

Optique géométrique

Chapitre 1 – Bases de l'optique géométrique

I Introduction à l'optique géométrique

1 La lumière est un phénomène ondulatoire

1.1 Caractéristiques de l'onde lumineuse

Définition : lumière

La lumière est une **onde électromagnétique** caractérisée par les amplitudes couplées du champ électrique et du champ magnétique.

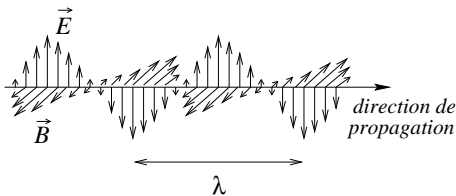
Cette onde se propage dans le vide avec une vitesse égale à la *célérité de la lumière dans le vide* :

$$c \simeq 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

L'onde peut aussi se propager dans un milieu matériel, avec une vitesse $v \leq c$.

L'onde lumineuse peut être caractérisée :

- par sa vitesse v dans le milieu,
- par sa longueur d'onde dans le vide λ_0 ,
- par sa fréquence ν .



Un **champ électrique** est par exemple créé par un condensateur. Il est noté \vec{E} , l'unité associée est le Volt par mètre.

La foudre met en jeu des champs électriques de l'ordre de 300 kV.m^{-1} .

Un **champ magnétique** est créé par exemple par un aimant, ou par une bobine parcourue par un courant électrique (solénoïde). Il est noté \vec{B} et l'unité associée est le Tesla.

Il est noté \vec{B} et l'unité associée est le Tesla.

Un aimant créé un champ magnétique de l'ordre de 10^{-3} T .

Des bobines supraconductrices peut générer un champ de l'ordre de 1 T .

Pour une onde électromagnétique, la longueur d'onde dans le vide λ_0 et la fréquence ν de l'onde sont liées par :

$$\lambda_0 \nu = c$$

Selon la fréquence ν de l'onde électromagnétique, on parle plutôt d'onde lumineuse, ou d'onde radio, de rayons X, etc...

	λ en m	ν en Hz		λ en m	ν en Hz
rayons γ	$10^{-14} - 10^{-12}$	$10^{22} - 10^{20}$	infrarouge	$8.10^{-7} - 10^{-3}$	$4.10^{14} - 10^{11}$
rayons X	$10^{-12} - 10^{-9}$	$10^{20} - 10^{17}$	communication satellite	$10^{-2} - 10^{-1}$	$10^{10} - 10^9$
ultraviolet	$10^{-9} - 4.10^{-7}$	$10^{17} - 10^{15}$	ondes radar	$10^{-1} - 1$	$10^9 - 10^8$
visible	$4.10^{-7} - 8.10^{-7}$	$8.10^{14} - 4.10^{14}$	ondes radio	$10^{-1} - 10^4$	$10^9 - 10^4$

Exercice 1 : Lumière visible

L'œil est sensible aux longueurs d'onde entre $0,4 \mu\text{m}$ (violet) et $0,8 \mu\text{m}$ (rouge), c'est la lumière visible.

1. Le maximum de sensibilité de l'œil humain est dans le jaune : pourquoi ?
2. Calculer les fréquences correspondant aux extrémités du *spectre visible*.
3. Qu'appelle-t-on « lumière infrarouge » et « lumière ultraviolette » ?

Chaque couleur correspond à une longueur d'onde approximative :

	violet	bleu	vert	jaune	orange	rouge
λ en μm	0,4	0,47	0,52	0,58	0,6	0,65
λ en nm	400	470	520	580	600	650
λ en \AA	4000	4700	5200	5800	6000	6500

1.2 La lumière transporte de l'énergie

L'énergie lumineuse permet la photosynthèse des plantes, la formation des nuages et des vents, le bronzage de la peau, selon des processus plus ou moins complexes.

L'énergie transportée par la lumière ne varie pas continuellement, mais de façon *discrète* (par saut). La plus faible quantité d'énergie possible est un **quantum d'énergie**, appelé photon.

Relation énergie - fréquence

L'énergie \mathcal{E} d'un photon ne dépend que la fréquence ν de l'onde :

$$\mathcal{E} = h\nu$$

où h est la constante de Planck : $h \simeq 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s

2 Propagation dans des milieux transparents

Définition : indice d'un milieu matériel

Soit v la vitesse de la lumière dans un milieu matériel transparent : $v \leq c$.

L'indice n du milieu est défini par :

$$n = c/v$$

donc : $n \geq 1$

Le milieu est d'autant plus *réfringent* que n est grand.

Quelques valeurs numériques :	vide	$n=1$	par définition
	air	$n=1,0003$	valeur approchée : $n \simeq 1$
	eau	$n=1,33$	$n \simeq 4/3$
	verre	$n=1,5$	verre ordinaire
	diamant	$n=2,4$	

Définition : chemin optique

Le chemin optique ℓ parcouru par la lumière est :

$$\ell = n d$$

où d est la longueur géométrique du trajet lumineux \mathcal{C} .

3 Sources lumineuses

3.1 Lampe à incandescence

Dans l'ampoule d'une lampe ordinaire, un filament de tungstène est porté à haute température (2 800 K environ), dans une atmosphère inerte, sans oxygène. Il n'y a pas combustion, ni fusion du métal (sa température de fusion étant supérieure à 2800 K).

Le filament émet alors de la lumière, dont le spectre est donné sur la figure jointe : il s'agit d'un *rayonnement thermique*. Le spectre est **continu**, il recouvre le domaine du visible : la lumière est blanche. Le spectre s'étend au-delà du visible, dans l'infrarouge notamment.

L'allure du spectre émis par rayonnement thermique dépend de la **température** du filament. Ainsi, pour le Soleil, la lumière émise contient des UV et de l'infra rouge, et le maximum d'intensité lumineuse correspond à une couleur jaune.

Pour une lampe à filament classique, il n'y a pas d'UV, mais beaucoup d'infrarouges.

3.2 lampes spectrales

Une ampoule contient un gaz atomique (Sodium, Mercure, Hydrogène,...)

Le gaz est alors soumis à des décharges électriques entre deux électrodes.

Les atomes sont excités ; certains atteignent des états d'énergie élevés, puis reviennent à un niveau d'énergie plus faible - voire le fondamental - en émettant un photon : il y a donc émission de lumière.

La fréquence des photons émis dépend donc des niveaux d'énergie atomiques, les valeurs de ces énergies étant fixées par les lois de la mécanique quantique.

Le spectre de la lumière ainsi produite est un **spectre de raies**, ou spectre discret ; les raies sont caractéristique

Application :

En déterminant les fréquences des *raies d'absorption* d'un nuage de poussières interstellaire éclairé par une étoile, on peut déterminer certains des éléments qui le composent.

3.3 laser

Laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) : source de rayonnement monochromatique (une seule fréquence). Un faisceau laser présente, de plus, une faible section et une faible divergence.

Principe de fonctionnement : une onde lumineuse effectue des aller-retours dans une cavité, dans laquelle elle traverse un milieu amplificateur, qui permet d'obtenir des photons de plus en plus nombreux. Ces photons sont tous en phase, et de même fréquence, et ils constituent à leur sortie un faisceau de lumière laser.

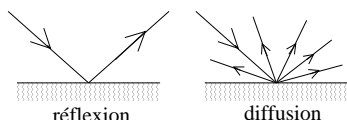
Le spectre d'un laser monomode comporte une seule fréquence.

Exercice 2 : Modes propres d'un laser

La cavité d'un laser est analogue à une corde de Melde : les fréquences laser sont fonction de la longueur L de la cavité et de la célérité de l'onde, ici $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

1. Donner la relation liant L , c et la fréquence laser ν , pour un mode résonnant d'indice n .

3.4 Sources secondaires



Tout objet éclairé (par une source primaire, par exemple par une lampe), est une source secondaire de lumière : il renvoie de la lumière par réflexion, diffusion, ...

L'avion furtif américain F-117A « *Night Hawk* » est couvert de facettes réfléchissant les ondes radar dans des directions différentes de celle du radar émetteur, qui ne peut donc pas le détecter.

L'avion est également recouvert d'un revêtement qui absorbe les ondes radar.

Les F-117A volent dès 1977, mais restent secrets pendant plus de 11 ans.

Ils participent au bombardement Bagdad en 1991 (suite à l'invasion du Koweït par l'Irak).



3.5 Source à l'infini

D'une source placée à l'infini, on reçoit des rayons lumineux tous parallèles entre eux. Exemple : le Soleil (attention aux effets de perspective!)

3.6 Exemples de sources lumineuses

	ponctuel à distance finie	ponctuel à l'infini	étendu à distance finie	étendu à l'infini
exemple de sources primaires	un pixel d'écran TV	une étoile	tube phosphorescent	le Soleil
exemple de sources secondaires	une tête d'épingle	une planète	une bicyclette	la Lune

4 Diffraction

4.1 Première expérience, dans le but d'isoler un rayon lumineux

Soit le dispositif expérimental suivant : une source lumineuse ponctuelle S éclaire un diaphragme, derrière lequel on place un écran.

- Si le diaphragme a un diamètre supérieur à 1 cm :

Une partie des rayons lumineux issus de S sont arrêtés par le diaphragme D . On obtient une tache lumineuse sur l'écran, dont le contour correspond aux rayons rectilignes issus de S et passant sur le bord du diaphragme D . (figure ci-contre).

Chaque point M éclairé de l'écran est relié à la source S par une droite (SM) qui traverse le diaphragme, correspondant au trajet du rayon lumineux.

- Si la taille du diaphragme est diminuée afin d'isoler un rayon lumineux :

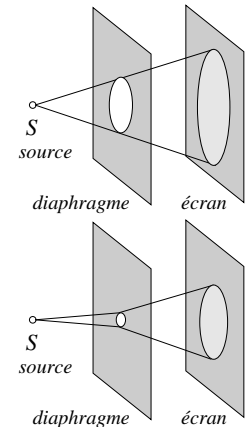
il se produit un phénomène de diffraction : le faisceau s'ouvre en traversant le diaphragme.

La tache observée sur l'écran est plus grande que celle prédite dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique.

Ce phénomène de diffraction est observé lorsque la dimension du diaphragme est de l'ordre de la longueur d'onde λ de la lumière.

Typiquement, $\lambda \simeq 600 \text{ nm} = 0,6 \mu\text{m}$ (jaune) est comparable à la taille d'un cheveu : $1 \mu\text{m}$.

En pratique, il est impossible d'isoler un rayon lumineux arbitrairement fin.



4.2 Deuxième expérience : diffraction à l'infini

Une source lumineuse à l'infini produit des rayons lumineux tous parallèles entre eux. Expérimentalement, on éclaire le diaphragme à l'aide d'un laser.

Un écran est placé à grande distance.

Observation : sur l'écran, on observe des taches circulaires concentriques, appelées **taches d'Airy**.

La tache centrale est vue depuis le diaphragme sous un angle θ avec :

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

où d est le diamètre du diaphragme.

Explication.

L'onde lumineuse est une onde progressive sinusoïdale. Le diaphragme limite son extension dans l'espace, ce qui modifie les propriétés de l'onde ; c'est comme si chaque point du diaphragme réémettait l'onde dans toutes les directions.

Figure de diffraction

La diffraction de la lumière est observée lorsque la lumière traverse des dispositifs dont la dimension est de l'ordre de la longueur d'onde λ de la lumière.

Si il s'agit pas exemple d'un diaphragme, la figure de diffraction observée dépend de la forme du diaphragme ; si celui-ci est un disque, on obtient des taches d'Airy.

La majeure partie de l'énergie diffractée l'est dans un cône de demi-angle au sommet θ , dont l'ordre de grandeur est :

$$\sin \theta \simeq \frac{\lambda}{d}$$

Exercice 3 : Dimension d'une tache de diffraction

Un laser rouge de longueur d'onde $\lambda = 630 \text{ nm}$ éclaire uniformément un trou circulaire de diamètre $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$. Un écran est placé à 5 mètres du trou.

1. Justifier qu'il y a diffraction ; quel est le nom de la figure de diffraction observée dans ce cas ?
2. Déterminer le diamètre de la tache circulaire principale observée sur l'écran.

4.3 Généralisation de la notion de diffraction

Tout phénomène ondulatoire peut donner lieu à de la diffraction : onde radar, onde mécanique, onde acoustique, houle sur la mer...

5 Approximation de l'optique géométrique**5.1 Notion de rayon lumineux**

exercice Dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique, un faisceau lumineux est formé d'une infinité de *rayons lumineux* (droites). L'étude de la marche de ces rayons lumineux est le but de l'**optique géométrique**.

Pour cela, il faut que les objets disposés sur le banc d'optique aient des dimensions très grandes devant la longueur d'onde λ de la lumière : sinon il y a **diffraction**.

Un laser fournit pratiquement un rayon lumineux. Néanmoins, le pinceau de lumière a une dimension transversale finie.

5.2 Principe d'indépendance des rayons lumineux

■ Dans le cadre de l'optique géométrique, les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres.

5.3 Propagation rectiligne de la lumière

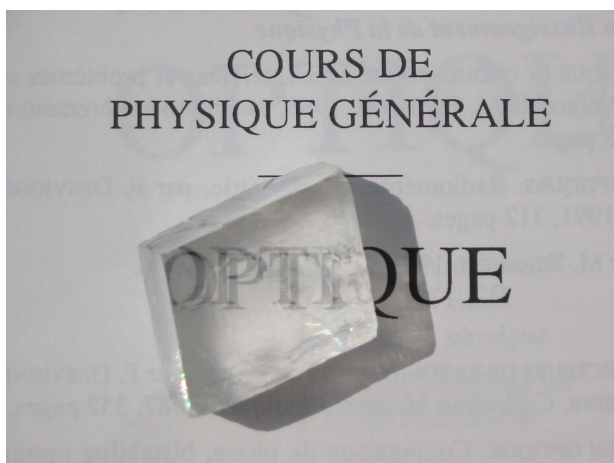
Définition : milieu homogène

Un milieu est dit homogène si toutes ses propriétés physiques sont les mêmes en chaque point.

Définition : milieu isotrope

Un milieu est dit isotrope si ses propriétés physiques sont les mêmes dans chaque direction.

■ Dans un milieu homogène et isotrope, la lumière se propage en ligne droite ; **les rayons lumineux sont des droites**.



Ce spath d'islande posé sur le cours d'optique de Bruhat est un cristal homogène et anisotrope.

5.4 Principe du retour inverse de la lumière

Principe du retour inverse de la lumière

Le trajet de la lumière est indépendant du sens de parcours.

Si un rayon part d'un point A pour aller vers un point A' en suivant un certain trajet, alors un autre rayon lumineux peut partir de A' et suivre le même trajet pour aller en A .

6 Réflexion et réfraction

6.1 Lois de Descartes

Définition : dioptre

Un dioptre est une surface séparant deux milieux transparents homogènes et isotropes, d'indices différents.

Si la surface de séparation est plane, on a un *dioptre plan* ; si c'est une portion de sphère, on a un *dioptre sphérique*.

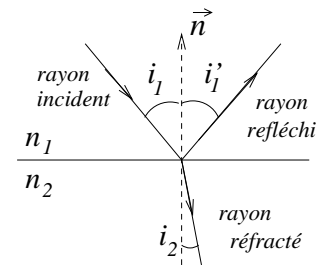
Soit un rayon incident, et soit I le point d'incidence sur le dioptre. Soit \mathcal{P} le plan tangent en I au dioptre, et \vec{n} la normale en I à ce plan (voir figure). On désigne par les indices 1 et 2 les milieux de part et d'autre du dioptre (figure ci-contre).

Notons i_1 l'angle formé entre le rayon incident et la normale \vec{n} ; il est appelé *angle d'incidence*.

Le rayon réfléchi forme un angle i'_1 avec la normale, appelé *angle de réflexion*.

Le rayon réfracté forme un angle i_2 avec la normale, appelé *angle de réfraction*.

Le *plan d'incidence* est défini par le rayon incident, le point I et la normale \vec{n} .



Lois de Descartes

- le rayon incident, le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont dans le *plan d'incidence*.
- les angles d'incidence i_1 , de réflexion i'_1 et de réfraction i_2 vérifient :

$$i_1 = i'_1 \quad \text{loi de la réflexion}$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad \text{loi de la réfraction}$$



On observe simultanément sur la photo ci-contre une réfraction à travers la vitre (image du paysage) et une réflexion partielle sur la vitre (image du bébé).

Une personne située à l'extérieur du train pourrait voir le bébé : à l'angle d'incidence considéré ici, environ 25% de l'énergie est réfléchi et 75% est transmise.

Sous incidence normale, sur du verre, 4% de l'énergie est réfléchi, et 96% transmise.

6.2 Conséquences des lois de Descartes

Lorsque la lumière passe d'un milieu à un milieu *plus réfringent*, le rayon réfracté *se rapproche* de la normale.

Lorsque la lumière passe d'un milieu à un milieu *moins réfringent*, le rayon réfracté *s'éloigne* de la normale.

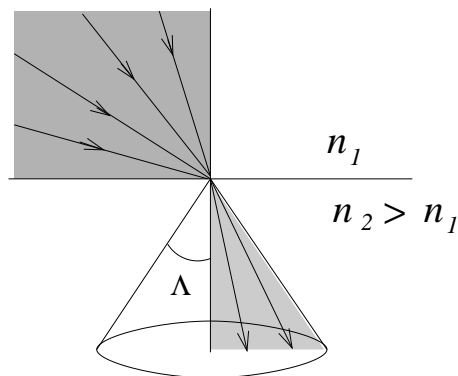
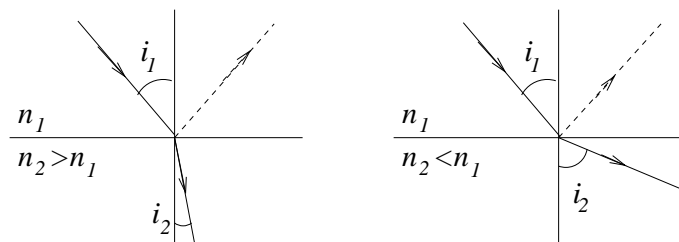


FIGURE 2 – Réfraction dans un milieu plus réfringent : les rayons émergent dans un cône de demi-angle au sommet Λ .

En effet, la loi de la réfraction

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

implique : si $n_2 > n_1$ alors $i_2 < i_1$
 si $n_2 < n_1$ alors $i_2 > i_1$



6.3 Réflexion totale sur un milieu moins réfringent

Lorsque la lumière passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu *moins réfringent* d'indice $n_2 < n_1$, il existe une valeur de l'angle d'incidence $i_1 = \Lambda$ pour lequel l'angle de réfraction est $i_2 = \pi/2$.

$$\sin \Lambda = \frac{n_2}{n_1}$$

Si $i_1 \leq \Lambda$, il y a un rayon réfracté et un rayon réfléchi.

Si $i_1 > \Lambda$, il n'y a pas de rayon réfracté : il y a *réflexion totale*.

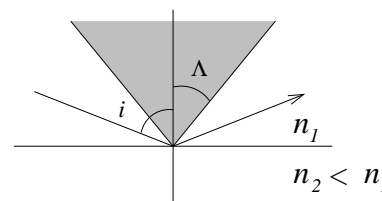


FIGURE 1 – Réflexion totale sur un milieu moins réfringent lorsque $i > \Lambda$.

A.N. Pour un dioptre	eau/air : $\Lambda = 48,7^\circ$
	verre/air : $\Lambda = 41,8^\circ$

Application : Un plongeur qui regarde vers le haut voit un disque lumineux.

Exercice 4 : Fontaine lumineuse

Expliquer, à l'aide d'un schéma, pourquoi la lumière se propage à l'intérieur des jets d'eau d'une fontaine lumineuse.

Exercice 5 : Bulle d'air dans l'eau

Un faisceau de lumière parallèle se propage dans l'eau transparente d'indice $n = 1,33$. Elle rencontre une bulle d'air sphérique de rayon R .

1. Tracer le trajet d'un rayon incident dirigé vers le centre O de la bulle.
2. Tracer le trajet d'un rayon incident rasant.
3. Tracer le trajet d'un rayon arrivant en I sur la bulle, avec une incidence i . À quelle condition sur i le rayon est-il réfracté ?

Soit d la distance entre I et la droite parallèle au rayon incident passant par O . Pour quelles valeurs de d le rayon est-il réfracté ?

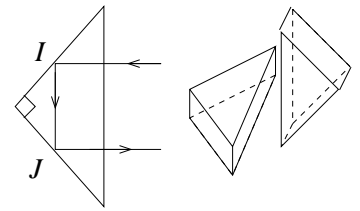
6.4 Prisme à réflexion totale (prisme de Porro)

On considère un prisme de verre, d'angle droit.

Un rayon incident normal à la face d'entrée dans le prisme (voir figure) n'est pas dévié ; son incidence en I est de 45° , or $45^\circ > \Lambda$ pour le verre ($\Lambda = 41,8^\circ$) donc il y a réflexion totale ; l'incidence en J est également de 45° car le prisme est droit : il y a donc à nouveau réflexion totale ; le rayon est alors normal à la face de sortie, donc il n'est pas dévié.

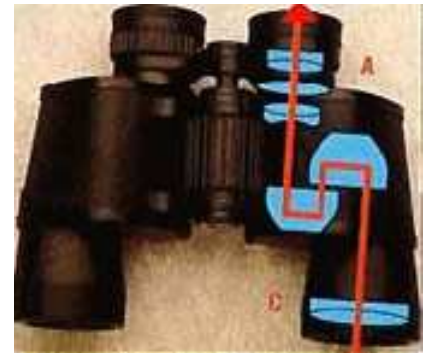
Conclusion : le rayon émergent est parallèle au rayon incident.

L'intérêt d'un tel dispositif, comparable à deux miroirs perpendiculaires, est que les faces réfléchissantes sont inaltérables et indéformables.



Prismes redresseurs : si on dispose deux prismes de Porro en vis à vis comme sur la figure ci-dessus, cela permet de remettre une image à l'endroit lorsqu'un dispositif optique l'a renversée (système inventé par l'italien Ignazio Porro au XIX^e siècle).

Ce dispositif de Porro est utilisé dans certaines jumelles ; les objectifs sont alors très écartés. Ces jumelles sont lumineuses, solides, mais encombrantes.



II Formation des images

1 Stigmatisme rigoureux. Définition

Soit (\mathcal{S}) un système optique (morceau de verre transparent, miroir, ensemble de lentilles...)

Un rayon lumineux est dit *incident* avant qu'il ne traverse le système optique (\mathcal{S}) , et *émergent* après sa traversée de (\mathcal{S}) .

Lorsque le système optique contient un nombre impair de miroirs (système catadioptrique), le rayon émergent se propage en sens inverse du rayon incident.

Définition : Stigmatisme rigoureux

Un système optique (\mathcal{S}) est dit *rigoureusement stigmatique* pour un couple de points (A, A') si tout rayon lumineux incident passant par A , passe par A' après avoir traversé le système optique (\mathcal{S}) .

A et A' sont deux points conjugués par le système optique (\mathcal{S}) .

2 Stigmatisme rigoureux : exemples

Les systèmes rigoureusement stigmatiques sont peu nombreux, citons :

Le miroir elliptique

Un miroir elliptique est rigoureusement stigmatique pour une unique couple de points : les foyers de l'ellipse F et F' .

► Application : Laser à néodyme ou laser YAG.

Dans un tel laser, le milieu amplificateur est par exemple un cristal YAG contenant des ions néodyme Nd^{3+} .

YAG désigne en anglais le nom du cristal (grenat d'yttrium aluminium).

Un *pompage optique* par une lampe à arc permet d'exciter les ions Nd^{3+} , c'est à dire de les amener dans des niveaux d'énergie élevés d'où ils retombent ensuite en émettant des photons : c'est l'émission laser.

L'amplificateur YAG est placé au foyer d'un miroir elliptique, et la lampe à arc à l'autre foyer.

Pour les lasers à néodyme, l'émission laser est dans l'infrarouge ($\lambda = 1,06 \mu\text{m}$) et la puissance en impulsion est très forte. Ceci permet leur utilisation dans des réactions de fusion thermonucléaire.

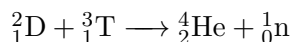
► Application : bombe à hydrogène.

La bombe A (ou bombe à fission) a été mise au point par le Projet Manhattan à Los Alamos, USA, pour mettre fin à la seconde guerre mondiale (fission de l'uranium 235 ou du plutonium 239).

« *Puisque nous avons de bonnes chances de réaliser une bombe atomique à fission, pourquoi ne pas utiliser une explosion de ce type pour déclencher quelque chose de similaire aux réactions qui ont lieu dans le Soleil ?* » Fermi, 1942.

C'est le principe de la bombe H.

Parmi les réactions nucléaires à l'origine de l'énergie solaire, la plus facile à mettre en œuvre est la réaction de fusion de noyaux de Deutérium et de Tritium, donnant un neutron et un noyau d'Hélium ; une forte énergie est dégagée :



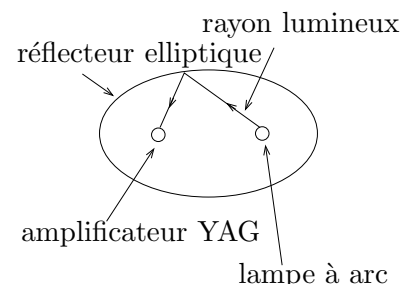
Cette réaction ne peut se produire qu'à une température de 100 millions de degrés : on utilise l'énergie dégagée par une bombe A, placée au foyer d'un « miroir ellipsoïdal » d'uranium 238 ; le mélange Deutérium + Tritium est placé à l'autre foyer.

Les rayons X émis lors de l'explosion de la bombe A sont réfléchis par ce « miroir » et concentrés sur le mélange Deutérium + Tritium, dont la température peut alors atteindre les 100 millions de degrés nécessaires au déclenchement de la fusion ; celle-ci émet des neutrons qui transforment les noyaux d'uranium 238 en plutonium, qui se fissionnent à leur tour...

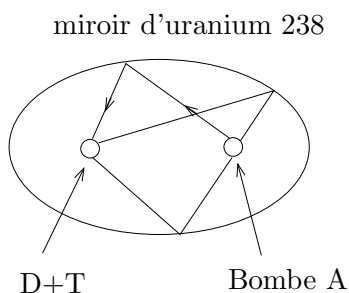
Les recherches menées à Los Alamos conduisent à l'explosion de Mike, première bombe H américaine, en novembre 1951.

Bibliographie :

Fermi, un physicien dans la tourmente. M. De Maria. Belin Pour La Science. Encyclopédie Universalis, article « Énergie thermonucléaire ».



La bombe A surnommée Fat Man qui a détruit Nagasaki.



Le miroir parabolique

Une source à l'infini est conjuguée avec le point foyer de la parabole : il y a stigmatisme rigoureux pour le couple (∞, F) .

Applications : miroir de télescope (rotation de mercure liquide).

Antenne parabolique (radar, télévision).

Parabole solaire.

Dans les zones à fort ensoleillement, il est intéressant de récupérer l'énergie solaire en utilisant une parabole (concentration du rayonnement solaire), conjuguée à un moteur de Stirling (photo ci-dessous prise à Alger). Le plus grand dispositif au monde de ce type est le four solaire d'Odeillo (Font Romeu) ; construit en 1970, il fournit 1 MégaWatt.

Le grand miroir parabolique (sur la photo) est fixe, il tourne le dos au Soleil. Face à lui, de nombreux miroirs plans (appelés héliostats) s'orientent automatiquement grâce à des diodes et suivent la course du soleil. La lumière est alors réfléchiée vers le grand miroir parabolique, qui à son tour réfléchit ces rayons vers le foyer, situé à une hauteur de quelques dizaines de mètres au-dessus du sol.



Petit four solaire, à Alger.



Four solaire d'Odeillo.

Le miroir plan

Un miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace.

L'image d'un point A est un point A' , qui est le symétrique de A par rapport au plan du miroir.

Ci-contre, les héliostats, miroirs plans orientables qui renvoient la lumière du Soleil sur la parabole d'Odeillo.

L'objet (Soleil) est à l'infini, l'image par le miroir est donc à l'infini. Si on considérait que le Soleil était ponctuel, alors le faisceau émergent du miroir serait un faisceau parallèle. (Plus précisément, le Soleil est une source étendue à l'infini).



3 Stigmatisme approché : définition

Définition : Stigmatisme approché

Il y a stigmatisme approché d'un système optique S pour un couple de point (A, A') si tout rayon passant par le point objet A , passe *au voisinage* du point image A' après avoir traversé le système optique S .

Figure :

Ansı pour un appareil photo, l'image du point A est une petite tache située au voisinage du point A' : il suffit que la dimension de la tache soit inférieure à la taille du pixel du capteur.

On dit qu'il n'y a pas d'image si les rayons lumineux à la sortie du système optique partent dans n'importe quelle direction.

4 Image et objet

Choisissons une **orientation** horizontale arbitraire des figures : par exemple de gauche à droite.

En général on place les sources lumineuses à gauche de la figure, donc la lumière se propage de gauche à droite, dans le sens positif choisi ci-dessus.

Et lorsqu'il y a un miroir, la lumière se propage dans le sens négatif après réflexion sur le miroir.

On considère un système optique constitué de lentilles et de dioptrés, sans miroir. *Tracer ci-dessous 6 figures :*

– objet réel A , image réelle A' .

A est un point source (led par exemple) : les rayons **divergent** à partir de ce point ; à la sortie du système optique \mathcal{S} , les rayons lumineux **convergent** vers le point A' , qui peut être matérialisé sur un écran.

– objet réel, image virtuelle.

Le point virtuel A' est déterminé en prolongeant les rayons lumineux réels divergeants.

– objet virtuel, image réelle.

Le faisceau incident converge vers un point A déterminé en prolongeant les rayons lumineux réels incidents au-delà de la face d'entrée de \mathcal{S} .

– définition de l'**espace objet réel** et de l'**espace image réelle** ;

– définition de l'**espace objet virtuel** ;

– définition de l'**espace image virtuel**.

5 Aplanétisme

Soit un système optique présentant la symétrie de révolution autour d'un axe Δ , appelé *axe optique*.

Définition : Aplanétisme

Il y a aplanétisme lorsque le système optique donne, d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique Δ , une image plane perpendiculaire à Δ .

6 Approximation de Gauss

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) fut un mathématicien allemand génial, qui dirigea l'observatoire astronomique de Göttingen et contribua alors à de nombreuses recherches en astronomie et en optique. Il détermine l'orbite de l'astéroïde Cérès par la méthode des moindres carrés (1801). Il élabore la théorie des systèmes optiques centrés (1830 -), qui permet d'étudier les systèmes optiques complexes. Il étudie également le magnétisme, et la mécanique théorique (principe de moindre contrainte). voir le numéro spécial « les génies de la Science », Pour la Science octobre 2008.

Définition : Conditions de Gauss

Système centré : système optique possédant un **axe de symétrie de révolution** appelé *axe optique* Δ .

Dans un système centré, les miroirs, dioptrés, lentilles... ont tous leurs centres alignés selon cet axe optique Δ .

Dans les conditions de Gauss, les rayons lumineux forment des angles petits avec l'axe optique, et ils sont proches de cet axe : ils sont dits *rayons paraxiaux*.

Pour réaliser ces conditions de Gauss :

- les objets sont de petite taille ;
- les objets sont centrés sur l'axe optique Δ , et perpendiculaires à Δ ;
- les systèmes optiques ont des petites ouvertures.

III Application : exemple des miroirs plans

1 Propriétés des miroirs plans

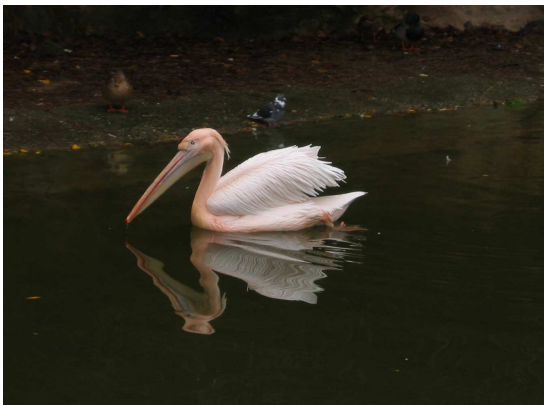
Définition : Catadioptré

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante.

Système optique **catoptrique** : système optique réfléchissant la lumière (comportant au moins un miroir).

Système optique **catadioptrique** : système optique réfléchissant et réfractant la lumière (comportant au moins un miroir et un dioptré).

Remarque : une lentille est constituée de 2 dioptrés.



Figures :

Objet réel, image virtuelle

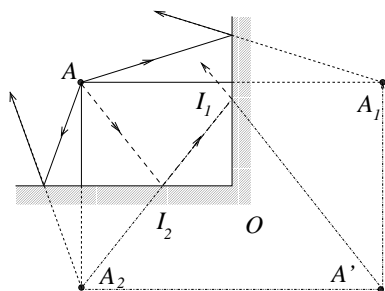
Propriétés :

- L'image d'un point objet A par un miroir plan est un point image A' symétrique de A par rapport au plan du miroir.
- Le stigmatisme est rigoureux pour tous les points de l'espace.
- L'image d'un objet réel est virtuelle ; l'image d'un objet virtuel est réelle.

Objet virtuel, image réelle

2 Deux miroirs perpendiculaires

Deux miroirs à angle droit M_1 et M_2 , sécants selon une droite Δ .
 Plan de figure = plan perpendiculaire à la droite Δ . Soit O le point de Δ sur la figure.



Objet réel A : A_1 son image par M_1
 A_2 son image par M_2
 A' le symétrique de A par rapport à O

On considère uniquement les rayons contenus dans le plan de la figure.

Un rayon issu de A peut subir 1 ou 2 réflexions :

- 1 réflexion sur M_1 : le rayon réfléchi semble provenir de A_1
 - 1 réflexion sur M_2 : le rayon réfléchi semble provenir de A_2
 - 2 réflexions sur M_2 puis M_1 : le rayon réfléchi semble provenir de A'
- A' est l'image de A par l'ensemble des 2 miroirs.

Propriété : lorsqu'il y a 2 réflexions, le rayon émergent est parallèle au rayon incident (rayons contenus dans le plan de figure, donc perpendiculaires à Δ).

Intérêt : un faisceau parallèle de rayons revient sur lui-même (dans le plan de figure).

Dém. 2 symétries par rapport à deux plans perpendiculaires = symétrie par rapport à la droite intersection Δ , donc dans le plan de la figure, symétrie S_O par rapport au point O . L'image de la droite (AI_2) par la symétrie S_O est une droite parallèle (propriété des symétries centrales).

3 Trois miroirs perpendiculaires : coin de cube

Trois miroirs à angle droit M_1, M_2 et M_3 , sécants selon un point O . Objet réel A :

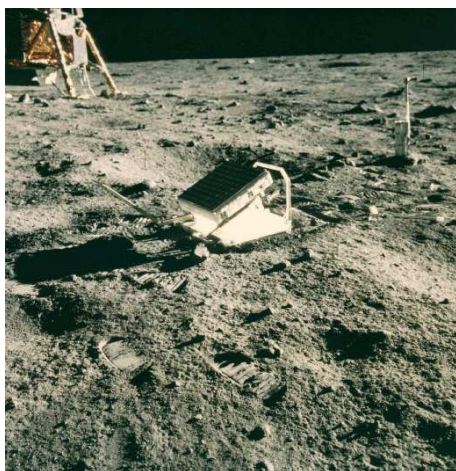
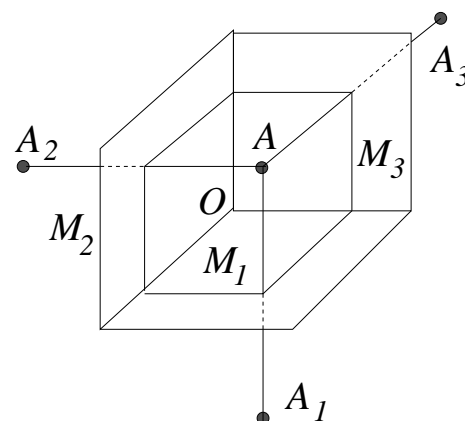
- A_1 son image par M_1
- A_2 son image par M_2
- A_3 son image par M_3
- A' le symétrique de A par rapport à O

Un rayon peut subir 1, 2 ou 3 réflexions sur les miroirs. Si il y a 3 réflexions, le rayon émergent semble provenir de A' .

Propriété du coin de cube : Le rayon émergent est parallèle au rayon incident, et ce quelle que soit la direction incidente.

(Propriété vraie à 3D, alors que cette propriété ne valait qu'à 2D dans le cas précédent).

Intérêt : un faisceau parallèle de rayons revient sur lui-même quelle que soit sa direction incidente.



Application : mesure de la distance Terre-Lune avec un laser

Un panneau rétroreflécteur (constitué d'une centaine de coins de cubes), le Laser Ranging Retroreflector, a été déposé sur la lune lors des missions Apollo en 1969.

Ce panneau renvoie un faisceau laser émis depuis la Terre sur lui-même, et il est utilisé depuis 40 ans pour mesurer la distance Terre-Lune.

Cette mesure est effectuée par différents observatoires (Texas, Californie, Hawaii, France, Australie, Allemagne).

En France, l'observatoire de la côte d'azur (station CALERN) utilise un laser, qui émet des séquences de 3 impulsions lumineuses de 0,3 J.

Sur la photo, le réflecteur, Appollo 11 et les traces de pas de Buzz Aldrin et Neil Armstrong.

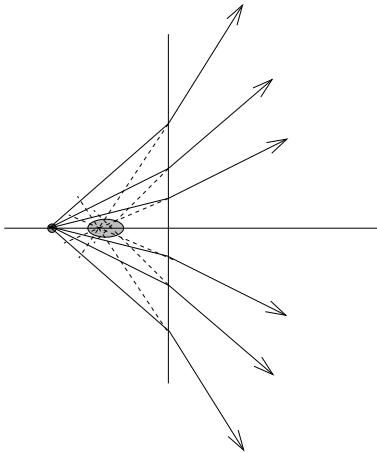


Un réflecteur radar (photo ci-contre) est disposé au sommet du mat des voiliers de plaisance, afin qu'ils puissent être détectés par les radars des gros navires (pétroliers, ...)

Chapitre 2 – Systèmes optiques simples

I Le dioptre plan

1 Stigmatisme approché du dioptre plan



Si on limite la dimension du dioptre plan, donc l'incidence des rayons le traversant, alors l'image d'un point objet par le dioptre est une tache de faibles dimensions.

Il y a stigmatisme approché dans les conditions de Gauss.

On constate quelques difficultés à observer les poissons d'un aquarium lorsqu'on s'éloigne de l'incidence normale.

2 Relation de conjugaison ; conditions de Gauss

Soit A un point objet placé devant un dioptre plan $n|n'$.

(On suppose $n' < n$ pour faire la figure.)

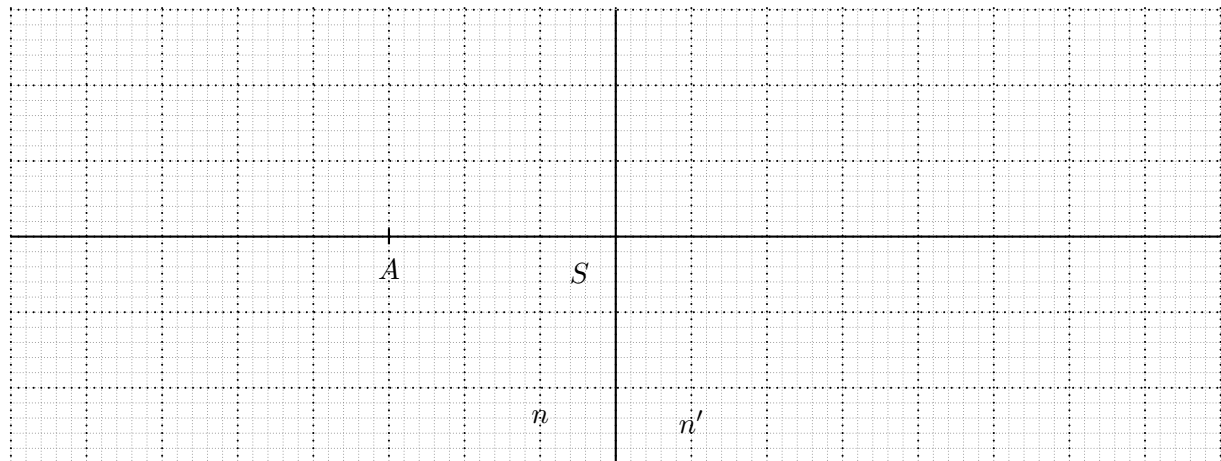
Soit S l'intersection de la normale au dioptre passant par A .

S est appelé **sommet du dioptre**.

On considère un rayon incident issu de A , qui touche le dioptre en I , formant un angle d'incidence i .

Le rayon émergent dans le milieu d'indice n' forme un angle i' avec la normale.

Le rayon émergent est prolongé virtuellement dans le milieu d'indice n : il coupe l'axe (AS) en un point A' .



Relation de conjugaison d'un dioptre

Soit A' le point image du point A par un dioptre plan $n|n'$.

Soit S le sommet du dioptre, intersection du dioptre plan avec la droite (AA') , alors :

$$\frac{n}{SA} = \frac{n'}{SA'}$$

Exercice 6 : Pêche trompeuse

Un pêcheur dans une barque observe un poisson dans l'eau en dessous de lui.

Il estime que le poisson est à 50 cm sous la surface de l'eau. Qu'en est-il en réalité ?

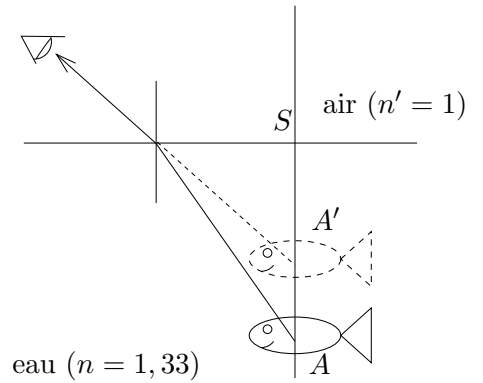
Il réussit à capturer le poisson, mais il est très déçu quand il le sort de l'eau. Pourquoi ?

Le dioptre eau/air est symbolisé par $n|n'$ avec $n = n_{\text{eau}} = 1,33$ et $n' = n_{\text{air}} = 1$.

$$A \overset{n|n'}{\curvearrowright} A'$$

$$\frac{n_{\text{eau}}}{SA} = \frac{n_{\text{air}}}{SA'}$$

A.N.



L'image A' d'un poisson est plus proche de la surface de l'eau que le vrai poisson A .

3 Image d'un objet perpendiculaire à l'axe

Définition : Grandissement transversal γ_t

Soit un objet AB perpendiculaire à l'axe optique, et $A'B'$ son image. Le grandissement transversal γ_t est défini par :

$$\gamma_t = \frac{A'B'}{AB}$$

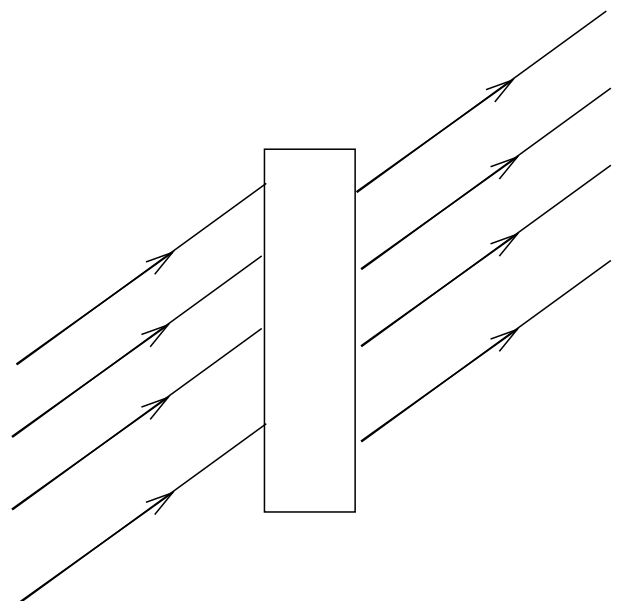
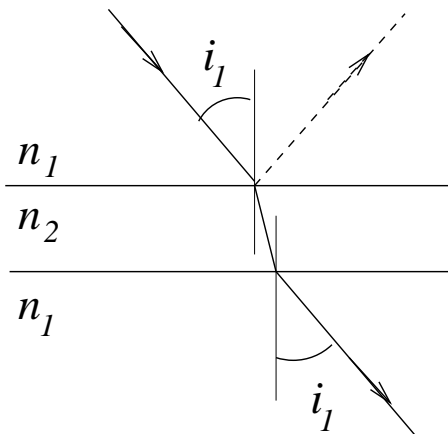
Si $\gamma_t > 0$ l'image est *droite*,
Si $\gamma_t < 0$ l'image est *inversée*.

Conséquence : le grandissement d'un dioptre plan, dans les conditions de Gauss, est égal à 1.

Le pêcheur voit le poisson plus gros qu'il ne l'est car il est trompé sur la distance à laquelle se trouve le poisson.

II Association de dioptres plans

1 lame à faces parallèles



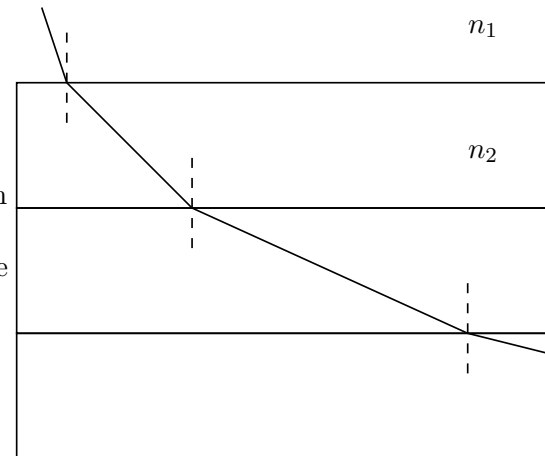
Une lame plane transforme un faisceau parallèle en un faisceau parallèle (vitre).

2 Mirages optiques

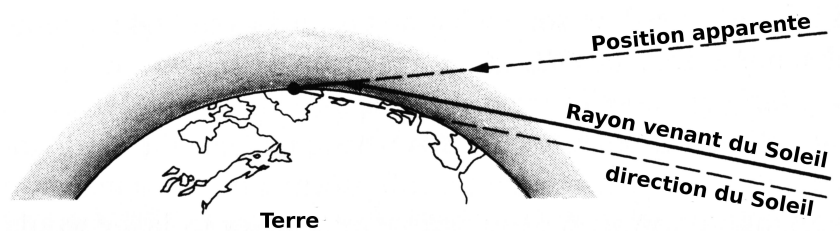
Si les indices varient, le rayon est dévié.

Par exemple, si $n_1 > n_2 > n_3 \dots$ l'angle d'incidence augmente, le rayon est courbé.

Pour un mirage chaud, l'air près du sol est moins dense donc d'indice plus faible.

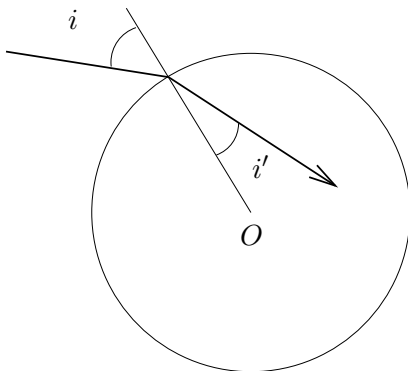


Les rayons lumineux du Soleil sont réfractés par l'atmosphère, non homogène, ce qui courbe la trajectoire des rayons. Ainsi, le Soleil est encore visible après qu'il soit passé sous l'horizon.



III Dioptré sphérique (simple description)

1 Réfraction par un dioptré sphérique



On considère une boule d'indice n plongée dans un milieu d'indice $n_0 = 1$.

Un rayon incident au point I forme l'angle d'incidence i avec la normale au dioptré sphérique en I .

L'angle réfracté est noté i' .

La loi de Descartes s'écrit alors :

$$n_0 \cdot \sin i = n \sin i'$$



Cirque de St Mème, Chartreuse.



Entre Souillac et Sarlat, Périgord noir.

2 Arc en ciel

Chaque goutte d'eau sphérique du nuage disperse la lumière du Soleil, suite à une double réfraction (à l'entrée de la goutte $1|n$ et à la sortie $n|1$).

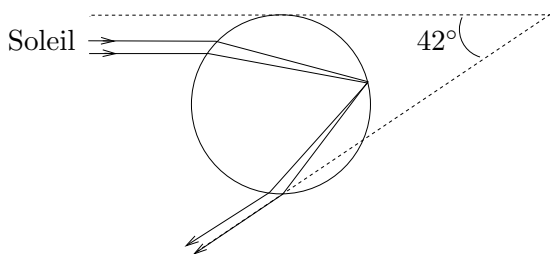
L'arc primaire, ou arc inférieur, est le plus lumineux ; il correspond à un cône d'angle 42° .

Le rayon lumineux est réfracté (à l'entrée et à la sortie de la goutte) et subit une réflexion totale.

L'arc secondaire, ou arc supérieur, présente des couleurs inversées, il est moins intense que l'arc primaire.

Il correspond à cône d'angle 51° . Le rayon lumineux a subi deux réfractions (à l'entrée et à la sortie de la goutte) et deux réflexions totales.

Les deux arcs sont séparés par une bande moins lumineuse que le reste du ciel, la **bande d'Alexandre**.

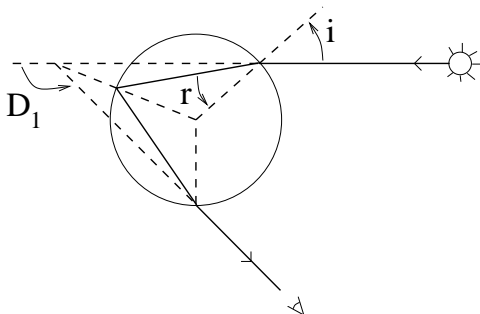


Formation d'un arc primaire :

Le faisceau parallèle de lumière venant du Soleil subit une réfraction sur la goutte avec différents angles d'incidence i . La portion de ce faisceau représentée sur le schéma ressort de la goutte en un faisceau quasiment parallèle (propriété valable au minimum de déviation) ; ceci permet une accumulation de lumière dans la direction émergente correspondante, à 42° pour l'arc primaire.

Météores, Descartes, 1637

Le schéma représente le trajet d'un rayon lumineux subissant une réflexion totale (\rightarrow arc primaire) et un autre, subissant deux réflexions (\rightarrow arc secondaire).



Exercice.

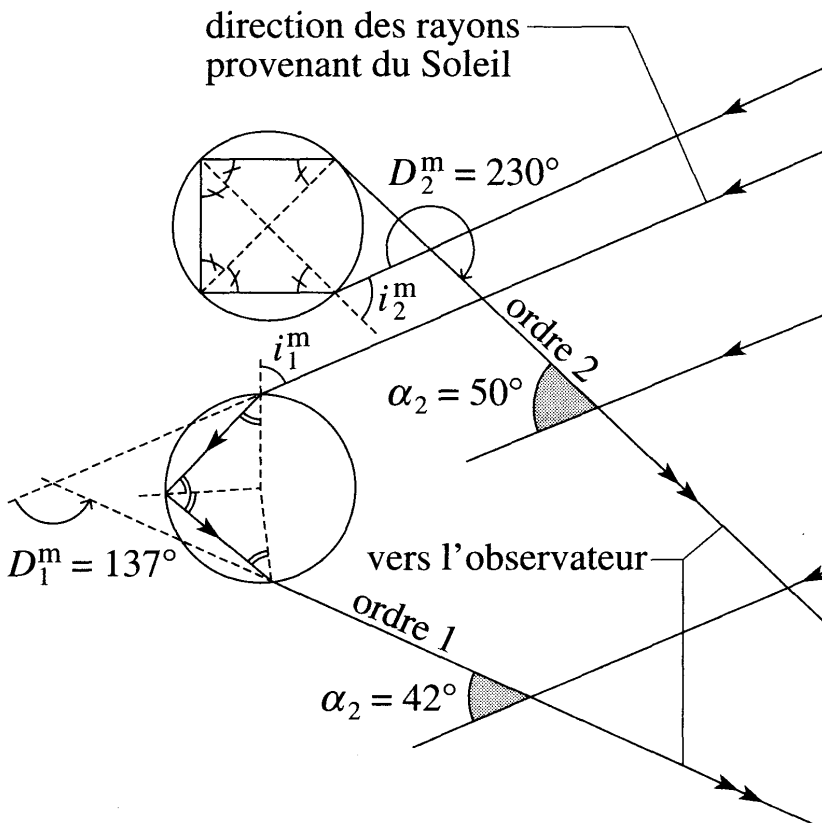
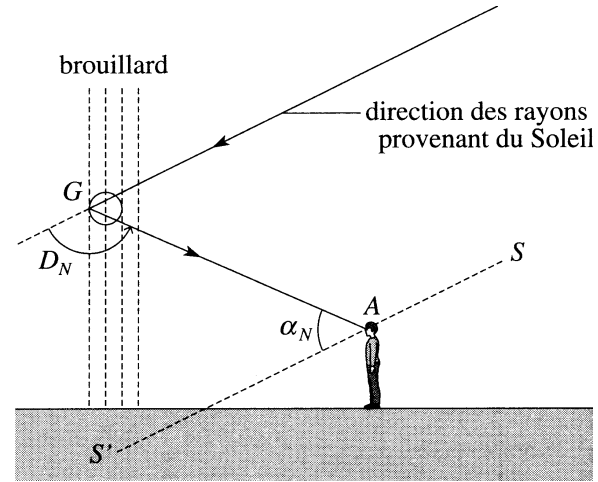
Montrer que la déviation D_1 s'écrit :

$$D_1 = 2i - 4r + \pi$$

Il y a accumulation de lumière dans la direction de l'angle de déviation minimum.

Parmi toutes les gouttes de pluie, celles qui donnent la déviation minimale apparaissent brillantes à l'observateur. Or il y a symétrie de révolution autour de l'axe (SA) (en ne tenant pas compte du sol). Les gouttes brillantes sont donc réparties dans un cône de sommet A.

Le phénomène d'arc en ciel n'est pas observable si le Soleil est trop haut.

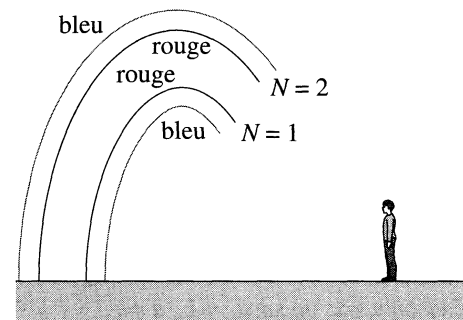


Ci-contre, le trajet lumineux dans les gouttes d'eau, selon qu'il y a 1 ou 2 réflexions internes.

La déviation minimale n'a pas la même valeur dans les deux cas : elle vaut $42,5^\circ$ pour 1 réflexion et $50,1^\circ$ pour 2 réflexions.

Les arcs n'ont donc pas la même hauteur, l'arc supérieur correspond à 2 réflexions.

L'ordre des couleurs est inversé dans les deux arcs, car il y a une réflexion interne de plus dans l'arc supérieur.



Chapitre 3 – Lentilles minces

I Description

1 Définitions

Une **lentille mince** est constituée par deux dioptries (2 sphériques, ou 1 sphérique + 1 plan), les sommets S_1 et S_2 des deux dioptries étant très proches.

L_1 : lentille biconvexe

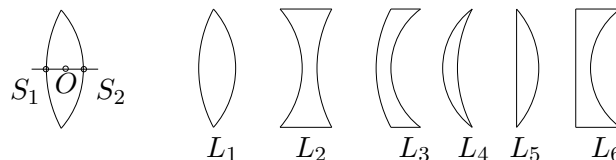
L_2 : lentille plan-convexe

L_3 : ménisque convergent

L_4 : lentille biconcave

L_5 : lentille plan-concave

L_6 : ménisque divergent



Les lentilles **convergentes** sont à bords minces : L_1 , L_2 et L_3 .

Les lentilles **divergentes** sont à bords épais : L_4 , L_5 et L_6 .

Pour une lentille mince, les sommets S_1 et S_2 sont quasiment confondus ; on appelle **centre optique** O ce point.

Définition : Centre optique

Le centre optique O d'une lentille mince est l'intersection de la lentille avec l'axe de révolution, l'épaisseur de la lentille étant négligée.

Un rayon lumineux passant par le centre optique O n'est pas dévié.

Dans les conditions de Gauss :

– le symbole d'une lentille mince convergente est



– celui d'une lentille mince divergente est



On admet que dans les conditions de Gauss (rayons paraxiaux), il y a aplanétisme.

2 Foyers et distance focale ; image d'un objet à l'infini

Définition : foyer objet F , foyer image F'

Foyer objet F : point objet conjugué avec une image à l'infini : $F \curvearrowright \infty$

Les rayons incidents passant par F deviennent parallèles à l'axe optique traversée de la lentille.

Foyer image F' : point image conjugué avec un objet à l'infini : $\infty \curvearrowright F'$

Les rayons incidents parallèles à l'axe optique passent par F' après traversée de la lentille.

Pour une lentille mince, foyer objet et foyer image sont symétriques par rapport au centre O de la lentille :

$$OF = OF'$$

F et F' sont réels pour une lentille convergente ;
 F et F' sont virtuels pour une lentille divergente ;

Définition : Distances focales

La distance focale objet f est la valeur algébrique de \overline{OF} :

$$f = \overline{OF}$$

La distance focale image f' est la valeur algébrique de $\overline{OF'}$:

$$f' = \overline{OF'}$$

De plus : $f' = -f$.

Si l'axe optique est orienté dans le sens des rayons incidents :

$f' > 0$ pour une lentille convergente
 $f' < 0$ pour une lentille divergente.

Définition : Foyer secondaire, plan focal objet

Le plan focal objet est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F .

Les foyers secondaires objets sont les points du plan focal.

Un faisceau de rayons issus d'un foyer secondaire objet, après traversée d'une lentille convergente, devient un faisceau de rayons parallèles entre eux, inclinés d'un angle α sur l'axe optique.

Définition : Foyer secondaire, plan focal image

Le plan focal image est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F' .

Les foyers secondaires images sont les points du plan focal.

Un faisceau incident de rayons parallèles entre eux, inclinés d'un angle α sur l'axe optique, converge en un foyer secondaire image après traversée d'une lentille convergente.

II Conjugaison par une lentille

1 Construction géométrique d'une image

Soit une lentille \mathcal{L} de centre O , étudiée dans les conditions de Gauss.

Soit Δ l'axe optique.

Soit AB un petit objet perpendiculaire à l'axe optique Δ , et soit $A'B'$ son image par la lentille \mathcal{L} .

Dans les conditions de Gauss, il y a aplanétisme : l'image $A'B'$ est donc perpendiculaire à Δ .

Pour construire $A'B'$, on utilise 2 des 3 rayons possibles :

- ↪ le rayon par O n'est pas dévié ;
- ↪ le rayon incident par F devient parallèle à l'axe optique après traversée de \mathcal{L} ;
- ↪ le rayon incident parallèle à l'axe optique passe par F' après traversée de \mathcal{L} .

Points nodaux

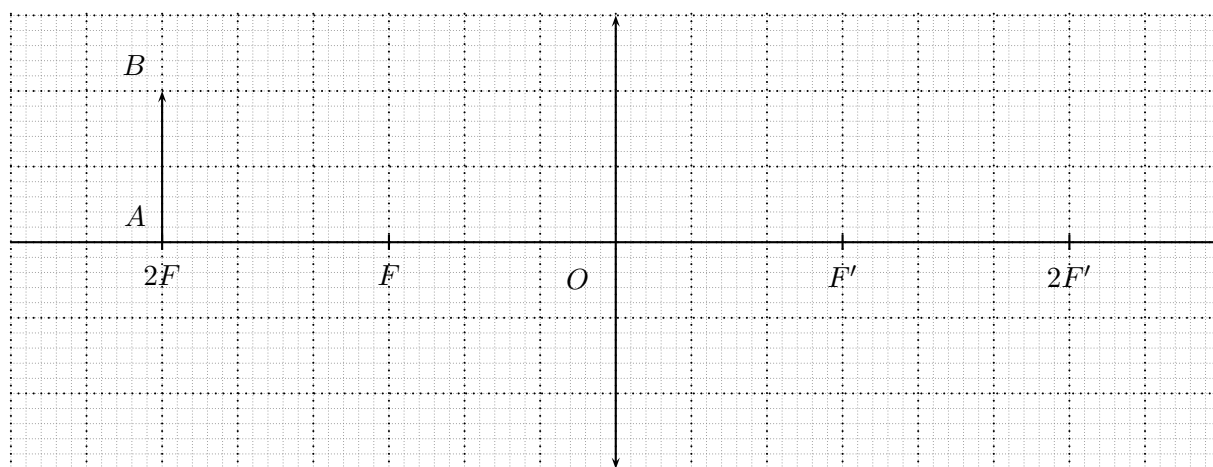
Les points situés à une distance $|2f'|$ du centre O de la lentille sont notés $2F$ et $2F'$. Ils correspondent à un grandissement égal à 1 en valeur absolue :

$$|\gamma_t| = 1$$

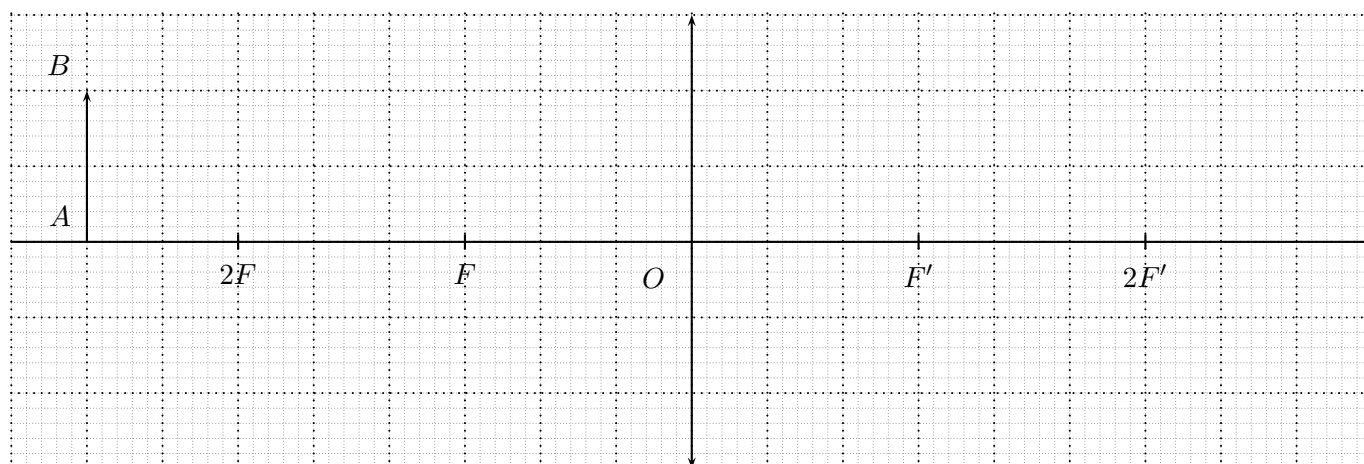
On appelle plan nodaux les plans perpendiculaires à Δ en $2F$ et $2F'$.

Faire la construction de $A'B'$ pour une lentille dans les cas suivants.

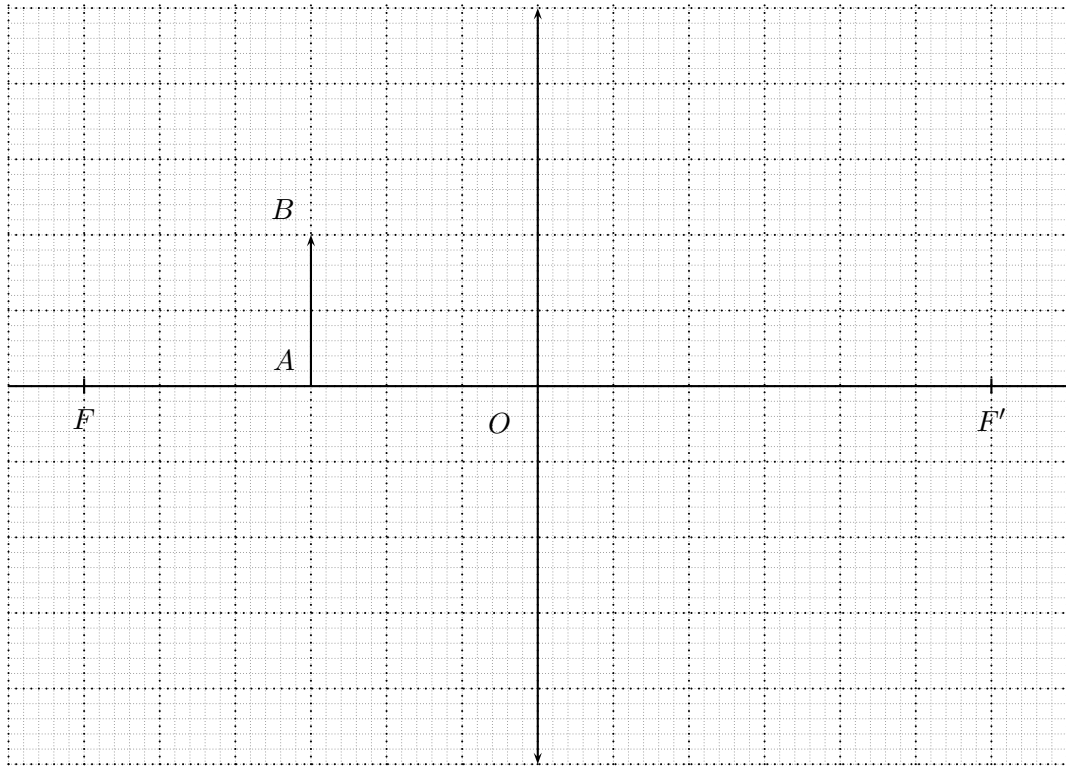
- **Objet réel à $2f'$ du centre O d'une lentille convergente**



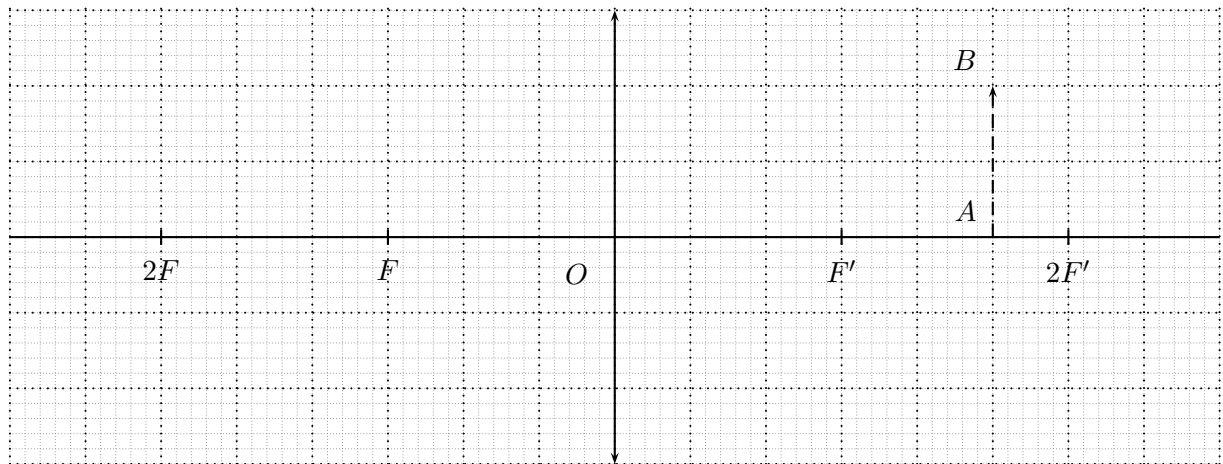
- **Objet réel, lentille convergente**



- **Objet réel entre O et F , lentille convergente**



• **Objet virtuel, lentille convergente**



Lentille convergente

Objet		réel $\in]-\infty, 2F]$	réel $\in [2F, F]$	réel $\in [FO]$	virtuel $\in [O, +\infty[$
Image	nature	<i>réelle</i>	<i>réelle</i>	<i>virtuelle</i>	<i>réelle</i>
	sens	<i>renversée</i>	<i>renversée</i>	<i>droite</i>	<i>droite</i>
	taille	<i>diminuée</i>	<i>grandie</i>	<i>grandie</i>	<i>diminuée</i>
	position	$[F', 2F']$	$[2F', +\infty[$	$] -\infty, O]$	$[OF']$

Lentille divergente

Objet		réel $\in]-\infty, O]$	virtuel $\in [O, F]$	virtuel $\in [F, 2F]$	virtuel $\in [2F, +\infty[$
Image	nature	<i>virtuelle</i>	<i>réelle</i>	<i>virtuelle</i>	<i>virtuelle</i>
	sens	<i>droite</i>	<i>droite</i>	<i>renversée</i>	<i>renversée</i>
	taille	<i>diminuée</i>	<i>grandie</i>	<i>grandie</i>	<i>diminuée</i>
	position	$[F', O]$	$[O, +\infty[$	$] -\infty, 2F']$	$[2F', F']$

2 Image d'un point sur l'axe optique

Soit A un point de l'axe optique.

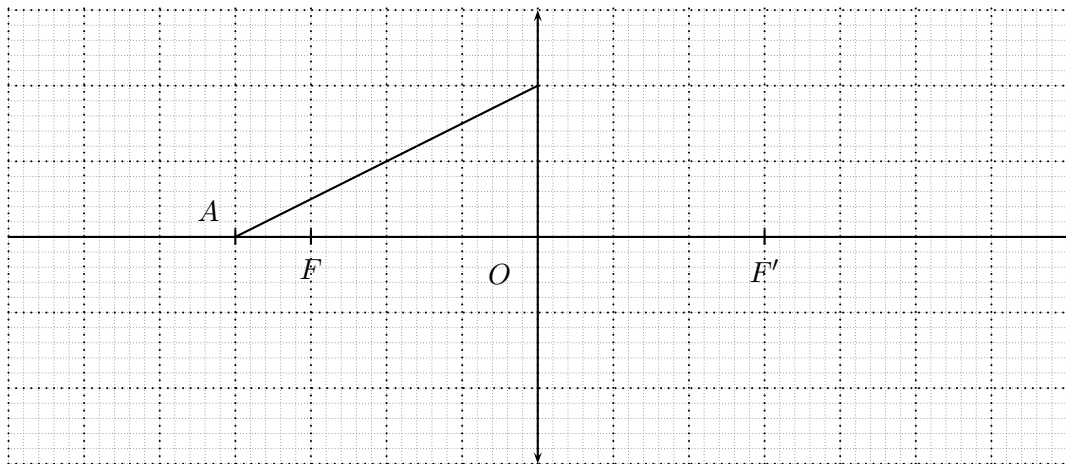
Remarquons que l'axe optique Δ est un rayon particulier, qui traverse la lentille sans être dévié.

Pour déterminer le point A' , on utilise un **foyer secondaire** :

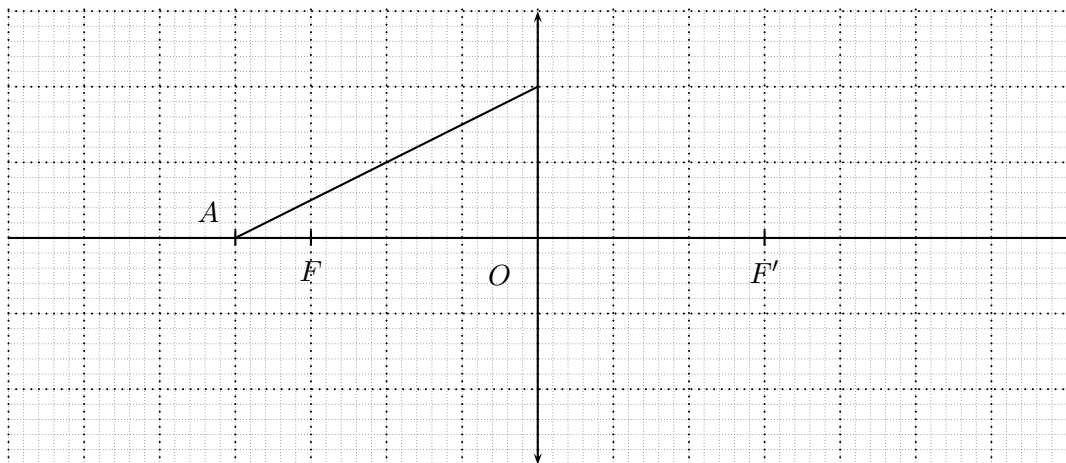
- ↪ A' est sur l'axe optique Δ ;
- ↪ soit un rayon incident quelconque (AI) , qui arrive sur la lentille au point I ;
- ↪ le rayon parallèle à (AI) passant par O traverse la lentille sans être dévié, et coupe le plan focal image en F'_1 : foyer secondaire image.
- ↪ le rayon (AI) traverse la lentille et passe ensuite par F_1 . Il coupe l'axe optique Δ en A' .
- ↪ On peut aussi utiliser un foyer secondaire objet.

Construire l'image d'un point A situé à gauche de F (resp. F') pour une lentille convergente (resp. divergente).

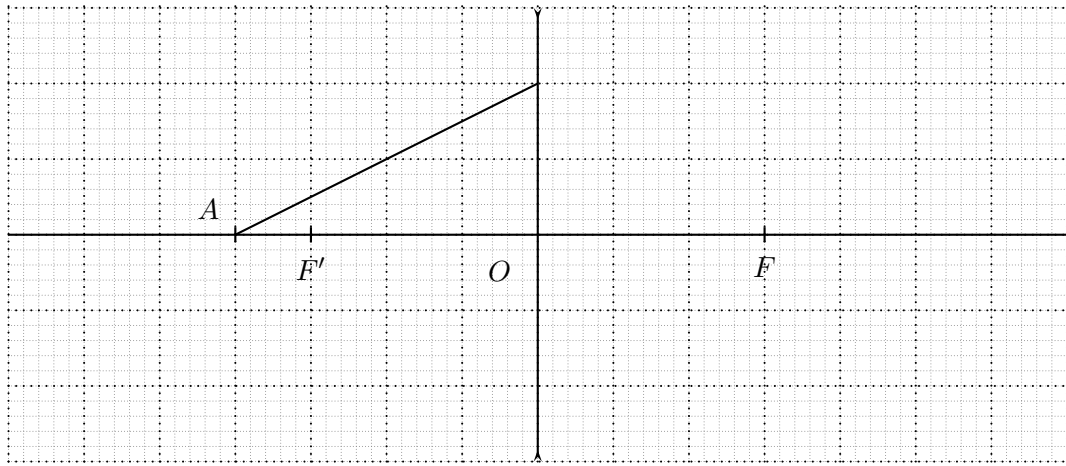
- Utilisation d'un foyer secondaire image - lentille convergente



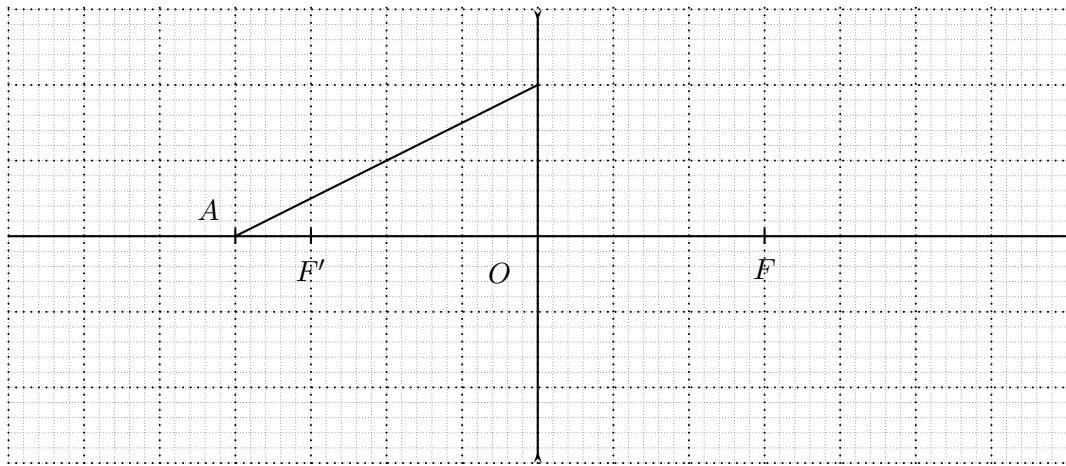
- Utilisation d'un foyer secondaire objet - lentille convergente



- Utilisation d'un foyer secondaire image - Lentille divergente

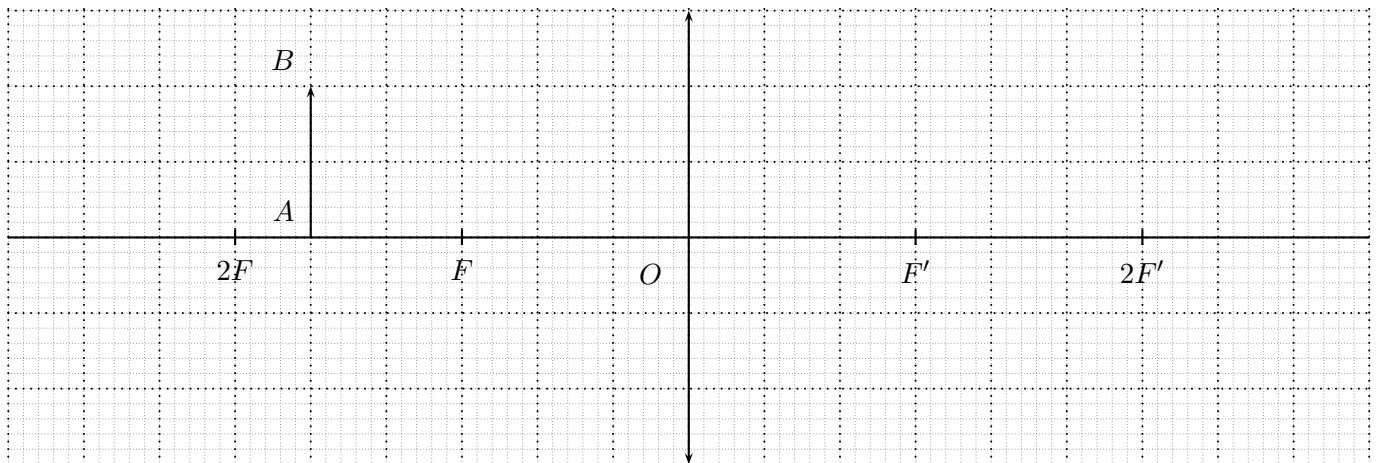


• Utilisation d'un foyer secondaire objet - Lentille divergente



3 Formule de Newton

Rappel. Grandissement transversal : $\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$



Montrer, en utilisant le théorème de Thalès, que :

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

$$\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f f'}$$

Pour un miroir sphérique $f = f'$ et $F = F'$, on retrouve bien la formule de Newton pour un miroir :

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$$

Formule de Newton

Pour une lentille mince (convergente ou divergente) :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

Conséquence : On a toujours $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} < 0$ Ainsi, si A est à droite de F , alors A' est à gauche de F' .

4 Formules de conjugaison de Descartes

Démontrer la relation de conjugaison à partir de la formule de Newton.

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'}$$

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

Si A est un objet réel : $\overline{OA} < 0$

Si A' est une image réelle $\overline{OA'} > 0$

Propriété : *Objet et image se déplacent dans le même sens.*

Exemple : supposons la lentille fixée en O . Si le point A se déplace vers la droite, alors on observe le point A' se déplacer également vers la droite.

Exercice 7 : Position d'une image

Donner la nature et la position de l'image $A'B'$ d'un objet AB ainsi que le grandissement transversal γ pour les lentilles (L_3) et (L_4) suivantes :

- La lentille (L_3) est convergente, de distance focale image +30 cm. Le positionnement de AB est tel que $\overline{O_3A} = 15$ cm.
La position de A' sera donnée par la valeur de $\overline{F'_3A'}$.
Faire une figure.
- La lentille (L_4) est divergente, de distance focale image -30 cm. Le positionnement de AB est tel que $\overline{AF'_4} = 20$ cm.
La position de A' sera donnée par la valeur de $\overline{O_4A'}$.
Faire une figure.

Solutions.

- L'image $A'B'$ est réelle, droite, diminuée.

$$\overline{F'_3A'} = -\frac{2}{3}f' = -20 \text{ cm}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{F'_3A'}}{\overline{F'_3O}} = +\frac{2}{3} = 0,67$$

- L'image $A'B'$ est virtuelle, droite, diminuée.

$$\overline{O_4A'} = -18,75 \text{ cm}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{O_4 A'}}{\overline{O_4 A}} = +0,37$$

5 Lentilles minces au contact

Lentilles minces accolées

Soit deux lentilles minces \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 accolées : leurs centres optiques sont considérés comme confondus en O .

Ce système de deux lentilles est équivalent à une seule lentille de centre O , de distance focale image f' telle que :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

Démonstration.

Chapitre 4 – L'œil humain

I Constitution physiologique

1 Description

L'œil est composé de milieux transparents, centrés sur le même axe :

- la cornée, qui protège la surface de l'œil ;
- l'humeur aqueuse ;
- l'iris entourant la pupille, qui joue le rôle de *diaphragme* ;
- le cristallin : il joue le rôle de *lentille de focale variable* ;
- le corps vitré ;
- la rétine sur laquelle se forment les images (« écran »).

On peut assimiler ce système optique à un dioptré sphérique, ou plus simplement à une lentille mince convergente, de distance focale objet égale à 17 mm (lorsque l'œil n'accomode pas).

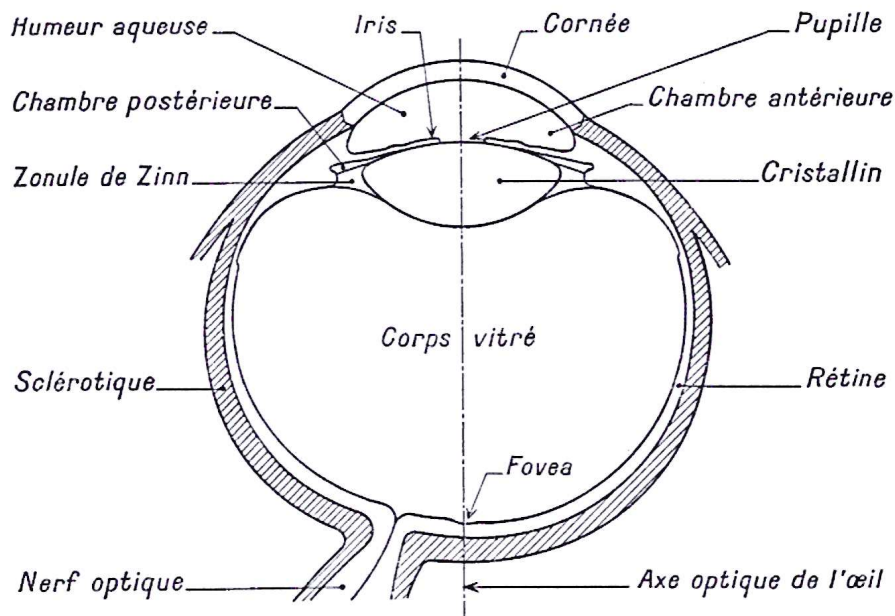


FIGURE 3 – Coupe schématique de l'œil dans son plan de symétrie horizontal.

2 Définitions

L'œil permet de voir nettement des objets à différentes distances en accommodant, c'est à dire en déformant son cristallin.

Définition : P.P. et P.R.

punctum remotum : point de l'axe que l'on voit net sans accommoder (point net le plus éloigné). Il est noté P.R.

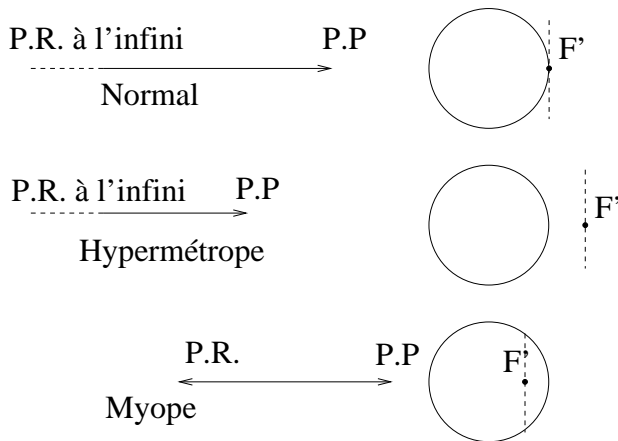
punctum proximum : point de l'axe que l'on voit net en accommodant au maximum (point net le plus proche). Il est noté P.P.

Caractéristiques de l'œil

Un œil normal, dit **emmétrope**, voit nettement les objets à l'infini sans accommoder : son *punctum remotum* est à l'infini ; son *punctum proximum* est environ à $d_m = 25$ cm (âge moyen).
Résolution de l'œil : l'œil ne peut séparer des objets vus sous un angle inférieur à 1 minute d'arc (par exemple des objets distants de 0,1 mm situés à 25 cm de l'œil).

II Défauts de l'œil

1 Définitions



Comparaison d'un œil normal, d'un œil hypermétrope et d'un œil myope.

F' est le foyer image de l'œil sans accommodation ; la rétine est symbolisée par un écran en pointillé.

Représenter sur un schéma les corrections de la myopie et de l'hypermétropie.

Hypermétropie : Lorsque l'œil n'accomode pas, l'image d'un objet à l'infini se forme à l'arrière de la rétine. Ceci est dû à un cristallin est trop peu convergent (ou à un globe oculaire trop petit). Le P.P. est plus éloigné que pour l'œil normal.

La correction se fait avec une lentille convergente.

Myopie : Lorsque l'œil n'accomode pas, l'image d'un objet à l'infini se forme à l'avant de la rétine (le cristallin est trop convergent ou le globe oculaire est trop grand). Le P.P. est plus proche que pour l'œil normal. Le P.R. est à une distance finie.

La correction se fait avec une lentille divergente.

Presbytie : Avec l'âge, le cristallin se durcit et perd ses facultés d'accommodation : la vision proche en est affectée, le *punctum proximum* s'éloigne ; le *punctum remotum* reste inchangé.

La correction se fait avec une lentille convergente, qu'on enlève pour voir de loin.

Astigmatisme : lorsque l'œil n'a pas une symétrie de révolution, la convergence ne se fait pas de façon identique dans tous les plans.

Par exemple, un œil myope est corrigé par une lentille de -4δ (dioptries) : il s'agit d'une lentille divergente de distance focale $f = 1/4 = 0,25$ m.

Un œil hypermétrope est corrigé par une lentille de $+2\delta$ (dioptries) : c'est une lentille convergente de distance focale $f' = 1/2 = 50$ cm.

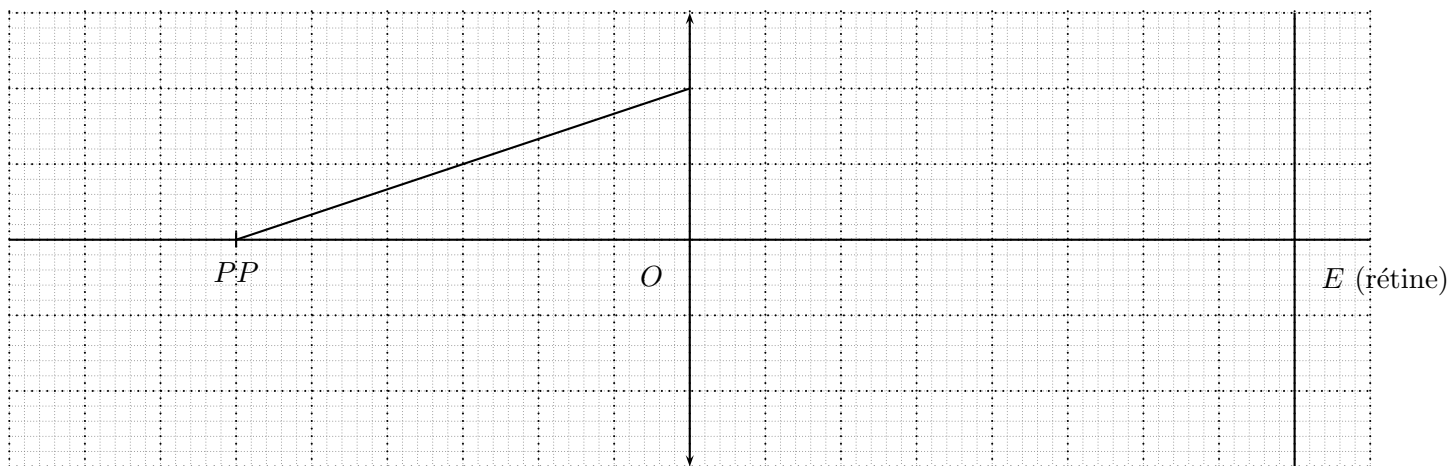
2 Exercices d'application

Oeil humain

Exercice 8 : Détermination du foyer

On considère un œil modélisé par une lentille convergente de centre O (cristallin) placée devant un écran E (rétine).

Le punctum proximum PP est situé à une distance connue d de la lentille. Déterminer graphiquement la position du foyer image F'_{PP} du cristallin lorsque l'œil accomode au plus près.



Exercice 9 : Presbytie

Considérons un œil tel que la distance cristallin-rétine soit égale à 15 mm.

- Calculer les valeurs extrêmes de la vergence de la lentille pour un PP de 25 cm et un PR à l'infini.
- L'œil en vieillissant perd de son pouvoir d'accommodation. Le PR n'est pas modifié, mais la vergence du cristallin ne peut plus varier que de $4,5 \delta$, 1δ et $0,25 \delta$ respectivement à 33, 45 et 70 ans. Déterminer les PP correspondants.
- Le pouvoir de résolution de l'œil évolue peu avec l'âge. En admettant que l'œil peut voir des détails angulaires de taille $\alpha_m = 10^{-3}$ rad, quelle est la taille du plus petit objet que l'œil pourra résoudre à 33, 45 et 70 ans ?
- Considérons un autre individu, très myope. Son PR est de 11 cm. Un opticien lui propose une paire de lunettes telle que la distance œil-lunettes soit de 1 cm. Quelle vergence faut-il choisir ?

Corrigé.

- On utilise la formule de conjugaison, pour le cristallin de focale f' variable :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'}$$

- Lorsque le cristallin accomode au plus près (punctum proximum PP) : $A = PP \xrightarrow{\mathcal{L}} E$ en notant E le centre de la rétine.

La distance minimale de vision distincte d_m vaut 25 cm donc $\overline{OA} = -d_m = -25$ cm

L'image se forme sur la rétine à 15 mm du cristallin donc $\overline{OA'} = \overline{OE} = 1,5$ cm.

La relation de conjugaison permet donc d'obtenir la focale f'_{PP}

$$\frac{1}{f'_{PP}} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{d_m} + \frac{1}{\overline{OE}} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,015}$$

D'où $f'_{PP} = 1,4$ cm et la vergence :

$$V_{PP} = 71 \delta$$

- Lorsque le cristallin est au repos (punctum remotum PR) : $PR \infty \xrightarrow{\mathcal{L}} E$ rétine
Donc $\overline{OA} \rightarrow \infty$ et $\overline{OA'} = f'$ avec $A' = E$, d'où

$$f' = f'_{PR} = 1,5 \text{ cm}$$

$$V_{PR} = 67 \delta$$

2. Presbytie

Le PR reste le même : $V_{PR} = 67 \delta$

Le PP est tel que : $V_{PP} = V_{PR} + \Delta$ avec $\Delta = 4,5 \delta$ à 33 ans.

On calcule alors la nouvelle valeur de d_m en utilisant la formule de conjugaison : $PR \xrightarrow{\mathcal{L}} E$ rétine
 En notant $V_{PP} = \frac{1}{f'_{PP}}$ la vergence du cristallin :

$$\frac{1}{d_m} + \frac{1}{OE} = V_{PP}$$

A.N.

$d_m = 22$ cm à 33 ans, $d_m = 1$ m à 45 ans et $d_m = 4$ m à 70 ans.

3. Résolution de l'œil

Pour voir le mieux possible les objets, on les place le plus près possible de l'œil c'est à dire au PP.

On voit alors l'objet sous l'angle :

$$\theta = \frac{AB}{d_m}$$

avec la valeur la plus petite possible que l'œil peut résoudre : $\theta_{min} = \alpha_m = 10^{-3}$ rad.

A.N.

$AB_m = 0,25$ mm à 33 ans, $AB_m = 1$ mm à 45 ans et $AB_m = 4$ mm à 70 ans.

4. Correction d'un œil myope

L'image d'un objet à l'infini par la lentille L_1 de correction doit être au PR de l'œil myope :

$$\infty \xrightarrow{L_1} PR \xrightarrow{L} \text{rétine}$$

où L est la lentille modélisant le cristallin.

Le foyer image F'_1 de L_1 est donc confondu avec le PR donc L_1 est une lentille divergente de focale $f'_1 = -10$ cm et $V_1 = -10 \delta$.

Exercice 10 : Oeil myope

Un œil myope a son *punctum proximum* à 12 cm et son *punctum remotum* à 1,2 m. Le centre optique de la lentille équivalente à l'œil est situé à 15,2 mm de la rétine.

- Entre quelles valeurs la distance focale de cet œil peut-elle varier ?
- Cette myopie est corrigée par des lentilles. Déterminer la convergence C des lentilles pour permettre une bonne vision de loin.
- À quelle distance se situe alors le *punctum proximum* de l'œil corrigé ?
- Pour corriger la myopie, on peut enlever une partie de la cornée à l'aide d'un laser. Expliquer pourquoi cela permet cette correction.

Corrigé de l'exercice : Oeil myope

1. Valeurs limites de la focale du cristallin.

Notons R la position de la rétine (qui joue le rôle d'écran),

PP la position du *punctum proximum*,

PR la position du *punctum remotum*.

Notons : $d = 12$ cm la distance du P.P.

$D = 1,2$ m la distance du P.R.

Le cristallin joue le rôle d'une lentille de distance focale f variable, comprise entre f'_{PP} et f'_{PR} : $f'_{PP} \leq f \leq f'_{PR}$

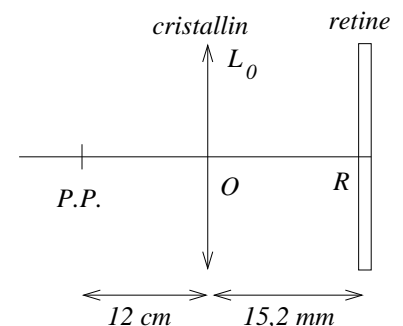
• Lorsque le cristallin L_0 conjugue le P.P. et la rétine, sa distance focale vaut f'_{PP} : on écrit

$$PP \xrightarrow{\mathcal{L}_0} R$$

Le relation de conjugaison s'écrit alors :

$$-\frac{1}{OPP} + \frac{1}{OR} = \frac{1}{f'_{PP}}$$

$$\frac{1}{f'_{PP}} = \frac{1}{d} + \frac{1}{OR} = \frac{1}{0,12} + \frac{1}{0,0152} = 74,1 \delta$$



d'où, en notant C_{PP} la convergence du cristallin (en dioptries) :

$$C_{PP} = \frac{1}{f'_{PP}} = 74,1 \delta$$

et $f'_{PP} = 1,35 \text{ cm.}$

• Lorsque le cristallin conjugue le P.R. et la rétine, sa distance focale vaut f'_{PR} : on écrit $PR \overset{L_0}{\curvearrowright} R$
La relation de conjugaison s'écrit alors :

$$-\frac{1}{\overline{OPR}} + \frac{1}{\overline{OR}} = \frac{1}{f'_{PR}}$$

$$\frac{1}{f'_{PR}} = \frac{1}{D} + \frac{1}{OR} = \frac{1}{1,2} + \frac{1}{0,0152} = 66,6 \delta$$

d'où, en notant C_{PR} la convergence du cristallin (en dioptries) :

$$C_{PR} = \frac{1}{f'_{PR}} = 66,6 \delta$$

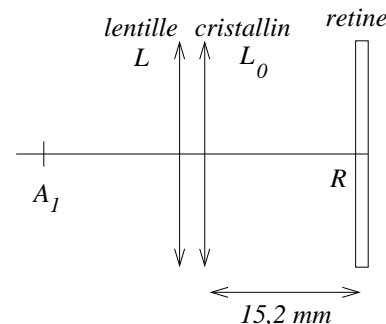
et $f'_{PR} = 1,5 \text{ cm.}$

2. **Correction de la myopie**

Pour permettre une bonne vision de loin, il faut que le système optique total { lentille correctrice L + cristallin L_0 } conjugue l'infini avec la rétine lorsque sa distance focale est maximale.

Donc pour $f' = f'_{PR}$, on a

$$\infty \overset{L}{\curvearrowright} \overset{L_0}{\curvearrowright} R$$



Les deux lentilles (lentille correctrice et cristallin) sont accolées, le système optique équivalent est donc une lentille de convergence $C_e = C + C_{PR}$

La relation de conjugaison du système optique total { lentille correctrice + cristallin } s'écrit :

$$C + C_{PR} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$$

L'image se forme sur la rétine si $A' = R$; lorsque le point objet A est à l'infini, alors $\frac{1}{\overline{OA}} \rightarrow 0$ donc :

$$C + C_{PR} = \frac{1}{\overline{OR}} = \frac{1}{0,0152}$$

donc $C = \frac{1}{0,0152} - 66,6 = -0,83 \delta$

Conclusion.

Pour avoir une bonne vision de loin, la convergence de la lentille correctrice doit valoir : $C = -0,83 \delta$
Elle correspond à une lentille divergente de focale de 1,2 m.

Pour corriger la myopie, on utilise des lentilles divergentes (à bords épais).

3. **Vision proche de l'œil corrigé**

La convergence C_{e1} du système total { $L + L_0$ } vaut, lorsque le cristallin a pour focale la valeur minimale f'_{PP} calculée à la question 1 :

$$C_{e1} = C + C_{PP} = -0,83 + 74,1 = 73,3 \delta$$

Notons A_1 la position du *punctum proximum* du système optique total { lentille correctrice + cristallin }.

Il vérifie, lorsque le cristallin a pour focale f'_{PP} :

$$A_1 \overset{L}{\curvearrowright} \overset{L_0}{\curvearrowright} R$$

La relation de conjugaison s'écrit alors :

$$-\frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{\overline{OR}} = C + C_{PP}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OR}} - C_{e1} = \frac{1}{0,0152} - 73,3$$

d'où $\overline{OA_1} = -0,133$ m

Le nouveau *punctum proximum* est à 13,3 cm de l'œil corrigé.

Il est donc plus éloigné que celui de l'œil non corrigé : un myope a intérêt à enlever ses lentilles pour observer de très près.

4. Opération laser

La diminution de l'épaisseur de la cornée réduit sa courbure, donc rend le système cornée+cristallin moins convergent : on obtient le même effet qu'avec l'ajout d'une lentille correctrice divergente.

Chapitre 5 – Instruments d'optique

I Instruments de vision proche

1 Définitions

Les instruments d'optique servent à observer des objets soit proches (loupe, microscope), soit éloignés (lunette de Galilée, lunette astronomique). Ils peuvent aussi servir à faire des pointés ou à mesurer des distances (viseur) ; dans ce dernier cas le grandissement importe peu.

Définition : Grossissement

Le grossissement d'un instrument est le rapport de deux angles :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

où α' est l'angle sous lequel on voit l'image de l'objet (à travers l'instrument).
et α est l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu, a priori placé au PP de l'œil :

$$\alpha = \frac{AB}{d_m}$$

où $d_m = 25$ cm (distance minimale de vision proche), ce qui correspond à la meilleure vision proche possible à l'œil nu.

a priori, G dépend donc de la position de l'œil.

Le grossissement est une grandeur sans dimension, donc s'exprime sans unité.

Souvent l'instrument est réglé de manière à ce que l'œil de l'observateur soit au repos : l'image par l'instrument est donc à l'infini, et le faisceau à la sortie de l'instrument est un faisceau de rayons parallèles ; l'angle α' est donc l'angle entre ce faisceau parallèle et l'axe optique.

Puissance :

$$P = \frac{\alpha'}{AB}$$

La puissance P est homogène à l'inverse d'une longueur ; elle s'exprime en dioptrie, notée δ , dans le S.I.

2 La loupe

Une loupe simple est constituée d'une lentille convergente de distance focale $f' \simeq 1$ à 10 cm.

L'objet AB est placé entre le foyer F et la lentille.

L'image est virtuelle, droite et agrandie. Plus l'objet est proche de F , plus l'image est grande et éloignée.

On a intérêt à placer l'œil assez proche de la loupe, pour que les conditions de Gauss soient réalisées.

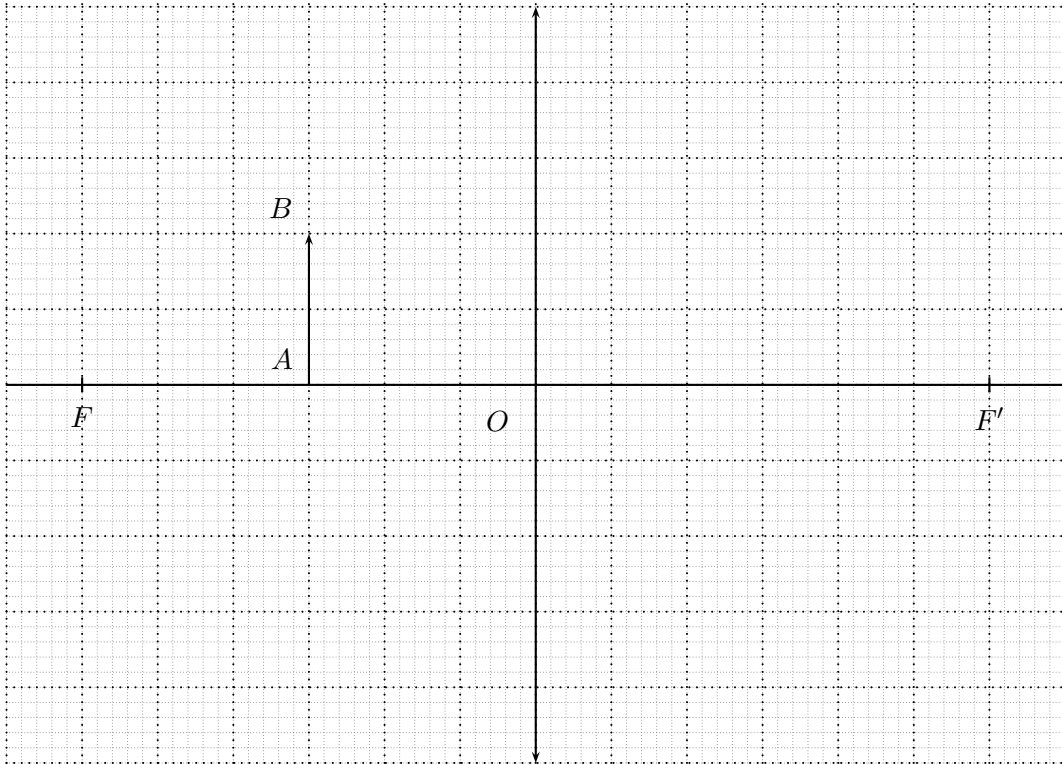
Exercice 11 : Image par une loupe

Un objet réel AB est placé devant une loupe ; l'œil E de l'observateur est situé au voisinage de F' .

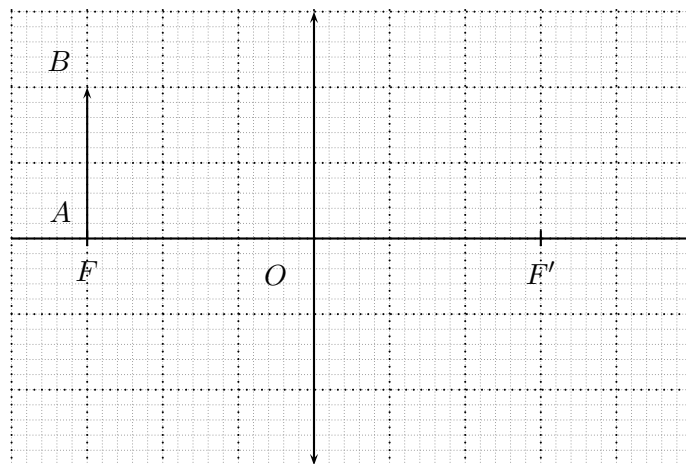
1. Construire l'image $A'B'$, en mettant par exemple l'objet AB au milieu de $[FO]$.
Exprimer alors α en fonction de AB et d_m , α' en fonction de $A'B'$ et EA' , puis le grossissement G en fonction notamment du grandissement transversal γ_t de la lentille.
L'œil est-il au repos lorsqu'il observe à travers la loupe ?
2. Faire la figure dans le cas où AB est dans le plan focal objet.
Exprimer alors α' , puis le grossissement G et la puissance P .

3. Application numérique partielle : en prenant $d_m = 1/4$ (m), exprimer G en fonction de f' .
Si f' varie entre 1 cm et 10 cm, entre quelles valeurs varie G ?

1. Loupe : Objet réel entre O et F , lentille convergente



2. Objet réel dans le plan focal de la loupe



3. Réponses : $P = \frac{1}{f'}$ $G = \frac{1}{4f'}$
Si f' varie entre 1 cm et 10 cm, G varie entre 25 et 2,5.

Définition : Latitude de mise au point

La latitude de mise au point est l'intervalle des positions de l'objet tel que l'image soit vue nette par l'œil : l'image donc est située entre le P.P. et le P.R. de l'œil.
 La **profondeur de champ** est la distance séparant ces deux positions extrêmes de l'objet.

Exercice 12 : Latitude de mise au point d'une loupe

Déterminer la profondeur de champ Δ d'une loupe de focale f' , l'œil emmétrope étant placé au foyer image F' de la lentille. On donne $f' = 5$ cm.

La distance minimale de vision nette de l'œil d_m vaut 25 cm.

$$\Delta = \frac{f'^2}{d_m}$$

II Instruments de vision éloignée

1 Définitions

Définition : Grossissement

Le grossissement d'un instrument est le rapport de deux angles :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

où α est l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu ;

Pour des instruments de vision éloignée, l'objet est à l'infini, donc α et l'angle formé par le faisceau de rayons parallèles provenant d'un point de l'objet, avec l'axe optique.

α' est l'angle sous lequel on voit l'image de l'objet (à travers l'instrument).

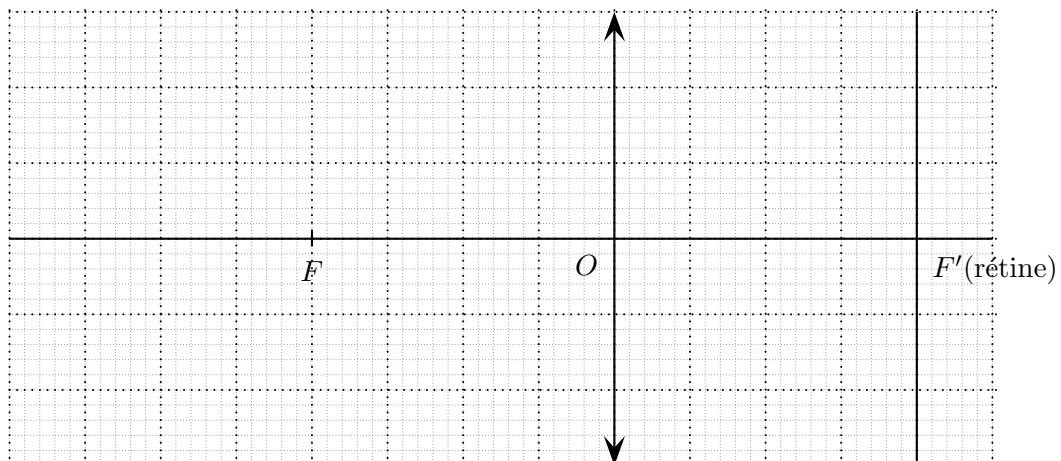
a priori, G ne dépend pas de la position de l'œil, si l'instrument est afocal.

Le grossissement est une grandeur sans dimension, donc s'exprime sans unité.

Exercice 13 : Vision d'un objet à l'infini

Un œil au repos regarde un objet étendu situé à l'infini, de diamètre apparent α .

Représenter l'image qui se forme sur la rétine. Justifier alors que plus α est grand, plus l'œil pourra résoudre les détails.



Définition : Système afocal

Un système optique est dit afocal si l'image d'un objet situé à l'infini, est à l'infini :

$$\infty \rightsquigarrow \infty$$

On ne définit donc pas de foyer objet, ni de foyer image, pour un tel système.

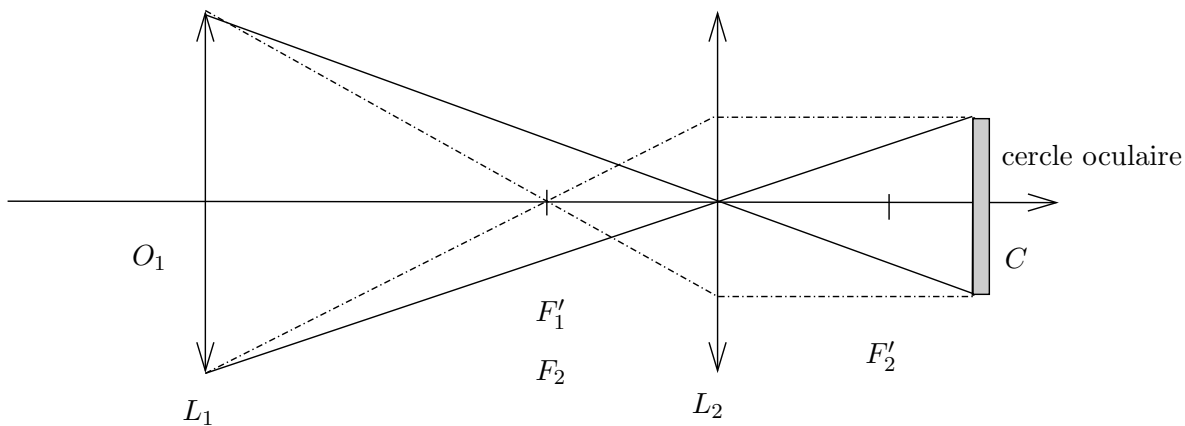
2 Lunette astronomique

Définition : Objectif, oculaire

Une lunette astronomique est constituée au moins de deux lentilles ; à l'entrée : l'**objectif**, à la sortie l'**oculaire**.

Par définition, le **cercle oculaire** est le conjugué du diaphragme d'ouverture par le système.

Le cercle oculaire est donc l'image du *disque* de la lentille-objectif L_1 , qui joue le rôle d'un objet réel, par la lentille-oculaire L_2 .



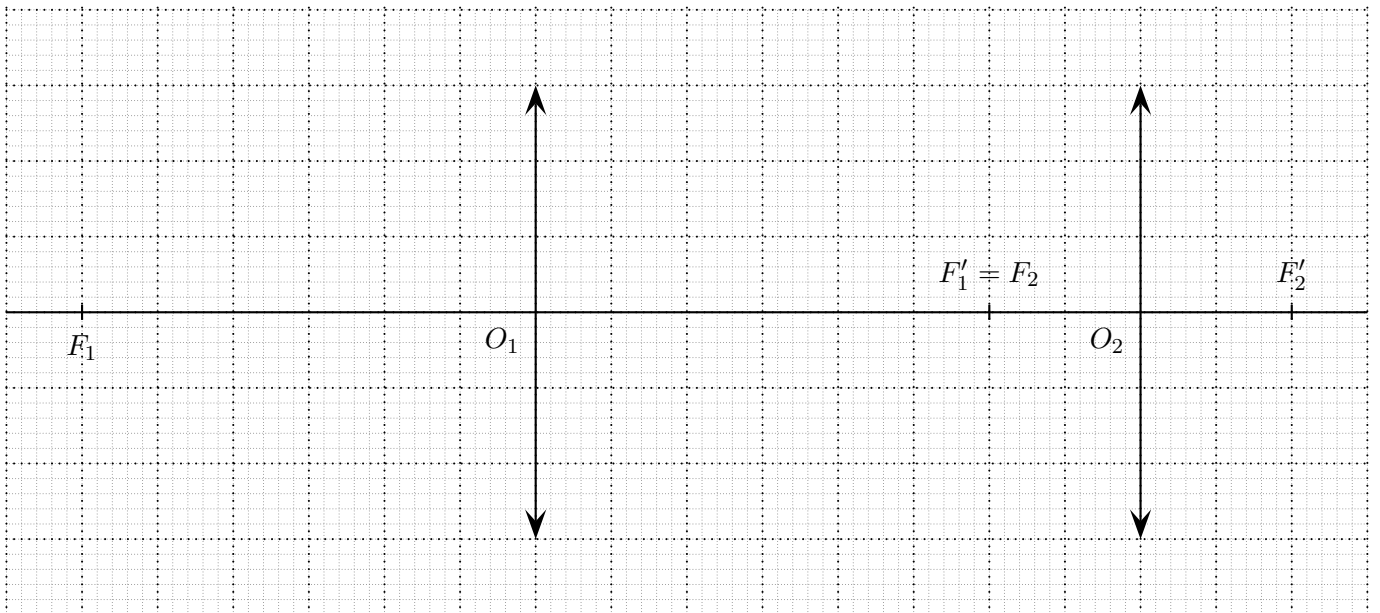
Exercice 14 : Lunette astronomique (École de l'air 2000)

On représente une lunette astronomique par deux lentilles minces convergentes : l'objectif \mathcal{L}_1 de distance focale $f'_1 = 80$ cm, de diamètre $D = 60$ mm, et l'oculaire \mathcal{L}_2 de focale $f'_2 = 6,0$ mm.

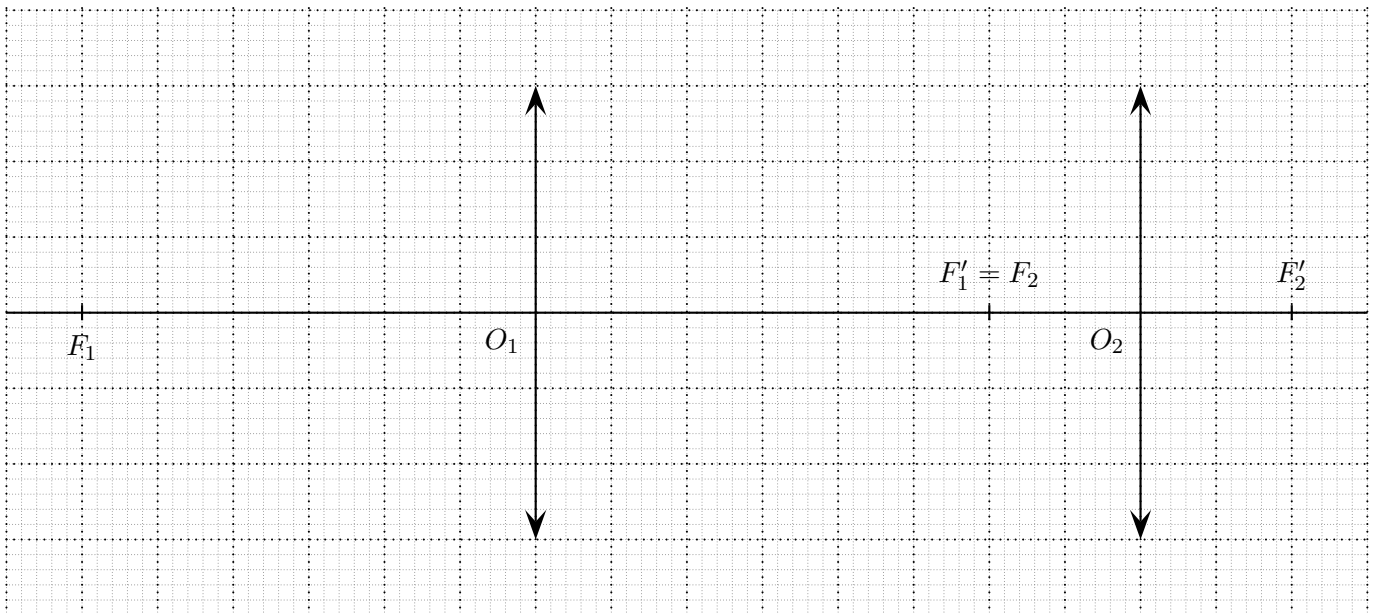
La lunette est réglée à l'infini (c'est-à-dire qu'elle donne d'un objet à l'infini une image à l'infini).

1. Quelle est la distance h entre \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 ? Quel est l'intérêt de ce réglage?
2. Représenter sur un schéma, sans respecter l'échelle, le devenir d'un rayon lumineux faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' dans les conditions de GAUSS.
3. Déterminer l'expression du grossissement angulaire $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f'_1 et f'_2 .
4. On a, au moment de l'observation : la distance Terre-Mars égale à $7,0 \cdot 10^7$ km, diamètre de Mars 6800 km ; la distance Terre-Lune égale à $3,8 \cdot 10^5$ km, diamètre de la Lune 3400 km.
Si on estime l'angle maximal sous lequel l'observateur voit l'image, à environ 30° , cet observateur voit-il Mars en entier dans la lunette?
Même question pour la Lune.
5. Tous les rayons incidents qui pénètrent dans l'objectif de la lunette donnent des rayons émergents qui, à la sortie de l'instrument, passent à l'intérieur d'un cercle appelé « cercle oculaire ».
 - a. Établir la relation qui lie le diamètre d du cercle oculaire, le diamètre D de l'objectif et le grossissement G .
 - b. Quelle est la position du cercle oculaire par rapport à l'oculaire?
 - c. Où faut-il placer l'œil pour avoir une observation optimale? Quelle taille maximale le cercle oculaire ne doit-il pas dépasser *a priori*, lors d'une observation visuelle?

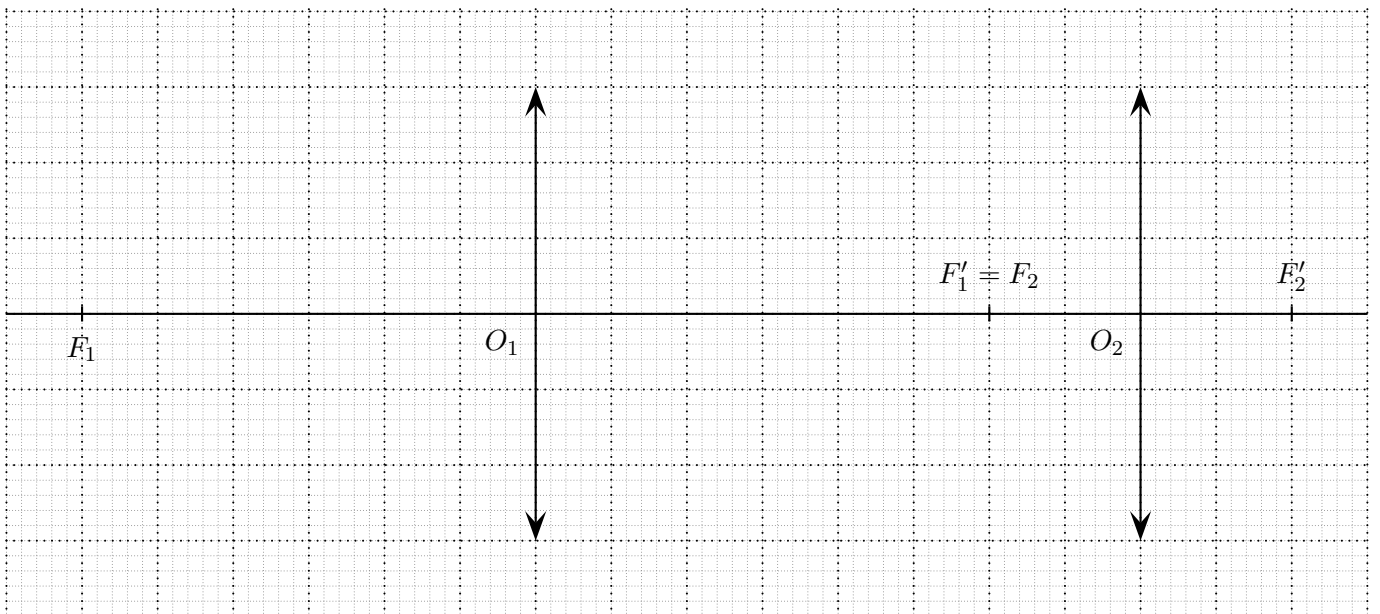
• Lunette afocale



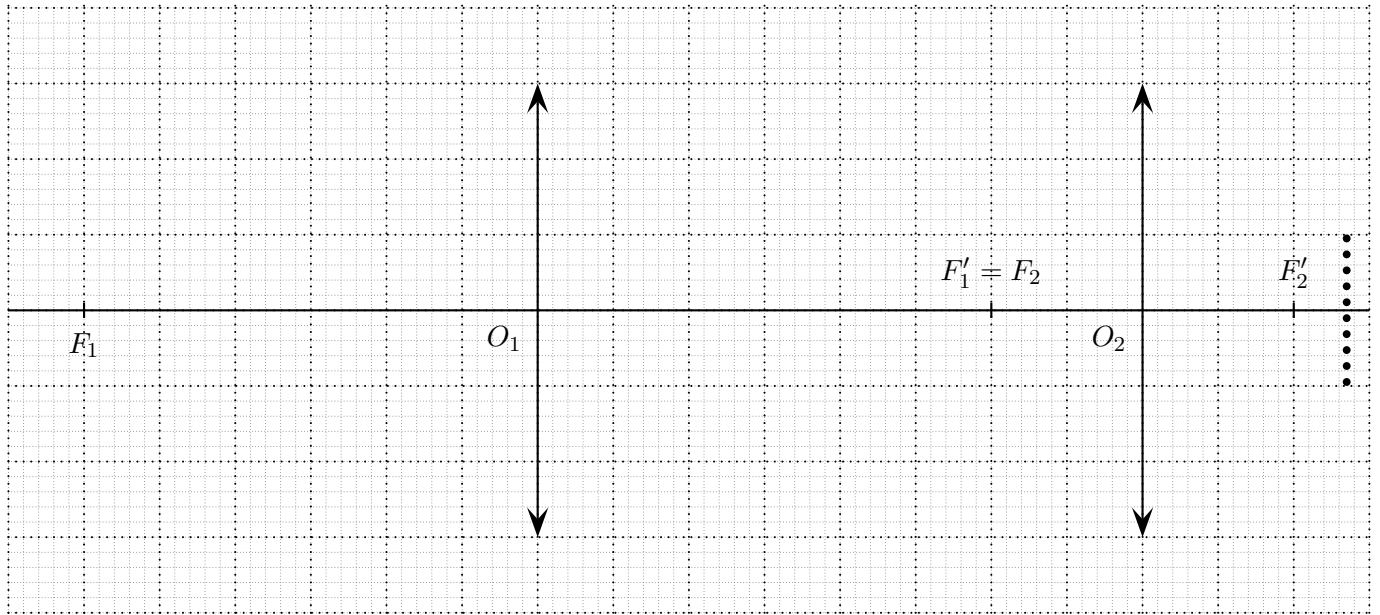
- **Cercle oculaire**
- Tracé seul des rayons passant par $F_1' = F_2$:



- Tracé des rayons passant par O_2 et ceux par $F_1' = F_2$; détermination du cercle oculaire.



- Tracé des rayons extrêmes, parallèles à l'axe optique.



3 Lunette de Galilée

Exercice 15 : Lunette de Galilée afocale

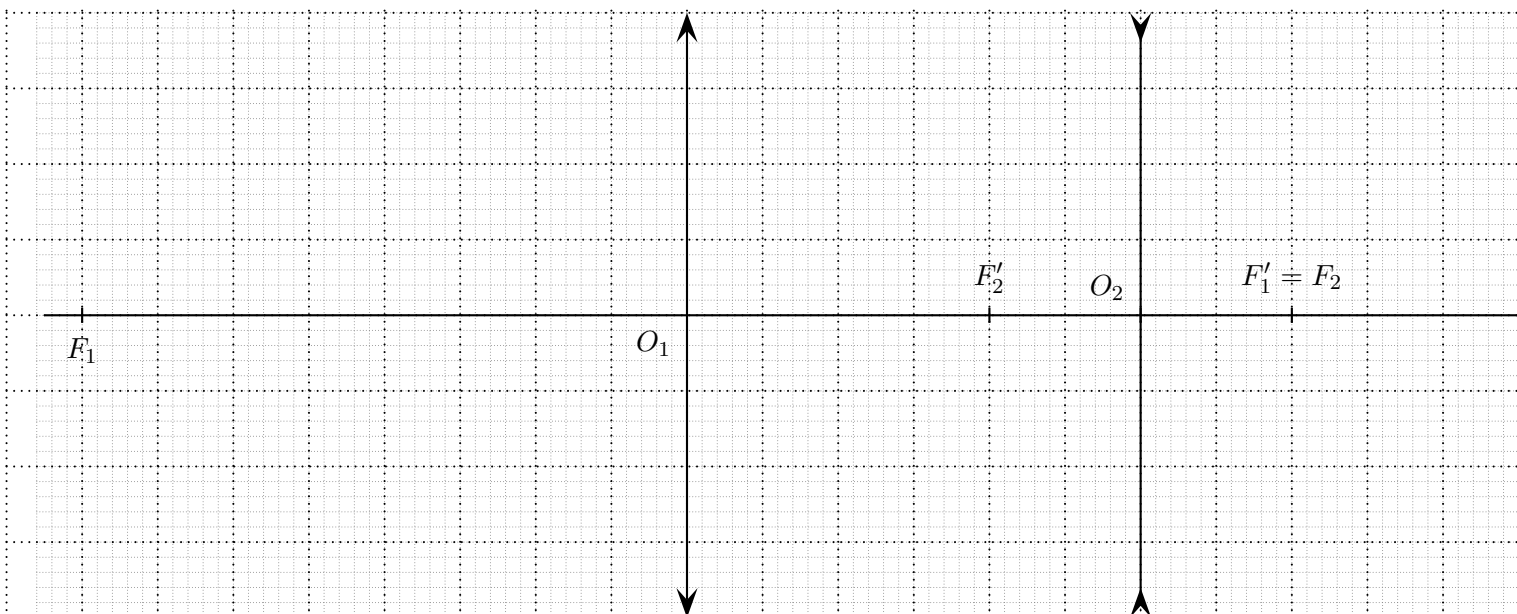
On associe sur un même axe deux lentilles \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 de centres O_1 et O_2 et de distances focales $f'_1 = 20$ cm et $f'_2 = -5$ cm.

1. Quelle est la valeur de O_1O_2 pour que le système soit afocal ? On supposera qu'il l'est dans la suite.
2. Tracer la marche d'un faisceau de rayon parallèles quelconque.
3. Calculer le grossissement (défini pour un objet situé à l'infini). Quel est l'intérêt de cette quantité ?
4. Pour cette question, la figure sera tracée avec $f'_1 = 4$ cm et $f'_2 = -1$ cm.

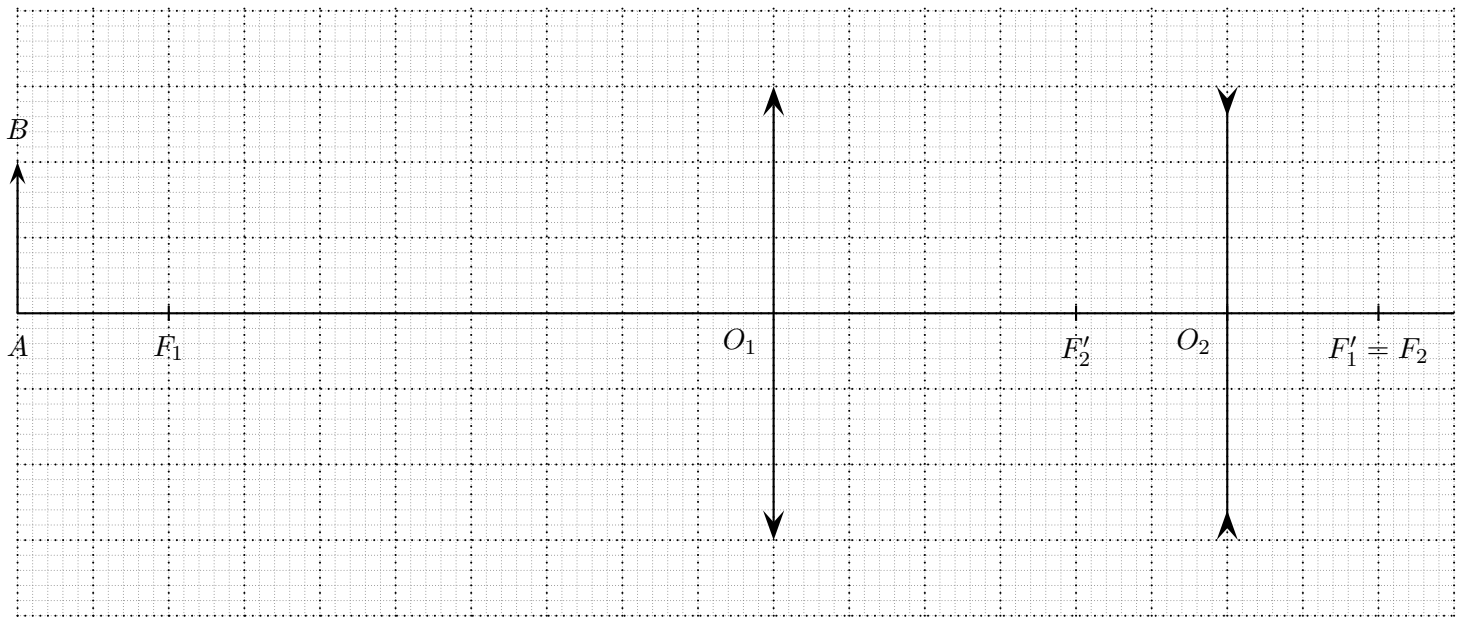
Déterminer graphiquement l'image d'un objet frontal A_0B_0 situé à une distance finie, à gauche de F_1 , et donner le grandissement transversal. Dépend-il de la position de A_0B_0 ?

Quelle est la relation entre le grossissement et le grandissement transversal ?

- Marche d'un faisceau quelconque

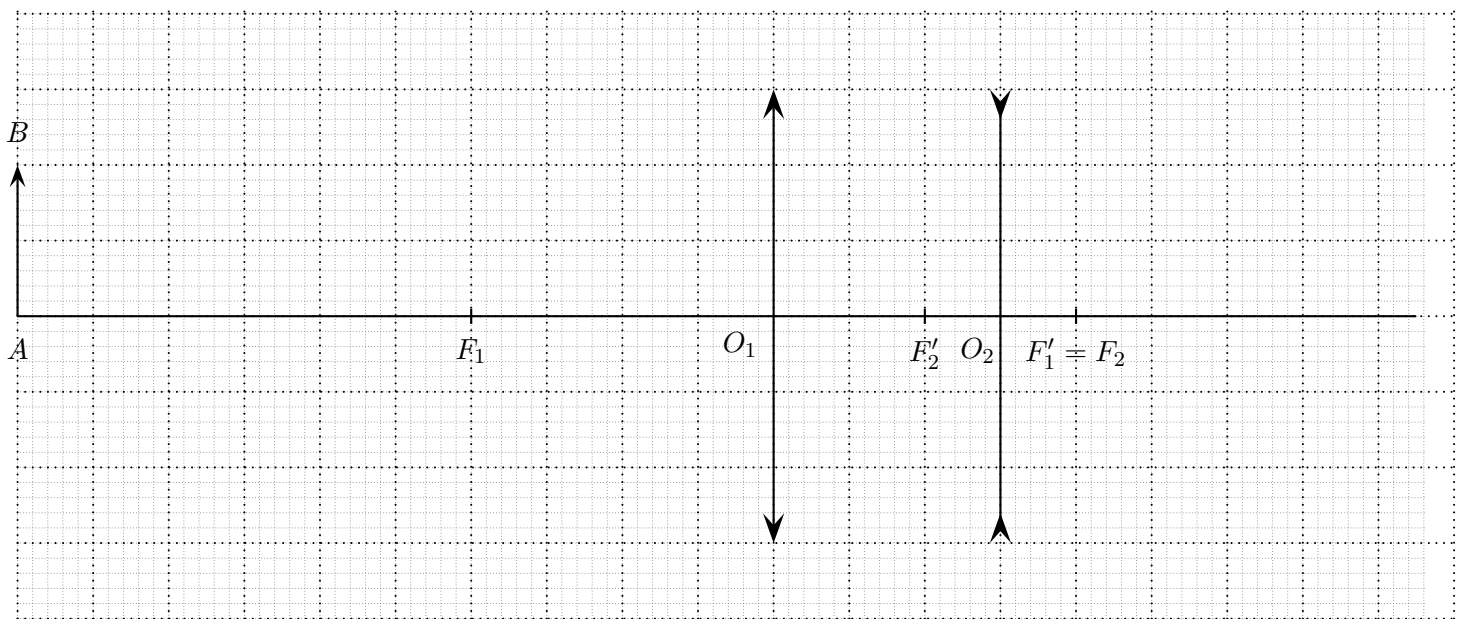


- Image d'un objet (à l'échelle)



• Image d'un objet (avec $f'_1 = 4 \text{ cm}$ et $f'_2 = -1 \text{ cm}$)

Tracer notamment les rayons passant par les foyers F_1 et $F_2 = F'_1$ pour exprimer le grossissement G en fonction des distances focales.



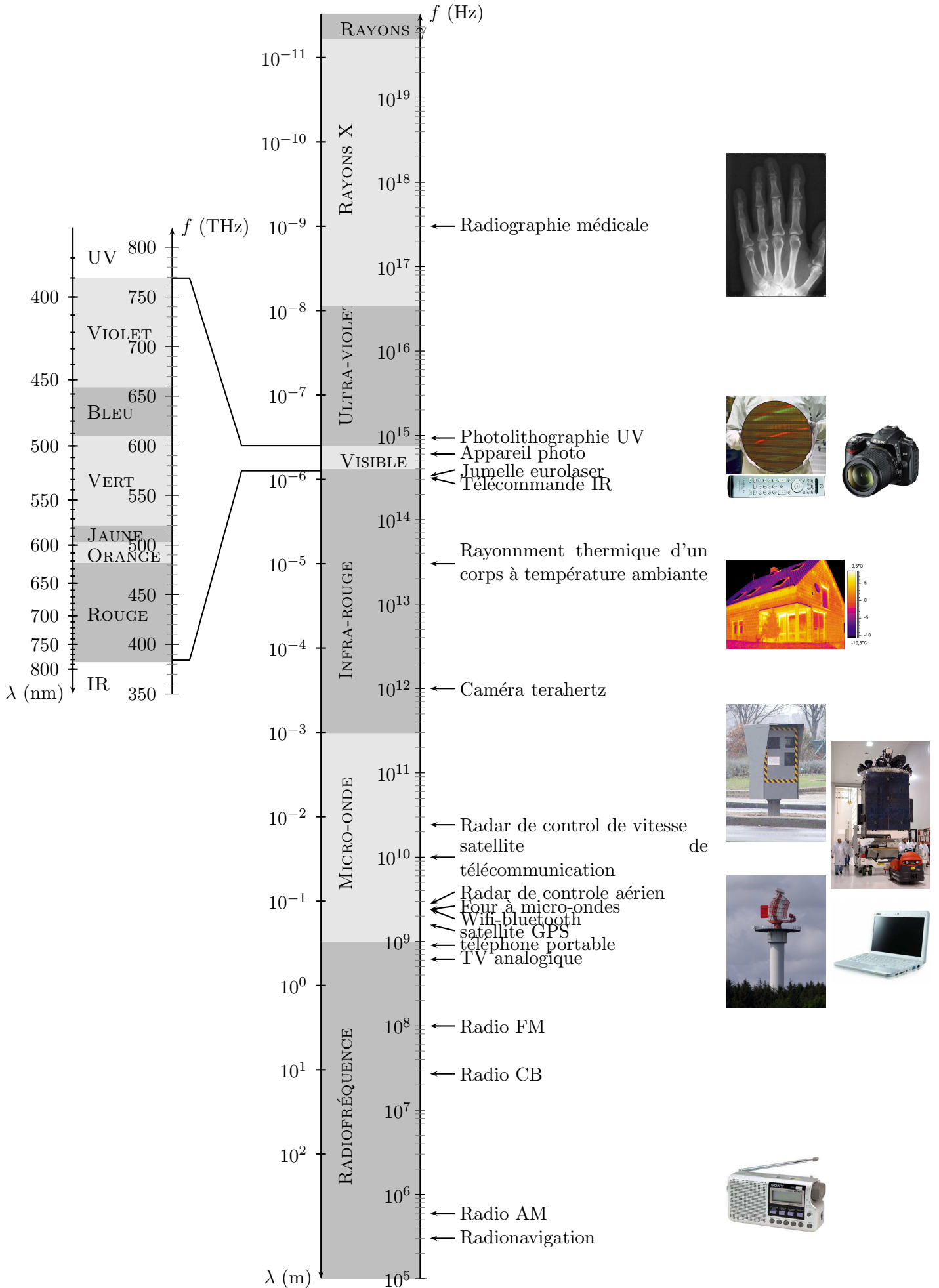


Table des matières

Chapitre 1 – Bases de l’optique géométrique	1
I Introduction à l’optique géométrique	1
II Formation des images	8
III Application : exemple des miroirs plans	12
Chapitre 2 – Systèmes optiques simples	14
I Le dioptré plan	14
II Association de dioptrés plans	15
III Dioptré sphérique (simple description)	16
Chapitre 3 – Lentilles minces	19
I Description	19
II Conjugaison par une lentille	20
Chapitre 4 – L’œil humain	27
I Constitution physiologique	27
II Défauts de l’œil	28
Chapitre 5 – Instruments d’optique	33
I Instruments de vision proche	33
II Instruments de vision éloignée	35