Bases du traitement du signal

Correction examen 2e session, juin 2009

① Questions de cours : voir cours

2.1 Analyse d'un filtre numérique

a) $$y(n) = x(n) - 2B\cos\beta . x(n-1) + B^2 x(n-2) + 2A\cos\alpha . y(n-1) - A^2 y(n-2)$$

Filtre récursif, donc à réponse impulsionnelle infinie

b) D'après l'équation aux différences,

$$Y(z) = X(z) - 2B\cos\beta . z^{-1} X(z) + B^2 z^{-2} X(z) + 2A\cos\alpha . z^{-1} Y(z) - A^2 z^{-2} Y(z)$$

D'où : $$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 2B\cos\beta . z^{-1} + B^2 z^{-2}}{1 - 2A\cos\alpha . z^{-1} + A^2 z^{-2}}$$

c) $$H(z) = \frac{z^2 - 2B\cos\beta . z + B^2}{z^2 - 2A\cos\alpha . z + A^2}$$

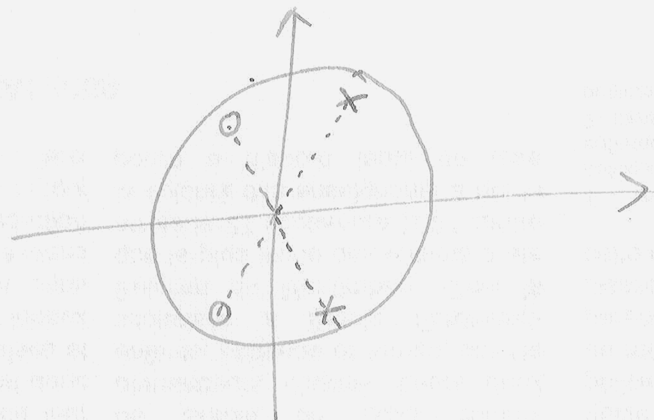
Pour le numérateur, $\Delta' = B^2\cos^2\beta - B^2 = -B^2\sin^2\beta$

$\rightarrow z = B\cos\beta \pm jB\sin\beta = Be^{\pm j\beta}$

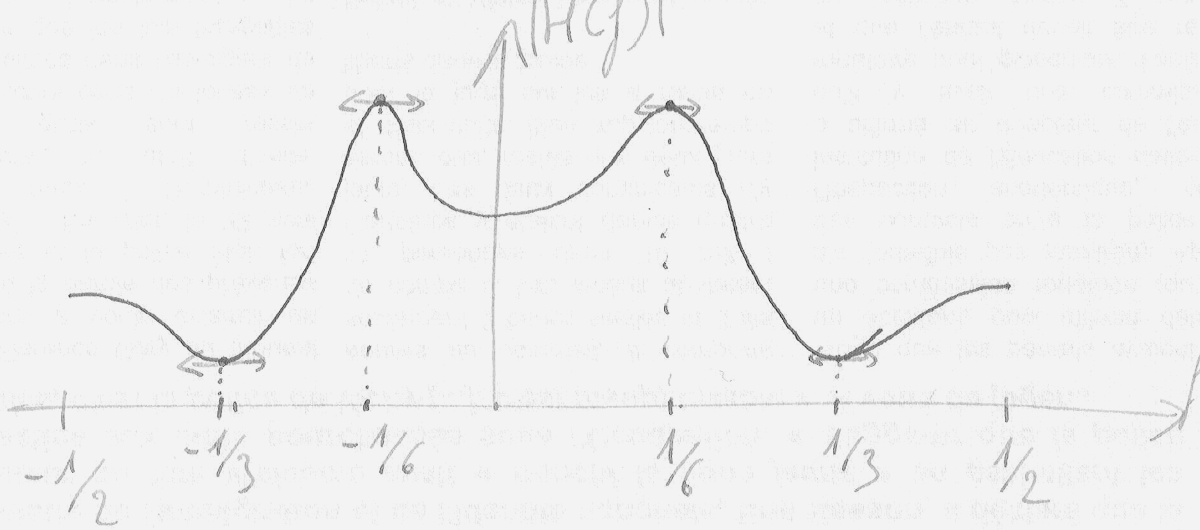
De même, les pôles valent $Ae^{\pm j\alpha}$

Le filtre est stable si les modules des pôles sont strictement < 1, i.e. si $\underline{A < 1}$

c) (suite)



d)



2.2 On a 16 000 échantillons par seconde pendant 35 ms,

0,5 donc $16\,000 \times \frac{35}{1000} = 560$ échantillons

La résolution nécessaire en amplitude est de 20 dB,

1 il faut donc une fenêtre triangulaire, de Hamming ou de Hanning.

La résolution fréquentielle de la fenêtre $= \frac{4}{N}\nu_e$

1 avec N la taille de la fenêtre et $\nu_e = 16$ kHz

Il faut $\frac{4}{N}\nu_e \leq \Delta\nu = 150$ Hz

i.e.: $N \geq \frac{4\nu_e}{\Delta\nu} = \frac{4 \times 16\,000}{150} = 427$

Comme la TFD est calculée par FFT,

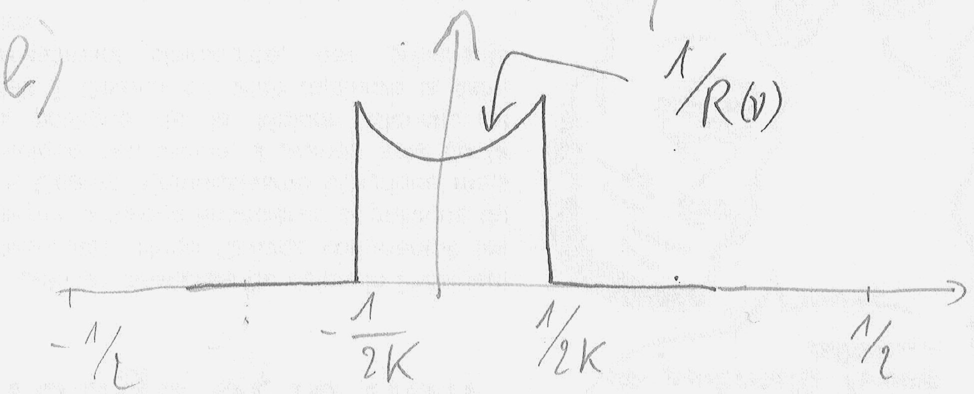
0,5 N doit être une puissance de 2 → N = 512

(≤ 560)

2.3 a) Repliement spectral entre les réplicats de $\Phi_x(\nu)R(\nu)$, sauf si le support de $\Phi_x(\nu)$ est borné, avec $\nu_{max} < \frac{1}{2K}$

A cette condition, on peut retrouver $\Phi_x(\nu)R(\nu)$, donc $\Phi_x(\nu)$, donc f_x

b)



c) $1/K$ = fréquence de quantification

Différence avec l'échantillonnage temporel : étape de convolution par fenêtre rectangulaire.