

RÉSUMÉ D'ÉLECTROSTATIQUE

1. Généralités.

Un corps électriquement neutre possède autant de charges positives (protons) que négatives (électrons). Il peut arriver qu'un corps à l'origine neutre perde ou gagne des charges négatives. Une fois chargé, ce corps va modifier les propriétés électriques de son environnement, il devient capable de faire apparaître une charge à distance en attirant ou repoussant les charges contenues dans un autre corps; c'est l'influence électrique.

Si des effets électrostatiques se produisent, c'est qu'il y a eu un déplacement de charges d'un matériau à un autre; il y a électrisation d'un corps.

Ce sont ces charges en excès ou en manque, en tout cas non compensées qui sont responsables des effets électriques sur ce corps.

Un matériau est dit conducteur parfait si lorsqu'il devient électrisé, les porteurs de charges non compensés peuvent se déplacer librement dans tout le volume occupé par le matériau.

Un isolant (= diélectrique) parfait= Porteurs de charges non compensés ne peuvent se déplacer librement, ils restent localisés à l'endroit où ils ont été déposés.

2. Loi de Coulomb.

Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806) a déterminé les propriétés des forces électrostatiques exercées par une charge ponctuelle q_1 sur une autre charge ponctuelle q_2 :

La force est radiale c'est à dire dirigée selon la droite qui joint les deux charges.

Elle est proportionnelle au produit des charges.

Elle est attractive si les charges sont de signes opposées sinon répulsives.

Elle varie à l'inverse du carré de la distance entre les deux charges.

$$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21} = (K (q_1 * q_2) / d^2) \vec{U}_{12} .$$
$$\vec{U}_{12} = - \vec{U}_{21} = \frac{O_2 O_1}{d} .$$

K est une constante qui dépend du milieu où se trouve les charges:

$$K = \text{cst} = 1/4 \pi \epsilon_0 .$$

Avec ϵ_0 : permittivité de l'air, du vide (indique la nature du milieu) en $C^2 / N.m^2$:

$$\epsilon_0 = 8,854 188 * 10^{-12} C^2 / N.m^2 = 8,854 * 10^{-12} C^2 / J.m = 8,854 188 * 10^{-12} F/m .$$

$$\text{D'où } K = 8,987 552 * 10^9 N.m^2 / C^2 .$$

La permittivité d'un diélectrique se traduit par sa capacité à emmagasiner de l'énergie. Elle s'exprime par sa constante diélectrique ou permittivité relative ϵ_R déterminée par rapport à celle du vide ϵ_0 . Elle décrit le pouvoir de la polarisation

du milieu sous l'effet d'un champ électrique. Comme toutes les forces, les forces électrostatiques s'expriment en Newton noté N.

La charge sera exprimée en Coulomb et défini comme étant la quantité de charges qui traverse une section radiale d'un conducteur en une seconde traversée par un courant d'un Ampère.

La loi de conservation de la charge électrique énonce: "La quantité nette des charges électriques produites au cours de n'importe quelle transformation est nulle".

Cette loi peut aussi s'exprimer sous la forme: la charge électrique totale d'un système isolé reste constante.

Rq: Isolé= pas de passage tel un fil électrique ou de l'air humide par lequel des charges pourraient entrer ou sortir du système.

Loi de Newton: Deux corps ponctuels A et B de masse m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces gravitationnelles de mêmes valeurs (en Newton).

$$\vec{F}_{A/B} = (G m_A m_B / d^2) \vec{U}_{A/B}.$$

Avec $G = 6,672\ 598 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Kg} \cdot \text{s}^2 = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$.

Cette force est toujours attractive.

Loi de Coulomb: Deux corps ponctuels A et B de charges électriques q_A et q_B respectivement exercent l'un sur l'autre des forces électrostatiques de mêmes valeur (en Newton).

$$\vec{F}_{1/2} = - \vec{F}_{2/1} = (1/4\pi \epsilon_0) \cdot ((q_1 \cdot q_2) / d^2) \vec{U}_{1/2}.$$

Ces deux lois sont semblables: elles dépendent toutes les deux de $1/d^2$, leur portée est donc infinie. Le rôle joué par la masse dans le cas de la force gravitationnelle est joué par la charge électrique dans le cas de la force électrostatique.

Ces deux forces dérivent d'une énergie potentielle (E_p).

Notons que $F/F_g = 10^{38}$.

Théorème de superposition: La force électrostatique étant comme toutes les forces une grandeur vectorielle, les forces électrostatiques exercées par différentes charges électriques Q_2, Q_3, \dots sur une charge Q_1 se calculent indépendamment l'une de l'autre et s'ajoutent vectoriellement. La force totale exercée sur la charge Q par les autres charges est donnée par:

$$\vec{F}_{s/1} = \vec{F}_{2/1} + \vec{F}_{3/1} + \dots + \vec{F}_{n/1}.$$

Rq: * signifie les autres charges que Q_1 .

3. Le champ électrique.

La notion de champ a été introduite par les physiciens pour tenter d'expliquer comment deux objets peuvent interagir à distance sans que rien ne les relie.

Une telle interaction à distance est présente à la fois dans la loi de Newton et de Coulomb. Deux charges électrique s'attirent ou se repoussent dans le vide sans que rien ne les relie, sans support matériel.

Michael Faraday a introduit la notion de champ électrique en expliquant: la force de nature électrique peut aussi être comprise en admettant que toute charge qui tisse dans tout l'espace environnant, une véritable toile appelée "champ électrique". Il a exprimé ce champ en fonction de la force comme:

$$\vec{E}_1 = \vec{F}_{12} / q_1 = (1/4\pi\epsilon_0) \cdot ((q_2)/d^2) \vec{U}_{12}$$

Si dans région de l'espace, une charge électrique est soumise à une force électrostatique alors dans cette région règne un champ électrostatique.

Rq: Il reste que l'existence du champ électrique n'est pas liée à la présence de la charge mais que celle ci permet tout simplement de mettre ce champ en évidence et de l'explorer.

Si nous plaçons successivement en un même point A de l'espace où règne un champ électrostatique, différents corps électrisés portant des charges $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, ils seront respectivement soumis à l'action des forces électrostatiques $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ et nous admettons que les forces sont telles que:

$$\vec{F}_1 / q_1 = \vec{F}_2 / q_2 = \vec{F}_3 / q_3, \dots, = \vec{F}_n / q_n = \text{cst.}$$

Le champ électrique est donc une grandeur vectorielle exprimée en N/C dans le SI puisque l'unité de champ électrique est le champ subit par une charge de 1C par une force de 1N mais aussi en Volt/m dans le système MKSA.

Les lignes de champ ou lignes de forces, sont des lignes qui ne se croisent jamais et qui sont telles, que le vecteur champ électrique d'un point P qui les parcourt est constamment tangent à cette ligne.

Dans le cas de charges ponctuelles, le champ électrique tout comme la force de Coulomb est radial, il s'éloigne de la charge q, si celle ci est positive et se dirige vers celle ci si elle est négative.

Le principe de superposition qui s'applique à la force de Coulomb s'applique également au champ électrique:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

On dit que le champ électrique est uniforme dans une région de l'espace si en tout point de cet espace le vecteur champ électrique \vec{E} est constant (intensité, direction, sens).

Lorsqu'une charge est soumise à un tel champ, elle subit une force:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

La charge acquiert alors une vitesse et une accélération et se comporte comme un projectile:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Si le déplacement du point M se fait d'un point A à un point B, le travail mis en jeu est égal à la somme des travaux élémentaires et sa valeur est:

$$W = q \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

Nous allons introduire une nouvelle grandeur:

$$dv = - \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

Ou encore:

$$\vec{E} = - \text{grad } v$$

Avec $E_x = -dv/dx$ et $E_y = -dv/dy$ et $E_z = -dv/dz$.

D'où:

$$v = - \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

Soit l'expression du travail:

$$W = q \int_A^B -dv = q \int_B^A dv = q(v_A - v_B) + \text{cst.}$$

Seules les forces d'un type particulier, dites conservatrice permettent de leur associer une E_p .

Cette condition à l'existence d'une E_p peut encore s'exprimer en disant que le travail de la force entre A et B ne peut dépendre du chemin suivi pour aller de A à B.

Décomposons \vec{dl} en deux vecteurs:

un radial: \vec{dr} .

un tangential: \vec{dt} .

$$\text{Avec } \vec{dl} = \vec{dr} + \vec{dt}$$

Le champ en M s'écrit:

$$\vec{E} = (1/4\pi\epsilon_0).(q/r^2).$$

Le potentiel est:

$$v = - \int \vec{E} \cdot \vec{dl} = (- \int \vec{E} \cdot \vec{dr}) + (- \int \vec{E} \cdot \vec{dt})$$

$$v = (1/4\pi\epsilon_0) \int (q/r^2).dr = (1/4\pi\epsilon_0).(q/r) + \text{cst.}$$

Si $r \rightarrow +\infty$ alors $v \rightarrow 0$. On peut donc remplacer l'intégrale précédente par l'intégrale définie comme:

$$v = - \int_{-\infty}^r \vec{E} \cdot \vec{dl} = + \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot \vec{dl} = (1/4\pi\epsilon_0).(q/r).$$

Ainsi v apparaît comme le travail d'un échange qui se déplace de l'infini à la

distance $|\vec{r}|$ de O. La différence de potentiel (ddp) entre deux points A et B situés respectivement à des distances r_A et r_B de O est:

$$v_A - v_B = [(1/4\pi\epsilon_0).(q/r)]_{r_B}^{r_A} = (q/4\pi\epsilon_0).(1/r_A - 1/r_B).$$

Cette nouvelle grandeur qui n'est définie qu'à une constante près, s'appelle le potentiel électrique au point M. C'est aussi le travail d'une charge ponctuelle unitaire ($q=1C$) se déplaçant de A à B.

L'expression $v_A - v_B$ s'appelle la ddp entre le point A et B. Cette grandeur peut être mesurée à l'aide d'un voltmètre.

Une ddp s'exprime en Volt (V).

1V est la ddp existant entre deux points lorsqu'une charge de 1C se déplaçant entre deux points met en jeu un travail de 1J:

$$1V = 1J/C.$$

Les surfaces équipotentiellles sont des surfaces dont tous les points sont à un même potentiel électrique. La Terre, par exemple, où le potentiel est habituellement pris comme potentiel de référence et on lui attribue la valeur nulle (masse).

La ddp entre deux points quelconques d'une surface équipotentielle est toujours nulle. Ainsi, les surfaces équipotentiellles sont telles que:

$$v = \text{cst.}$$

$$v(r) = \vec{E} \cdot \vec{dl} = KQ/r$$

$$\text{Avec } r = \text{cst} \Leftrightarrow v = \text{cst.}$$

Les surfaces sont des sphères centrées sur la charge. Donc les lignes de champ sont normales aux surfaces équipotentiellles. Cela est toujours vrai: le déplacement d'une charge de dl sur une surface $v = \text{cst}$ implique $\Delta v = 0$, donc un travail nul, donc:

$$W = \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{dl}.$$

Les lignes équipotentiellles sont partout \perp aux lignes de champ électrique.

Un dipôle électrostatique est modélisé par deux charges ponctuelles $+q$ et $-q$ situées à une distance d l'une de l'autre. En fait, le centre de gravité des charges négatives n'est pas confondu avec celui des charges positives.

La représentation d'un tel doublet montre que chaque charge contribue au potentiel en M:

$$v(M) = v^{-q}(M) + v^{+q}(M) = (q/4\pi\epsilon_0) \cdot ((r_2 - r_1)/(r_1 \cdot r_2)).$$

Il s'agit uniquement d'exprimer $r_1 - r_2$ en fonction de a et de r :

$$r_2 - r_1 = 2a \cos\theta.$$

Et dans la même approximation nous pouvons démontrer que:

$$r_1 \cdot r_2 = r^2.$$

D'où:

$$v(M) = (1/4\pi\epsilon_0) \cdot (M \cos\theta / r^2).$$

Une fibre myocardique aussi bien qu'une portion de myocarde en cours de dépolarisation peut être représentée comme une zone encore au repos et donc électropositive séparée d'une zone déjà activée devenue électronégative.

Le front d'onde d'activation est cette surface qui sépare zone activée et zone au repos; des charges négatives et positives y sont déposées face à face;

l'ensemble de ces charges électriques constitue un "doublet" $-+$, encore appelé "dipôle": il représente le générateur électrique élémentaire.

Chacun de ces dipôles peut être représenté graphiquement sous forme d'un vecteur c'est à dire d'une force électrostatique qui a une grandeur (amplitude) et une orientation spatiale. A chaque instant de la dépolarisation, il existe une multitude de dipôles donc de vecteurs, issus de diverses régions qui sont en cours d'activation. La somme de tous ces vecteurs peut se résumer sous forme d'un vecteur unique qui est le vecteur résultant instantané. L'amplitude et l'orientation du vecteur résultant dépend de la localisation et de l'importance respective des zones successivement activées dans le myocarde.

4. Le condensateur.

Un condensateur est assimilable à deux plaques conductrices disposées face à face. En règle générale on pourra dire qu'un condensateur est constitué de deux conducteurs séparés par un isolant appelé diélectrique. Cet isolant peut être l'air par exemple.

Considérons un condensateur chargé, limité par la surface S , à l'équilibre électrostatique et isolé dans l'espace. Nous pouvons démontrer que dans ces conditions, la charge électrique Q qu'il porte est répartie sur sa surface et que le potentiel $v(P)$ est le même en tout point du conducteur:

$$v(P) = v.$$

Si on note $\sigma(M)$ la densité de charges au point M de la surface S , et que le potentiel est supposé nul à l'infini, en tout point P du conducteur on a la relation:

$$Q = \iint_S \sigma(M) ds.$$

Rq: double intégrale car c'est une surface.

Et:

$$v = (1/4\pi \epsilon_0) \cdot \left(\iint_S (\sigma(M) ds) / |MP| \right).$$

Où ds est l'élément de surface entourant le point M . Il apparaît que pour un conducteur donné défini par sa surface S , à une densité surfacique de charges $\sigma(M)$ correspond des valeurs uniques de potentiel et de charges; il existe donc une relation linéaire, biunivoque entre la charge et le potentiel d'un conducteur isolé à l'équilibre électrostatique:

$$Q = Cv.$$

Avec C la capacité de la surface conductrice à emmagasiner des charges. Le coefficient C ne dépend que de la forme du conducteur, c'est la capacité du conducteur. Lorsque l'on applique une tension aux bornes d'un condensateur, celui-ci se charge et conserve une quantité d'électricité Q proportionnelle à la tension appliquée.

Cette quantité d'électricité est en fait de l'énergie emmagasinée, celle-ci sera restituée lorsque le condensateur se déchargera. Le condensateur est donc un réservoir d'énergie qui se remplit ou se vide.

Rq: Le condensateur a une durée de vie puisqu'il se vide progressivement.

Soumis à une tension U , un condensateur possède la propriété de se charger et de conserver une charge électrique Q proportionnelle à U . Cette énergie est restituée lors de la décharge du condensateur. Ces phénomènes de charges et de décharges sont des phénomènes transitoires liés à une durée.

$$Q = CU.$$

Un condensateur est caractérisé par sa capacité, exprimée en Farad (F).

Le Farad (nom du physicien anglais: 1791-1867) correspond à une charge emmagasinée de 1C sous une tension d'alimentation de 1V. On utilise plutôt les sous multiples tels que μF ou nF .

Nous avons admis que la proportionnalité entre la charge et la tension d'un condensateur est $Q = CU$.

Nous allons démontrer cette proportionnalité dans le cas d'une sphère chargée:

$$v = (1/4\pi \epsilon_0) \cdot (Q/r) = Q/C.$$

$$\text{Avec } C = 4\pi \epsilon_0 r.$$

Rq: C ne dépend que de la géométrie considérée et de la permittivité.

Considérons un condensateur dont les armatures sont planes. Ces armatures présentent une densité de charge σ . Un champ électrique est produit par les charges présentes sur les armatures du condensateur. Chaque armature produit un champ électrique dans le condensateur plan (rempli d'air) en un point M entre les deux armatures, dont l'intensité est:

$$\left| \vec{E}_{Q+} \right| + \left| \vec{E}_{Q-} \right| = \sigma / 2\epsilon_0.$$

Nous additionnons les intensités des champs, car les champs créés par $Q+$ et $Q-$ ont même sens et même direction. D'où l'intensité totale du champ au point M :

$$\vec{E} = \left| \vec{E}_{Q+} \right| + \left| \vec{E}_{Q-} \right| = \sigma / 2\epsilon_0.$$

Les deux charges sont de signes opposés.

Nous avons vu que le champ créé par la charge $Q1$ à l'emplacement de la charge $Q2$ est:

$$\vec{E}_2 = \vec{F}_{12} / Q_2.$$

En un point M situé au milieu de ces deux charges, chaque charge crée un champ électrique.

Le champ au point M est la somme $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Les deux champs ont même intensité, direction et sens.

Si S est la surface commune des deux armatures distantes de e , le potentiel électrique entre ces deux armatures s'écrit:

$$v = - \int_e^0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = + \int_0^e \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot e = (Q \cdot e) / (S \cdot \epsilon_0).$$

Ecrivons $v = Q/C$, d'où:

$$C = Q/v = Q \cdot ((S \cdot \epsilon_0) / (Q \cdot e)) = (S/e) \cdot \epsilon_0 = (S \cdot \epsilon) / e.$$

$$\text{Avec } \epsilon = \epsilon_r + \epsilon_0.$$

Rq: ϵ_r est la permittivité relative, toujours supérieure à 1.

4.1 En série.

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n.$$

$$Q_n = C_n v_n = Q.$$

$$\text{Ainsi, } C_1 v_1 = C_n v_n.$$

$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_n = Q_1/C_1 + Q_2/C_2 + \dots + Q_n/C_n.$$

$$v = Q(1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_n) = Q/C.$$

$$\Rightarrow 1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_n.$$

4.2 En parallèle.

$$v = v_1 = v_2 = \dots = v_n = U.$$

$$Q_n = v_n C_n$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n.$$

$$Q/C = Q_1/C_1 = Q_2/C_2 = \dots = Q_n/C_n.$$

$$v = Q_1/C_1 + Q_2/C_2 + \dots + Q_n/C_n.$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

4.3 Circuit quelconque.

Nous admettrons qu'un condensateur de capacité C et de charge Q possède une énergie W donnée par la formule:

$$W = (1/2) \cdot (Q^2/C).$$

En exprimant Q en Coulomb, C en Farad, W s'exprime en Joule.

Cette équation peut s'écrire sous la forme:

$$W = (1/2) \cdot (Q^2/C) = (1/2) \cdot (CU^2).$$

Un désavantage évident de la notion de champ de force est qu'il dépend non seulement de la charge source et de sa distance mais aussi de la charge cible q_0 .

Ce que nous voulons vraiment est une carte qui montre le champ d'une source indépendamment de la source (q_0) et qui puisse être utilisée pour calculer la force sur une charge arbitraire. Par conséquent, nous définissons le champ électrique, comme la force électrique que subit une charge d'essai positive, q_0 , divisée par cette charge:

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0.$$

En général, \vec{E} varie d'un point à l'autre, dépendant de la distribution de la charge source. Noter que \vec{E} et \vec{F} sont orientés dans le même sens si q est positive, en sens opposé si q est négative.

Inversement, connaissant \vec{E} en tout point de l'espace, nous pouvons faire abstraction de la source et calculer la force qui agit sur une charge ponctuelle q placée en ce même point:

$$\vec{F} = q \vec{E}.$$