

Examen de Statistique Descriptive

1^{ère} Année

Durée: (03) Heures

Draria : 31 /01 /2012

Exercice 1: (08 points)

I) Soit la répartition des salaires journaliers des employés d'une usine « A » :

Salaires (10^2 DA)	[5, 6[[6, 7[[7, 8.5 [[8.5, 9[[9,10[
Nombre d'employés	120	190	240	100	50

1. Déterminer la population statistique, le caractère étudié et sa nature.
2. Tracer l'histogramme des effectifs et le polygone des effectifs.
3. Déterminer la valeur du mode (par le calcul).
4. Déterminer la valeur de la médiane graphiquement et par le calcul, interpréter le résultat.
5. Déterminer l'écart interquartile (intervalle interquartile).
6. Quel est le nombre d'employés qui perçoivent un salaire compris entre 600 et 800 DA par jour.

II) Soit la répartition des salaires journaliers des 620 employés d'une usine « B » :

Salaires (10^2 DA)	[5, 6[[6, 7[[7, ? [[?, 9[[9, 10[
Nombre d'employés	100	80	240	160	?
Centre de classe			7.25		

1. Compléter le tableau.
2. Evaluer la dispersion relative des salaires de chacune des usines. En déduire laquelle des usines possède les salaires les plus homogènes (les moins dispersés).

III) Le syndicat des employés de l'usine « A » a demandé une augmentation des salaires de 16% pour chaque employé. Quel sera le montant du salaire journalier moyen dans le cas de cette augmentation.

Exercice 2: (02.5 points)

La production d'un bien « Y » était de 1820 unités en 2005.

1. Sachant que la production du bien « Y » a connu une augmentation de 3% entre 2004 et 2005, calculer la production de 2004.
2. La production du bien « Y » a connu les taux de croissance successifs suivants :

Périodes	2 ans	1 an	1 an	3 ans
Taux de croissance	3%	6%	-3%	2%

Calculer le taux de croissance annuel moyen

Exercice 3: (01.5 points)

Choisissez la (les) bonne (s) réponse (s) :

1) Quand les amplitudes sont inégales, pour dessiner l'histogramme :

1. On calcule l'étendu.
2. On corrige les effectifs.
3. On calcule les effectifs cumulés.
4. On ne corrige pas les effectifs.

2) Pour calculer la moyenne arithmétique dans le cas d'un caractère quantitatif continu :

1. On calcule les effectifs corrigés.
2. On calcule les centres de classe.
3. On calcule les effectifs cumulés.
4. On calcule l'étendu.

3) L'intervalle (l'écart) interquartile :

1. Contient 50% des observations.
2. Est égal à $Q_3 - Q_1$.
3. Contient 20% des observations.
4. Est égal à $Q_1 - Q_3$.

4) La représentation graphique correspondant au cas quantitatif continu est :

1. L'histogramme.
2. Le diagramme en bâtons.
3. La courbe en escalier.
4. La courbe cumulative.

« *Bon courage* »

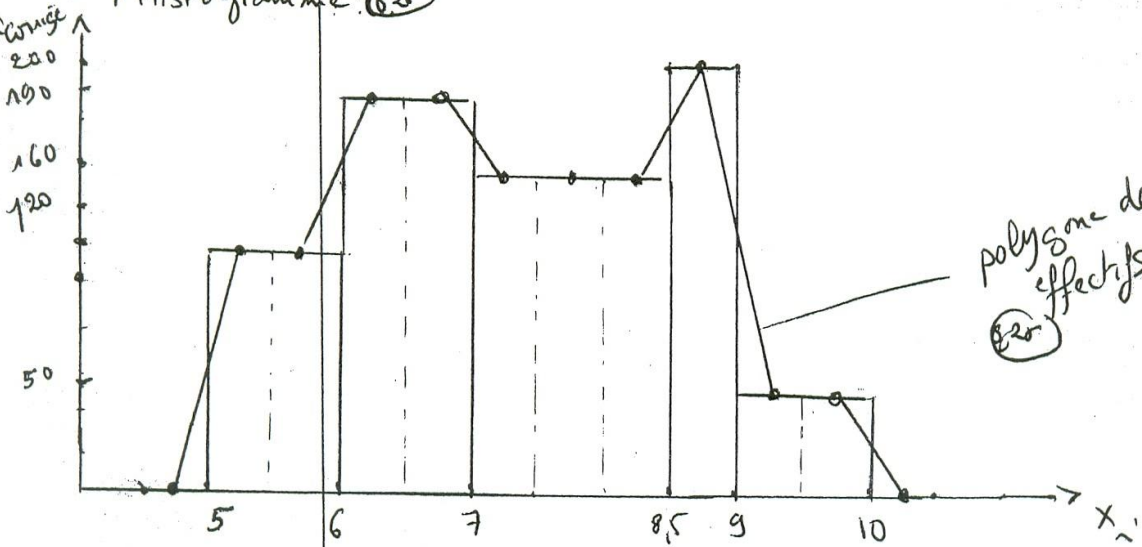
Corrigé (Examen 1^{er} Semestre) "Statistique descriptive"

Exercice 01: 8 pts

- I) 1) La population statistique : les employés de l'usine "A" (0,25)
 Caractère : le salaire journalier (0,25)
 Nature : quantitatif continu (0,25)

x_i	n_i	a_i	n_i Cumulé	$N(x)$	c_i	$n_i \cdot x_i$	$n_i \cdot x_i^2$
[5,6[120	1	120	120	5,5	660	3630
[6,7[190	1	190	310	6,5	1235	8027,5
[7,8,5[240	1,5	160	350	7,75	1860	14415
[8,5,9[100	0,5	200	650	8,75	875	7656,25
[9,10[50	1	50	700	9,5	475	4512,5
Total	700	-	-	-	-	5105	38241,25

2) l'histogramme: (0,25)



3) Le mode:

$$M_0 \in [8,5, 9[$$

$$D_1 = 200 - 160 = 40$$

$$D_2 = 200 - 50 = 150$$

$$M_0 = e_i + a_i \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \quad (0,25)$$

$$M_0 = 8,5 + 0,5 \cdot \frac{40}{40 + 150}$$

$$M_0 = 8,60 \cdot 10^2 \text{ DA} \quad (0,25)$$

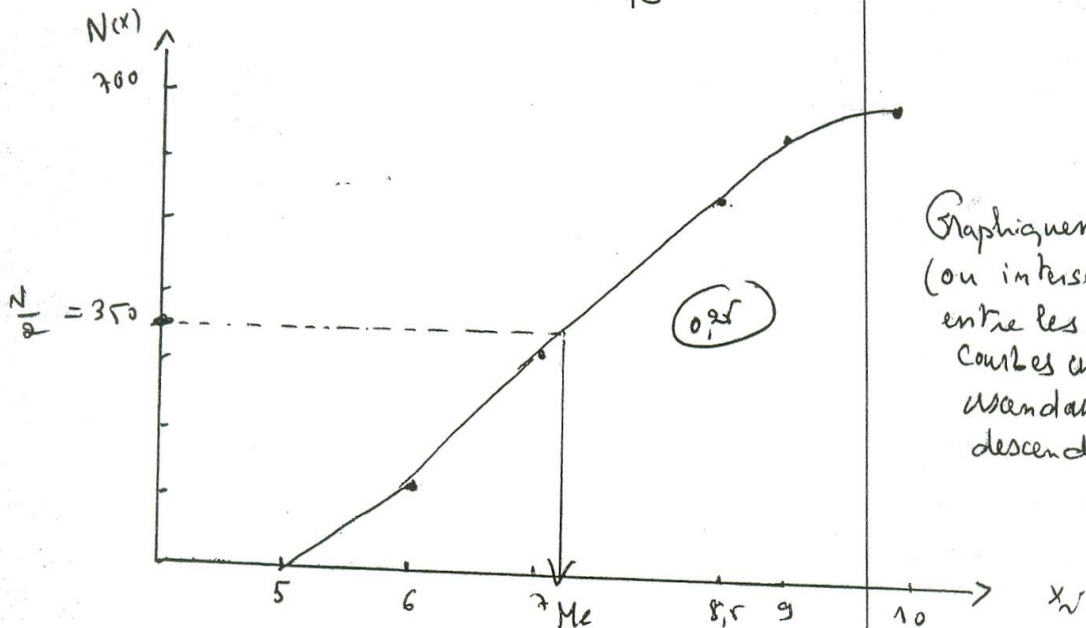
4) la médiane :

$$\frac{N}{2} = 350 \Rightarrow Me \in [7, 8,5[$$

$$Me = e_i + a_i \cdot \frac{\frac{N}{2} - N_{x-1}}{n_i}$$

$$= 7 + 1,5 \cdot \frac{350 - 310}{240}$$

$$Me = 7,25 \cdot 10^2 \text{ DA}$$



Graphiquement
(ou intersection
entre les deux
courbes cumulatives
croissante et
descendante)

Interpretation:

La moitié (50%) des employés de l'usine "A" perçoivent moins de 725 DA par jour et l'autre moitié (50%) perçoivent plus de 725 DA par jour.

5) $IQ = Q_3 - Q_1$

$Q_2 = ?$

$$\frac{N}{4} = 175 \Rightarrow Q_1 \in [6, 7[$$

$$Q_1 = e_i + a_i \cdot \frac{\frac{N}{4} - N_{x-1}}{n_i} = 6 + 1 \cdot \frac{175 - 120}{190}$$

$$Q_1 = 6,29 \cdot 10^2 \text{ DA}$$

$Q_3 = ?$

$$\frac{3N}{4} = 525 \Rightarrow Q_3 \in [7, 8,5[$$

$$Q_3 = e_i + a_i \cdot \frac{\frac{3N}{4} - N_{x-1}}{n_i} = 7 + 1,5 \cdot \frac{525 - 310}{240}$$

$$Q_3 = 8,34 \cdot 10^2 \text{ DA}$$

$$IQ = Q_3 - Q_1 = 8,34 - 6,29 = 2,05 \cdot 10^2 \text{ DA}$$

b) le nombre d'employés qui perçoivent un salaire entre 600 et 800 DA :

$$n_{[6,8[} = ?$$

$$n_{[6,8[} = n_{[6,7[} + n_{[7,8[}$$

$$n_{[6,7[} = 190$$

$$n_{[7,8[} = x = ?$$

on a: $n_{[7,8[} = 240$

$$n_{[7,8[} \rightarrow a = 1,5 \rightarrow 240$$

$$n_{[7,8[} \rightarrow a = 1 \rightarrow x \rightarrow x = \frac{240}{1,5} = 160$$

$$\Rightarrow n_{[6,8[} = 190 + 160 = \boxed{350}$$

0,5

II)

x_i	n_i	c_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
$[5,6[$	100	5,5	550	3025
$[6,7[$	80	6,5	520	3380
$[7,7,5[$	240	7,25	1740	12615
$[7,8,9[$	160	8,25	1320	10890
$[9,10[$	40	9,50	380	3610
Total	620	-	4510	33520

$$1) N = \sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 620$$

$$n_5 = 620 - (n_1 + n_2 + n_3 + n_4) = 620 - 580 = \boxed{40}$$

$$\frac{e_{\hat{i}} + e_{\hat{i}+1}}{2} = 7,25$$

$$e_{\hat{i}} = 7 \Rightarrow 7 + e_{\hat{i}+1} = 14,5 \Rightarrow e_{\hat{i}+1} = 14,5 - 7 = \boxed{7,5}$$

0,25

0,25

$$CV_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A}$$

$$\bar{x}_A = \frac{1}{N} \sum m_i x_i = \frac{5105}{700} = \boxed{7,29 \cdot 10^2 \text{ DA}} \quad (0,25)$$

$$s_A(x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum m_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{1,49} = \boxed{1,22 \cdot 10^2 \text{ DA}} \quad (0,25)$$

$$CV_A = \frac{1,22}{7,29}$$

$$\boxed{CV_A = 16,73\%} \quad (0,25)$$

$$CV_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B}$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{N} \sum m_i x_i = \frac{4510}{620} = \boxed{7,27 \cdot 10^2 \text{ DA}} \quad (0,25)$$

$$CV_B = \frac{1,1}{7,27}$$

$$s_B(x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum m_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{1,21} = \boxed{1,1 \cdot 10^2 \text{ DA}} \quad (0,25)$$

$$\boxed{CV_B = 15,13\%} \quad (0,25)$$

Conclusion:

Les salaires des employés de l'usine "B" sont plus homogènes par rapport à ceux de l'usine "A" car: $CV_A > CV_B$ (0,25)

$$16,73\% > 15,13\%$$

$$\text{iii) } \bar{x}_t = ? \quad \bar{x}_0 = \frac{1}{N} \sum m_i x_i = \frac{1}{N} (m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_R x_R)$$

chaque employé $r = 0,16 \Rightarrow$

$$\bar{x}_t = \frac{1}{N} (m_1 (1+r) x_1 + m_2 (1+r) x_2 + \dots + m_R (1+r) x_R)$$

$$\bar{x}_t = (1+r) \cdot \bar{x}_0 \Rightarrow \bar{x}_t = (1+0,16) (7,29)$$

$$\boxed{\bar{x}_t = 8,46 \cdot 10^2 \text{ DA}} \quad (0,5)$$

Exercice 02: 2,5 pts

$$1) V_t = V_0 (1+r)$$

(0,5)

$$V_{2005} = V_{2004} (1+r)$$

$$\frac{V_{2005}}{1+r} = V_{2004} \Rightarrow V_{2004} = \frac{1820}{1+0,03} = 1766,99$$

(0,5)

$$\boxed{V_{2004} \approx 1767 \text{ unités}}$$

2) ^{max} de croissance annuel moyen (0,5)

$$r = \sqrt[N]{(1+r_1)^{m_1} (1+r_2)^{m_2} (1-r_3)^{m_3} (1+r_4)^{m_4}} - 1$$

$$avec N = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$$

$$r = \sqrt[7]{(1+0,03)^2 (1+0,06)^1 (1-0,03)^1 (1+0,02)^3} - 1$$

$$r = (1,15)^{\frac{1}{7}} - 1$$

$$r = 2,11 \%$$

(1)

Exercice 03: 15 pts

① Quand les amplitudes sont égales, pour dessiner l'histogramme :
2- on conjugue les effectifs. (0,25)

② Pour calculer la moyenne arithmétique dans le cas d'un caractère quantitatif continu

2- On calcule les centres de classe (0,25)

③ l'intervalle interquartile :

1- Contient 50% des observations. (0,25)

2- Est égal à $Q_3 - Q_1$ (0,25)

④ la représentation graphique correspondant au cas quantitatif continu :

1- l'histogramme (0,25)

4- la courbe cumulative (0,25)