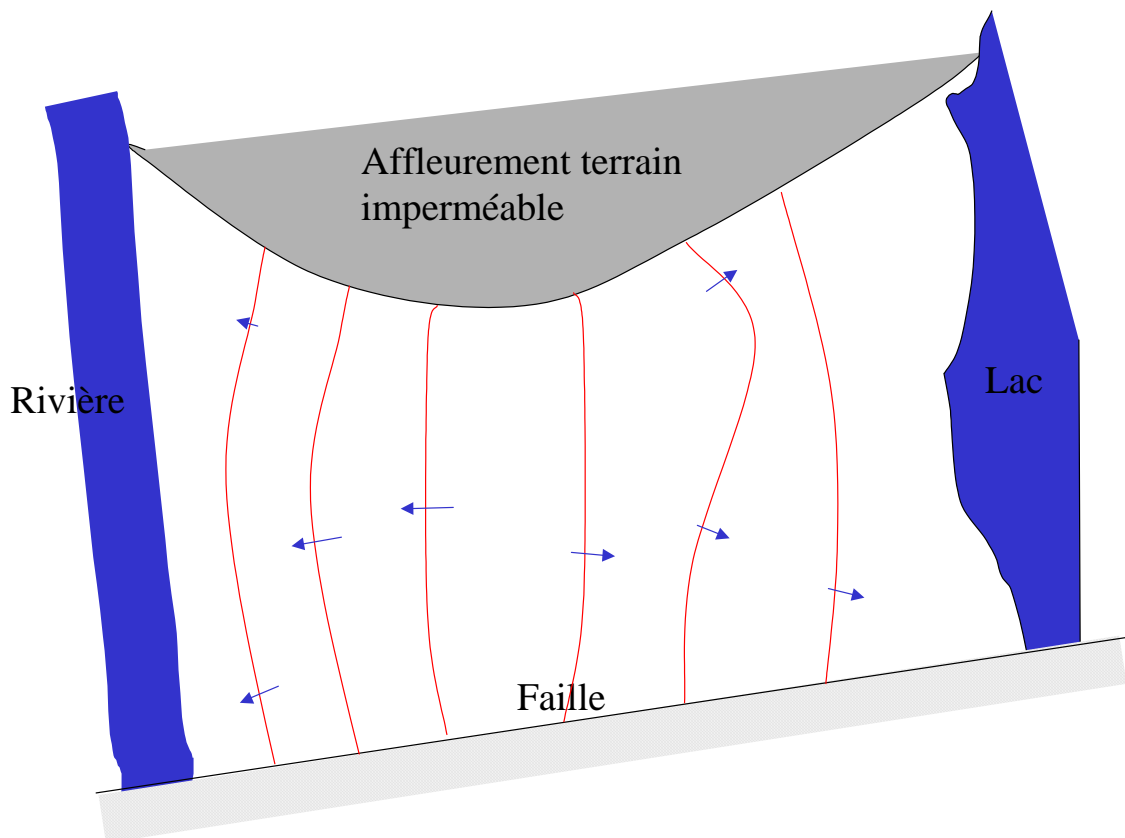


Figure 63 : exemple de problème à modéliser

B.10.1 Equations à résoudre

- En régime permanent : équation de Laplace $\nabla^2 H = 0$ ou $div[\overrightarrow{K grad}(H)] = 0$, K matricielle

- En régime transitoire $\text{div}\left[K \overrightarrow{\text{grad}}(H)\right] = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{Q}{T}$

B.10.2 Conditions aux limites :

Pour pouvoir résoudre les équations précédentes, il est nécessaire de préciser les conditions aux limites qui peuvent être de différents types :

- Charge connue le long de la frontière (condition de Dirichlet)
- Flux (débit) connu le long de la frontière (condition de Neumann)
- combinaison de (a) et (b) (condition mixte)

B.10.3 Principe des différences finies :

L'espace est découpé en une grille de points distants de Δx et Δy (cf. Figure 64).

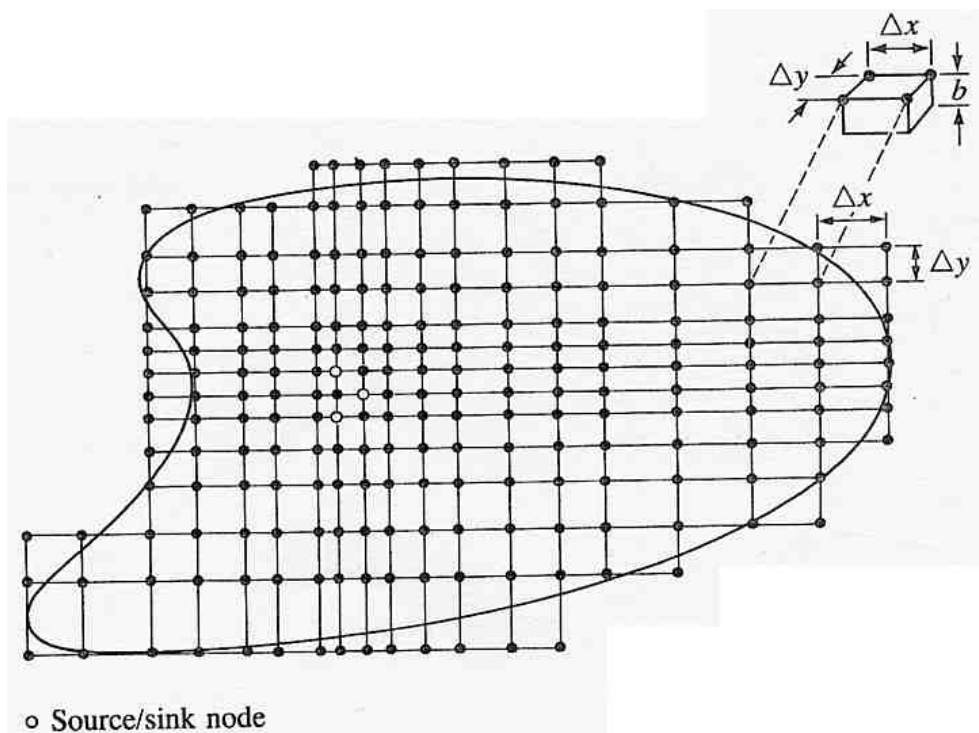


Figure 64 : Différences finies avec nœuds centrés sur la grille (d'après Wang et Anderson [33])

Si on connaît la fonction charge hydraulique H en 2 points a et c , la valeur de H au point i milieu de a et c peut être approchée par un développement en série de Taylor.



Figure 65 : découpage différences finies

$$H_a = H_i + (x_a - x_i) \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_i + \frac{1}{2} (x_a - x_i)^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right)_i$$

B.10.3.1 En régime permanent :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} - \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x}}{\Delta x} \approx \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \approx \frac{h_{i,j-1} - 2h_{i,j} + h_{i,j+1}}{(\Delta y)^2}$$

dans le cas ou $\Delta x = \Delta y$ $\boxed{\nabla^2 H = 0} \Rightarrow h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1} - 4h_{i,j} = 0$

Il existe plusieurs techniques numériques pour résoudre le système d'équation, en général des techniques itératives (explicites) sont utilisées.

On peut citer parmi les méthodes de résolution :

- Jacobi (la plus simple et la moins bonne)
- Gauss Seidel (encore assez simple)
- surelaxation
- gradients
- IADI

B.10.3.2 En régime transitoire :

$$\boxed{\nabla^2 H = \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \left(+ \frac{Q}{T} \right)}$$

Le temps est divisé en pas de temps et entre le pas de temps n et le pas de temps n+1 on peut

écrire : $\frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t}$ ou $\frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{h_{i,j}^n - h_{i,j}^{n-1}}{\Delta t}$

L'équation de diffusivité peut être écrite sous la forme :

$$\frac{h_{i+1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i-1,j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{h_{i,j+1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j-1}^n}{(\Delta y)^2} = \frac{S}{T} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} - \frac{Q_{i,j}^n}{T}$$

dans cette expression $h_{i,j}^{n+1}$ est évalué par les termes du pas de temps précédent (méthode progressive).

D'autres méthodes de résolutions peuvent être utilisées

B.10.4 Principe des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à découper le domaine étudié en éléments de forme simple : triangles (le plus souvent), parallélogramme en 2D, tétraèdres, parallélépipèdes en 3D. Les éléments sont interconnectés en des points appelés nœuds.

Le potentiel h dans chaque élément est défini par des fonctions d'interpolation à partir des valeurs aux nœuds.

Principe : minimisation de l'énergie dans le domaine de résolution de l'équation

Dans un élément : $\hat{h}_e(x, y) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y$

Intérêt de la méthode: maillage beaucoup plus souple qu'en différences finies

Inconvénients : plus lourd à mettre en œuvre d'un point de vue mathématique

B.11 Ecoulement dans les milieux fracturés

Jusqu'à présent nous avons considéré des écoulements en milieux poreux "continus". Dans les roches l'essentiel de l'écoulement va s'effectuer dans les fractures. Les milieux fracturés peuvent être étudiés par deux approches :

- en prenant en compte les fractures une à une;
- en considérant un milieu continu équivalent.

B.11.1 Ecoulement dans une fracture

Dans un premier temps nous nous intéresserons aux écoulements dans une fracture en supposant que la matrice c'est à dire les blocs compris entre les fractures sont imperméables.

Les vitesses d'écoulement dans une fracture dépendent de son ouverture et de la rugosité de ses épontes. La rugosité absolue ε correspond à la hauteur moyenne des aspérités dans la fracture. La rugosité relative, sans dimension, est le rapport entre la hauteur des aspérités et le diamètre hydraulique moyen :

$$R_r = \frac{\varepsilon}{D_H}$$

- D_H Diamètre hydraulique : $D_H = 4R_H = 4 \frac{S}{P}$
- R_H rayon hydraulique
- S : section mouillée
- P : périmètre mouillé

Remarques:

- Pour une fracture infinie et plane d'ouverture e , on a $D_h \approx 2e$. En effet si L est la largeur de la fracture $D_h = 4R_h = 4 \frac{S}{P} = 4 \frac{e \cdot L}{2 \cdot (e + L)} = 2 \frac{e}{\left(\frac{e}{L} + 1\right)} \approx 2e$ si $\frac{e}{L} \ll 1$

$$\text{donc } R_r = \frac{\varepsilon}{D_H} = \frac{\varepsilon}{2 \cdot e}$$

B.11.1.1 Différents régimes d'écoulement

Les travaux de Louis ([27]) ont montré que l'écoulement dans une fracture élémentaire pouvait s'écrire :

- en régime laminaire $V = k_f \cdot J_f$
- en régime turbulent $V = k_f' \cdot J_f^\alpha$

V : vitesse moyenne d'écoulement dans la fracture ([L/T] ou m/s) ;

k_f : conductivité hydraulique de la fracture ([L/T] ou m/s) ;

k_f' : conductivité turbulente de la fracture ([L/T] ou m/s) ;

J_f : projection orthogonale du gradient hydraulique sur le plan de la fracture (sans dimension) ;

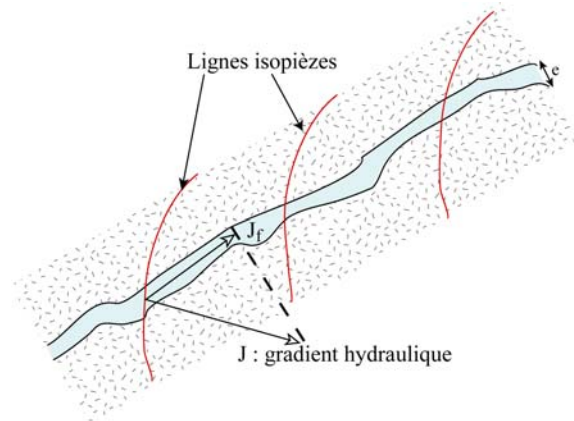


Figure 66 : Ecoulement dans une fracture

α : degré de non-linéarité sur le plan d'écoulement ($0,5 \leq \alpha \leq 1$. α vaut 0,5 en régime turbulent complètement rugueux et 1 en régime laminaire).

Louis a défini, en fonction de ses expérimentations, 5 Régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds (R_e) et de la rugosité relative (R_r) de la fracture.

$$R_e = \frac{\rho V D}{\mu}$$

- μ : viscosité dynamique du fluide (cf. § B.3.2 page 50) $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
- ρ : poids volumique de l'eau

Pour les 5 régimes d'écoulements Louis donne une expression de la vitesse V fonction de :

- e : ouverture de la fracture
- la viscosité

Remarque :

Le coefficient de perte de charge λ est défini par la relation : $J_f = \lambda \cdot \frac{1}{D_H} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g}$

\bar{V} : vitesse moyenne d'écoulement

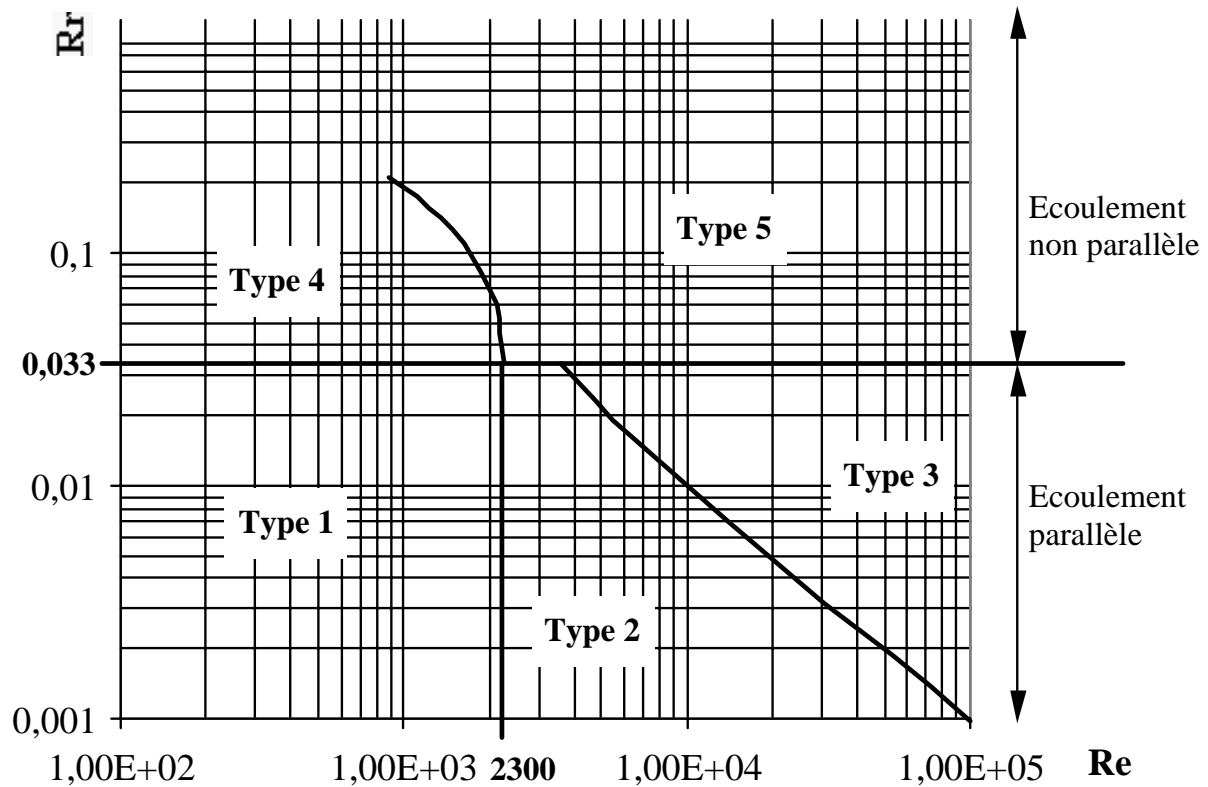


Figure 67 : différents régimes d'écoulements définis par Louis [27]

1. Type 1 : Ecoulement laminaire lisse (Poiseuille)

$$V = - \left(\frac{\rho \cdot g \cdot e^2}{12 \cdot \mu} \right) \cdot J_f \quad \lambda = \frac{96}{R_e}$$

2. Type 2 : Ecoulement turbulent lisse (Blasius)

$$V = - \left[\frac{g}{0,079} \left(\frac{2 \cdot g \cdot e^5}{\mu} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot J_f \right]^{\frac{4}{7}} \quad \lambda = 0,316 \cdot R_e^{-1/4}$$

3. Type 3 : Ecoulement turbulent rugueux (Nikuradse)

$$V = - \left(4 \sqrt{e \cdot g} \cdot \ln \left(\frac{3,7}{R_r} \right) \right) \cdot \sqrt{J_f} \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{D_H} \right)$$

4. Type 4 : Ecoulement laminaire rugueux (Louis)

$$V = - \left(\frac{\rho \cdot g \cdot e^2}{12 \cdot \mu \cdot (1 + 8,8 R_r^{1,5})} \right) \cdot J_f \quad \lambda = \frac{96}{R_e} \left[1 + 8,8 \cdot \left(\frac{k}{D_H} \right)^{1,5} \right]$$

5. Type 5 : Ecoulement turbulent très rugueux (Louis)

$$V = - \left(4 \sqrt{e \cdot g} \cdot \ln \left(\frac{1,9}{R_r} \right) \right) \cdot \sqrt{J_f} \qquad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{D_H \cdot 1,9} \right)$$

Dans le cas des écoulements laminaires (type 1 et 4) la vitesse varie en fonction de l'ouverture au carré, donc le débit en fonction de l'ouverture au cube : on parle couramment de "loi cubique"

Si la fracture n'est pas entièrement ouverte (les 2 lèvres se touchent par endroit) il faut multiplier les expressions par le degré de séparation de la fracture F :

$$F = \frac{\text{Surface ouverte de la fracture}}{\text{Surface totale de la fracture}}$$

L'expression de l'écoulement laminaire de type 1 peut se démontrer à partir des équations de continuité et de Navier-Stokes

L'équation de continuité s'écrit :

$$\text{div}(\rho \vec{V}) + \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \rho q = 0 \quad (\text{cf. page 74})$$

L'équation de Navier Stokes dans le cas d'un fluide incompressible :

$$\rho \frac{\partial(\vec{V})}{\partial t} = \rho \vec{f} - \overline{\text{grad} p} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad \text{en régime permanent } \frac{\partial(\vec{V})}{\partial t} = 0 \quad \text{donc l'équation se simplifie en}$$

$$\rho \vec{f} - \overline{\text{grad} p} + \mu \nabla^2 \vec{V} = 0$$

Si l'écoulement est unidirectionnel selon x :

$$\vec{V} = (V(x, z), 0, 0)$$

Si le fluide est incompressible et ici la porosité dans la fracture est 1, l'équation de continuité se ramène à

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 \quad \text{d'où } \vec{V} = (V(z), 0, 0)$$

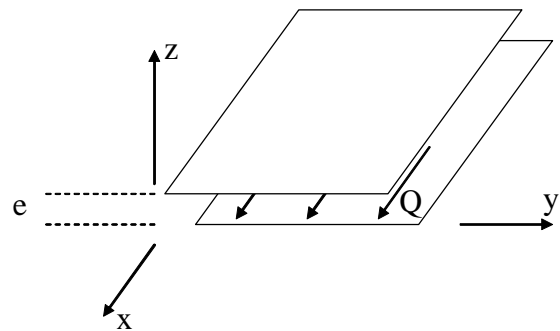


Figure 68 : Ecoulement unidirectionnel horizontal entre 2 plans parallèles lisses

La seule force agissant est la gravité orientée selon z donc $\rho \vec{f} - \overline{\text{grad} p} + \mu \nabla^2 \vec{V} = 0$ est équivalent à

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\rho g + \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Comme $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx}$ la première équation devient $\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$ soit en intégrant :

$V_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \cdot z^2 + C_1 \cdot z + C_2$ Aux parois (pour $z=0$ et $z=e$) la vitesse est nulle donc

$$V_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \cdot (z^2 + ez)$$

Le flux à travers une section b est $q = b \int_0^e V_x dz = b \int_0^e \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \cdot (z^2 + ez) \cdot dz = b \frac{e^3}{12\mu} \frac{dp}{dx}$ la vitesse

$$\text{moyenne : } \bar{V} = b \frac{e^2}{12\mu} \frac{dp}{dx}$$

La relation $q = b \frac{e^3}{12\mu} \frac{dp}{dx}$ est souvent appelée "loi" cubique.

Si l'écoulement n'est pas horizontal, il faut prendre en compte la gravité dans la direction de l'écoulement et la relation s'écrit en fonction de la charge hydraulique:

$$q = b \cdot \frac{\rho \cdot g \cdot e^3}{12\mu} \frac{dh}{dx} = b \cdot \frac{g \cdot e^3}{12 \cdot \nu} \frac{dh}{dx}$$

μ [ML⁻¹T⁻¹] viscosité (dynamique) pour l'eau à 20°C 10⁻³ N.s/m²

ν [L²T⁻¹] : viscosité cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6}$ m²/s ou myriastokes

B.11.1.2 Conductivité hydraulique, perméabilité, transmissivité d'une fracture

La **conductivité hydraulique d'une fracture** est le rapport entre la vitesse et le gradient hydraulique. Pour l'écoulement de type 1 :

$$k_f = \frac{\rho \cdot g \cdot e^2}{12 \cdot \mu}$$

Bear et al. définissent la perméabilité k par rapport à la conductivité K par la relation : $K = \frac{\rho \cdot g}{\mu} k$. Cette perméabilité k est une perméabilité intrinsèque. Ces auteurs

définissent donc la perméabilité d'une fracture par $k_f = \frac{e^2}{12}$. Nous utiliserons le terme de

perméabilité intrinsèque pour cette expression

La **transmissivité** d'une fracture est le produit de la conductivité par l'ouverture de cette dernière :

$$T_f = -\frac{\rho \cdot g \cdot e^3}{12 \cdot \mu}$$

Il existe une certaine confusion dans l'utilisation de ces termes et la transmissivité est souvent appelé par abus de langage conductivité hydraulique de la fracture.

B.11.1.3 Coefficient d'emmagasinement

Par analogie avec le milieu poreux il est également possible de définir le **coefficient d'emmagasinement** d'une fracture par la relation :

$$S = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{1}{K_n} + e \cdot C_w \right) \quad \text{où}$$

- ρ : masse volumique (1000 kg/m³)
- g : gravité
- K_n : raideur normale du joint normal (en Pa/m)
- e : ouverture
- C_w compressibilité du fluide (4,4 10⁻¹⁰ m²/N ou Pa⁻¹ pour l'eau)

Ce coefficient d'emmagasinement ne traduit que les variations dans la fracture.

Dans beaucoup de cas de massifs rocheux fracturés, l'écoulement s'effectue principalement dans les fractures, mais la matrice rocheuse joue un rôle d'emmagasinement qu'il est possible de prendre en compte, à l'aide d'un coefficient d'emmagasinement supérieur à celui qu'aurait une fracture seule.

B.11.2 Ecoulement dans un réseau de fractures

Les écoulements dans un réseau de fracture vont dépendre de la rugosité et de l'ouverture de chacune des fractures mais également de la répartition géométrique des fractures et des intersections de fractures. Souvent on caractérisera la fracturation par un nombre fini de famille de fractures à partir de représentations stéréographiques et de considérations géologiques plus qualitatives. Pour chaque famille on s'intéressera à la distribution des orientations et des espacements de fracture. Cette distribution aura une influence importante sur les écoulements (par exemple s'il existe une seule famille de fracture d'orientation donnée, les écoulements dans la direction orthogonale seront nuls)

Les modèles conceptuels les plus simples considèrent que l'écoulement n'a lieu que dans les fractures, mais l'influence de l'eau contenue dans les blocs délimités par les fractures peut être non négligeable surtout si l'on s'intéresse aux phénomènes transitoires.

Dans ce qui suit nous présentons quelques analyses effectuées sur les réseaux de fractures, mais la présentation n'est pas exhaustive.

B.11.2.1 Analyse de la dimension de l'écoulement

B.11.2.2 Modèle d'écoulement radial généralisé de Barker

B.11.3 Milieu continu équivalent

Certaines approches visent à définir un milieu continu équivalent qui pourra être traité par les méthodes utilisées dans les milieux continus. Pour pouvoir définir un milieu continu équivalent, il faut pouvoir trouver un volume de terrain appelé VER (volume Élémentaire Représentatif) qui est défini comme le volume minimal au-delà duquel la conductivité hydraulique moyenne reste constante quel que soit le volume. Il semble que pour les milieux fracturés, il ne soit pas toujours possible de définir un tel VER

B.12 Transport de solutés en milieu poreux

B.12.1 Position du problème et mécanisme de transport

Le transport en milieu poreux est un phénomène difficile à appréhender car il fait appel aux domaines de la physique, de la chimie, de la biologie et de l'hydrodynamique. Il faudra en effet prendre en compte :

- la nature du produit transporté (son caractère miscible ou non, sa solubilité) ;
- la nature du sol (texture, structure, richesse en matière organique) ;
- l'hydrodynamique du site (position et fluctuation de la nappe, zone saturée, non saturée) ;
- l'activité biologique ;
- l'activité anthropique (pompage, drainage, barrage,...)

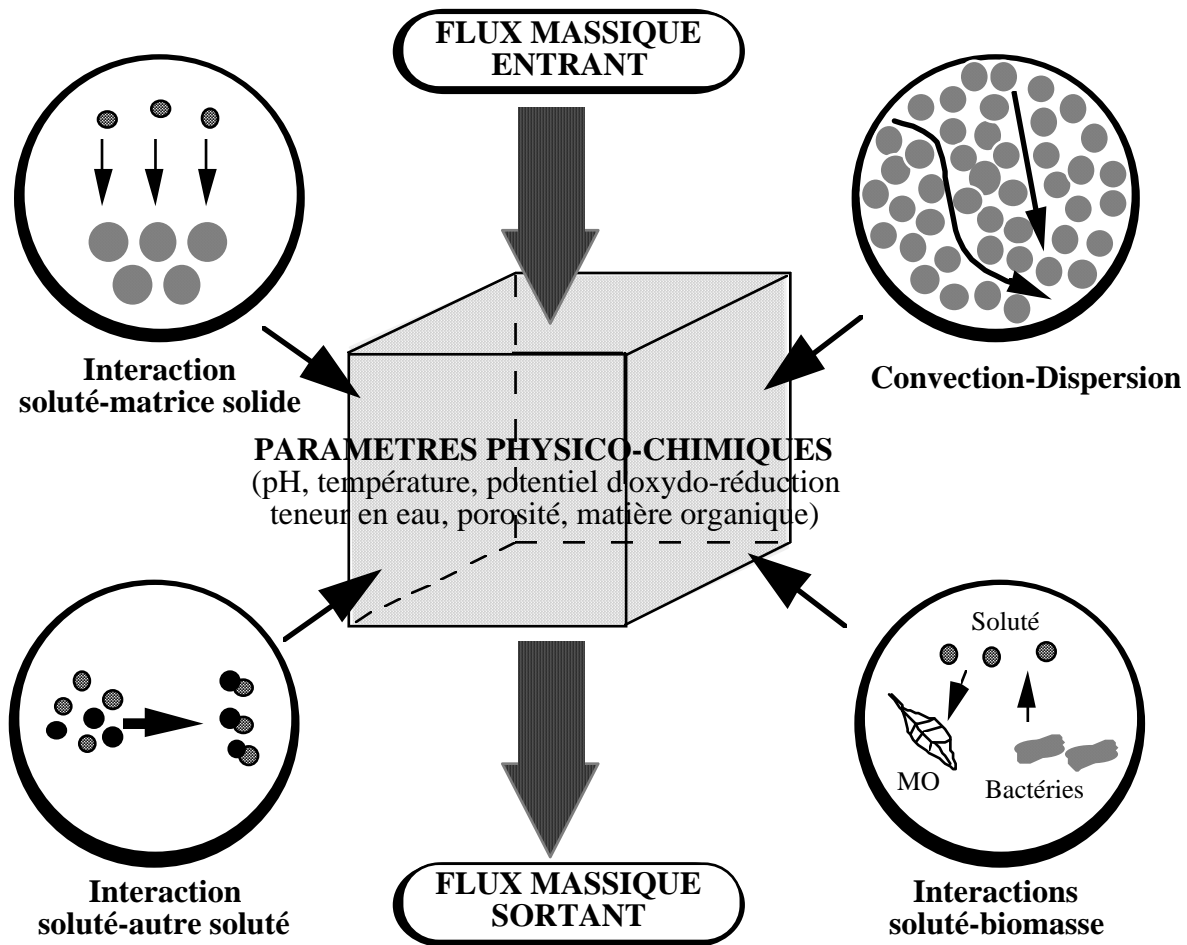


Figure 69 : Principaux phénomènes intervenant dans le transport de soluté en milieu poreux (d'après Benslimane [11])

Dans ce qui suit nous ne nous intéresserons qu'au transport de produits "en solution" dans l'eau par opposition aux écoulements de 2 fluides non miscibles comme l'eau et l'huile ou l'eau et l'air. Nous ne considérerons donc qu'une seule phase fluide et on définira la concentration C d'une substance dans l'autre (en général concentration d'une substance dans l'eau).

Les éléments transportés par l'eau peuvent être :

- minéraux (radioactifs ou non) ;
- organiques

Ces éléments en solutions peuvent être sous forme de sels solubles (éventuellement partiellement ionisés), d'agrégats de molécules et/ou d'ions, de colloïdes.

La variation (dans l'espace et dans le temps) de la concentration d'un élément en solution sera due aux principaux mécanismes suivants :

- la convection (ou advection) ;
- la diffusion ;
- la dispersion cinématique ;
- les phénomènes d'échange avec le milieu solide (phénomènes d'adsorption : rétention par les particules solides et de désorption) ;

- les processus de dégradation physique, chimique ou biologique parmi les quels on peut citer la décroissance radioactive (que nous n'aborderons pas ici).

Les éléments en solution peuvent être conservatif (ou inerte ou non réactif ou traceur parfait) s'ils ne subissent aucune modification et n'interagissent pas avec la phase solide du milieu lors de leur transport. Dans le cas contraire les éléments sont dit réactifs. Pratiquement aucun élément n'est inerte, mais il existe des éléments de réactivité négligeable. Pour les éléments inertes la variation de concentration dans le temps et dans l'espace n'est due qu'à l'advection, la diffusion, la dispersion cinématique et éventuellement des processus physiques tels que filtration.

B.12.2 La convection (ou advection)

L'advection (parfois également appelée convection) correspond à l'entraînement du soluté à la même vitesse que le fluide qui se déplace. Pour l'évaluer il est nécessaire de connaître la vitesse réelle du fluide, qui est différente de la vitesse de Darcy, car elle ne concerne que l'eau "libre" (i.e. susceptible de s'écouler sous l'action des gradients hydrauliques cf. § B.2.7.1 page 45). La vitesse réelle dépend donc de la porosité cinématique ω_c .

Si on suppose que l'advection est le seul phénomène de transport, le principe de conservation de la masse permet d'effectuer un bilan des entrées sorties et d'écrire.

$$\omega_c \frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot (C\vec{U}) \text{ avec } \vec{U} \text{ vitesse de Darcy}$$

En effet (cf. Figure 70), considérons un volume élémentaire de milieu poreux (D) de frontière extérieure (Σ). La conservation de masse dans le volume D permet d'écrire que l'intégrale sur (Σ) du flux massique de l'élément transporté à travers (Σ) est égal à la variation de la masse dans l'élément de volume (D) dans l'intervalle de temps unité.

"Le flux volumique de fluide traversant la surface (Σ) est l'intégrale de la vitesse de Darcy \vec{U} sur (Σ) ; ce flux volumique se transforme en flux massique de l'élément transporté en multipliant scalairement la vitesse de Darcy \vec{U} par la concentration C" (De Marsily [8]). Le premier membre de l'équation de conservation s'écrit :

$$-\iint_{\Sigma} C\vec{U} \cdot \vec{n} \cdot d\sigma$$

\vec{n} étant la normale sur (Σ) orientée vers l'extérieur de D, le flux entrant est $-\vec{U} \cdot \vec{n}$

En transformant l'intégrale de surface en intégrale de volume par la formule d'Ostrogradsky :

$$-\iint_{\Sigma} C\vec{U} \cdot \vec{n} \cdot d\sigma = -\iiint_D \text{div}(C\vec{U}) \cdot dv$$

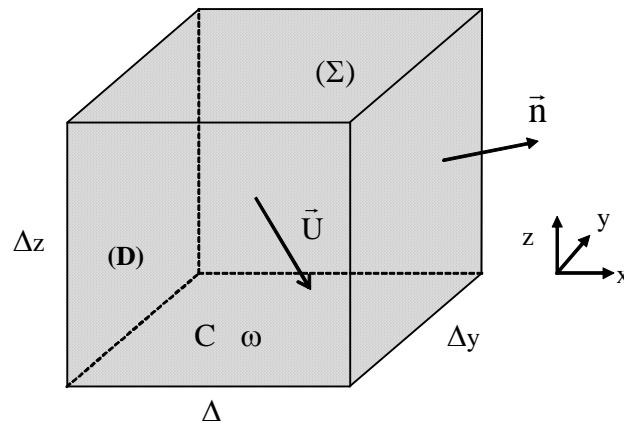


Figure 70 : Volume élémentaire représentatif (D) de milieu poreux (d'après Benslimane [11])

"La masse de l'élément transporté contenue dans D s'obtient en sommant les volumes élémentaires de fluide $\omega_c \cdot dv$ contenus dans le milieu poreux, multipliés par la concentration volumique C du fluide en élément considéré" (De Marsily [8]) :

$$\iiint_D \omega_c \cdot C \cdot dv$$

"La variation de masse dans l'intervalle de temps unité s'obtient en dérivant cette expression par rapport au temps" (De Marsily [8]) :

$$\frac{\partial \left(\iiint_D \omega_c \cdot C \cdot dv \right)}{\partial t} = \iiint_D \omega_c \cdot \frac{\partial C}{\partial t} \cdot dv$$

Soit en égalant les membres :

$$-\iiint_D \operatorname{div}(C\bar{U}) \cdot dv = \iiint_D \omega_c \cdot \frac{\partial C}{\partial t} \cdot dv$$

Comme D est arbitraire il est possible de supprimer les signes intégrale dans les deux membres :

$$-\operatorname{div}(C\bar{U}) \cdot dv = \omega_c \cdot \frac{\partial C}{\partial t} \cdot dv \quad \text{cqfd.}$$

B.12.3 La diffusion

B.12.3.1 La diffusion moléculaire

La diffusion est liée à l'agitation moléculaire des particules

Fick a établi que le flux massique de particules dans un fluide au repos est proportionnel au gradient de concentration :

$$\vec{\varphi} = -D_0 \vec{\nabla} C \quad (\text{1ère loi de Fick})$$

Le coefficient de proportionnalité D_0 , est le coefficient de diffusion moléculaire. Il est isotrope et peut s'exprimer pour les liquides par la relation de Stokes-Einstein :

$$D_0 = \frac{RT}{N} \frac{1}{6\pi\mu r}$$

D_0 : coefficient de diffusion moléculaire [L^2T^{-1}]

R : constante des gaz parfaits = 8,32 unités SI [$ML^{-1}T^{-2}K^{-1}$]

N : nombre d'Avogadro = $6,01 \cdot 10^{23}$

T : température absolue ($^{\circ}K$)

μ : viscosité dynamique du fluide [$ML^{-1}T^{-1}$]

r : rayon moyen des particules qui diffusent [L]

Si le transport d'éléments dans un fluide au repos est seulement du à la diffusion de Fick (pas d'advection), le principe de conservation de la matière et la loi de mouvement, permet d'établir comme précédemment la relation :

$$\nabla(D_0 \vec{\nabla} C) = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (\text{2ème loi de Fick})$$

Les valeurs du coefficient de diffusion des liquides sont comprises entre $1 \cdot 10^{-9}$ à $2 \cdot 10^{-9}$ m^2/s à $25^{\circ}C$ (Robinson et Stockes, 1965). Elles ne varient pas beaucoup avec la concentration, mais sont fortement dépendantes de la température, diminuant d'environ 50% à $5^{\circ}C$ par rapport à $25^{\circ}C$.

B.12.3.2 La diffusion en milieu poreux

En milieu poreux, la diffusion s'opère dans la phase fluide (celle qui s'écoule et celle qui est immobile). Les grains solides arrêtent ou ralentissent fortement le mouvement brownien des particules. Pour un fluide statique en milieu poreux, le coefficient de diffusion effectif D_e (Bear, 1972) est plus faible que D_0 .

$$D_e = \varepsilon D_0 = \frac{\omega \cdot D_0}{\tau}$$

τ : tortuosité du milieu

En pratique, le coefficient ε varie de 0,1 (argiles) à 0,7 (sables).

B.12.4 La dispersion cinématique

La dispersion cinématique est liée à l'hétérogénéité du champ de vitesse microscopique (cf. Figure 71). La dispersion dépend d'un très grand nombre de paramètres classés en trois rubriques :

- paramètres caractérisant le milieu poreux :
 - courbe granulométrique et en particulier le diamètre moyen des grains (d_p) ;
 - la surface spécifique des grains ;
 - la densité apparente.

Ces paramètres contrôlent :

- la dimension des pores, donc le volume offert à l'écoulement et sa tortuosité ;
- la quantité de solution liée à la matrice solide.
- paramètres caractérisant les solutions étudiées :

- variations de la masse volumique en fonction de la concentration en solutés ;
- variations de la viscosité en fonction de la concentration et de la température ;
- coefficient de diffusion moléculaire défini en solution libre.

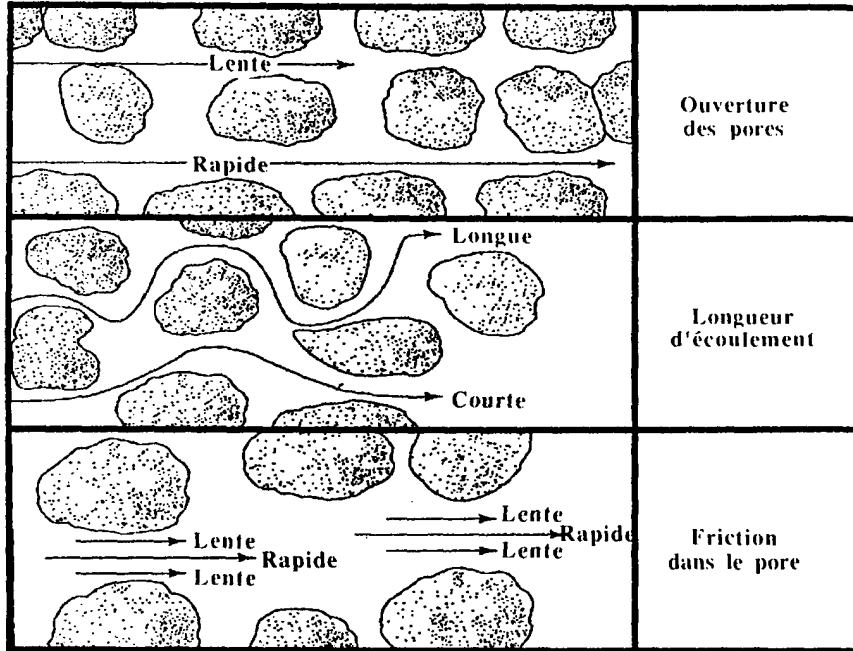


Figure 71 : Facteurs à l'origine de la dispersion longitudinale à l'échelle du pore, d'après Fetter (1988)

Bear (1972) a établi de manière théorique que la dispersion en milieu poreux était analogue à la loi de Fick en considérant une distribution aléatoire dans l'espace de canalicules représentant les conduits à travers les pores du milieu poreux :

$$\bar{\vec{\phi}} = -\bar{\bar{D}} \cdot \bar{\nabla} C$$

Cette théorie est confirmée par des expériences de laboratoire menées en laboratoire à l'Institut Français du Pétrole (Pfannkuch, 1963).

$\bar{\bar{D}}$ est un tenseur (supposé être symétrique et du 2^{ème} ordre) dont les directions principales sont la direction du vecteur vitesse et deux autres directions généralement quelconques, orthogonales à la première. Les coefficients du tenseur sont des fonctions de la vitesse d'écoulement.

Dans les directions principales (celle du vecteur vitesse et 2 autres orthogonales), le tenseur s'écrit :

$$\bar{\bar{D}} = \begin{vmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{vmatrix}$$

D_L : coefficient de dispersion longitudinale (dans le sens de l'écoulement) [L^2T^{-1}],

D_T : coefficient de dispersion transversal (dans les deux autres directions) [L^2T^{-1}].

Avec

$$D_L = D_0 + \alpha_L |u|$$

$$D_T = D_0 + \alpha_T |u|$$

α_L, α_T : coefficients de dispersion intrinsèque ou dispersivités [L].

α_L : est de l'ordre de quelques centimètres en laboratoire, de 1 à 100 mètres sur le terrain.

α_T : est généralement beaucoup plus petit.

Des traçages in situ ont également montré que le ratio α_L/α_T pour des milieux poreux varie entre 0,05 et 0,3.

Afin d'estimer l'importance relative de l'advection comparativement à la dispersion/diffusion, il est courant d'utiliser le nombre adimensionnel de Peclet :

$$Pe = \frac{U \cdot d_p}{D_0}$$

D_0 : coefficient de diffusion moléculaire du soluté dans le solvant en m^2/s (pour les liquides 10^{-9} à $2 \cdot 10^{-9} m^2/s$)

U : vitesse du fluide

Quand Pe est faible ($\ll 1$) l'écoulement est dominé par la diffusion moléculaire, quand Pe est grand ($\gg 1$), c'est la dispersion cinématique qui a l'impact le plus important, entre les deux se situe une zone de transition.

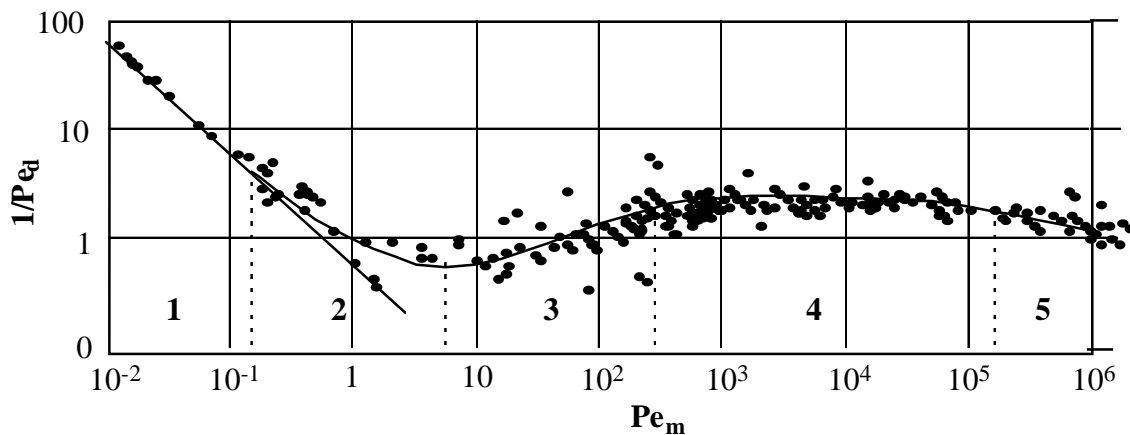


Figure 72 : Les différents régimes de dispersion en milieu poreux saturé (d'après Pfannkuch, 1963)

Plus précisément Pfannkuch (cf. Figure 72) définit 5 régimes en utilisant un système de coordonnées adimensionnelles constituées par l'inverse du nombre de Péclet dynamique

$$Pe_d = \frac{U \cdot d_p}{D_L} \text{ en fonction du nombre de Péclet moléculaire } Pe_m = \frac{U \cdot d_p}{D_0}$$

- I Diffusion moléculaire pure
- II Superposition des effets de diffusion
- III Dispersion cinématique prédominante
- IV Dispersion cinématique pure

V Dispersion cinématique hors du domaine de validité de la loi de Darcy

B.12.5 Les phénomènes d'échange avec le milieu solide

B.12.6 Les processus de dégradation

B.12.7 Expression de l'ensemble des termes du transport

En résumé L'équation ci-dessous donne l'expression du transport de soluté en milieux poreux (sous forme eulérienne)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{u_i}{R} \frac{\partial C}{\partial x_i} - \frac{q_s}{R \omega_c} (C - C_s) - \frac{1}{R} \left(\lambda_{liquide} C + \lambda_{solide} \frac{\rho_a}{\omega_c} S \right)$$

Propriétés physiques de l'eau : symboles, valeurs et unités

ρ	Masse volumique	$[M L^{-3}]$		
γ	Poids volumique	$[M L^{-2} T^{-2}]$		
ω	Porosité	Sans unité	$\omega = \frac{V_v}{V}$	Page 41
μ	viscosité dynamique	$[ML^{-1}T^{-1}]$	≈ 1 cPo : centipoise pour l'eau à 20°C, 1 cPo $=10^{-2}$ Po : poises; 1 cPo $=10^{-3}$ Pa.s : Pascal.seconde = 10^{-3} N.s/m ²	Page 50+1
\overline{D}	Tenseur de dispersion			
D_0	Coefficient de diffusion moléculaire du soluté dans le solvant			
D_L	coefficient de dispersion longitudinale	$[L^2T^{-1}]$,		
D_T	coefficient de dispersion transversal	$[L^2T^{-1}]$.		
e	Indice des vides	Sans unité	$e = \frac{V_v}{V_s}$	Page 41
E	Module d'Young	Pa $[MLT^{-2}]$		
g	gravité	$[LT^{-2}]$		
K	Coefficient de perméabilité de Darcy	$[LT^{-1}]$		Page 50
k	Perméabilité intrinsèque			
n	Porosité	Sans unité	$n = \frac{V_v}{V}$	Page 41
P	Pression	Pa $[MLT^{-2}]$		

Re	Nombre de Reynolds		$R_e = \frac{UD}{\nu}$	Page 52
Sr	Saturation	%	$S_r = \frac{V_w}{V_v}$	Page 41
U	Vitesse de Darcy	m/s [LT ⁻¹]		
V	Volume Total	[L ³]		Page 41
V ou V _D	Vitesse de Darcy	m/s [LT ⁻¹]		Page 50
V _R	Vitesse réelle, intergranulaire	m/s [LT ⁻¹]		
V _v	Volume des "vides"	[L ³]		Page 41
V _v	Volume du solide	[L ³]		Page 41
V _w	Volume d'eau	[L ³]		Page 41
ν	viscosité cinématique	[L ² T ⁻¹]	$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$	Page 50+1

Masse volumique (masse par unité de volume)

$$\rho = \frac{M}{V} \text{ [ML}^{-3}\text{]}$$

La masse volumique de l'eau varie avec la température et la pression; Schöeller [30] a proposé les régressions empiriques suivantes :

$$\rho = 999,973 \left[1 - \frac{(T - 3,982)^2}{503570} \cdot \frac{T + 273}{T + 62,26} \right] \text{ pour } 0^\circ\text{C} \leq T \leq 42^\circ\text{C}$$

$$\rho = 999,973 \left[1 - \frac{(T - 3,982)^2}{466700} \cdot \frac{T + 273}{T + 67} \times \frac{350 - T}{365 - T} \right] \text{ pour } 17^\circ\text{C} \leq T \leq 102^\circ\text{C}$$

Bibliographie Eaux Souterraines

- [7] ANDERSON Mary P., & WOESSNER William W., 1991, Applied groundwater modelling (simulation of flow and advective transport), Academic Press
- [8] BANTON O., BANGOY L., 1997, Hydrogéologie, Multiscience environnementale des eaux souterraines, Presses de l'Université du Québec, AUPELF
- [9] BEAR, 1972, Dynamics of porous media, Elsevier
- [10] BEAR J., TSANG C.-F., DE MARSILY G., 1993, Flow and Contaminant transport in fractured Rock, Academic Press, Inc.
- [11] BEN SLIMANE Férid, 1997, Méthodologie d'étude et de modélisation du transport de polluants organiques en milieux poreux naturels : application à l'étude de deux cas de pollutions issues de l'industrie du bois, Thèse INPL, LAEGO-EMN, Ecole Doctorale PROMEN, soutenue le 12/09/97.
- [12] CASSAN, Aide mémoire d'hydraulique souterraine, Presses de l'ENPC
- [13] CASTANY G., 1968, Prospection et exploitation des eaux souterraines, Dunod Université, Paris
- [14] CASTANY G., 1982, Principes et méthodes de l'hydrogéologie, Dunod Université
- [15] CASTANY G., 1963, Traité pratique des eaux souterraines, reconnaissance et exploitation, Dunod, Paris
- [16] CASTANY G., MARGAT J., 1977, Dictionnaire français d'hydrogéologie, Editions du BRGM, 249 pages.
- [17] CHEREAU A., DEGALLIER R., DURAND A., GAILLARD P., DE MARSILY G. Détermination des paramètres hydrodynamiques des nappes souterraines à partir de leurs variations de niveau sous l'influence des pompage. Document BRGM 150, 1988.
- [18] COOPER H.H. Jr., BREDEHOEFT J.D., and PAPADOPULOS I.S., 1967, "Response of a finite-diameter well to an instantaneous charge of water: Water Resources Research, v. 3, no. 1, p. 263-269.
- [19] DE MARSILY G., 1981, Hydrogéologie Quantitative, Masson
- [20] DE MARSILY G., 1986, Quantitative Hydrogeology: Groundwater Hydrology for Engineers, Academic Press.
- [21] DE WIERT R. Hydrogeology.
- [22] DULHIEN, 1979, Porous Media : fluid transport & pore structure.
- [23] ENGBRISTEN S. E., SANFORD W. E., 1998, Groundwater in geologic processes, Cambridge University Press
- [24] FILLIAT, 1981, La pratique des sols et des fondations, Edition du Moniteur
- [25] FREEZE R. A., CHERRY J. A., 1979, Groundwater, Prentice-Hall, Inc.
- [26] HILLEL Daniel, 1988, L'eau et le Sol. Principes et processus physiques, collection Pedasup 5, 2ème édition.
- [27] LOUIS C., 1974, Introduction à l'hydraulique des roches, Bull. BRGM deuxième

série. Sect. III, n° 4, 1974. pp.283-356

- [28] MAGNAN J.P., 200??, L'eau dans les sols, C212, Revue des Techniques de l'ingénieur, traité de construction, volume C22, 22 pages
- [29] SCHNEEBELI G., 1966, Hydraulique souterraine, Eyrolles
- [30] SCHOELLER H., 1962, Les eaux souterraines, Masson
- [31] STRACK O. D. L., 1988, Groundwater Mechanics, Prentice Hall, Englewood Cliffs
- [32] TODD D.K., 1959, Groundwater hydrology, John Wiley & Sons
- [33] WANG H. F., ANDERSON M. P., 1982, Introduction to groundwater modeling, Finite difference and finite element methods, Academic Press, San Diego

Quelques revues

- La Houille Blanche
- Les cahiers de l'ORSTOM
- Water Ressource Research
- Journal of Hydrology
- Hydrology
- Hydrogéologie

Quelques sites web HYDRO & Environnement

http://waternet.com/	Welcome to WaterNet
http://water.usgs.gov/	USGS Water Resources Information
news:sci.geo.hydrology	Newsgroup: sci.geo.hydrology
http://www.usc.edu/dept/fccchr/ccvlib/	The World Wide Web Virtual Library: Cross-Connection Control/Backflow Prevention
http://dir.yahoo.com/Science/earth_sciences/hydrology/	Yahoo! - Science:Earth Sciences:Hydrology
http://members.unine.ch/philippe.renard/hydrogen/hydrogen.html	Cours d'hydrogéologie
http://www.ecologie.gouv.fr/rubrique.php?id_rubrique=4	Ministère de l'écologie et du développement - Domaine de l'eau
http://www.cig.ensmp.fr/~thiry/cours-hydro/hydro00.htm	Expliquer l'hydrogéologie par Médard Thiry
http://aih.brgm.fr/	Comité Français d'Hydrogéologie (Association Internationale des Hydrogéologues)
http://www.epa.gov/	US Environmental Protection Agency
http://www.cig.ensmp.fr/~hubert/glu/aglo.htm et http://www.cig.ensmp.fr/~hubert/glu/HINDFR.HTM	Glossaire International d'Hydrologie
http://pagesperso-orange.fr/stephane.guibert/hydrogeo/plan.htm	Notion d'hydrogéologie et d'exploitation des nappes
http://www.u-picardie.fr/beauchamp/	Plein de choses intéressantes