UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année 2013-2014
Session normale
Durée 1*h* 30*mn*

Épreuve "Électricité 3"
Module "Physique 7" – SMP4

A - Condensateur sphérique en présence d'un milieu diélectrique

Une sphère conductrice (S_1) de entre O, de rayon R_1 est isolée et porte la charge $Q_0 > 0$. Elle est placée à l'intérieur d'une sphère conductrice (S_2) creuse, isolée, neutre, de centre O, de rayon intérieur R_2 $(R_2 > R_1)$ et de rayon extérieur R_3 (figure 1).

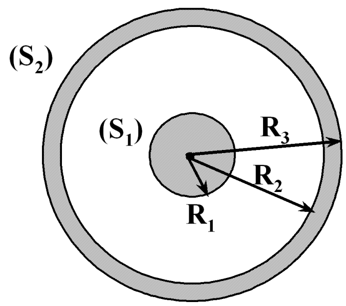

Figure 1

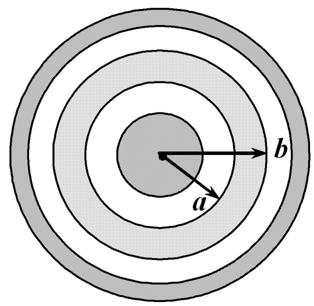

Figure 2

1) **a)** Donner la répartition des charges sur chaque sphère.

b) Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ (r variant de zéro à l'infini).

c) En désignant par C_0 la capacité du condensateur sphérique, exprimer $1/C_0$ en fonction de ε_0(permittivité du vide), R_1 et R_2.

2) L'espace situé entre les sphères de centre O et de rayon a et b ($a < b$, $a > R_1$ et $b < R_2$) est occupé par un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope de permittivité ε (permittivité relative ε_r) ; ce milieu ne comporte aucune charge libre (figure 2).

a) Déterminer en tout point M de l'espace le vecteur déplacement électrique $\vec{D}(M)$ et le champ électrostatique $\vec{E}(M)$.

b) Si C désigne la capacité du nouveau condensateur, établir l'expression de $1/C$ en fonction de ε_0, ε_r, R_1, R_2, a et b.

c) Donner les expressions des charges de polarisation du diélectrique. (On donne $\operatorname{div} \dfrac{\vec{r}}{r^3} = 0$).

d) Quelle remarque pouvez vous formuler sur ces charges ?

B - Cylindre magnétique dans un champ extérieur $\vec{B}_0$ uniforme

Un barreau cylindrique magnétique linéaire, homogène et isotrope (de perméabilité μ) est placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}_0$ uniforme et parallèle à l'axe Oz du cylindre. Ce barreau a pour rayon R et pour longueur L. Sous l'action de $\vec{B}_0$, le cylindre s'aimante uniformément avec une aimantation $\vec{M} = M\vec{e}_z$.

1) Méthode des courants équivalents d'aimantation

1.1) Exprimer les densités volumiques et surfaciques des courants équivalents associés à $\vec{M}$. A quel circuit électrique est équivalent le barreau aimanté.

1.2) Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}_m$ créé par l'aimantation au centre O du barreau en fonction de $\vec{M}$, R et L.

Rappel : Le champ magnétique créé au centre d'un solénoïde de rayon R, de longueur L, comportant N spires parcourues par un courant I et d'axe Oz est : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 IN}{2\sqrt{R^2 + L^2/4}}\vec{e}_z$

1.3) Dans le cas d'un cylindre infiniment long ($L >> R$) :

a) Calculer le champ $\vec{B}_m$ et le champ démagnétisant $\vec{H}_d$ à l'intérieur du barreau.

b) En déduire la relation entre le champ total dans le barreau $\vec{B}_t$ et $\vec{B}_0$ puis celle entre $\vec{M}$ et $\vec{B}_0$.

2) Méthode du champ auxiliaire

On considère le cas du cylindre infiniment long ayant une aimantation uniforme $\vec{M} = M\vec{e}_z$.

2.1) Montrer que le potentiel vecteur créé en un point P de l'espace par un corps uniformément aimanté est : $\vec{A}(P) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\vec{M} \wedge \vec{E}^*(P)$

Où $\vec{E}^*(P)$ est le champ électrostatique qui serait créé par une densité de charge dont on donnera l'expression.

Rappel : Le potentiel vecteur créé par un dipôle magnétique $\vec{m}$ *en un point P situé à une distance r du dipôle est :* $\vec{A}_{\vec{m}}(P) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{m} \wedge \vec{r}}{r^3}$

2.2.a) Calculer le champ électrostatique $\vec{E}^*(P)$ en tout point P de l'espace.

b) En déduire $\vec{A}$ à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.

c) Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ correspondant.

On donne en coordonnées cylindriques :

$$\mathbf{rot}\,\vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{e}_\varphi + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right)\vec{e}_z$$