

Correction Examen du 16 juin 2006

(1)

1. Questions de cours : voir cours.

2.1 : Analyse d'un filtre numérique

1) • Filtre passe-haut, car 1 zéro au milieu des basses-frequences ($0 \rightarrow \frac{1}{4}$) et 1 pôle au milieu des hautes-frequences ($\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$) pas trop proche du cercle unité.

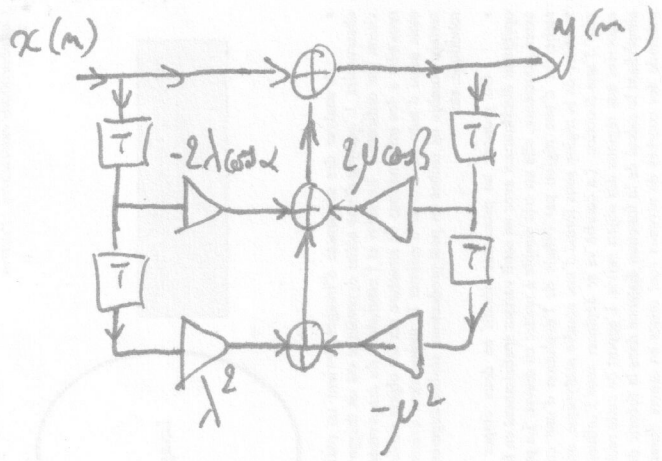
• 3 pôles, donc RII

• pôles à l'intérieur, strictement, du cercle unité, donc filtre stable.

$$\begin{aligned} 2) \quad H(z) &= \frac{(z - \lambda e^{j\alpha})(z - \lambda e^{-j\alpha})}{(z - \mu e^{j\beta})(z - \mu e^{-j\beta})} \\ &= \frac{z^2 - 2\lambda \cos \alpha z + \lambda^2}{z^2 - 2\mu \cos \beta z + \mu^2} \\ &= \frac{1 - (2\lambda \cos \alpha)z^{-1} + \lambda^2 z^{-2}}{1 - (2\mu \cos \beta)z^{-1} + \mu^2 z^{-2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad y(m) &- (2\mu \cos \beta)y(m-1) + \mu^2 y(m-2) \\ &= x(m) - (2\lambda \cos \alpha)x(m-1) + \lambda^2 x(m-2) \end{aligned}$$

3) Suite



4) a) 5 MAC

b) Temps de calcul nécessaire par échantillon:
(5 / 10⁷) s

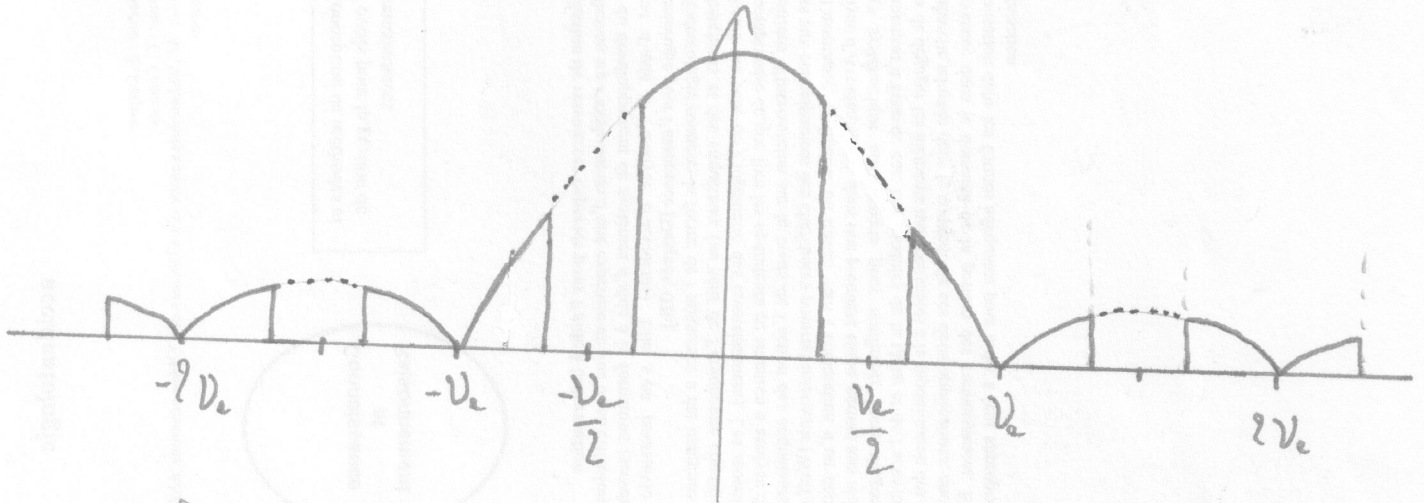
$$\rightarrow F_c \leq \frac{10^7}{5} \text{ Hz} = \underline{\underline{2 \text{ MHz}}}$$

2.2: Échantillonnage

1) Formule inutilisable car on a besoin de tous les échantillons passés et futurs pour reconstruire x(t) à un instant t donné.

$$\begin{aligned}
 2) a) \hat{X}(v) &= \text{TF} \left[\sum_m x[m] h(t - mT_e) \right] \\
 &= \sum_m x[m] \text{TF} \left[h(t - mT_e) \right] \\
 &\quad \text{(linéarité de la TF)} \\
 &= \sum_m x[m] H(v) e^{-j2\pi m T_e v} \\
 &= H(v) X_e(v)
 \end{aligned}$$

2b)



On réplique $|X(v)|$ tous les $v_c \rightarrow |X_c(v)|$
 et on multiplie par $|H(v)|$

On élimine les parasites hauts-fréquence
 par un filtrage passe-bas de fréquence
 de coupure $\frac{v_c}{2}$

\rightarrow il reste une légère déformation du spectre.