UNIVERSITE PARIS VAL DE MARNE
FACULTÉ DE SCIENCES
ÉCONOMIQUES ET DE GESTION
61 avenue du Général de Gaulle, 94010
Créteil Cedex

Année 2007-2008

Analyse économique du consommateur et du producteur 1 - MICROECONOMIE

Licence d'Economie et Gestion - Première année

Eléments de correction de l'interrogation n°2 du 13 décembre 2007

Questions de cours

1) Situation initiale : points A
Nous assistons ici à une baisse des prix des aliments. Cette baisse des prix va se traduire par deux effets : un effet substitution et un effet revenu.
Effets substitution : Il s'agit ici d'un effet substitution au sens de Hicks. En effet, cet effet s'effectue à utilité inchangée. Le prix de l'alimentation ayant diminué nous avons un nouveau rapport des prix correspondant à la pente de la nouvelle droite de budget V'W'. Le revenu s'est ajusté de manière à toujours avoir le même niveau d'utilité. Nous avons donc le nouveaux point D.
Effet revenu : Face à une diminution des prix de l'alimentation, le pouvoir d'achat a augmenté. Le revenu est toujours le même que dans la situation initiale. Nous assistons donc a un déplacement parallèle de la droite de budget V'W' vers VW''. Nous avons ainsi déterminé le nouvel optimum pour le consommateur face à une baisse des prix des aliments.

Nous pouvons remarquer que face à une baisse des prix des aliments nous avons un effet substitution positif et un effet revenu négatif. Nous pouvons en déduire que les aliments sont ici des biens inférieurs.

2) Quand le revenu augmente la demande augmente : Si l'élasticité revenu est supérieure à 1 nous avons des biens de luxe, si elle est compris entre 0 et 1 nous avons des biens normaux.
Quand le prix du bien diminue, la demande de ce bien augmente : Nous avons des biens normaux si l'effet substitution et l'effet revenu sont positif, des biens inférieurs si l'effet substitution est positif et l'effet revenu négatif.
Quand le prix du bien augmente la demande augmente : Nous avons des biens atypique tels que les biens Veblen, les bien Giffen.
Quand le prix du bien 1 augmente, le prix du bien 2 diminue : nous avons des biens complémentaires.

<u>Exercice</u>

1) Programme du producteur :
$$\begin{cases} MaxQ = 4K^{\alpha}L^{\beta} \\ P_K K + P_L L = C \end{cases}$$

Lagrangien :
$$L(K,L,\lambda) = 4K^{\alpha}L^{\beta} + \lambda(C - P_K K - P_L L)$$

Les conditions nécessaires sont les conditions du premier ordre. Elles sont égales à 0.
$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow 4\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta} - \lambda P_K = 0 \quad (1) \\ \dfrac{\partial L}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow 4\beta K^{\alpha}L^{\beta-1} - \lambda P_L = 0 \quad (2) \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow C - P_K K - P_L L = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Les conditions suffisantes sont les conditions du second ordre. Elles sont vérifiées.

Des deux premières condition¨s du premier ordre nous obtenons :
$$\lambda = \frac{4\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta}}{P_K} = \frac{4\beta K^{\alpha}L^{\beta-1}}{P_L}$$
Donc : $\dfrac{\alpha L}{\beta K} = \dfrac{P_K}{P_L}$ d'où $L = \dfrac{\beta P_K}{\alpha P_L} K$

On remplace L dans la contrainte (équation 3)
D’où :
$$C - P_K K - P_L \frac{\beta P_K}{\alpha P_L} K = 0$$
$$\Rightarrow C = P_K K + P_K \frac{\beta}{\alpha} K \Leftrightarrow C = K\left(P_K + \frac{\beta}{\alpha} P_K\right)$$
$$\Rightarrow K^* = \frac{C}{P_K\left(\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha}\right)}$$
Par conséquent :
$$L^* = \frac{\beta}{\alpha}\frac{P_K}{P_L}\frac{C}{P_K\left(\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha}\right)} = \frac{\beta C}{P_L(\alpha+\beta)}$$

Les facteurs de production optimaux pour ce producteur sont donc $K^* = \dfrac{C}{P_K\left(\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha}\right)}$ et

$L^* = \dfrac{\beta C}{P_L(\alpha+\beta)}$.

2) Nous avons une fonction de type Cobb Douglas. Cette fonction est donc homogène d'un degré égal à la somme des puissance.
Montrons le :

$$Q(tK,tL) = 4(tK)^{\alpha}(tL)^{\beta}$$
$$= t^{\alpha+\beta} 4K^{\alpha}L^{\beta}$$
$$= t^{\alpha+\beta}Q(K,L)$$

Nous avons donc bien une fonction homogène de degré $\alpha+\beta$.

3) Il faut maintenant discuter de la valeur de α
Si α >2/3 alors $\alpha+\beta$ >1 : rendement d'échelle croissant.
Si α <2/3 alors $\alpha+\beta$ <1 : rendement d'échelle décroissant.
Si α =2/3 alors $\alpha+\beta$ =1 : rendement d'échelle constant.

4) a) Nous avons des rendement d'échelle constant donc puisque $\beta = 1/3$, α doit être égal à 2/3.

Par conséquent :

$$K^* = \frac{48}{8\left(\frac{1/3+2/3}{2/3}\right)} = \frac{6}{3/2} = 4$$
$$L^* = \frac{1/3 \times 48}{4(1/3+2/3)} = \frac{48}{12} = 4$$

A l'optimum, ce producteur devra utiliser 4 unités de facteur capital et 4 unité de facteur travail.

b) Nous avons des rendement d'échelle constant. Donc : $Q(tK,tL) = tQ(K,L)$. Pour doubler la production il faut que t=2. Par conséquent, il faudra doubler le facteur capital et le facteur travail.

c) $P_L = 8$
K* ne dépend pas du prix du travail. Il reste donc le même : K*=4.

$$L^* = \frac{1/3 \times 48}{8(1/3+2/3)} = \frac{48}{24} = 2\,.$$

La quantité de travail est divisé par deux quand le prix du travail double.