Notes de Révision

Electricité

SMP/SMC, S2

Pr. M.B.S
UIT-FSK, Maroc

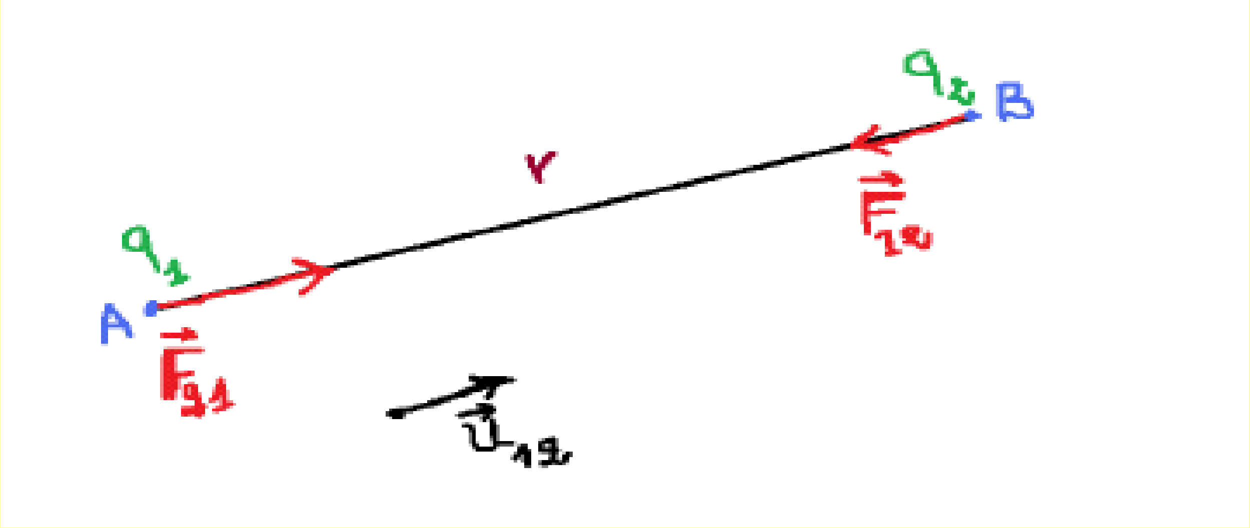
Ce cours de révision suppose que les notions suivantes sont bien maitrisées:

- **Les systèmes de coordonnées**
- **Propriétés des opérateurs différentielles**

  (Rotationnel, gradiant, divergence, Laplacien)
- **Théorèmes fondamentaux**
- **notion de flux ,**
- **etc…**

1. Loi de Coulomb

Prenons deux charges élelctriques q_1 et q_2 Immobiles, placées en deux points **A** et **B** distants de **AB=r**.



Chacune des deux charges exercera une force de nature électrostatique sur l'autre. Cette force est donnée par:

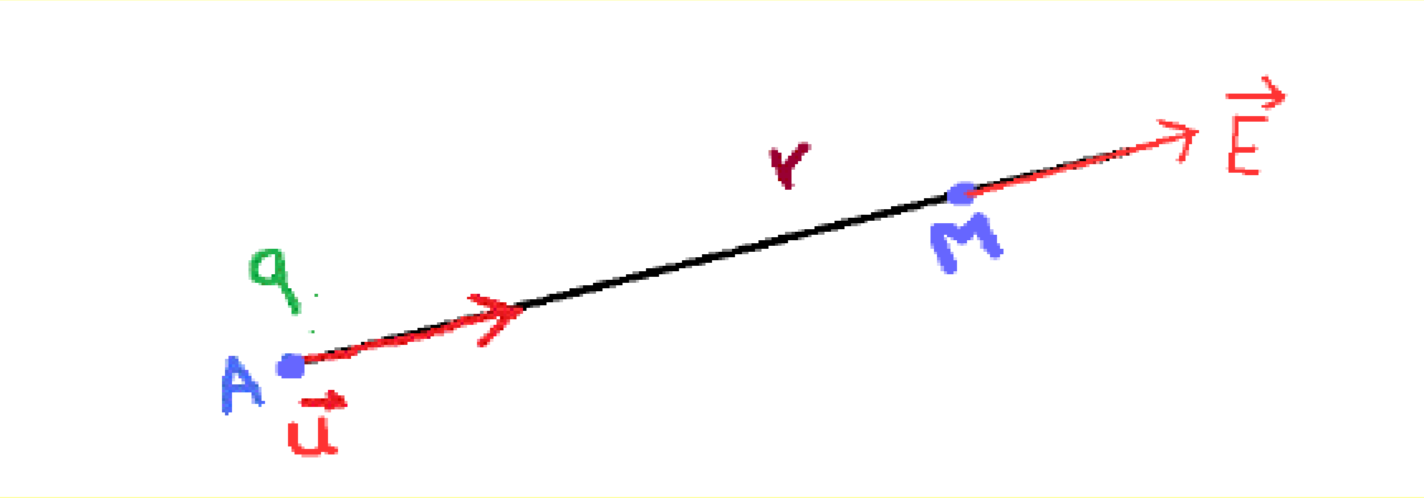
$$\overrightarrow{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u}, \qquad \overrightarrow{u}_{12} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$$

avec

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 S.I.$$

2. Champ créé par une charge

Soit une charge **q** placée au point **A**. On cherche à déterminer l'effet de cette charge sur un point **M** (chargé ou non) telque **AM=r**.



La charge **q** (active) donnera lieu à un champ électrostatique au point **M** donné par

$$\overrightarrow{E} = k\frac{q}{r^2}\overrightarrow{u}$$

La direction : droite **AM**

Le sens:

- **de A vers M si q positive**
- **de M vers A si q négative**

Si le point M porte une charge

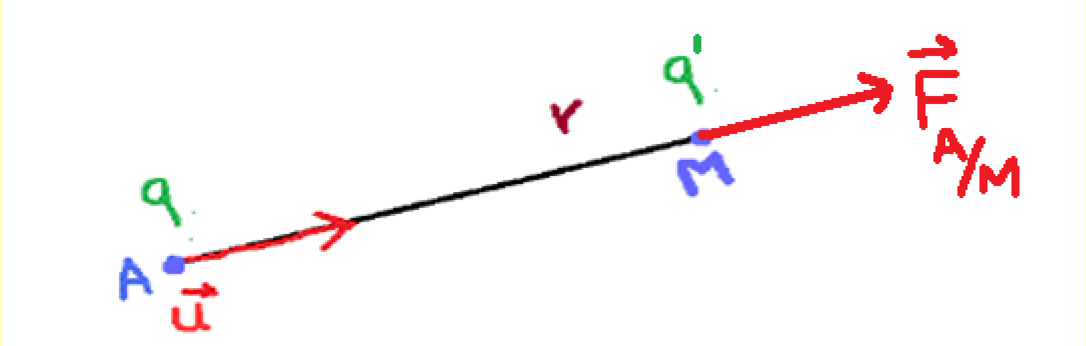
Supposons que le point **M** porte lui aussi une charge **q'**.

Dans ce cas, on peut parler d'une force entre **A(q)** et **M(q')**

Ainsi, par exemple

a) La force exercée par **A** sur **M** est donnée par

$$\vec{F}_{A/M} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u} = q'\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}\right) = q'\vec{E}$$



3. Potentiel

Soit une charge **q** placée au point **A**. Le potentiel créé au point **M** est donné par

$$V_M = k\frac{q}{r} + cte.$$

La constante (**cte**) est déterminée par les conditions initiales. Ici elle est nulle pour la distance **r** très grande.

4. Théorème de Gauss

Soit un ensembe de charges, ponctuelles ou non, et une surface fermée S. Les charges q_{ext}, situées à l'extérieur de S, créent un champ électrostatique dont le flux à travers S est nul. Les charges q_{int}, à l'intérieur de S, créent un champ dont le flux est égal à $\frac{q_{int}}{\epsilon_0}$. D'où

$$\phi = \iint_{S\ \text{fermée}} \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum q_{int}}{\epsilon_0}$$

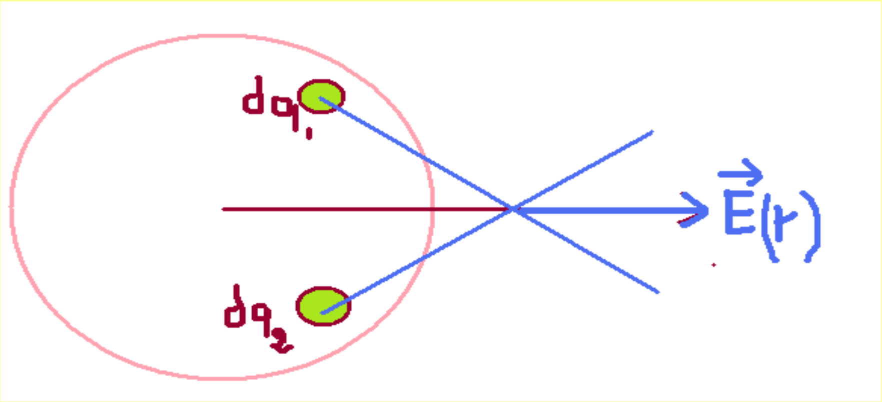
Application

Soit une sphère, de centre O et de rayon R portant une charge répartie en volume avec une densité de charge **ρ** non constante.
Calculer le champ électrostatique en un point M à la direction r de O dans les deux cas suivants:

a) $\rho = ar$ où $0 < r < R$, **b) $\rho = b/r$**

Cas a: $\rho = ar$

La symétrie sphérique implique que le champ est radial.



Soit $\Sigma(O,r)$ la surface de Gauss. C'est une sphère de centre O et de rayon r. Le TG implique:

$$E=\frac{q_{\text{int}}}{4\pi r^2\varepsilon_0},\quad \text{avec } q_{\text{int}}=\iiint \rho dv$$

$$\rho = ar \text{ et } dv = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi.$$

Si r>R.

A partir du point **M** à l'extérieur de la sphère **(O,R)** on observe une charge total intérieur égale à

$$q_{\text{int}}=\iiint \rho dv = a\int r'^3\, dr' \int \sin\theta d\theta \int d\varphi$$

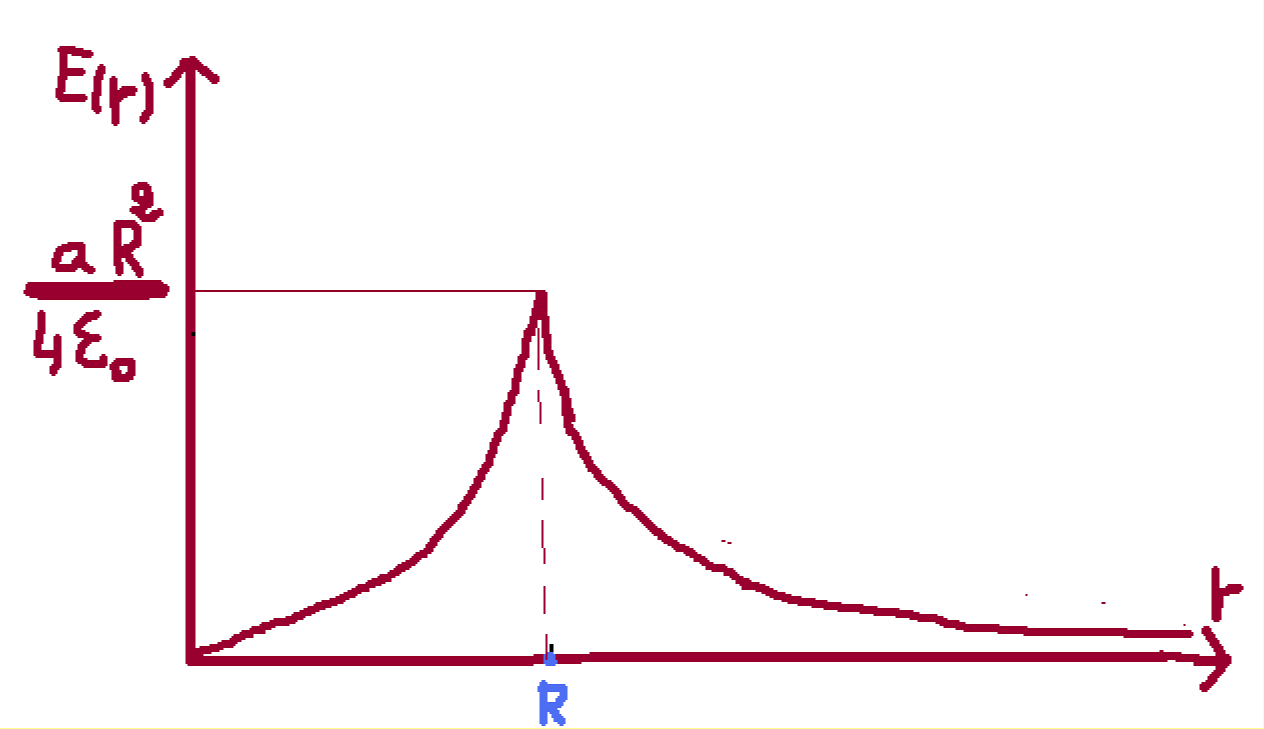
$$q_{\text{int}}=a\frac{R^4}{4}2.2\pi = a\pi R^4$$

Donc

$$E(r>R)=\frac{a\pi R^4}{4\pi r^2\varepsilon_0}=\frac{aR^4}{4\varepsilon_0 r^2}$$

Si r<R. $q_{\text{int}} = a\pi r^4$

Donc $E(r<R) = \dfrac{ar^2}{4\varepsilon_0}$



Cas b: $\rho = b/r$

Si r>R.

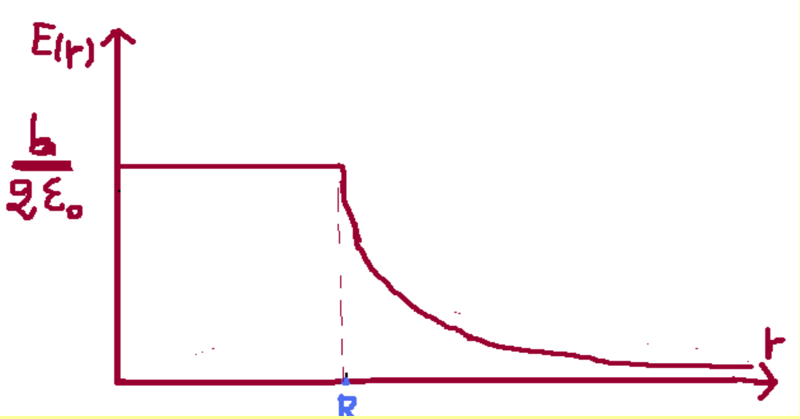
$$q_{\text{int}} = \iiint \rho dv = b\int r' dr' \int \sin\theta d\theta \int d\varphi$$

$$q_{\text{int}} = b\frac{R^2}{2} 2.2\pi = 2b\pi R^2$$

Donc $$E(r > R) = \frac{2b\pi R^2}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{b}{2\varepsilon_0}\frac{R^2}{r^2}$$

Si r<R.

$$E(r < R) = \frac{2b\pi r^2}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{b}{2\varepsilon_0}$$

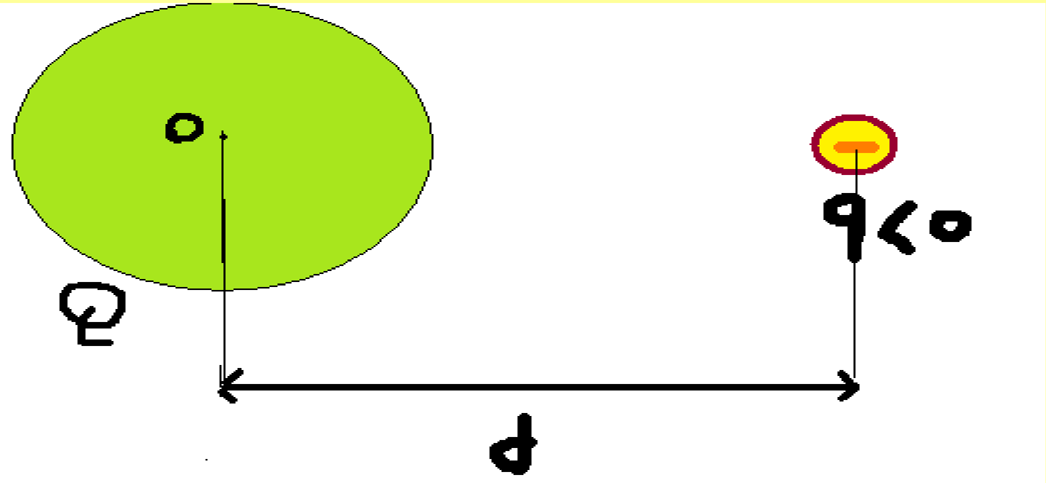


5. Influence partielle

Examen d'électricité
Session de juin 2010

1. Une sphère conductrice de rayon R, en équilibre électrostatique, porte une charge positive Q.

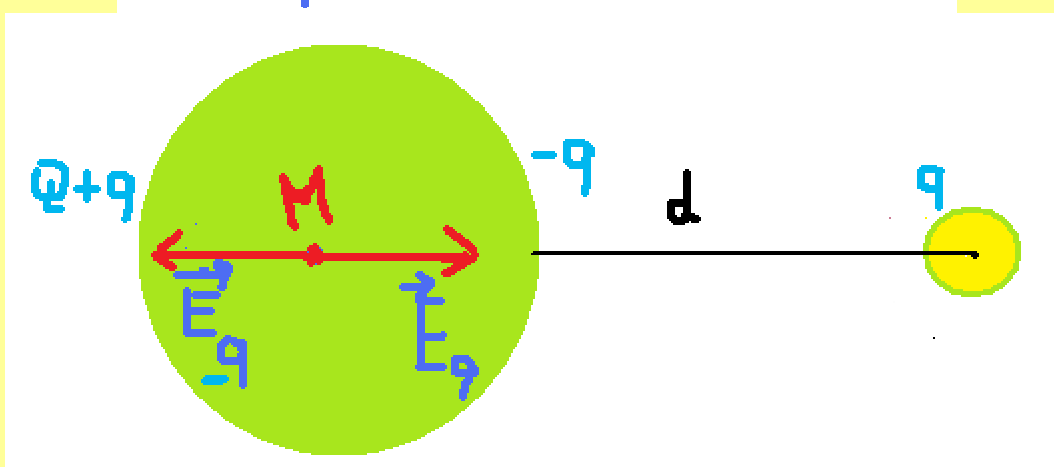
On approche de la sphère, à une distance d de son centre, une charge q négative (d >R), cette charge doit créer à l'intérieur de la sphère un champ électrostatique $\vec{E}_q$, or à l'équilibre électrostatique le champ à l'intérieur d'un conducteur doit être nul ! expliquer comment le champ s'annule dans ce cas.



Le fait d’approcher la charge négative **q** de la sphère chargée initialement par **Q** donnera un phénomène d’influence partielle. On aura alors ce qui suit:

En tout point M à l’intérieur de la sphère, le champ est NUL. Vu que la charge négative q crée en M un champ E_q, les charges de la sphère vont se répartir de manière à créer un champ E_{-q} qui annule E_q. Ainsi

$$\vec{E}_q + \vec{E}_{-q} = \vec{0}$$



-La partie de la sphère en face de la charge négative portera une charge positive égale à (**-q**) , l'autre face de la sphère portera la charge (**Q+q**)

- c'est le phénomène d'influence partielle.

6. Influence totale

Extrait d'examen 1986/87

Une sphère chargée, de rayon R_1 et de densité superficielle de charge σ_1 positive, est isolée dans l'espace. On entoure cette première sphère par une deuxième sphère de rayons R_2 et R_3 ($R_1<R_2<R_3$) initialement neutre.

1) Montrer que les densités de charges σ_2 et σ_3 apparues par influence sur la sphère extérieure vérifient la relation suivante

$$\sigma_1 R_1^2 = -\sigma_2 R_2^2 = \sigma_3 R_3^2$$

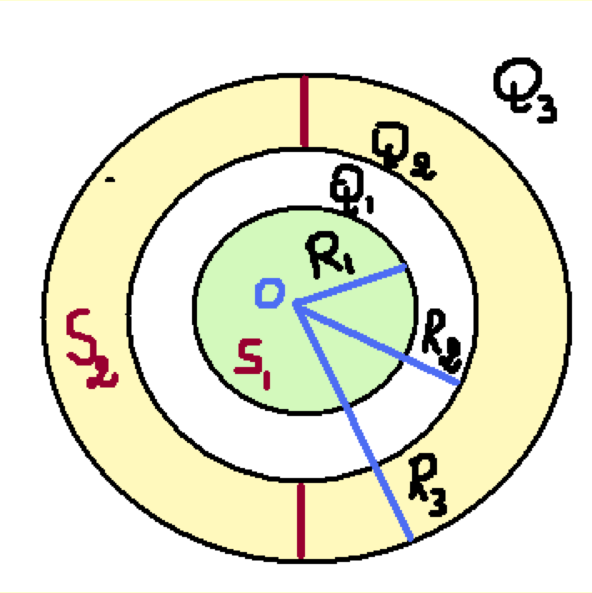
1) Un phénomène d'influence totale s'établit entre le conducteur S_1 et la surface intérieure du conducteur S_2 (sphère extérieure). Etant donné que le conducteur S_1 porte une charge $Q_1 = 4\pi\sigma_1 R_1^2$ le conducteur S_2 constitué des deux hémisphères portera, à l'équilibre, une charge Q_2 sur sa surface intérieure et une charge Q_3 sur sa surface extérieure avec

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$et$$

$$Q_2 + Q_3 = 0$$

$$(\text{car la sphère } S_2 \text{ est neutre initialement})$$



Donc: $$Q_1 = -Q_2 = Q_3$$

Ou bien $$4\pi\sigma_1 R_1^2 = -4\pi\sigma_2 R_2^2 = 4\pi\sigma_3 R_3^2$$

Donc $$\sigma_1 R_1^2 = -\sigma_2 R_2^2 = \sigma_3 R_3^2$$

Question Facultative:
champ électrique en un point M (OM=r)?

$$E(r > R_3) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E(R_2 < r < R_3) = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 0$$

$$E(R_1 < r < R_2) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E(r < R_1) = 0$$