UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année 2014-2015
Session normale
Durée 1h 30mn

Épreuve d'électromagnétisme
"Électricité 3" - SMP4

I- Cours : Onde monochromatique plane dans un milieu absorbant

Une onde plane monochromatique, de pulsation ω, de champs électrique $\vec{E} = E_0\, exp\, i(\omega\, t - kz)\, \vec{e}_x$ et magnétique $\vec{B} = B_0\, exp\, i(\omega\, t - kz)\, \vec{e}_y$ (E_0 et B_0 constants), se propage selon l'axe Oz dans un milieu **L.H.I.** de permittivité ε, non magnétique, non chargé et non parcouru par un courant.

1) **a)** Rappeler les équations de Maxwell dans ce milieu matériel.

b) Écrire quatre relations vectorielles entre $\vec{k}, \vec{E}$ et $\vec{B}$.

Rappel : Pour un champ de vecteur $\vec{V} = \vec{V}_0\, exp\, i(\omega\, t - \vec{k}\,.\,\vec{r})$, on montre que :

$$\mathrm{div}\,\vec{V} = -i\,\vec{k}\,.\,\vec{V} \qquad \mathbf{rot}\,\vec{V} = -i\,\vec{k} \wedge \vec{V} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = i\omega\,\vec{V}$$

2) Établir la relation entre k et ω (relation de dispersion).

3) On suppose que le milieu a une permittivité complexe $\varepsilon = \varepsilon_0\, \varepsilon_r^*$ avec $\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' + i\, \varepsilon_r''$, ε_r' et ε_r'' sont des réels positifs. On introduit l'indice complexe $n = n' + i\, n''$ tel que $k = n\dfrac{\omega}{c}$.

Établir les relations vérifées par n, n' et n''. En déduire les indices respectifs d'un milieu diélectrique parfait et d'un milieu bon conducteur.

II- Condensateur cylindrique contenant un diélectrique parfait

1) Un condensateur cylindrique est constitué de deux cylindres coaxiaux $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ conducteurs de longueur L, de rayons respectifs R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$). Le cylindre $\mathcal{C}_1$ porte la charge surfacique $Q > 0$ et $\mathcal{C}_2$ porte la charge surfacique $-Q$. On néglige les effets de bord (cylindres très longs $L >> R_2$). L'espace entre les deux cylindres est vide.

a) Déterminer le champ électrique $\vec{E}_0$ entre les deux cylindres.

b) En déduire la capacité du condensateur.

2) Un matériau diélectrique neutre (linéaire, homogène et isotrope) de permittivité ε remplit l'espace entre les deux cylindres.

a) Calculer le champ électrique $\vec{E}$ dans le diélectrique ($R_1 < r < R_2$ où r est la distance entre le point où on calcule le champ et l'axe des deux cylindres).

b) En déduire la nouvelle capacité du condensateur.

c) Calculer le vecteur polarisation $\vec{P}$ du diélectrique. En déduire la densité volumique de charges liées ρ_P et les densités surfaciques de charges liées σ_{P1}et σ_{P2} respectivement sur les surfaces du diélectrique en $r = R_1$ et $r = R_2$. Conclure

Rappel : $\mathrm{div}\,\vec{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$ *en coordonnées cylindriques*

d) Déterminer la force par unité de volume agissant sur le diélectrique. Conclure

III- Aimantation de milieux magnétiques parfaits

Un solénoïde de longueur infinie, d'axe $z'z$, est constitué par n spires circulaires jointives par unité de longueur. Chacune des spires, de rayon a, est parcourue par le même courant I.

L'intérieur du solénoïde est occupé par un cylindre creux coaxial de rayons a et b ($a > b$), constitué par une matière magnétique linéaire, homogène et isotrope de perméabilité magnétique μ ($\mu > \mu_0$). Le reste de l'espace est vide.

1) **a)** Déterminer l'excitation magnétique $\vec{H}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point intérieur du solénoïde (on admettra que $\vec{H}$ et $\vec{B}$ sont nuls à l'extérieur du solénoïde).

b) En déduire l'aimantation $\vec{M}$ du milieu magnétique.

2) Déterminer les courants ampériens d'aimantation qui peuvent remplacer la matière aimantée.

3) Retrouver $\vec{B}$ et $\vec{H}$ à partir des courants réels et des courants d'aimantation en tout point intérieur du solénoïde.

4) On considère le cas où le solénoïde est vide et a une longueur finie L. On montre que le champ magnétique $\vec{B}_0$ à l'intérieur n'est plus uniforme. Sur l'axe $z'z$, $\vec{B}_0$ dépend de z et il est maximal au centre O du solénoïde.

On place en un point quelconque de l'axe $z'z$ une petite sphère S de rayon R très faible ($R << a$) paramagnétique ou diamagnétique de susceptibilité χ_m.

a) Rappeler l'expression de la densité de force agissant sur la sphère placée dans $\vec{B}_0$.

b) Y'a-t-il une position d'équilibre. Cet équilibre est-il stable ou instable ?