

UE 3-1 : Physique

Chapitre 2 : Électrostatique

Professeur Eva PEBAY-PEYROULA

Année universitaire 2011/2012

Université Joseph Fourier de Grenoble - Tous droits réservés.

II- Électrostatique

Finalité du chapitre

Décrire les interactions qui s'exercent entre charges électriques ou qu'une charge électrique exerce sur son environnement

Pour cela, il faudra définir les grandeurs physiques associées aux charges et permettant de décrire les interactions avec les charges environnantes

Plan

1. Charges électriques
2. Forces électrostatiques
3. Champ électrostatique
4. Énergie potentielle électrostatique
5. Potentiel électrostatique
6. Relation Champ-Potentiel
7. Distributions de charges
8. Le condensateur plan
9. Le dipôle électrique

II – Électrostatique

Exemples d'application

Les membranes biologiques il s'agit de milieux isolants placés entre deux milieux conducteurs donc d'un condensateur.

Elles permettent une séparation de charge.

Elles contiennent des canaux ioniques qui permettent de maintenir une différence de charges entre intérieur et extérieur (grâce à de l'énergie chimique) et donc il a un champ électrostatique au niveau de la membrane.

Ce champ a une influence pour guider les échanges ioniques au niveau des membranes

[Voir le cours de biophysique 3 et 4](#)

Les protéines sont formées d'acides aminés dont certains sont chargés. La surface d'une protéine présente une répartition de charge qui n'est pas uniforme (même si l'ensemble peut être nul).

Cette répartition va guider les interactions intermoléculaires essentielles lors des voies de signalisation.

Par exemple: la phosphorylation est une modification de la surface d'une protéine après activation, elle conduit à une charge négative qui modifie les interactions avec les autres partenaires de cette protéine

[Voir le cours de biochimie](#)

II – Électrostatique

1. Charges électriques

Description de la matière: aspect discontinu développé avec l'électron constituant universel de la matière

Électron introduit en 1874 pour expliquer la conductivité électrique des liquides

Description par Perrin et Thomson à partir des recherches sur la décharge électrique de gaz raréfiés et l'étude des rayons cathodiques

Détermination de la charge spécifique des particules q/m

Millikan: mesure de la charge absolue d'un électron : e

II – Électrostatique

1. Charges électriques

Quantification de la charge:

Charge électrique: multiple de la charge élémentaire « e »

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C (Coulomb)}$$

masse de l'électron

$$m = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (2000 \text{ x plus petit que masse du proton})$$

Dans la matière, 2 types de charges

Électrons (charge -): en orbite autour du noyau (rayon de l'orbite $\sim 1 \text{ \AA}$)

Protons (charge +): font partie du noyau (rayon $\sim 10^{-14} \text{ m} = 10^{-4} \text{ \AA}$)

II – Électrostatique

1. Charges électriques

Électrisation par frottement:

Fait apparaître des charges électriques

Drap frotté contre verre: verre +

Baton d'ébonite contre peau de chat: baton -

Conservation de la charge:

Par frottement: création de paire de charge + et -

Nouvelle grandeur fondamentale: transport de charge électrique

Intensité du courant:

$$I = dq/dt$$

Grandeur [I], unité SI: Ampère (A)

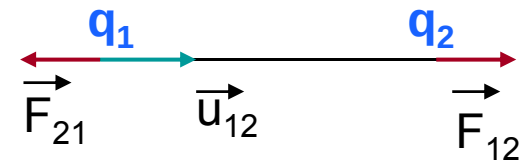
Équation aux dimensions: [Q] = [I] [T]

II – Électrostatique

2. Forces électrostatiques

Interaction à distance entre charges ponctuelles

Loi de Coulomb (1785)



Cas où q_1 et q_2 de même signe

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{avec} \quad F_{12} = F_{21} = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\vec{u}_{12}$ vecteur unitaire, direction droite passant par q_1 et q_2 , sens de q_1 vers q_2
 r distance entre les 2 charges

k constante, $k = 9 \cdot 10^9$ SI

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{avec} \quad \epsilon_0 \text{ permittivité du vide}$$

Remarque: la permittivité est une grandeur qui est liée à la réaction d'un milieu face à une interaction électrostatique, l'intensité de la force dépend de la nature du milieu, vide, air, eau,..)

II – Électrostatique

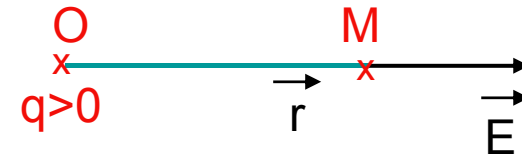
3. Champ électrostatique

On peut écrire la loi de Coulomb,
en s'intéressant à l'action de la charge 1 sur la charge 2

$$\vec{F}_{12} = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}_{12} = q_2 \vec{E}_1(\vec{r})$$

Définition du champ électrostatique créé
par la charge en un point M

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$$



Unité SI de champ électrostatique: Volt/mètre (V/m)

$\vec{u}$ vecteur unitaire de direction OM (O est le point où se trouve la charge q, sens O vers M)
 $\vec{r} = r \vec{u}$, r distance OM

II – Électrostatique

3. Champ électrostatique

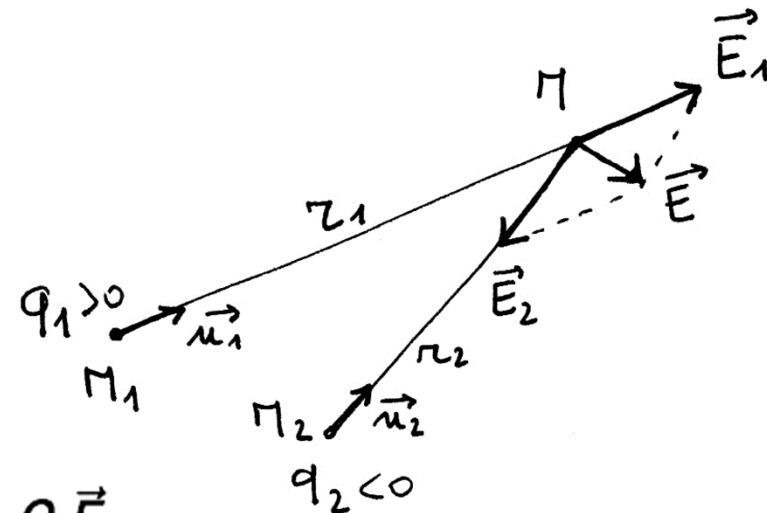
Additivité:

Charge Q en M

Distribution de charges q_i en M_i ($MM_i = r_i$),
vecteur unitaire $\vec{u}_i$

Force en M:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i Q}{r_i^2} \vec{u}_i \right) = Q \vec{E}$$



$$\vec{E} = \sum_i \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i \right)$$

II – Électrostatique

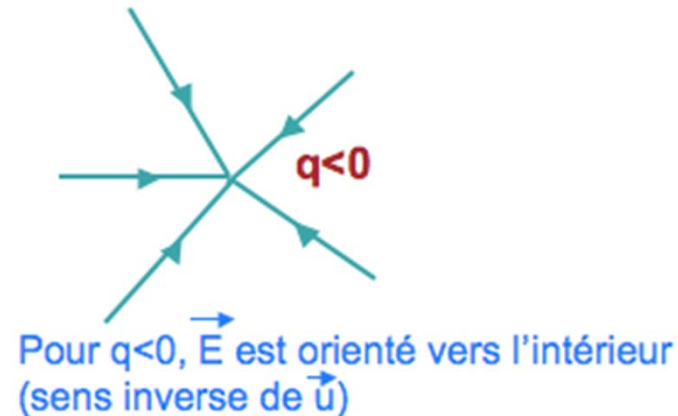
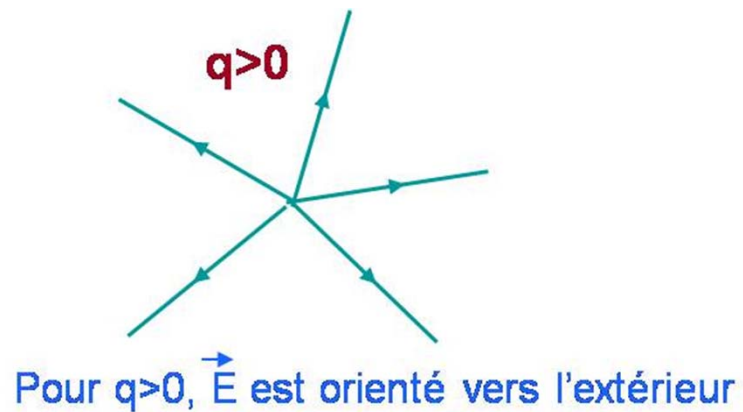
3. Champ électrostatique

Définition des lignes de champ:

Le champ électrostatique est tangent en tout point

Exemple d'une charge ponctuelle $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$

$\vec{E}$ est porté par les rayons issus de O, en tout point d'un rayon, $\vec{E}$ est donc tangent au rayon, les rayons constituent donc les lignes de champ



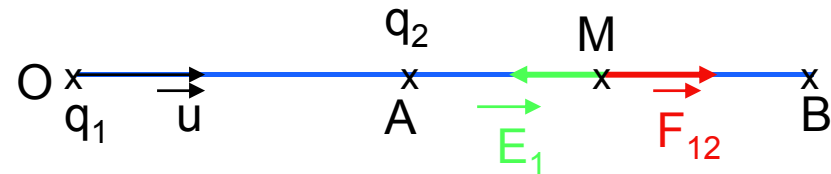
II – Électrostatique

4. Énergie potentielle électrostatique

Cas simple de l'interaction entre 2 charges ponctuelles:

Champ électrostatique créé par q_1 en tout point

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}$$



Cas où q_1 et $q_2 < 0$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u} \quad r = OA, \vec{u} \text{ suivant } OA$$

Déplacement $\vec{dr}$ de q_2 , travail de la force électrostatique: $\delta W = \vec{F}_{12} \cdot \vec{dr}$
 $\vec{F}_{12}$ et $\vec{dr}$ sont parallèles donc le produit scalaire est égal à $F_{12} dr$

Travail de la force le long du trajet de A à B:

$$W_{AB} = \int_A^B \delta W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_A^B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

II – Électrostatique

4. Énergie potentielle électrostatique

$$W_{AB} = \int_A^B \delta W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Ne dépend pas du chemin suivi: force conservative

Il est alors possible de définir une énergie potentielle

E_p : énergie potentielle dont dérive la force électrostatique

Par définition $\delta W = -d E_p$ donc $W_{AB} = E_p(A) - E_p(B)$

Énergie potentielle de la charge q_2 dans le champ électrostatique créé par q_1 :

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} + cte$$

ATTENTION: tous les travaux qui apparaîtront dans les chapitres suivants ne seront pas indépendants du chemin suivi. Ici, il s'agit d'une particule ponctuelle chargée qui se déplace sous l'effet d'une force électrostatique. Dans le chapitre 6, le travail calculé est totalement différent.

II – Électrostatique

4. Énergie potentielle électrostatique

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} + cte$$

Remarques:

Symétrique en q_1 et q_2 (si on inverse q_1 et q_2 l'expression reste la même)
 E_p énergie potentielle d'interaction

E_p exprimée en Joule (J)

Théorème de l'énergie cinétique: variation de l'énergie cinétique est égale au travail des forces appliquées

$$W_{AB} = E_c(B) - E_c(A) \text{ donc } dE_c = -dE_p \text{ ou encore } dE_c + dE_p = 0$$

Donc énergie mécanique totale $E_M = E_c + E_p$ se conserve

On comprend ainsi la signification d'énergie « potentielle », il s'agit d'une énergie qui est stockée par le système et qui peut être transformée en énergie cinétique

Sans autre influence q_2 se déplace pour que E_p diminue

II – Électrostatique

5. Potentiel électrostatique

On peut écrire E_p sous la forme: $E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r} q_2 = q_2 V_1(r)$

ou

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} q_1 = q_1 V_2(r)$$

D'où le potentiel créé par la charge q_i à une distance r :

$$V_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r} + cte$$

$V(r)$ défini à une cte près

De façon plus générale, potentiel créé par une charge q à la distance r :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + cte$$

II – Électrostatique

5. Potentiel électrostatique

Unité:

Potentiel électrostatique: Volt (V)

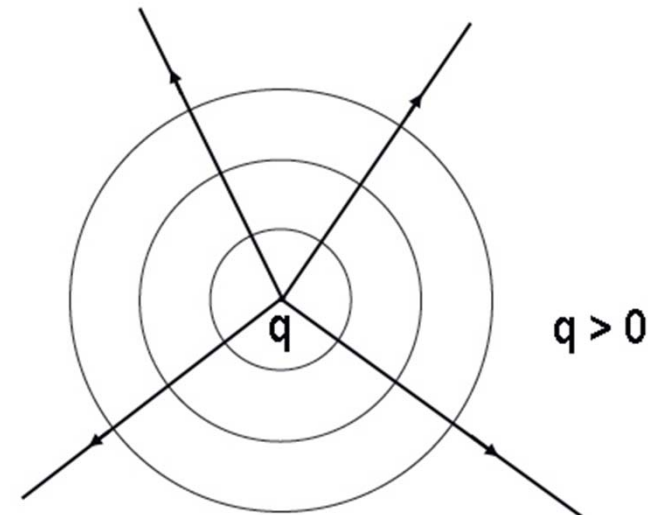
Surfaces équipotentiellles:

Points (x, y, z) pour lesquels V est le même

Pour une charge ponctuelle: $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$

V =cte pour r= cte

Surfaces équipotentiellles sphères centrées sur q



Cet exemple montre que

les lignes de champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentiellles et orientées vers les V décroissants

Ces propriétés sont générales.

II – Électrostatique

5. Potentiel électrostatique

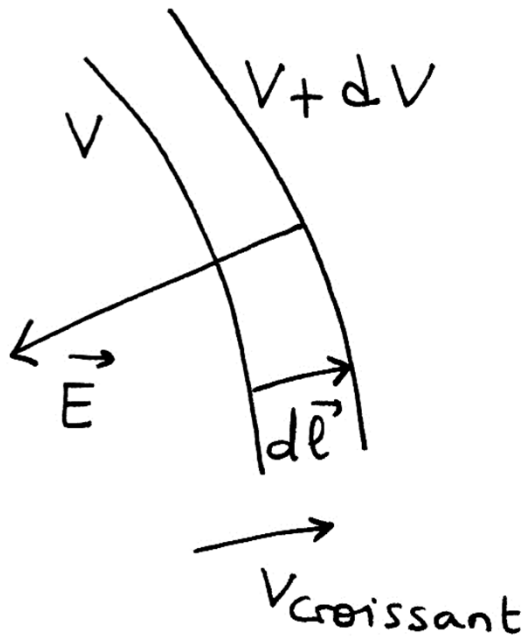
Additivité: charge Q en M , plusieurs charges q_i en M_i , $M_i M = r_i$

Le potentiel en M , $V(M)$, résultant de la distribution de charges q_i s'écrit:

$$V(M) = \sum_i \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i} \right) + cte$$

II – Électrostatique

6. Relation champ-potentiel



Lignes de champ perpendiculaires aux surfaces équipotentielles et orientées dans le sens des V décroissants

Travail force électrostatique:

$$\delta W = q \vec{E} \cdot d\vec{l} = -dE_p = -q dV$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

ATTENTION: le schéma ci-dessus correspond à un cas général. Il ne s'agit pas du potentiel créé par une charge ponctuelle, les surfaces équipotentielles V et $V+dV$ ne sont pas des sphères.

II – Électrostatique

6. Relation champ-potentiel

La variation de dV lors d'un déplacement de composantes dx , dy , dz peut aussi s'écrire:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

Ressemble à un produit scalaire de $d\vec{l}$ avec un vecteur appelé gradient de la fonction V

$$\overrightarrow{grad} V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

$$dV = \overrightarrow{grad} V \cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V}$$

Les propriétés de ce vecteur sont:

perpendiculaire aux équipotentiellles

dirigé suivant la direction donnant la plus forte variation de V

orienté dans le sens des V croissants

Cette notion de vecteur gradient est importante et très générale, elle permet de décrire la variation d'une grandeur dans tout l'espace (voir exemple sur la diapositive suivante)

II – Électrostatique

6. Relation champ-potentiel

Illustration de la notion de gradient pour une autre grandeur: la température de l'atmosphère.

Nous pouvons considérer qu'entre Grenoble et Avignon celle-ci ne dépend que de la latitude (x) et de l'altitude (y) de la façon suivante:

La température décroît de 7°C lorsque l'altitude augmente de 1000m

La température augmente de 1°C lorsqu'on se déplace de 100 km vers le Sud.

Il est alors possible de définir un vecteur gradient de température $\vec{\text{grad}} T$ dont les composantes sont suivant x la variation de T suivant x, et suivant y la variation de T suivant y (x orienté vers le Sud, y orienté vers le ciel)

C'est à dire: $\partial T / \partial x = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C/m}$ et $\partial T / \partial y = -7 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/m}$

Connaissant la température à Grenoble (par exemple 20°C), il est alors possible de calculer la température en tout point entre Grenoble et Avignon

Par exemple au Mont Ventoux (~ 100 km au Sud et ~2000m au dessus de Grenoble):

$$dT = \partial T / \partial x \, dx + \partial T / \partial y \, dy = 10^{-5} \times 10^5 - 7 \cdot 10^{-3} \times 2000 = -13^\circ\text{C}, \text{ donc } T = 7^\circ\text{C}$$

II – Électrostatique

7. Distribution de charges

Distribution discrète ou continue

Répartition sur une ligne: $\lambda = dq/dl$	densité linéique
Répartition sur une surface: $\sigma = dq/dS$	densité surfacique
Répartition dans un volume: $\rho = dq/dV$	densité volumique

Toutes ces répartitions conduisent à un champ et potentiel électrostatiques en M

Calcul de V donne accès au champ électrostatique par la relation:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V$$

II – Électrostatique

7. Distribution de charges

Charge q en M sera soumise à une force électrostatique:

$$\vec{F} = q \vec{E}(\vec{r})$$

Son énergie potentielle sera: $E_p = q V(\vec{r})$

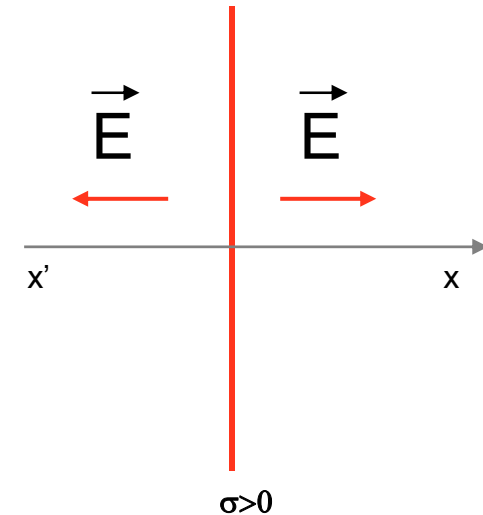
Exemple: plan infini chargé en surface $\sigma = \text{cte}$

Il est assez facile de montrer que le champ est porté par xx' perpendiculaire au plan

Pour $\sigma > 0$ et $\sigma < 0$, il est possible (mais plus difficile) de démontrer que

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$$

$$V(M) = -\frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} |x|$$

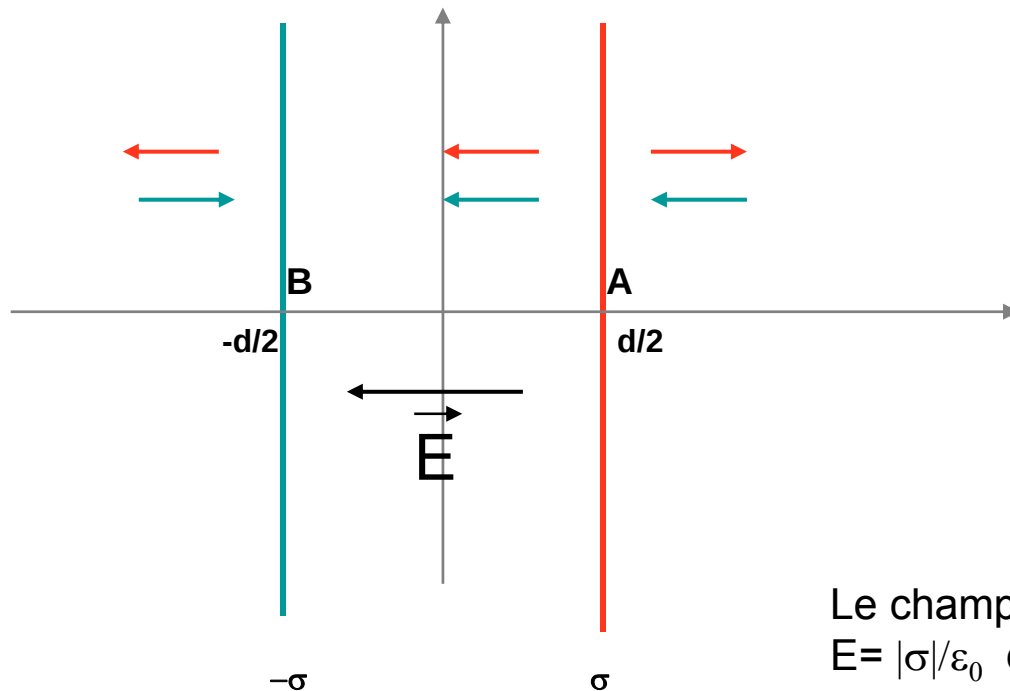


σ densité surfacique de charge
origine de l'axe x sur le plan
 M un point quelconque d'abscisse x
 ϵ_0 permittivité du vide

II- Électrostatique

8. Le condensateur plan

Pour connaître le champ électrostatique et la différence de potentiel entre les 2 plans, il suffit de décomposer le condensateur et de considérer qu'il est la somme de plans infinis



D'après la diapositive précédente, nous connaissons les champs électrostatiques créés dans les différentes régions de l'espace par chacune des plaques

En rouge: le champ électrostatique créé par la plaque chargée $+\sigma$

En bleu: le champ électrostatique créé par la plaque chargée $-\sigma$

Les normes des champs sont égales

Le champ résultant E :

$E = |\sigma|/\epsilon_0$ entre les plans, $E=0$ à l'extérieur

La différence de potentiel: $V = V_A - V_B = V$ créé par plan $(-\sigma)$ en A - V créé par plan $(+\sigma)$ en B

$$V = -(-\sigma) \frac{d}{2\epsilon_0} - \left(-\sigma \frac{d}{2\epsilon_0} \right) \text{ donc } V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \text{ on remarque que } V = Ed$$

ATTENTION: ici il s'agit de la différence de potentiel entre les 2 plaques ainsi que du champ électrique créé par les 2 plaques. Sur la diapositive précédente, il s'agissait d'une seule plaque.

II – Électrostatique

8. Le condensateur plan

Le condensateur plan: 2 plaques conductrices parallèles, surface S , distantes de d , l'une avec charge $+Q$ et l'autre $-Q$ avec une répartition uniforme

Si on néglige les effets de bord:

$$\sigma = \frac{Q}{S} \quad \text{et} \quad V = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$$

Q/V est la capacité du condensateur
Unité SI: Farad (F)

Condensateur plan $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

C capacité du condensateur
 ϵ_0 permittivité du vide

II – Électrostatique

8. Le condensateur plan

Énergie stockée dans un condensateur:

charge q à $q + dq$ en maintenant le potentiel constant

accroissement énergie potentielle: $dE_p = dq V = dq q/C$

Énergie stockée: énergie à fournir pour passer de $q=0$ à Q :

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

Remarque: entre les armatures isolant ou diélectrique

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \quad \text{avec } \epsilon_r \text{ permittivité relative du diélectrique}$$

Exemple ϵ_r air $\sim 1,0006$, eau ~ 78 , mica ~ 7 , membrane de lipide ~ 8

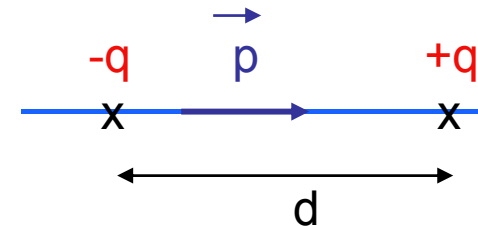
II – Électrostatique

9. Le dipôle électrique

Définition:

2 charges $+q$ et $-q$ à une distance d fixe

Charge totale nulle

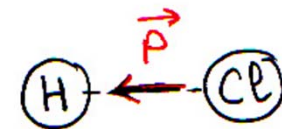


Moment dipolaire: $\vec{p} = q\vec{d}$
 $\vec{d}$ est orienté de la charge - vers la charge +

Unité SI: C m (Coulomb mètre)

Certaines molécules sont des dipôles permanents

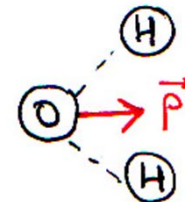
H Cl: $p = 3,4 \cdot 10^{-30}$ Cm (de Cl vers H)



C O: $p = 0,4 \cdot 10^{-30}$ Cm (de O vers C)



H₂O: $p = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Cm
(de O vers le milieu du segment entre les 2 H)



II – Électrostatique

9. Le dipôle électrique

D'autres molécules n'ont pas de dipôle permanent

(barycentre des charges + et - coïncide)

Champ électrique peut faire apparaître moment dipolaire induit:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \text{ avec } \alpha \text{ polarisabilité}$$

II – Électrostatique

9. Le dipôle électrique

Potentiel créé par un dipôle:

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{+q}{BM} + \frac{-q}{AM} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{AM - BM}{AM \times BM}$$

Si $r \gg d$ $AM \approx BM \approx r$ donc $AM \cdot BM \sim r^2$

$AM = AA' + A'M = AA' + r$

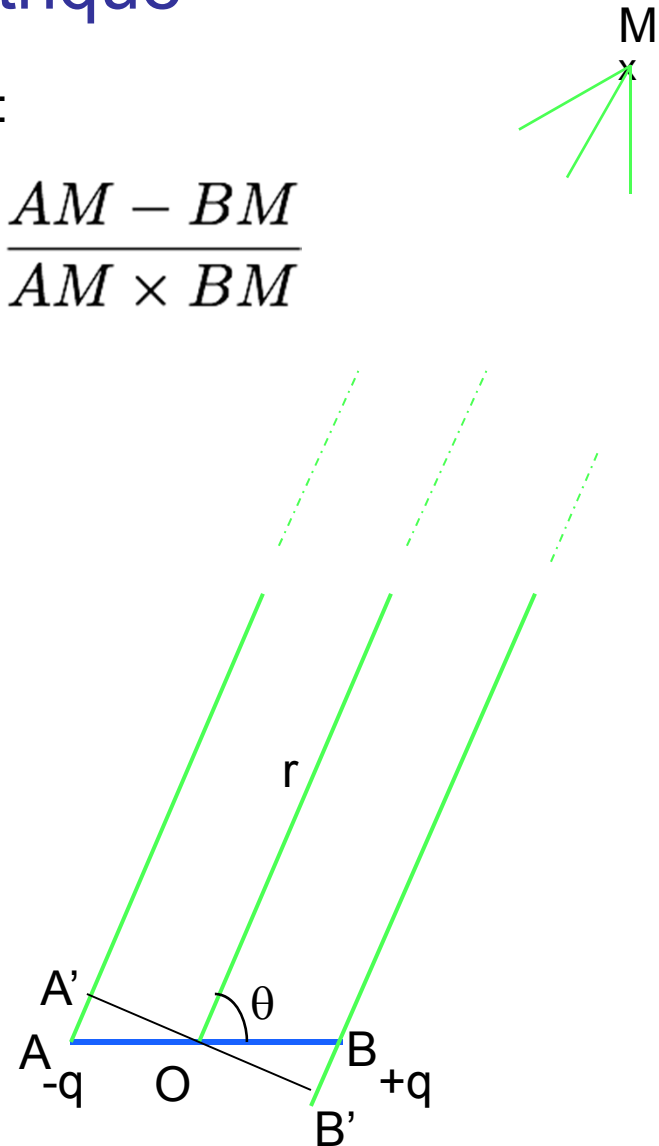
$BM = B'M - BB' = r - BB'$

donc $AM - BM = AA' + BB' = 2 AA'$ (par construction)

or $AA' = BB' = AO \cos \theta = \frac{d}{2} \cos \theta$

donc $AM - BM \sim d \cos \theta$ d'où

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$



II – Électrostatique

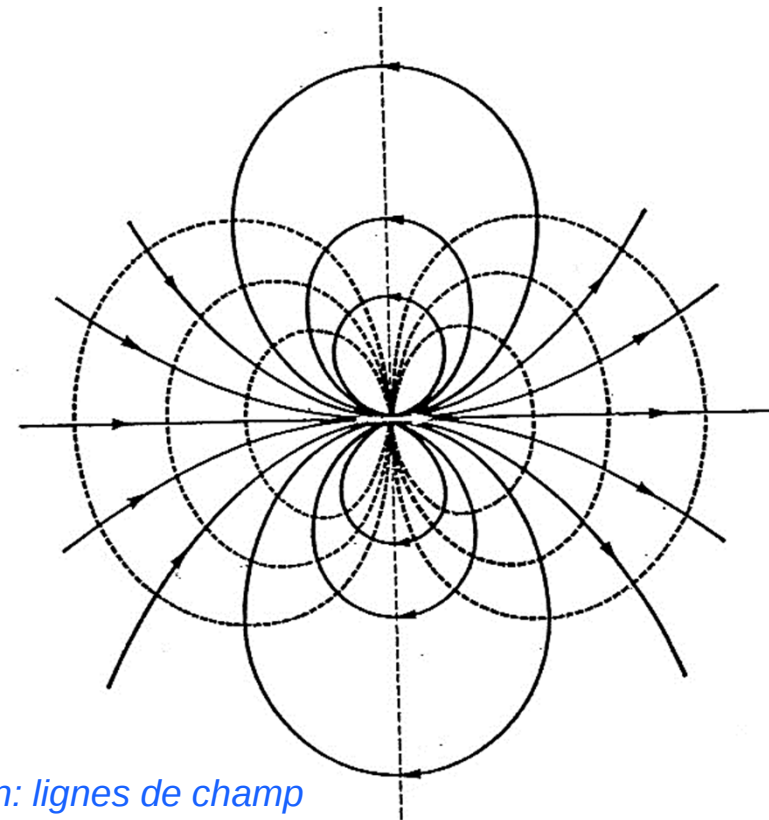
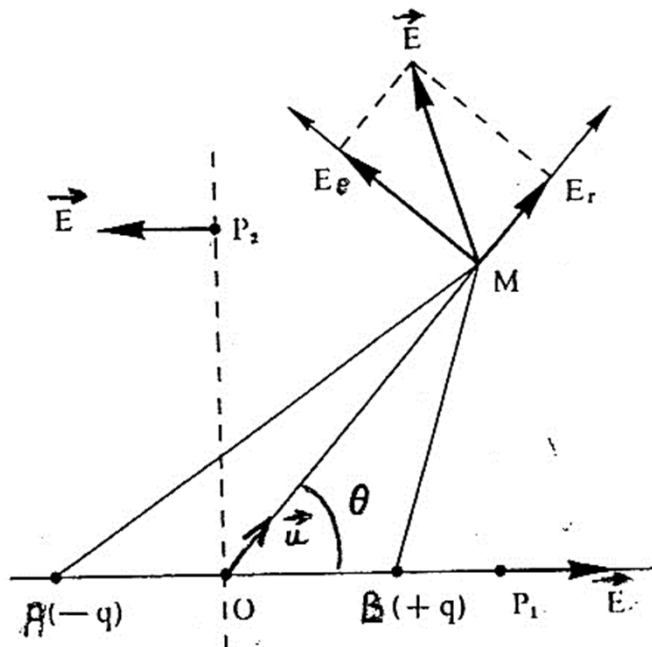
9. Le dipôle électrique

Champ créé par un dipôle calculé à partir de $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$

En utilisant les coordonnées polaires r et θ

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p\cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p\sin\theta}{r^3}$$



Trait plein: lignes de champ

Pointillé: projection des surfaces équipotentiellles

Rq: Les expressions mathématiques des dérivées partielles par rapport à r et θ ne sont pas à savoir

II – Électrostatique

9. Le dipôle électrique

Dipôle dans un champ électrique:

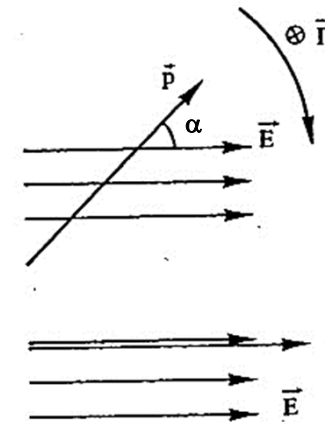
$$E_p = q V_B - q V_A = q (V_B - V_A)$$

Si A et B sont très proches alors

$$V_B - V_A = dV = \overrightarrow{\text{grad } V} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$E_p = q \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{\text{grad } V}$$

$$E_p = \vec{p} \cdot (-\vec{E}) = - p E \cos \alpha$$



II – Électrostatique

Résumé des notions importantes

Caractéristiques (m et q) des électrons

Expression de la force électrostatique entre 2 charges (loi de Coulomb), du champ électrostatique créé par une charge

Principe pour passer d'une charge à une distribution de charge (savoir poser le calcul)

Ligne de champ (définition)

Energie potentielle définition pour 2 charges , forme générale en fonction du potentiel électrostatique

Définition du potentiel électrostatique créé par une charge

Surfaces équipotentiels (définition)

Lien entre champ électrostatique et potentiel électrostatique

Le condensateur plan (expression de la capacité, et lien avec le potentiel $Q=CV$, énergie stockée en fonction de Q , C ou V)

Le dipôle électrique : définition du moment dipolaire, savoir poser les équations de départ pour calculer le potentiel et le champ électrostatiques créés par le dipôle

Exercices

1- Comparer l'intensité de la force d'interaction électrostatique qui s'exerce entre un électron et un proton distants de $0,5 \text{ \AA}$

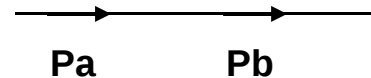
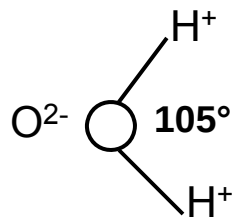
- a) à l'intensité de la force gravitationnelle correspondante
- b) au poids de chacune des particules

On rappelle $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

- c) Calculer l'énergie d'interaction entre cet électron et le proton en J

2- Une molécule d'eau peut être considérée en 1^{ère} approximation comme un ion O^{2-} et 2 ions H^+ (voir figure). Son moment dipolaire est de $p=6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$. Préciser la direction et le sens de p .

- a) On considère que les charges $-2e$ et $+e$ sont ponctuelles, en déduire la distance entre ces charges.
- b) Évaluer la distance moyenne entre 2 molécules d'eau dans l'état liquide.
- c) Quelle est l'énergie d'interactions entre 2 molécules d'eau dans la configuration ci-dessous? La force d'interaction est-elle attractive ou répulsive?



Mentions légales

L'ensemble de cette œuvre relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle, littéraire et artistique ou toute autre loi applicable.

Tous les droits de reproduction, adaptation, transformation, transcription ou traduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Cette œuvre est interdite à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'université Joseph Fourier (UJF) Grenoble 1 et ses affiliés.

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Joseph Fourier (UJF) Grenoble 1, et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.