OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Table de matière

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

I. LA LUMIÈRE: Révision de la classe de 9e

Comme la description de la lumière est très complexe, on utilise comme première simplification le modèle des rayons lumineux. Ce modèle explique la plupart des phénomènes intervenant dans la vie de tous les jours et est dès lors encore volontiers utilisé de nos jours.

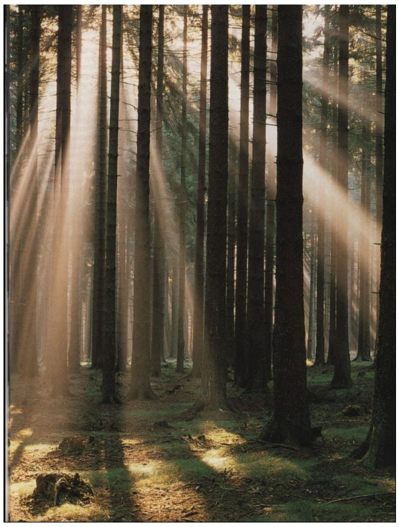
Pour ce modèle, la lumière se propage sous la forme de faisceaux de lumière. Un faisceau de lumière très mince est appelé rayon lumineux.

Les rayons lumineux se propagent toujours en ligne droite dans un même milieu. Dans le vide, les rayons ont une vitesse de propagation (célérité) de 299 792 458 m/s. A titre de simplification, on utilise dans la suite la valeur $3 \cdot 10^8$ m/s.

Les rayons lumineux sont invisibles pour l'homme jusqu'à ce qu'ils tombent sur une particule visible et soient réfléchis dans l'œil humain.

L'œil humain voit uniquement la partie visible de la lumière. Les couleurs que l'œil humain peut reconnaître sont: rouge, orange, jaune, vert, vert-bleu, bleu et violet. Toutes ces couleurs mises ensemble donnent pour l'œil humain la couleur blanche.

Des rayons lumineux qui s'écartent l'un de l'autre sont appelés rayons lumineux divergents. Des rayons lumineux qui se rapprochent l'un de l'autre sont appelés rayons lumineux convergents.



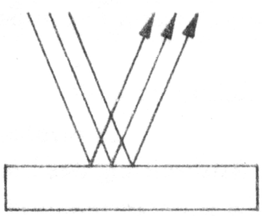
1. Dans le bois, les faisceaux de lumière sont parfois reconnaissables à travers la brume

II. LA RÉFLEXION

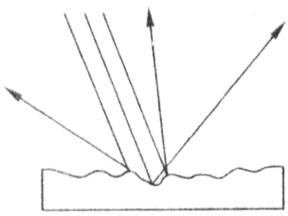
a) Considérations générales

Les rayons lumineux peuvent être renvoyés de deux par un objet. On fait la distinction :

- La *réflexion (régulière)* sur les surfaces lisses. La lumière réfléchie se propage dans une direction bien définie.
- La *réflexion diffuse* ou la *diffusion* sur les surfaces rugueuses. La lumière est renvoyée dans toutes les directions. D’un point de vue microscopqieu, chaque rayon lumineux subit cependant une réflexion régulière.



Réflexion régulière, p. ex. sur un miroir, un film alu



Réflexion diffuse, p. ex. sur du papier, des vêtements

Du fait de la diffusion sur les objets de tous les jours (tables, chaises,...), ces objets sont visibles depuis de nombreuses directions différentes

b) La réflexion régulière sur le miroir plan

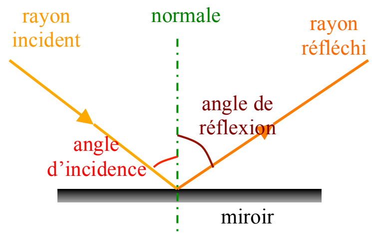
Le rayon lumineux qui arrive sur le miroir est appelé *rayon lumineux incident*.

Le rayon lumineux qui est renvoyé par le miroir est appelé *rayon lumineux réfléchi*.

La *normale* est une ligne auxiliaire qui est perpendiculaire au miroir, au point où le rayon lumineux incident frappe le miroir.

L'*angle d'incidence* α est l'angle entre le rayon lumineux incident et la normale.

L'*angle de réflexion* α' est l'angle entre le rayon lumineux réfléchi et la normale.



Représentation schématique de la loi de réflexion

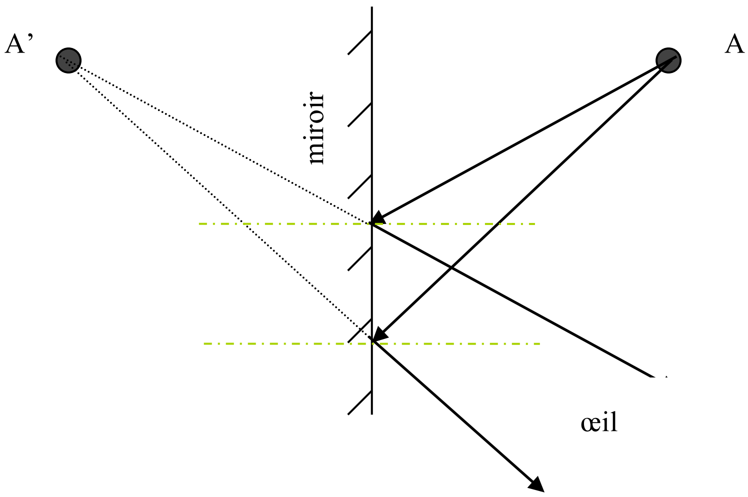
La loi de réflexion s'exprime:

Le rayon incident, la normale et le rayon réfléchi se trouvent dans un même plan.

L'angle d'incidence α est égal à l'angle de réflexion α'

$$\alpha = \alpha'$$

Les images réfléchies:



Le point d'intersection des rayons réfléchis se trouve *derrière le miroir* (les rayons divergent après la réflexion sur le miroir). L'image réfléchie ne peut pas être captée sur un écran, parce que les rayons lumineux n'atteignent pas le point A'. Il s'agit alors d'une image virtuelle.

Un observateur a l'impression que les rayons réfléchis viennent du point A' derrière le miroir.

Classification générale:

- Si l'image peut être captée par un écran, l'image est réelle.
- Si l'image ne peut pas être captée par un écran, l'image est virtuelle.

III. LA REFRACTION DE LA LUMIERE

a) L'indice de réfraction

La vitesse de la lumière est plus petite dans les milieux matériels que dans le vide (voir tableau 1).

Milieu	Vitesse (km/s)
Vide	300 000
Air	~300 000
Eau	225 000
Verre	200 000

Tableau 1:
Valeurs de la vitesse de la lumière dans différents milieux

L'**indice de réfraction *n*** d'un milieu est défini comme le quotient de la vitesse de la lumière c_0 dans le vide par la vitesse de la lumière c dans le milieu:

$$n = \frac{\text{vitesse de la lumière dans le vide}}{\text{vitesse de la lumière dans le milieu}}$$

$$n = \frac{c_0}{c}$$

Comme la vitesse de la lumière dans le milieu matériel est plus petite que dans le vide, l'indice de réfraction est toujours supérieur à 1 ($n > 1$).

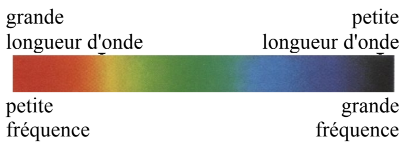
Exemples:

$$n_{air} = \frac{300000}{300000} = 1$$

$$n_{eau} = \frac{300000}{225000} = \frac{4}{3} = 1{,}33$$

L'indice de réfraction n dépend de:

- la couleur (= fréquence; voir optique ondulatoire) de la lumière : la lumière violette a un plus grand indice de réfraction que la lumière rouge (la lumière rouge a une plus petite fréquence resp. une plus grande longueur d'onde que la lumière violette).
- la température du milieu
  (l'air chaud a un indice de réfraction plus petit que l'air froid)



2. spectre lumineux visible

Deux milieux diffèrent par leur densité optique (réfringence).

Si $n_1 > n_2$, on dit que est le milieu 1 est *plus réfringent*, le milieu 2 est *moins réfringent*. La vitesse de la lumière est alors plus faible dans le milieu 1 : $c_1 < c_2$.

Remarque:

Notez bien le rapport entre les indices de réfraction et celui des vitesses de la lumière dans deux milieux différents :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\left(\frac{c_0}{c_2}\right)}{\left(\frac{c_0}{c_1}\right)} = \frac{c_0}{c_2} \cdot \frac{c_1}{c_0} = \frac{c_1}{c_2}$$

b) La loi de réfraction

Lorsqu'un rayon lumineux tombe sur la surface de séparation entre deux milieux, une partie de la lumière est réfléchie selon la loi de réflexion dans le milieu 1 et une partie pénètre dans le milieu 2. Le rayon lumineux change de direction de propagation lors du passage du milieu 1 dans le milieu 2; il est réfracté. Ce processus est appelé "réfraction de la lumière".

Le rayon lumineux qui pénètre dans le deuxième milieu est appelé *rayon lumineux réfracté*. L'*angle de réfraction* ß est l'angle entre le rayon lumineux réfracté et la normale.

Les premiers essais pour trouver une loi de réfraction remontent à *Ptolémée* (environ 150 après J-C). Ses mesures constituent très probablement la plus ancienne étude physique expérimentale.

Il a mesuré pour différents angles d'incidence l'angle de réfraction correspondant et a regroupé les paires de valeurs dans des tableaux. Il a constaté qu'un nouveau tableau devait être établi pour chaque substance transparente, n'a cependant pas été en mesure de déduire des tableaux la loi correspondante. Ceci ne fut le cas que 1500 ans plus tard, à savoir en 1618 par le mathématique hollandais Willebord Snellius.

A la lecture (fig. 2) de l'angle d'incidence et de l'angle de réfraction correspondant entre l'air et le verre, on obtient le tableau suivant :

Angle d'incidence dans l'air α	0°	15°	30°	45°	60°	70°	80°
Angle de réfraction dans le verre β	0°	10°	19,5°	28°	35°	38,5°	41°

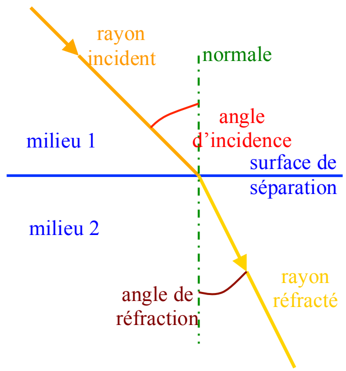
Lorsqu'on insère ces valeurs de mesure dans un graphique (fig. 3.), on ne constate aucune relation univoque entre les deux angles.

Si l'on calcule sin α (angle d'incidence) et sin β (angle de réfraction) et que l'on insère ces valeurs dans un graphique (fig. 4.), on obtient une proportionnalité directe entre ces valeurs.

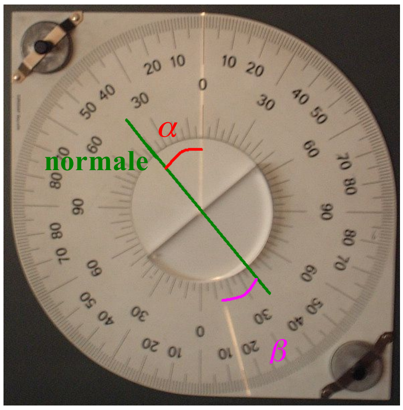
Angle d'incidence dans l'air α	0°	15°	30°	45°	60°	70°	80°
Angle de réfraction dans le verre β	0°	10°	19,5°	28°	35°	38,5°	41°
sin α							
sin β							

On a donc:

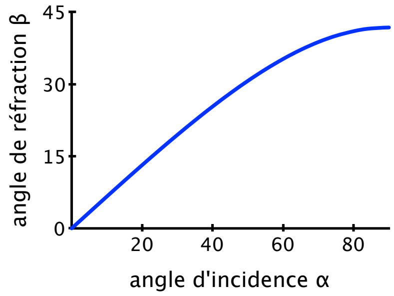
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \text{constante}$$



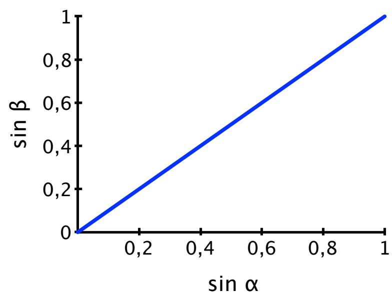
1. Représentation schématique de la réfraction d'un rayon lumineux



2. Ce montage expérimental permet de lire facilement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction



3. L'angle de réfraction β dans le verre en fonction de l'angle d'incidence α dans l'air



4. sin β en fonction de sin α

1. Le bâton semble brisé à la surface entre l'air et l'eau

Loi de réfraction :

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \text{constante} = \frac{n_2}{n_1}$$

ou

$$\boxed{n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta}$$

avec: α = angle dans le milieu 1 (angle d'incidence)

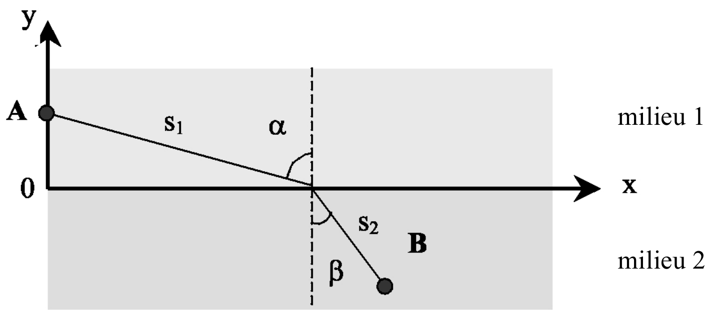
β = angle dans le milieu 2 (angle de réfraction)

c) Dérivation théorique de la loi de réfraction

Vers 1650, Fermat a cherché un principe "supérieur" qui lui permettrait de dériver la loi de réfraction et d'arriver à une compréhension plus profonde de la propagation de la lumière. Il a trouvé ce principe et l'a formulé comme suit:

De tous les chemins possibles que la lumière peut prendre pour aller d'un point à un autre, elle choisit le chemin qui prend le moins de temps.

Dans la suite, nous examinons le passage de la lumière d'un milieu 1 dans un milieu 2. Dans un milieu donné, la lumière se propage en ligne droite. A la surface de séparation entre deux milieux, le rayon est réfracté:



Pour aller de A à B, la lumière met le temps:

$$t(x) = t_1 + t_2$$
$$= \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2}$$

Les trajets sont:

$$s_1 = \sqrt{x^2 + y_A^2} \quad \text{et} \quad s_2 = \sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}$$

Pour déterminer le temps le plus court, on calcule la dérivée du temps t par rapport à la position x:

$$t'(x) = \frac{x}{c_1 \cdot \sqrt{x^2 + y_A^2}} + \frac{(x_B - x)\cdot(-1)}{c_2 \cdot \sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}}$$

$$t'(x) = \frac{x}{c_1 \cdot s_1} - \frac{x_B - x}{c_2 \cdot s_2}$$

$$t'(x) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{c_1} - \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \beta)}{c_2}$$

$$t'(x) = \frac{\sin\alpha}{c_1} - \frac{\sin\beta}{c_2}$$

On est en présence d'un minimum lorsque la dérivée s'annule:

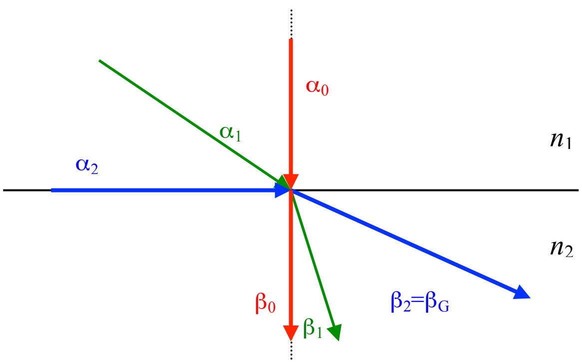
$$t'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin\alpha}{c_1} = \frac{\sin\beta}{c_2}$$

Il en découle la loi de réfraction de Snellius:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta$$

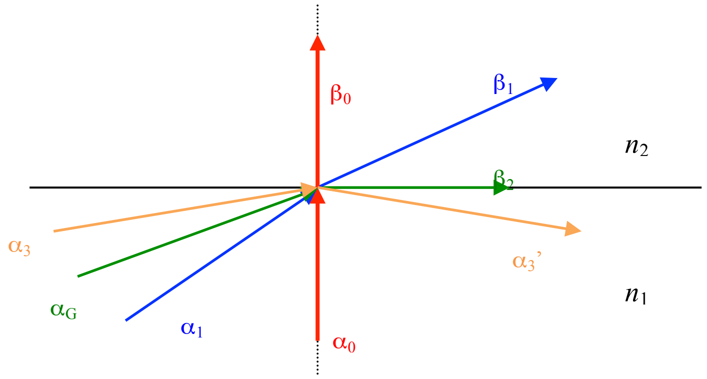
d) Discussion de la loi de réfraction

- $n_2 > n_1$ (p. ex. air → eau ou eau → verre)



- $\alpha_0 = 0° \Rightarrow \beta_0 = 0°$ (rayon rouge)
- $\alpha_1 < 90° \Rightarrow \beta_1 < \alpha_1$ (rayon vert)
  Le rayon réfracté <u>se rapproche</u> de la normale.
- $\alpha_2 = 90° \Rightarrow \beta_2 = \beta_G$ (rayon bleu)
  angle de réfraction maximale, angle limite β_G

- $n_2 < n_1$ (p. ex. verre → air ou eau → air)



- $\alpha_0 = 0°$ $\Rightarrow$ $\beta_0 = 0°$ (rayon rouge)
- $\alpha_1 < \alpha_G$ $\Rightarrow$ $\beta_1 > \alpha_1$ (rayon bleu)
  Le rayon réfracté s'écarte de la normale.
- $\alpha_2 = \alpha_G$ $\Rightarrow$ $\beta_2 = 90°$ (rayon vert)
- $\alpha_3 > \alpha_G$ $\Rightarrow$ Réflexion totale (rayon orange)
-

Réflexion totale

Le rayon incident est complètement réfléchi à la surface de séparation entre les milieux; aucun rayon lumineux ne pénètre dans le milieu moins réfringent. Alors, la loi de la réflexion s'applique : $\alpha_3 = \alpha_3'$.

L'angle limite α_G pour la réflexion totale a la même valeur que l'angle de réfraction maximal β_G pour le passage de la lumière dans le sens inverse (pour $n_2 > n_1$).

Détermination de l'angle limite:

Loi de réfraction:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

Dans le cas de l'angle limite, on a (voir schéma):

$\alpha = \alpha_G$ (dans le milieu 1) et $\beta = 90°$ (dans le milieu 2)

On obtient donc à partir de la loi de la réfraction:

$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90°$$

$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot 1$$

$$\sin \alpha_G = \frac{n_2}{n_1}$$

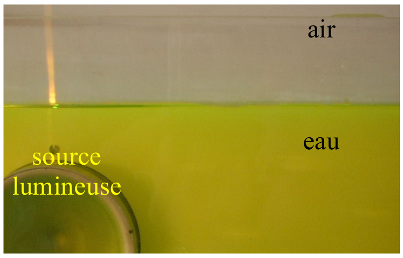
$$\boxed{\alpha_G = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$$

Exemple

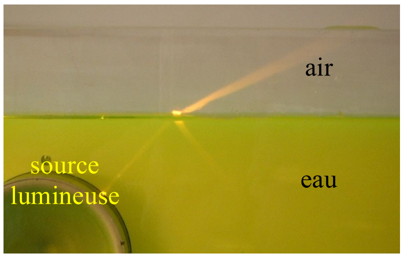
Calcul de l'angle limite α_G lors du passage de l'eau ($n_1 = 1{,}33$) dans l'air ($n_2 = 1{,}00$) :

$$n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90° \quad \Rightarrow 1{,}33 \cdot \sin \alpha_G = 1 \cdot 1$$

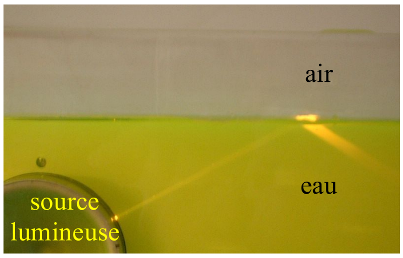
$$\Rightarrow \sin \alpha_G = \frac{1{,}00}{1{,}33} \quad \Rightarrow \alpha_G = \arcsin\left(\frac{1{,}00}{1{,}33}\right) = 48{,}75°$$



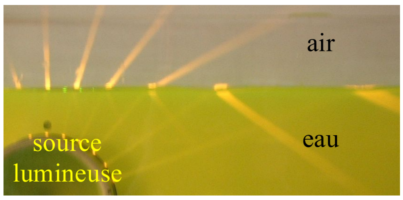
1. Passage eau → air:
   $\alpha_0 = 0° \Rightarrow \beta_0 = 0°$



2. Passage eau → air:
   $\alpha_1 < \alpha_G \Rightarrow \beta_1 > \alpha_1$
   Le faisceau lumineux est déjà partiellement réfléchi.



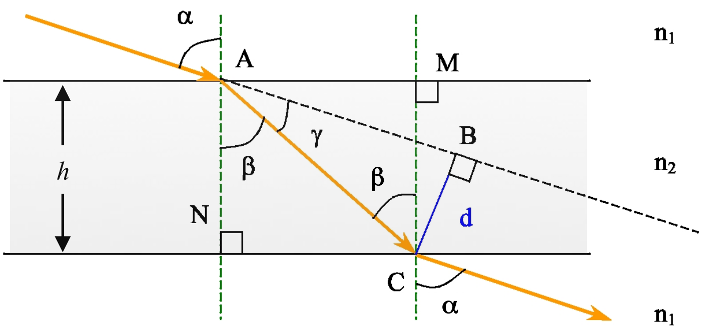
3. Passage eau → air:
   $\alpha_3 > \alpha_G$
   Il y a réflexion totale. La lumière ne peut plus sortir de l'eau.



4. A partir de l'angle limite α_G, on obtient uniquement une réflexion totale.

IV. LA LAME A FACES PARALLELES

Si un rayon lumineux tombe verticalement sur une lame à faces parallèles, le rayon la traverse sans réfraction. S'il tombe obliquement, il subit un déplacement parallèle lors de son passage.



d = déplacement parallèle = déplacement latéral

Loi de réfraction en A:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

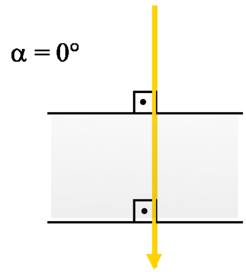
Du fait de la symétrie du problème, on a en C les mêmes angles qu'en A. On obtient donc ici également la loi de la réfraction:

$$n_2 \cdot \sin \beta = n_1 \cdot \sin \alpha$$

Le rayon lumineux qui sort de la plaque est parallèle au rayon lumineux incident

Sur le schéma, on peut reconnaître une relation entre α, β et γ :

$$\gamma + \beta = \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha - \beta$$



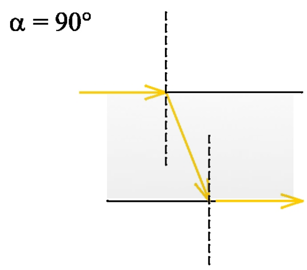
1. Cas limite de la lame à faces parallèles:

Pour $\alpha = 0°$, on obtient $d = 0$

Dans le triangle ABC, on a le déplacement latéral:

$$d = BC = AC \cdot \sin \gamma$$

$$d = AC \cdot \sin(\alpha - \beta) \qquad (1)$$



2. Cas limite de la lame à faces parallèles:
Pour $\alpha = 90°$, on obtient $d = h$

Nous pouvons introduire l'épaisseur h de la plaque.
Dans le triangle ACN:

$$h = AN = AC \cdot \cos \beta$$

$$\Rightarrow \quad AC = \frac{h}{\cos \beta} \qquad (2)$$

(2) dans (1) donne:

$$\Rightarrow \quad d = \frac{h \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$$

Le déplacement latéral augmente proportionnellement avec l'épaisseur h de la plaque. Il dépend également de l'angle d'incidence α et de l'angle de réfraction β, donc, via la loi de réfraction, des indices de réfraction n_1 et n_2.

Le déplacement parallèle peut être exprimé uniquement à l'aide de l'épaisseur h, de l'angle d'incidence α et des indices de réfraction n_1 et n_2.

A l'aide de la formule trigonométrique

$$\sin(x - y) = \sin(x) \cdot \cos(y) - \cos(x) \cdot \sin(y)$$

on peut exprimer la formule du déplacement parallèle:

$$d = \frac{h \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} = h \cdot \frac{\sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta}{\cos\beta}$$

$$d = h \cdot \left(\sin\alpha - \frac{\cos\alpha \cdot \sin\beta}{\cos\beta} \right)$$

Par ailleurs, on a la formule trigonométrique :

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \cos(x) = \sqrt{1 - \sin^2(x)}$$

D'où:

$$d = h \cdot \left(\sin\alpha - \frac{\cos\alpha \cdot \sin\beta}{\sqrt{1 - \sin^2\beta}} \right)$$

Pour la réfraction, on a: $n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta$

$$\Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\alpha$$

De la sorte, on obtient pour le déplacement parallèle:

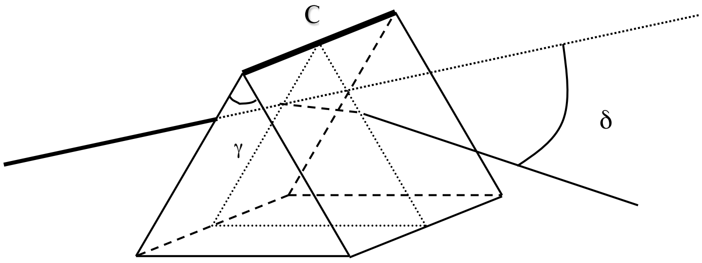
$$d = h \cdot \left(\sin\alpha - \frac{\cos\alpha \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\alpha \right)^2}} \right) = h \cdot \left(\sin\alpha - \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2\alpha}} \right)$$

V. LE PRISME

a) Définitions

Les prismes sont des corps fabriqués dans des substances transparentes qui sont limités par deux plans sécants. L'arête de coupe des deux plans est appelée arête de réfraction C ou arête réfringente. L'angle γ à l'arête de réfraction est appelé l'angle réfringent ou angle du prisme.

Lorsqu'un rayon lumineux tombe sur une face d'un prisme, il est en général réfracté deux fois et sort ainsi dans une nouvelle direction de l'autre côté. L'angle entre les directions du rayon lumineux incident et du rayon lumineux sortant est appelé angle de déviation δ.



1. Les couleurs de l'arc-en-ciel se forment en cas de grande déviation de la lumière blanche dans les gouttes de pluie.

angle réfringent γ = angle entre la face d'entrée et la face de sortie (également appelé angle du prisme)

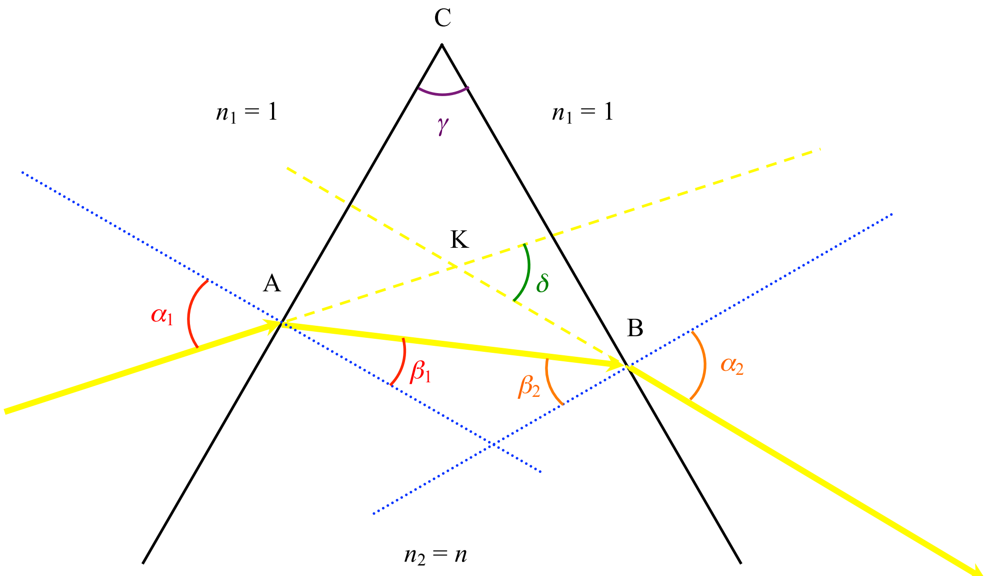
C désigne l'arête réfringente du prisme (arête de réfraction).

angle de déviation δ (déviation totale)

= angle entre le rayon lumineux incident et le rayon lumineux sortant

b) Déviation totale

En général, le rayon lumineux est réfracté deux fois dans le même sens.



Réfraction à la face d'entrée (au point A):

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \beta_1$$

Lorsque le premier milieu est de l'air, on a $n_1 = 1$ et nous posons $n_2 = n$:

$$\sin \alpha_1 = n \cdot \sin \beta_1$$

Réfraction à la face de sortie :

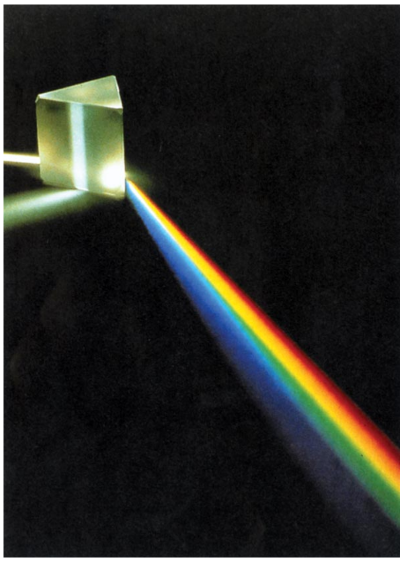
$$n \cdot \sin \beta_2 = \sin \alpha_2$$

Dans le triangle ABC, la somme des trois angles $(90° - \beta_1)$ au point A, $(90° - \beta_2)$ au point B et γ au point C est égale à 180°:

$$(90° - \beta_1) + (90° - \beta_2) + \gamma = 180°$$

$$\gamma = 180° - (90° - \beta_1) - (90° - \beta_2)$$

$$\boxed{\gamma = \beta_1 + \beta_2} \qquad (1)$$



1. Si de la lumière blanche traverse un prisme, la lumière est décomposée en ses couleurs (= dispersion). Du fait de la grande déviation, la variation de l'indice de réfraction *n* du prisme en fonction de la couleur joue ici un rôle. C'est la raison pour laquelle on reconnaît les "couleurs de l'arc-en-ciel".

Dans le triangle ABK, la somme des trois angles $(\alpha_1 - \beta_1)$ au point A, $(\alpha_2 - \beta_2)$ au point B et $(180° - \delta)$ au point K est égale à 180°:

$$(\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) + (180° - \delta) = 180°$$

$$\alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2 + 180° - \delta = 180°$$

$$\alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2 - \delta = 0$$

$$\delta = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2$$

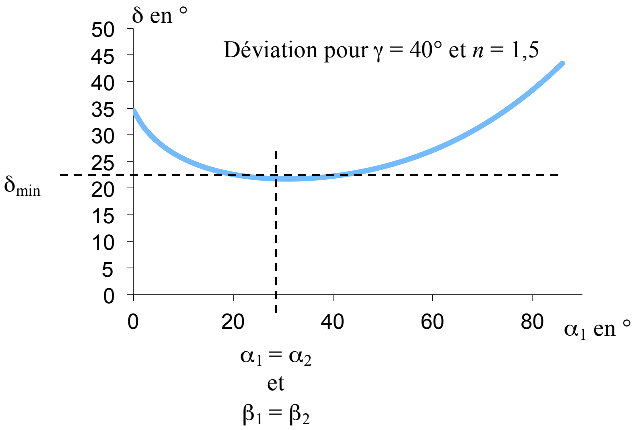
$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - (\beta_1 + \beta_2)$$

On a donc avec (1):

$$\boxed{\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma}$$

c) Déviation minimale

Lorsqu'on fait varier l'angle d'incidence α_1 pour le même point d'entrée A, on peut montrer expérimentalement la variation de la déviation δ. Lorsque l'angle d'incidence α_1 augmente en partant de zéro, la déviation δ diminue d'abord jusqu'à un minimum δ_{min} et augmente ensuite à nouveau.



Lorsque l'angle de déviation est minimum, le rayon traverse le prisme de manière symétrique, on a ainsi $\alpha_1 = \alpha_2$ et $\beta_1 = \beta_2$.

Pour les angles dans le prisme, on a ainsi pour la déviation minimale:

$$\gamma = \beta_1 + \beta_2 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = \beta_2 = \frac{\gamma}{2}$$

L'angle de déviation donne alors pour la déviation minimale:

$$\boxed{\delta_{min} = 2 \cdot \alpha_1 - \gamma}$$

L'angle d'incidence peut être réécrit sous la forme:

$$\alpha_1 = \frac{\delta_{min} + \gamma}{2}$$

Si on introduit ces équations dans la loi de réfraction, on obtient:

$$\sin \alpha_1 = n \cdot \sin \beta_1$$

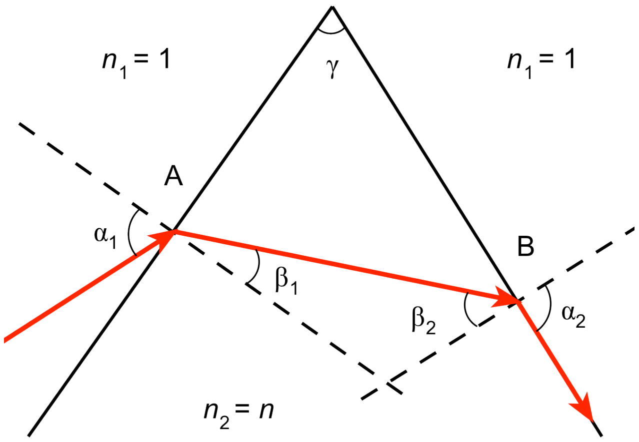
$$\sin \frac{\delta_{min} + \gamma}{2} = n \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$$

$$\boxed{n = \frac{\sin \frac{\delta_{min} + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}}$$

La dernière équation peut être utilisée pour mesurer l'indice de réfraction n du prisme, car γ et δ_{min} sont facilement mesurables.

Réflexion totale dans le prisme

Afin que le rayon entrant sorte du prisme, le rayon doit avoir un angle d'incidence supérieur à une certaine valeur minimale. Afin de déterminer cet angle d'incidence minimale, nous considérons un rayon lumineux qui sort du prisme en rasant la surface : $\alpha_2 = 90°$ (voir figure).



d) Dérivation théorique de la déviation minimale

La déviation δ est donnée par:

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$$

Afin de déterminer la plus petite déviation δ_{min}, nous devons exprimer δ en fonction d'une variable individuelle et en annuler la dérivée.
Nous essayons pour cette raison d'exprimer δ en fonction de β_1.

Loi de réfraction à la face d'entrée:

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \beta_1$$

donc:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin\beta_1\right)$$

Loi de la réfraction à la face de sortie:

$$n_2 \cdot \sin \beta_2 = n_1 \cdot \sin \alpha_2$$

donc:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin\beta_2\right)$$

Avec $\gamma = \beta_1 + \beta_2$, ceci donne:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(\gamma - \beta_1)\right)$$

Donc pour la déviation $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$:

$$\delta = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\cdot\sin\beta_1\right) + \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\cdot\sin(\gamma - \beta_1)\right) - \gamma$$

La déviation est minimale si:

$$\frac{d\delta}{d\beta_1} = 0$$

Répétition mathématique:

Fonction arcsin:
$f(x) = \arcsin(x)$

Dérivée de arcsin:
$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

$$\frac{\frac{n_2}{n_1}\cdot\cos(\beta_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\cdot\sin^2(\beta_1)}} + \frac{\frac{n_2}{n_1}\cdot\cos(\gamma - \beta_1)\cdot(-1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\cdot\sin^2(\gamma - \beta_1)}} = 0$$

$$\frac{\cos(\beta_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\cdot\sin^2(\beta_1)}} = \frac{\cos(\gamma - \beta_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\cdot\sin^2(\gamma - \beta_1)}}$$

Ceci est valable uniquement si

$$\cos(\beta_1) = \cos(\gamma - \beta_1)$$

et simultanément:

$$\sin^2(\beta_1) = \sin^2(\gamma - \beta_1)$$

Ces deux équations sont uniquement vraies simultanément si

$$\beta_1 = \gamma - \beta_1.$$

Il s'en suit que δ est minimal si $\beta_1 = \frac{\gamma}{2}$

Par ailleurs, on a $\gamma = \beta_1 + \beta_2$; donc, on doit avoir $\beta_2 = \frac{\gamma}{2}$.

Cela signifie que le trajet de la lumière est symétrique à travers le prisme.

VI. LES LENTILLES

a) Classification des lentilles

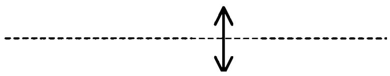
Une lentille est un corps à symétrie de révolution qui est le plus souvent fabriqué en verre ou en matière plastique. Le milieu optique est délimité par deux surfaces sphériques :

Lentilles convergentes

La lentille convergente (ou lentille convexe) est plus épaisse au centre qu'au bord.

Sur les schémas, elle est représentée comme suit:

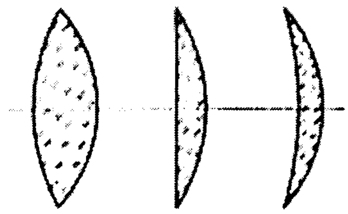
Lentille convergente



Axe optique

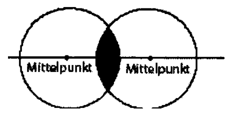
On fait la distinction entre:
- lentilles biconvexes
- lentilles plan-convexes
- ménisques convergents

Lentilles convexes ou lentilles convergentes



lentille biconvexe | lentille plan-convexe | ménisque convergent

Axe optique



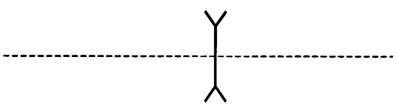
Lentille convergente ou lentille convexe

Lentilles convergentes

La lentille divergente (ou lentille concave) est plus mince au centre qu'au bord.

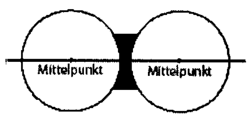
Sur les schémas, elle est représentée comme suit:

Lentille divergente



Axe optique

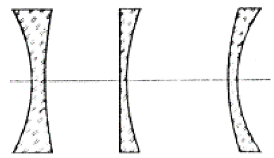
Axe optique



Lentille divergente ou lentille concave

On fait la distinction entre:
- lentilles biconcaves
- lentilles plan-concaves
- ménisques divergents

Lentilles concaves ou lentilles divergentes

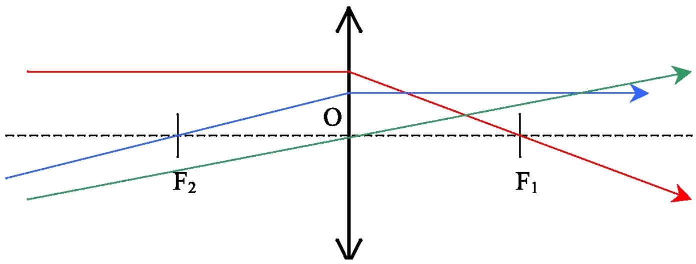


b) Rayons principaux des lentilles

Un faisceau de lumière qui s'étend parallèlement à l'axe optique est concentré en un point après le passage à travers une lentille convergente. Ce point est appelé le "**foyer F_1**". La distance entre le point central de la lentille et le foyer est la distance focale et est notée par la lettre *f*. Symétriquement par rapport au point central de la lentille se trouve le deuxième foyer F_2.

Pour une lentille divergente, un faisceau de lumière parallèle est divergent derrière la lentille, il semble cependant provenir d'un point. Ce point est le foyer F_1 de la lentille divergente.

<u>Lentille convergente</u>

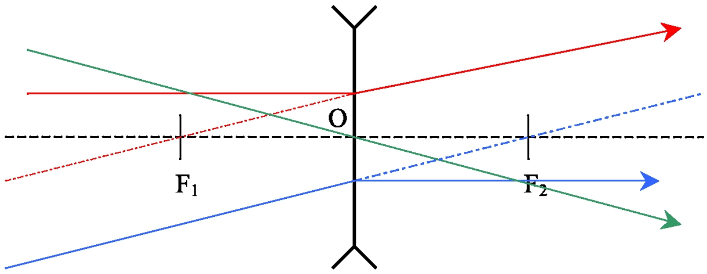


F_1 et F_2: foyers

$OF_1 = OF_2 = f$ est la distance focale

- Un rayon lumineux qui est parallèle à l'axe optique passe à travers le foyer F_1 après la réfraction.
- Un rayon lumineux qui passe à travers le foyer F_2 poursuit sa route parallèlement à l'axe optique après la réfraction.
- Un rayon lumineux qui passe à travers le point central O se propage toujours en ligne droite.

Lentille divergente



F_1 et F_2: foyers

$OF_1 = OF_2 = f$ est la distance focale

- Un rayon lumineux qui est parallèle à l'axe optique semble provenir du foyer F_1 après la réfraction.
- Un rayon lumineux qui passerait à travers le foyer F_2 poursuit sa route parallèlement à l'axe optique après la réfraction.
- Un rayon lumineux qui passe à travers le point central O se propage toujours en ligne droite.

c) Formation de l'image avec les lentilles

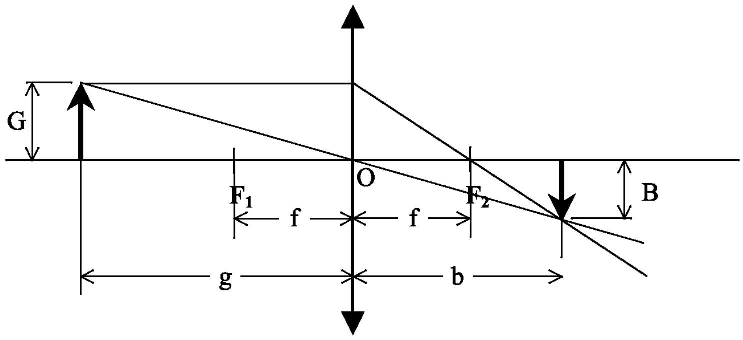
Dans le cas idéal, la lumière qui vient d'un point est réfractée à travers une lentille de façon qu'elle est soit concentrée en un point (le plus souvent pour les lentilles convergentes) ou se propage comme si elle venait d'un point (le plus souvent pour les lentilles divergentes).

Les images obtenues avec les lentilles peuvent être construites facilement si, parmi l'infinité de tous les rayons qui partent d'un point et qui sont concentrés en un point derrière la lentille, on sélectionne uniquement les rayons dont l'évolution peut être indiquée sans calcul – les *rayons principaux*.

Nous distinguons:

- les *images réelles*:
  les rayons convergent (se réunissent) derrière la lentille, ces images peuvent donc être captées sur un écran.
- les *images virtuelles*:
  les rayons divergent derrière la lentille (leurs prolongements imaginaires se réunissent), ces images peuvent donc être détectées par notre œil, mais ne peuvent pas être rendues visibles sur un écran.

La formation d'images réelles ou virtuelles dépend de la position de l'objet par rapport à la lentille.



$F_{1,2}$: foyers

G : taille-objet

B : taille-image

g : distance-objet

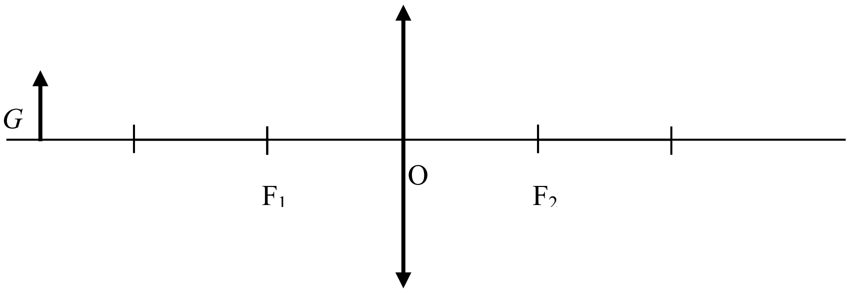
b : distance-image

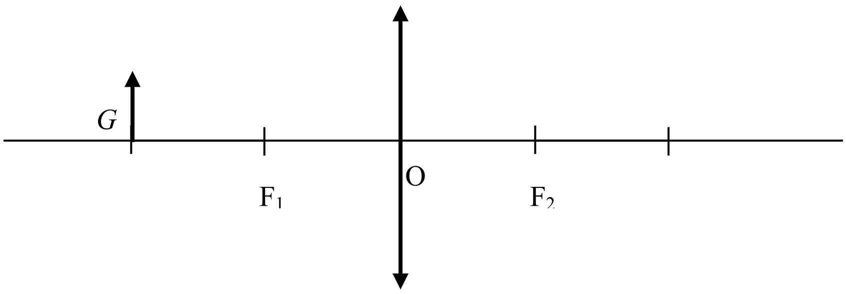
f : distance focale

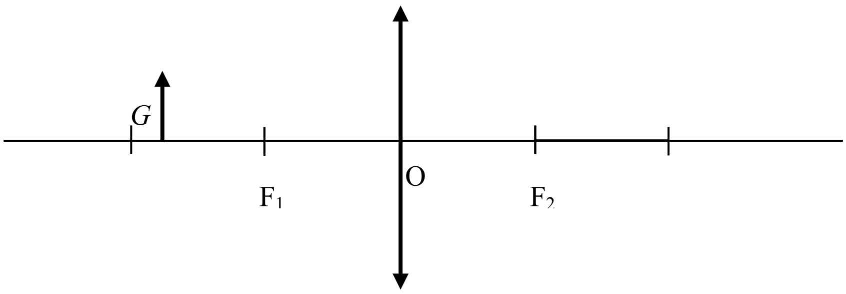
Les règles de signe suivantes sont habituellement d'application:

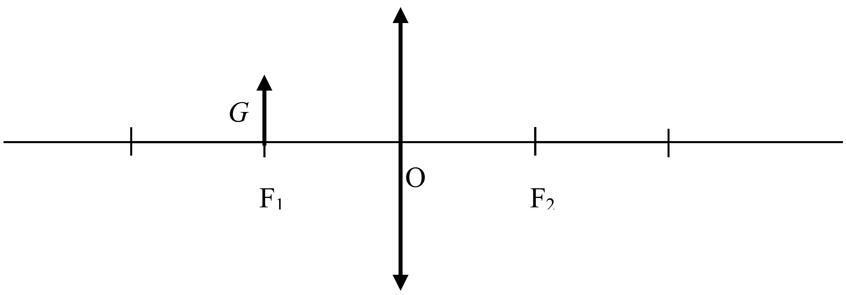
- Distance focale f — Lentille convergente: $f > 0$
  Lentille divergente: $f < 0$
- Objet — Objet réel: $g > 0$; $G > 0$
  Objet virtuel: $g < 0$; $G < 0$
- Image — Image réelle: $b > 0$; $B > 0$
  Image virtuelle: $b < 0$; $B < 0$

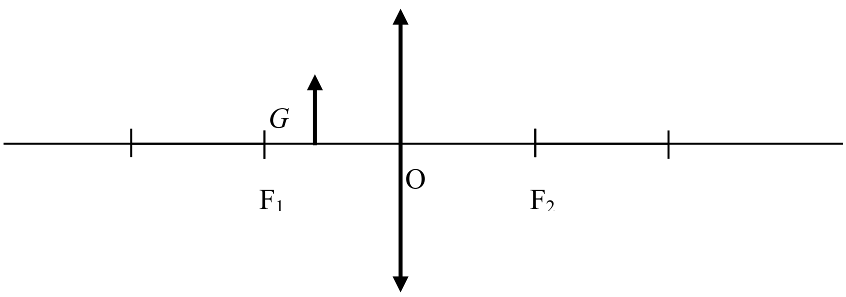
d) Constructions de l'image: lentilles convergentes

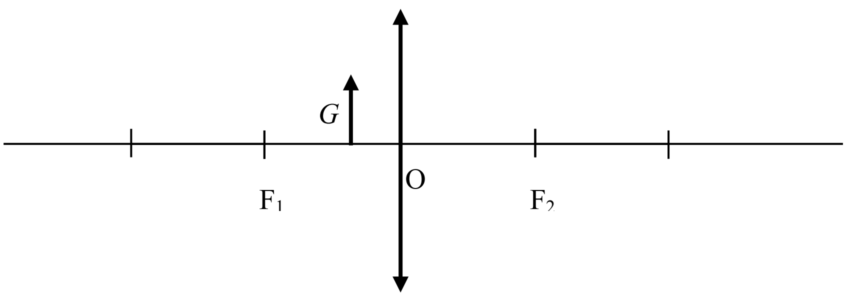












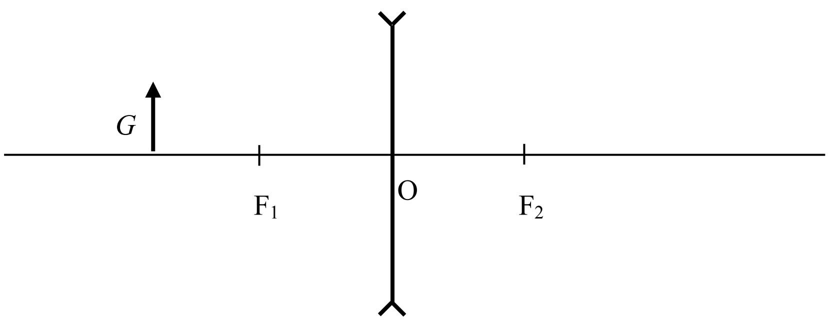
Résumé (lentilles convergentes)

Distance-objet g	**Distance-image b**	**Caractéristiques de l'image**
$+\infty$	f	réduite, inversée, réelle
$+\infty > g > 2f$	$f < b < 2f$	réduite, inversée, réelle
$2f$	$2f$	même taille, inversée, réelle
$2f > g > f$	$2f < b < \infty$	agrandie, inversée, réelle
f	$+\infty$	très grande, inversée, réelle
$f > g > 0$	$-\infty < b < 0$	agrandie, droite, virtuelle
$g \to 0$	$b \to 0$	même taille, droite, virtuelle

e) Constructions de l'image: lentilles divergentes

Les mêmes lois que pour les lentilles convergentes sont également valables ici.

La distance focale doit être prise négative: $f < 0$



L'image est toujours
- réduite
- droite (non inversée)
- virtuelle

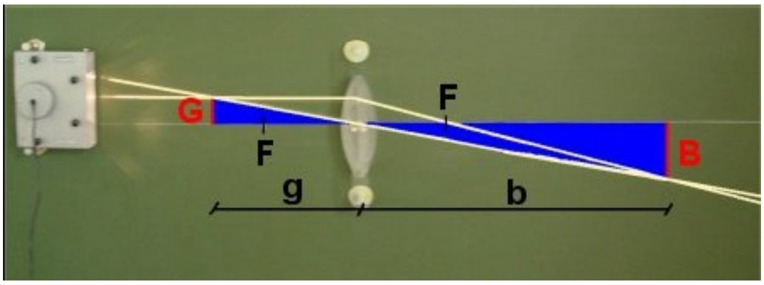
donc:

Distance-objet g	**Distance-image b**	**Caractéristiques de l'image**
$+\infty > g > 0$	$-f < b < 0$	réduite, droite, virtuelle

f) Grandissement et loi de conjugaison

Les relations entre la taille-objet G, la taille-image B, la distance-objet g, la distance-image b et la distance focale f de la lentille sont décrites à l'aide de deux lois: la loi de grandissement et la loi de conjugaison.

Grandissement:



g : Distance-objet G : Taille-objet
b : Distance-image B : Taille-image

Comme les triangles colorés sont semblables (congruents), il vient:

$$\frac{G}{g} = \frac{B}{b}$$

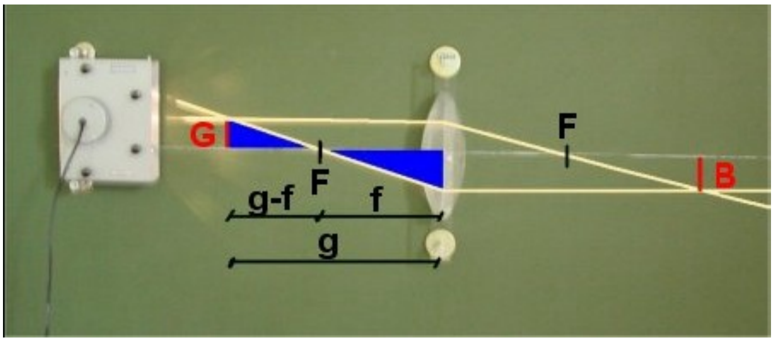
Ceci donne pour la taille de l'objet et la taille de l'image:

$$\Rightarrow \boxed{\frac{B}{G} = \frac{b}{g}}$$

Le quotient $\Gamma = \left|\frac{B}{G}\right|$ est appelé *grandissement* et il est toujours positif.

Le grandissement nous indique combien de fois l'image est plus grande que l'objet.

Loi de conjugaison:



g : Distance-objet G : Taille-objet
b : Distance-image B : Taille-image
f : Distance focale

De la congruence des triangles colorés en bleu, il vient:

$$\frac{G}{g-f}=\frac{B}{f}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{B}{G}=\frac{f}{g-f}$$

En tenant compte de la loi du grandissement $\frac{B}{G}=\frac{b}{g}$:

$$\frac{b}{g}=\frac{f}{g-f}$$

$$g \cdot f = b \cdot (g-f)$$

$$g \cdot f = b \cdot g - b \cdot f$$

$$b \cdot g = b \cdot f + g \cdot f \qquad | : (b \cdot g \cdot f)$$

$$\boxed{\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b}}$$

Image virtuelle

Si l'on trouve $b < 0$ (b et B sont négatifs), alors l'image est virtuelle et elle se trouve du même côté de la lentille que l'objet: on ne peut pas la capter sur un écran.

Application : Lentille convergente utilisée comme loupe, si $g < f$.

Remarque

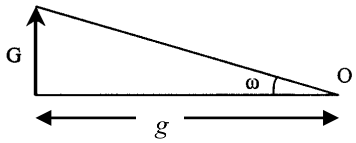
Souvent, on n'indique pas la distance focale d'une lentille, mais sa **vergence *D*** en dioptries

$$D=\frac{1}{f}$$

Unité de D : $[D] = \frac{1}{m} = 1$ dpt (dioptries)

g) Angle de vision et taille-image

L'angle de vision est l'angle sous lequel un observateur voit un objet. On le désigne par ω.



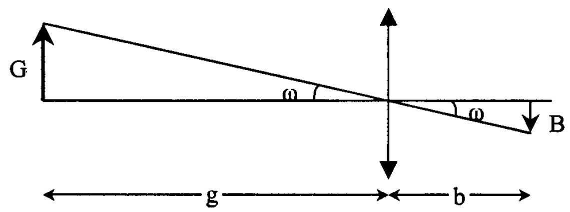
On a donc pour l'angle de vision: $\boxed{\tan \omega = \frac{G}{g}}$

On peut ainsi relier la taille-image B et l'angle de vision ω:

$$\frac{G}{g} = \frac{B}{b}$$

$$B = \frac{b}{g} \cdot G$$

$$B = b \cdot \frac{G}{g} = b \cdot \tan \omega$$



L'image d'un objet <u>qui se trouve loin devant la lentille</u> ($g >> f$) se trouvera à une distance-image b égale à la distance focale f de la lentille.

Cela se voit aisément à l'aide de la loi de conjugaison :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

avec $g >> f \, (g \to \infty)$:

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad b = f$$

Lorsque ω est petit (objet très éloigné), on a $\tan \omega \approx \omega$. Avec $b \approx f$, cela donne:

$B = b \cdot \omega = f \cdot \omega$ (ω <u>en rad</u> !!)

ou $\frac{B}{b} = \frac{G}{g} = \omega$

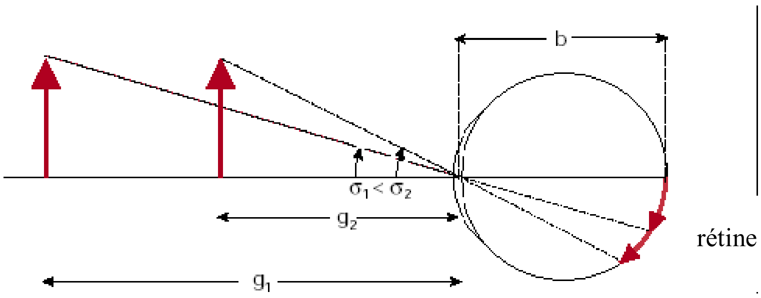
On peut donc calculer la taille-image *B* d'un objet éloigné si on connaît l'angle de vision ω et la distance focale *f* de la lentille.

Exercice: Dans une position favorable, la planète Mars vue depuis la Terre apparaît sous un angle de 25". Quelle distance focale un objectif de longue-vue doit-il avoir pour que l'image de la planète ait un diamètre de 1 mm?

Solution: *taille de l'image B = 1 mm ; f = ?*
angle de vision $\omega = 25'' = 25/3600\,° = 1{,}2\cdot10^{-4}$ *rad*
On a donc pour la distance focale:
$f = B/\omega = 8251\text{ mm} = 8{,}25\text{ m}$

h) Grossissement

L'œil génère une image réelle sur la rétine. La grandeur de l'image dépend de l'angle de vision ω sous lequel l'objet apparaît (voir figure).



La façon la plus simple d'agrandir un objet consiste à le rapprocher de l'œil. Ceci augmente l'angle de vision ω et la taille-image *B* augmente.

Un grossissement supplémentaire est uniquement possible si on utilise des instruments optiques (loupe, microscope, longue-vue). La tâche des appareils optiques est le grossissement de l'angle de vision. Le *grossissement V* est défini par le rapport de la taille-image avec l'instrument optique sur celle sans l'instrument

$$V = \frac{\text{taille-image avec l'instrument optique}}{\text{taille-image sans l'instrument optique}}$$

De la définition du grossissement et de la figure ci-dessus, il découle à l'aide de l'angle de vision:

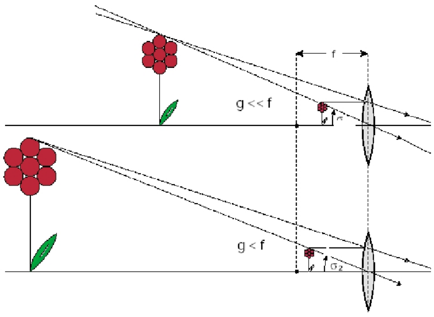
$$V = \frac{\tan\omega_2 \cdot b}{\tan\omega_1 \cdot b} = \frac{\tan\omega_2}{\tan\omega_1}$$

Pour les petits angles ($\tan\omega \approx \omega$), on a alors pour le grossissement *V*:

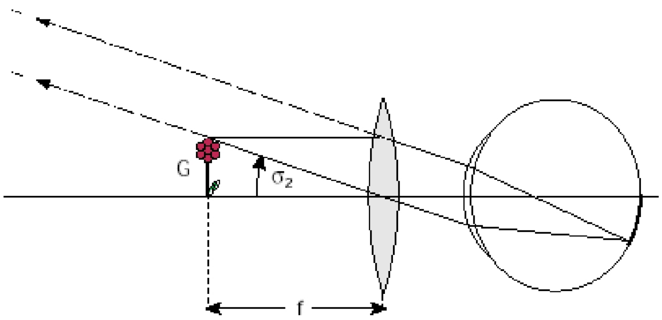
$$V = \frac{\omega_2}{\omega_1} \qquad (\omega_1, \omega_2 \text{ en rad})$$

i) La loupe

La loupe est une lentille convergente de courte distance focale (p. ex. $f = 3$ cm). Le grossissement dépend non seulement de la distance focale, mais également de la distance entre l'objet et la loupe ou l'œil. A la figure suivante, le cheminement des rayons lumineux est indiqué pour le cas où l'objet se trouve juste à l'intérieur de la distance focale de la loupe f ($g < f$).



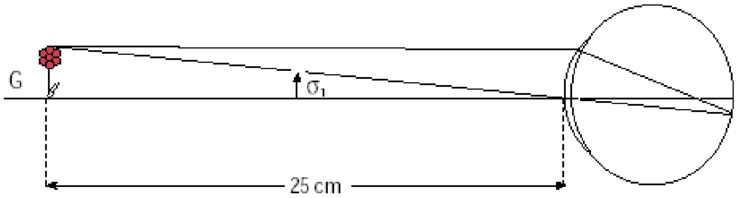
Le prolongement vers l'arrière des rayons tombant dans l'œil montre le lieu où se trouve l'*image virtuelle agrandie* de l'objet. Elle est ainsi appelée parce qu'aucune image (réelle) n'apparaîtrait à cet endroit sur un écran. La loupe ne provoque pas d'inversion de l'image. En règle générale, on indique le *grossissement normal* de la loupe. Dans ce cas, l'objet se trouve au foyer de la lentille et l'œil doit faire le moins d'efforts, vu qu'il accommode sur l'infini. Le cheminement correspondant du rayonnement est représenté à la figure suivante.



Le point d'intersection des prolongements des rayons vers l'arrière et donc le lieu de l'image virtuelle sont renvoyés à l'infini. Il se forme une image virtuelle infiniment grande, qui se trouve à distance infinie. L'indication d'une échelle de l'image n'est ici pas judicieuse, on caractérise la loupe par son grossissement V. Si on désigne par s la distance entre l'objet et l'œil (distance de vision), on a pour le grossissement de la loupe:

$$V = \frac{\tan \omega_2}{\tan \omega_1} \text{ avec } \tan \omega_2 = \frac{G}{f}$$

Le grossissement est rapporté à la taille-image lors de la formation de l'image à la distance de *vision nette s*, que l'on définit à 25 cm (distance à laquelle un œil normal a encore une vision nette sans efforts).



Pour tan ω_1, on a alors: tan $\omega_1 = \dfrac{G}{s}$.

Le grossissement V de la loupe donne alors (pour $g = f$):

$$V = \frac{\tan\omega_2}{\tan\omega_1} = \frac{\frac{G}{f}}{\frac{G}{s}} = \frac{G \cdot s}{f \cdot G} = \frac{s}{f} = \frac{25\,\text{cm}}{f}$$

Pour $g < f$, le grossissement est plus fort, il est au maximum de $\dfrac{s}{f} + 1$.

Le grossissement V d'une loupe se situe entre $\dfrac{s}{f}$ et $\dfrac{s}{f} + 1$.

Avec une loupe de 5 cm de distance focale, on réalise un grossissement de 5 à 6 fois.

Si on veut augmenter le grossissement de la loupe, on doit choisir f de plus en plus petite (pour un grossissement de 25 fois p. ex. $f = 1$ cm).

Comme l'objet à observer doit alors se trouver à 1 cm de distance derrière la loupe, ceci devient rapidement inconfortable dans la pratique. Pour les grossissements plus importants, on utilise pour cette raison des systèmes de lentilles combinées, comme p. ex. le microscope.

VII. FORMULAIRE

Loi de réflexion:

$$\boxed{\alpha = \alpha'}$$

α = angle d'incidence
α' = angle de réflexion

Indice de réfraction:

$$\boxed{n = \frac{c_0}{c}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}}$$

n = indice de réfraction (absolu) du milieu
c_0 = célérité de la lumière dans le vide
c = célérité de la lumière dans le milieu

Loi de réfraction:

$$\boxed{n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta}$$

n_1 = indice de réfraction du milieu 1
n_2 = indice de réfraction du milieu 2
α = angle d'incidence (dans le milieu 1)
β = angle de réfraction (dans le milieu 2)

Réflexion totale dans le milieu 1:

$$\boxed{n_1 \cdot \sin \alpha_G = n_2 \cdot \sin 90°}$$

$n_1 > n_2$
α_G = angle limite
réflexion totale si $\alpha \geq \alpha_G$

Prisme:

Déviation:

$$\boxed{\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma}$$

Angle réfringent:

$$\boxed{\gamma = \beta_1 + \beta_2}$$

Déviation minimale:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$
$$\beta_1 = \beta_2 = \beta$$
$$\delta = 2 \cdot \alpha - \gamma$$
$$\gamma = 2 \cdot \beta$$

δ = angle de déviation
α_1 = angle d'incidence (à la surface d'entrée)
α_2 = angle de sortie (à la surface de sortie)
β_1 = angle de réfraction (à la surface d'entrée)
β_2 = angle d'incidence (à la surface de sortie)
γ = angle réfringent du prisme

Lentilles:

Loi de grandissement:

$$\boxed{\frac{B}{G} = \frac{b}{g}}$$

Loi de conjugaison:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}}$$

Grandissement:

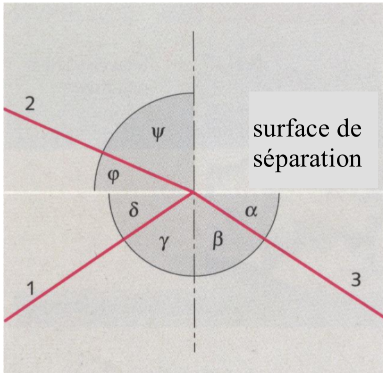
$$\boxed{\Gamma = \left|\frac{B}{G}\right|}$$

Γ = grandissement
G = taille-objet
B = taille-image
g = distance-objet
b = distance-image
f = distance focale

VIII. EXERCICES

1) Un rayon lumineux tombe sous un angle de 75° sur une plaque en verre argentée à la face arrière. L'épaisseur de la plaque mesure 15 mm et son indice de réfraction vaut 1,5. Une partie du faisceau lumineux pénètre dans le verre et est réfléchie à la surface argentée, l'autre partie étant réfléchie par la surface avant.
   a) Exprime la distance *d* entre les deux faisceaux s'éloignant parallèlement de la plaque en fonction de l'angle d'incidence α, de l'épaisseur de la plaque *h* et de l'indice de réfraction *n* !
   b) Calcule la distance *d* !

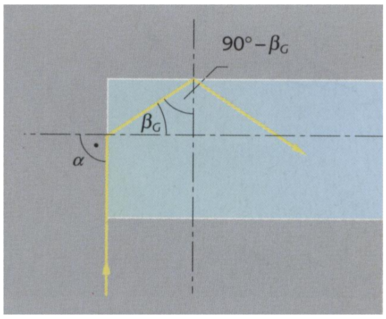
2) La figure 1 montre le trajet d'un rayon lumineux passant du verre dans l'air.
   a) De quel côté de la surface de séparation le verre se trouve-t-il ?
   b) Indique la position respective des rayons incident, réfléchi et réfracté !
   c) Indique la position respective des angles d'incidence, de réflexion et de réfraction !



1. Relatif à l'exercice 2

3) Un faisceau lumineux fin atteint la surface d'eau d'un aquarium sous un angle de 45°. Le rayon réfracté touche au fond de l'aquarium un miroir horizontal qui le réfléchit vers la surface de l'eau où il est réfracté lors du passage dans l'air. L'indice de réfraction de l'eau vaut n = 1,33.
   a) Quel angle mesure-t-on entre le rayon incident et le rayon sortant de l'eau ?
   b) Quelle est la distance entre les deux points à la surface de l'eau par lesquels la lumière entre respectivement sort si l'eau a une profondeur de 15 cm ?

4) a) Quel indice de réfraction un bâton cylindrique en verre doit-il avoir au moins pour que tous les rayons entrant par une section soient transmis par réflexion totale ?
   b) Calcule l'angle d'incidence maximal pour n = 1,33 !



2. Relatif à l'exercice 4: Aucune lumière ne sort latéralement du verre.

5) Un poisson nage 50 cm en-dessous d'une surface d'eau calme (n = 1,33). Quelles régions extérieures peut-il voir directement ? Quelles régions dans l'eau peut-il voir par une réflexion ? Prépare un croquis !

6) Une cuve à eau possède deux sections de profondeurs différentes qui sont délimitées par une ligne droite. Une vague passe de l'eau moins profonde dans l'eau plus profonde. L'angle d'incidence vaut 45°, l'angle de réfraction vaut 60°.
   a) Dans quel rapport est-ce que les vitesses de propagation des vagues se trouvent dans les deux régions ?
   b) Quel rapport les longueurs d'ondes respectives forment-ils ?

7) a) Une vitre avec une épaisseur de 5 mm a un indice de réfraction de 1,5. Quel décalage d observe-t-on pour un angle d'incidence de 45° ?

b) Remplace dans l'équation pour d à l'aide de la loi de réfraction β par α !

8) Un rayon lumineux tombe sous un angle $\alpha = 60°$ sur une lame à faces parallèles en verre d'une épaisseur de 5 cm. L'indice de réfraction de la plaque vaut $n = 1{,}5$. La plaque est entourée d'air. Calcule le décalage du rayon transmis !

9) Un rayon lumineux tombe perpendiculairement sur un prisme en verre dont l'indice de réfraction est égal à 1,6. A la sortie, le rayon est dévié de 30° par rapport à l'incidence. Détermine l'angle de sortie et l'angle réfringent du prisme !

10) Un rayon monochromatique passe de l'air dans un prisme. L'angle réfringent du prisme vaut 45° et il a un indice de réfraction de 1,77.

a) Quel est l'angle de déviation minimale et que vaut alors l'angle d'incidence ?

b) Le rayon pénètre dans le prisme sous un angle de 60°. Calcule l'angle de déviation !

c) Pour quels angles d'incidence le rayon entrant peut-il encore sortir par la face opposée ?

11) Un rayon lumineux monochromatique tombe sous un angle de 35° sur un prisme qui est entouré d'air et dont l'indice de réfraction vaut $n' = 1{,}55$. C'est sous cet angle d'incidence que le rayon passe encore tout juste dans l'air à la surface opposée.

a) Calcule l'angle réfringent du prisme !

b) Le prisme est posé dans un liquide d'un indice de réfraction n''. Maintenant le même rayon subit la déviation minimale. Calcule l'indice de réfraction n'' et l'angle de déviation minimale !

12) Un prisme en verre est entouré d'air. Il a un indice de réfraction de $n = 1{,}7$. Son angle réfringent mesure 60°.

a) Sous quel angle un rayon lumineux doit-il tomber sur le prisme pour suivre un trajet symétrique ? Quelle déviation totale mesure-t-on alors ?

b) Sous quel angle un rayon lumineux doit-il tomber sur le prisme pour qu'il en sorte pratiquement parallèle à la face opposée ? Qu'est-ce qui se passe si l'angle d'incidence diminue davantage ?

13) Une personne d'une taille de 1,80 m est photographiée avec un appareil photo d'une distance focale de 5 cm. La taille maximale de l'image vaut $B = 36$ mm. Combien doit mesurer la distance-objet ?

14) La Lune (G = 3476 km, g = 384400 km) est photographiée avec l'appareil photographique de l'exercice 13). Calcule l'angle de vision et la taille-image ! Quelle conclusion en tires-tu ?

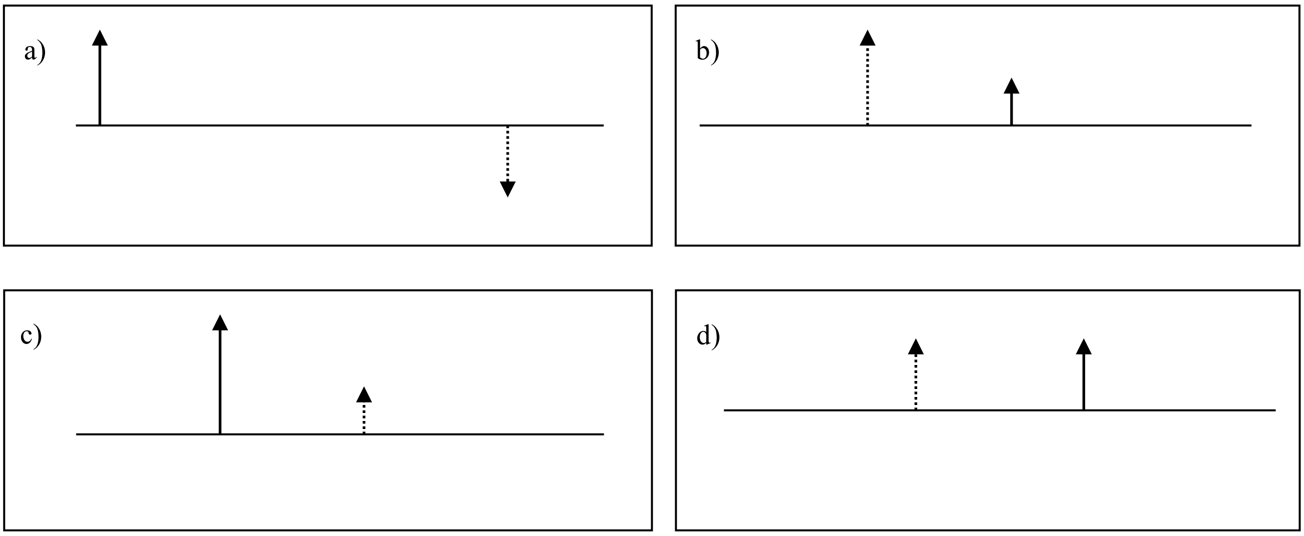
15) Une personne d'une taille de 1,75 m est photographiée. Elle se trouve à 6,5 m devant la lentille d'une distance focale de 25 cm. Quelle distance-image et quelle taille-image obtiens-tu ?

16) Calcule la distance et la taille d'un objet qui est représenté par une lentille d'une distance focale de 18 cm sur une image d'une taille de 10 cm si la distance-image mesure 24 cm !

17) Quelle distance focale une lentille doit-elle avoir pour qu'un objet à une distance de 3,12 m et d'une taille de 1,2 m soit représenté sur une image avec une taille de 10 cm ?

18) Un objet doit tripler sa taille à travers une lentille d'une distance focale de 7,5 cm. Calcule la distance-objet et la distance-image.

19) L'objet suivant (flèche continue) donne l'image ci-dessous (flèche pointillée). Où est-ce que la lentille se trouve ? Quelle est la distance focale de la lentille?



20) Un objet de 3 cm se trouve à 4 cm devant une lentille divergente. Si l'objet est éloigné de 6 cm supplémentaires de la lentille, son image sera deux fois plus petite qu'initialement.

a) Calcule la distance focale de la lentille ! Détermine également la distance-image et la taille-image !

b) Où faut-il placer l'objet pour que l'image se forme à une distance de 30 cm par rapport à l'objet ?

21) Quelle sera la distance-objet g d'un objet devant une lentille convergente pour que la distance x entre l'objet et l'image soit minimale ?

22) Un objet d’une taille de 2 cm se trouve devant une lentille biconvexe. L’image correspondante est virtuelle avec une hauteur de 4 cm.

a) Si l’objet est éloigné de 2 cm de la lentille, l’image est réelle et d’une taille de 8 cm. Calcule alors la distance focale de la lentille, la distance-objet et la distance-image !

b) Dans quel sens et de quelle distance faut-il déplacer l’objet pour que la distance entre l’objet et l’image soit égale à 10 cm ?

23) Un projecteur de cinéma doit projeter les images de la pellicule d’une taille de 18 mm sur un écran haut de 2,5 m qui se trouve à une distance de 30 m.

a) Quelle distance focale le projecteur doit-il avoir ?

b) Calcule l’angle de vision pour un spectateur qui a pris place à 10 m respectivement 20 m devant l’écran !

24) L’objectif d’un appareil photographique a une distance focale de $f = 5$ cm. Pour la mise au point de l’image, on règle l’objectif à partir de la position ∞ « infini » sur une distance-objet de 10 m resp. 1 m resp. 0,50 m.

a) De quelle distance faut-il déplacer l’objectif dans les trois cas ?

b) Quel grandissement obtient-on dans chaque cas ?

25) L’objectif d’un appareil photo a une distance focale de $f = 5$ cm.

a) Calcule la taille d’une image prise de la Lune sur la pellicule si l’angle de vision à l’œil nu de la Lune vaut 0,5°.

b) Quelle distance focale devrait-on choisir pour obtenir une image d’une taille de 5 mm ?

c) Quelle taille-image mesure-t-on si l’objectif utilisé a une distance focale de $f = 15$ cm ?

26) Nous voulons utiliser une lentille convergente d’une distance focale de 5 cm comme loupe pour observer un objet d’une taille de 1 mm qui se trouve 4,9 cm devant la lentille.

a) Où l’image se forme-t-elle ?

b) Calcule le grandissement et le grossissement !

IX. SOLUTIONS DES EXERCICES

1) a) $d(\alpha) = 2 \cdot h \cdot \dfrac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$

b) d = 6,54 mm

2) a) en bas: verre; en haut: air

b) 3 = rayon incident

1 = rayon réfléchi

2 = rayon réfracté

c) β = angle d'incidence

γ = angle de réflexion

ψ = angle de réfraction

3) a) Changement de la direction de $2 \cdot \alpha = 90°$

b) Distance = $2 \cdot x = 2 \cdot h \cdot \tan\beta$ = 18,83 cm

4) a) n = 1,41

b) α = 61,27°

6) a) $\dfrac{c_1}{c_2} = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, donc ici: $\dfrac{\sin 45°}{\sin 60°} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$

b) $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$

7) a) β = 28,13°; d = 1,65 mm

b) $d = h \cdot \sin\alpha \cdot \left(1 - \dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right)$

8) β = 35,26°; d = 2,56 cm

9) γ = 34,26°; α = 64,26°

10) a) δ = 40,27° pour α_1 = 42,64°

b) δ = 43,63°

c) α_1 = 19°

11) a) γ = 61,90°

b) d = 8,10°; n'' = 1,39

12) a) α = 58,21°; δ = 56,42°

b) α_1 = 43,68°; si α diminue, le rayon ne sort plus à la face opposée (réflexion totale).

13) $g = 255$ cm

14) $\omega = 0{,}5181°$; $B = 0{,}452$ mm

15) $b = 26$ cm; $B = 7$ cm

16) $g = 72$ cm; $G = 30$ cm

17) image réelle : $f = 24$ cm ; image virtuelle : $f = -28{,}4$ cm

18) image réelle : $g = 10$ cm; $b = 30$ cm
image virtuelle : $g = 5$ cm; $b = -15$ cm

19) a) Lentille convergente; $f = 1{,}15$ cm
b) Lentille convergente; $f = 2{,}6$ cm
c) Lentille divergente; $f = -1{,}6$ cm
d) impossible

20) a) $f = -2$ cm;
Taille-image: $B = -1$ cm, resp. $B' = -½$ cm
Distance-image: $b = -\frac{4}{3}$ cm, resp. $B' = -\frac{5}{3}$ cm
b) $g = 31{,}88$ cm et $b = -1{,}88$ cm

21) $g = 2 \cdot f$

22) a) $f = \frac{8}{3}$ cm
Au début: $g_{initial} = \frac{4}{3}$ cm; $b_{initial} = -\frac{8}{3}$ cm
Ensuite: $g_{final} = \frac{10}{3}$ cm; $b_{final} = \frac{40}{3}$ cm
b) $g' = 2{,}19$ cm et $b' = -12{,}19$ cm
Il faut donc l'approcher de 1,14 cm à la lentille.

23) a) $f = 21{,}6$ cm (approximation $f = g$), calcul exact : $f = 21{,}4$ cm
b) $\omega_{10} = 0{,}245$ rad et $\omega_{20} = 0{,}125$ rad

24) a) $s_{10m} = 0{,}251$ mm; $s_{1m} = 2{,}63$ mm; $s_{0,5m} = 5{,}55$ mm
b) $\Gamma_{10m} = 0{,}00503$; $\Gamma_{1m} = 0{,}0526$; $\Gamma_{0,5m} = 0{,}111$

25) a) $B = 0{,}436$ mm
b) $f = 57{,}3$ cm
c) $B = 1{,}31$ mm

26) a) $b = -245$ cm ; $B = -5$ cm
b) $\Gamma = -50$; $V = 5{,}1$