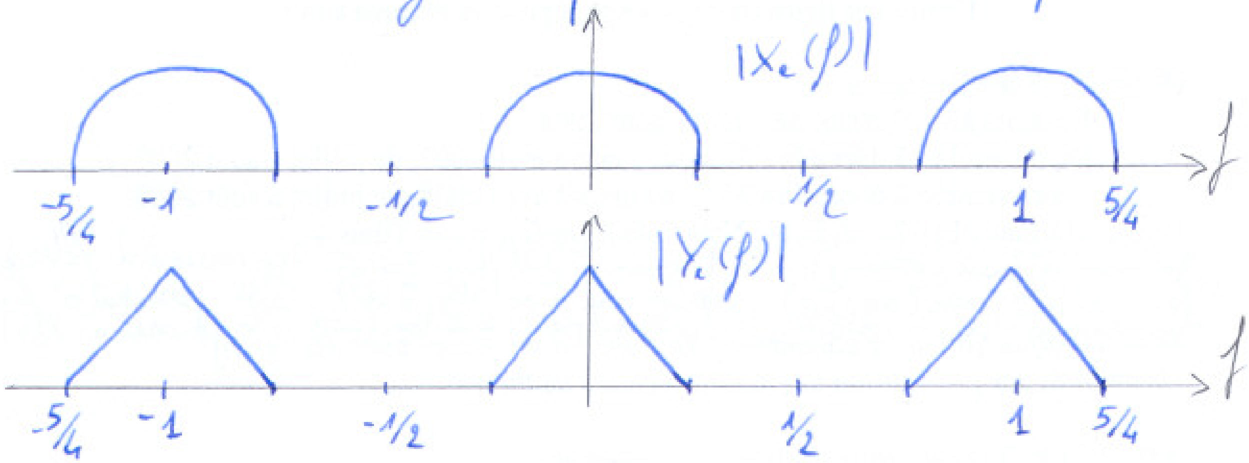
Corrigé du contrôle continu du 23 nov. 2006

① Questions de cours : voir cours

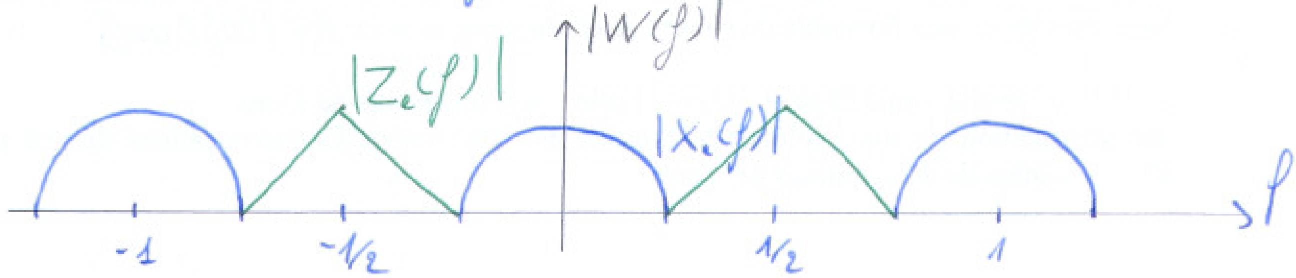
2.1 Multiplexage de données numériques.

1) Echantillonnage → périodisation du spectre



2)
$$Y_e(f+1/2) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} y(n)\, e^{-j2\pi n (f+1/2)}$$
$$= \sum_{n\in\mathbb{Z}} y(n)\, \underbrace{e^{-j\pi n}}_{=(-1)^n} e^{-j2\pi n f}$$
$$= \sum_{n\in\mathbb{Z}} z(n)\, e^{-j2\pi n f}$$
$$= Z_e(f)$$

3)

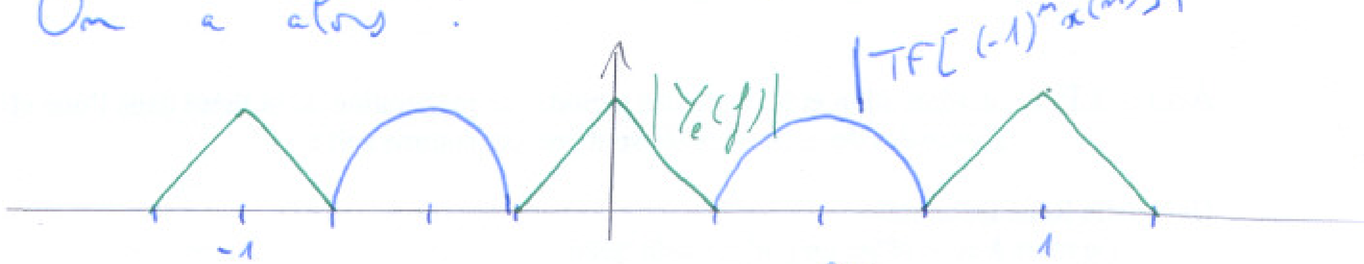


Dans $W(f)$, les spectres $Z_e(f)$ et $X_e(f)$ sont de support disjoints, on peut donc récupérer $x(n)$ par filtrage passe-bas de fréquence de coupure $1/4$

2.1 4) Pour récupérer $y(n)$, il faut d'abord démoduler $z(n)$ en remultipliant $w(n)$ par $(-1)^n$

$$\rightarrow w'(n) = w(n) \times (-1)^n$$
$$= (-1)^n x(n) + y(n)$$

On a alors :



→ on récupère $y(n)$ par filtrage passe-bas de fréquence de coupure $1/4$

2.2 1) $m\,(j2\pi\nu)^2 Z(\nu) + \alpha\, j2\pi\nu\, Z(\nu) + k\,Z(\nu) = F(\nu)$

$$H(\nu) = \frac{Z(\nu)}{F(\nu)} = \frac{1}{(k - 4\pi^2\nu^2 m) + j2\pi\nu\alpha}$$

2) $$|H(\nu)|^2 = \frac{1}{(k - 4\pi^2\nu^2 m)^2 + 4\pi^2\nu^2\alpha^2}$$
$$= \frac{1}{k^2 \cancel{- 8\pi^2\nu^2 mk} + 16\pi^4 m^2\nu^4 \cancel{+ 8\pi^2\nu^2 mk}}$$
$$= \frac{1}{k^2 + 16\pi^4 m^2 \nu^4}$$

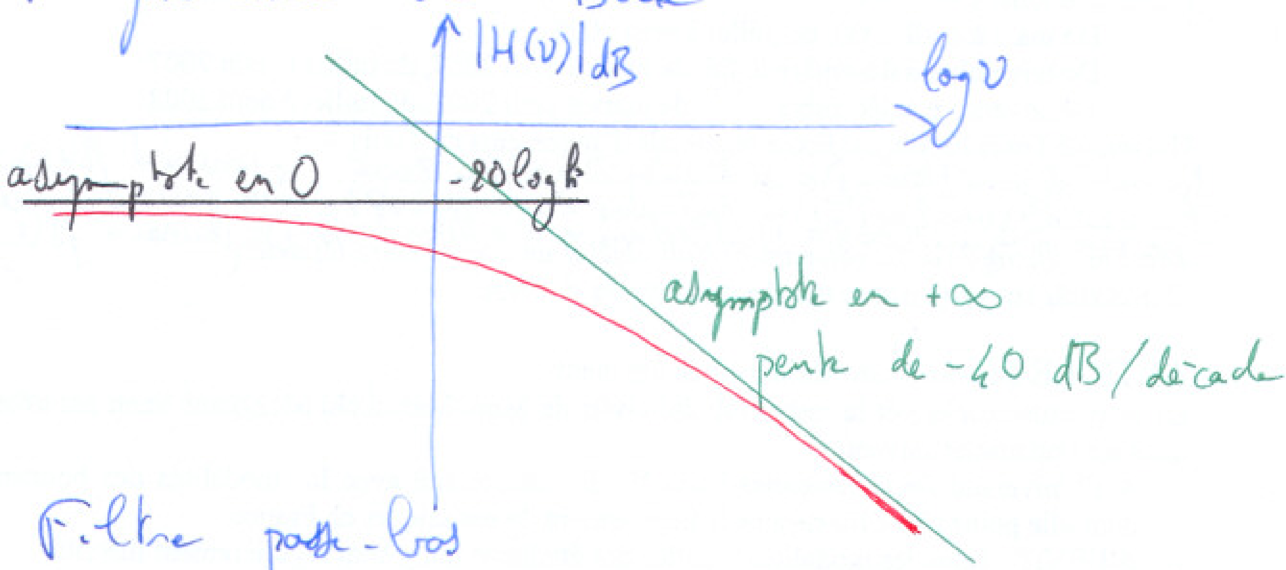
3) $|H(\nu)|$ décroît sur $\mathbb{R}^+$

$$|H(\nu)|_{dB} = 10 \log(|H(\nu)|^2)$$
$$= -10 \log(k^2 + 16\pi^4 m^2 \nu^4)$$

$\rightarrow |H(0)|_{dB} = -10 \log k^2 = -20 \log k$

$\rightarrow |H(\nu)|_{dB} \underset{\nu\to\infty}{\sim} -10 \log(16\pi^4 m^2 \nu^4) = -40 \log \nu - 10 \log(16\pi^4 m^2)$

Diagramme de Bode



Filtre passe-bas

4) Tout le spectre de la force à l'entrée du système se trouve au-delà de la fréquence de coupure.

Donc la DSP de la sortie :

$$\gamma_z(\nu) = |H(\nu)|^2 \gamma_f(\nu) = 0 \quad \forall \nu$$

Donc la puissance de $z(t)$ est nulle, d'où : $z(t) = 0$: la boule reste immobile, le système amortit toutes les vibrations auxquelles elle est soumise.