Correction examen du 11 janvier 2006

1. Questions de cours : voir cours

2.1 Filtrage analogique

1) D'après l'équation différentielle,

$$LC\,(j2\pi\nu)^2\,Y(\nu) + RC\,j2\pi\nu\,Y(\nu) + Y(\nu) = X(\nu)$$

Donc $$H(\nu) = \frac{Y(\nu)}{X(\nu)} = \frac{1}{(1 - LC(2\pi\nu)^2) + jRC2\pi\nu}$$

2) $$|H(\nu)|^2 = \frac{1}{(1 - LC4\pi^2\nu^2)^2 + R^2C^2 4\pi^2\nu^2}$$

$$= \frac{1}{1 \cancel{- LC8\pi^2\nu^2} + (LC4\pi^2\nu^2)^2 \cancel{+ 2LC4\pi^2\nu^2}}$$

pour $R = \sqrt{2L/C}$

$$= \frac{1}{1 + (4\pi^2 LC\nu^2)^2}$$

$|H(\nu)|$ est une fonction décroissante de ν pour $\nu > 0$,

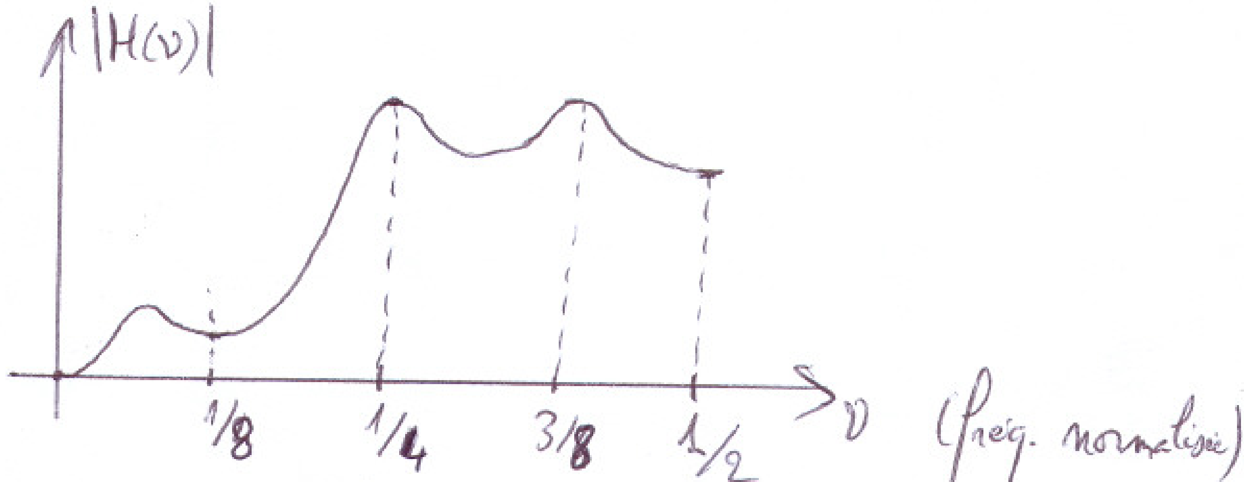
le filtre est donc passe-bas.

2.2. Analyse d'un filtre numérique

1) Le filtre a des pôles, donc RII

2) Tous les pôles sont à l'intérieur, strictement, du cercle unité. Donc filtre stable.

3)



2.3 Tatouage par filtrage passe-tout

1) $H_i(z) = \dfrac{a_i + z^{-1}}{1 + a_i z^{-1}} = \dfrac{Y(z)}{X(z)}$

$\rightarrow a_i X(z) + z^{-1} X(z) = Y(z) + a_i z^{-1} Y(z)$

Donc $y(n) = a_i x(n) + x(n-1) - a_i y(n-1)$

2) $|H_i(f)|^2 = \left| \dfrac{a_i + e^{-j2\pi f}}{1 + a_i e^{-j2\pi f}} \right|^2$

$$= \frac{(a_i + \cos(2\pi f))^2 + \sin^2(2\pi f)}{(1 + a_i \cos(2\pi f))^2 + a_i^2 \sin^2(2\pi f)}$$

$$= \frac{a_i^2 + 2 a_i \cos(2\pi f) + 1}{1 + 2 a_i \cos(2\pi f) + a_i^2}$$

$$= 1$$

3) pôle $= -a_i$, zéro $= -1/a_i$

4) Si y issu de H_i,

$Y(-a_i) = \infty$ et $Y(-1/a_i) = 0$

Ces valeurs sont remarquables et permettent de détecter la valeur du bit i inséré