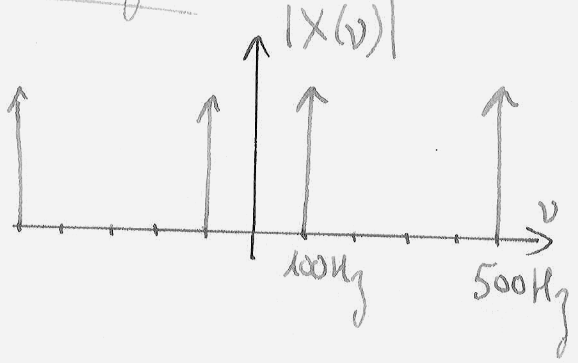
Correction du partiel du 17 nov. 2008

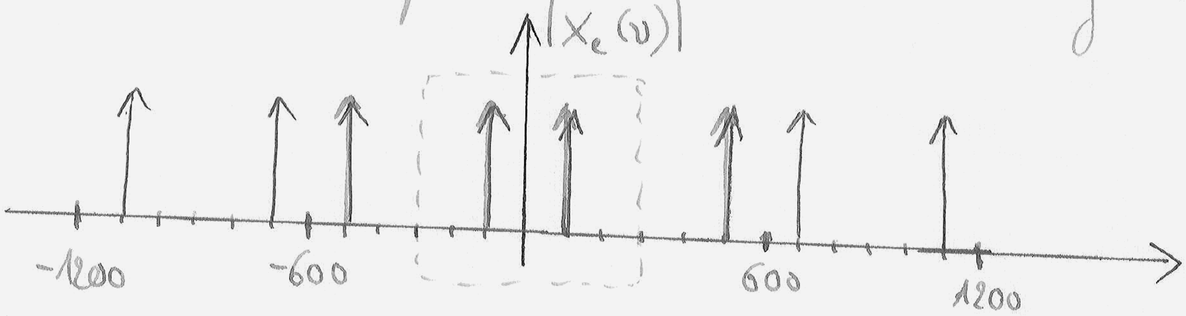
1) Questions de cours : voir cours

2.1) Échantillonnage



Spectre d'amplitude du signal sonore original

Spectre du signal échantillonné à 600 Hz :



Les raies des replicats du spectre original se confondent avec celles du spectre original

Lorsqu'on rejoue ce fichier son, on reconstruit le signal via un filtrage passe-bas de fréquence de coupure $\frac{\nu_e}{2} = 300$ Hz

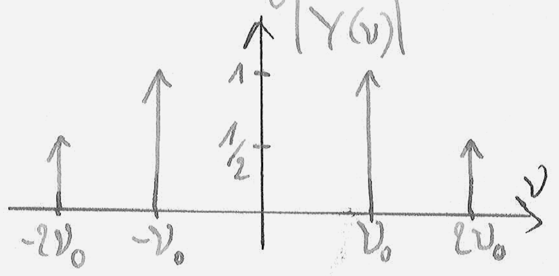
On entend donc 1 seule fréquence : 100 Hz

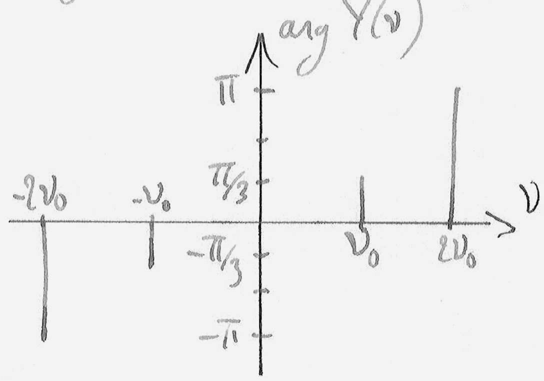
2.2) <u>Filtrage</u>

a) $Y(\nu) = H(\nu)X(\nu)$

i.e. : $|Y(\nu)| = |H(\nu)||X(\nu)|$

et $\arg Y(\nu) = \arg H(\nu) + \arg X(\nu)$





b) $$Y(\nu) = e^{j\pi/3}\delta(\nu-\nu_0) + e^{-j\frac{\pi}{3}}\delta(\nu+\nu_0) + \underbrace{\frac{e^{j\pi}}{2}}_{=-1/2}\delta(\nu-2\nu_0) + \underbrace{\frac{e^{-j\pi}}{2}}_{=-1/2}\delta(\nu+2\nu_0)$$

Donc $$y(t) = e^{j\pi/3}e^{j2\pi\nu_0 t} + e^{-j\pi/3}e^{-j2\pi\nu_0 t} - \frac{1}{2}e^{j4\pi\nu_0 t} - \frac{1}{2}e^{-j4\pi\nu_0 t}$$

$$y(t) = 2\cos\left(2\pi\nu_0 t + \frac{\pi}{3}\right) - \cos(4\pi\nu_0 t)$$

2.3) Signaux aléatoires

a) $P(s(t)=1\,,\, s(t-\tau)=1)$

$= P(s(t)=1 \mid s(t-\tau)=1)\, P(s(t-\tau)=1)$

$= P(N(|\tau|) \text{ pair}) \times \frac{1}{2}$

$P(s(t)=-1\,,\, s(t-\tau)=-1)$

$= P(s(t)=-1 \mid s(t-\tau)=-1) \cdot P(s(t-\tau)=-1)$

$= P(N(|\tau|) \text{ pair}) \times \frac{1}{2}$

$P(s(t)=1\,,\, s(t-\tau)=-1)$

$= P(s(t)=1 \mid s(t-\tau)=-1)\, P(s(t-\tau)=-1)$

$= P(N(|\tau|) \text{ impair}) \times \frac{1}{2}$

De même, $P(s(t)=-1\,,\, s(t-\tau)=1) = P(N(|\tau|) \text{ impair}) \times \frac{1}{2}$

b) $\Gamma_x(t, t-\tau) = E[x(t)\, x(t-\tau)]$

$= \sum_{x(t),\, x(t-\tau)} x(t)\, x(t-\tau)\, P(x(t), x(t-\tau))$

$= 1 \times 1 \times P(1,1) + (-1)\times(-1)\times P(-1,-1)$
$+ 1 \times (-1) \times P(1,-1) + (-1)\times(1)\times P(-1,1)$

$= P(N(|\tau|) \text{ pair}) - P(N(|\tau|) \text{ impair})$

$= 2\, P(N(|\tau|) \text{ pair}) - 1$

car $P(N(|\tau|) \text{ pair}) + P(N(|\tau|) \text{ impair}) = 1$

$= 2\, e^{-2\lambda|\tau|}$