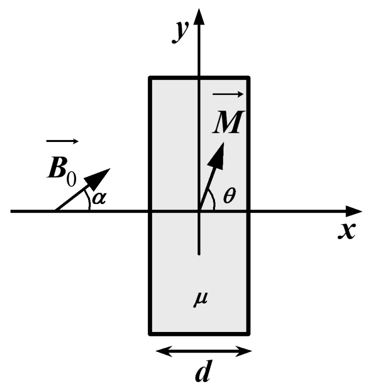
UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année universitaire 2014-2015
Session de rattrapage
Durée $1h\ 30mn$

Épreuve d'électromagnétisme
"Électricité 3" - SMP4

I- Lame paramagnétique dans un champ magnétique uniforme

Une lame paramagnétique de perméabilité μ, d'épaisseur d, de longueur et de largeur très grandes, est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}_0$ (voir figure). La lame acquiert une aimantation $\vec{M}$ uniforme.



1) Déterminer les différentes densités de courants d'aimantation qui apparaissent dans la lame aimantée en fonction de M et θ. Conclure

2) **a)** Montrer que le champ magnétique, créé à l'intérieur de la lame par ces courants ampériens d'aimantation, a pour expression $\vec{B}_m = \mu_0\, M \sin\theta\, \vec{e}_y$

b) En déduire le champ magnétique total $\vec{B}_{int}$ et le vecteur excitation magnétique total $\vec{H}_{int}$ à l'intérieur de la lame.

3) Exprimer le champ démagnétisant $\vec{H}_D$ en fonction de M et θ.

4) Écrire les composantes de $\vec{B}_{int}$ en utilisant l'expression $\vec{B}_{int} = \mu\, \vec{H}_{int}$.

5) En déduire une relation reliant les angles θ et α. (*Démarche à suivre : égaliser les expressions de $\vec{B}_{int}$ trouvées dans les questions* **2-b)** et **4)** *respectivement*).

6) Déterminer les composantes du vecteur aimantation $\vec{M}$ en fonction de B_0, μ, μ_0 et α.

II- Condensateur sphérique remplit par un diélectrique parfait

Un condensateur sphérique est constitué de deux sphères métalliques concentriques (de centre O) de rayons respectifs a et $2a$. La sphère interne porte la charge $Q > 0$ et la sphère externe porte la charge $-Q$. L'espace situé entre les deux sphères est remplit par un diélectrique L.H.I. de permittivité variable :

Pour $a < r < 2a$: $\quad \varepsilon(r) = \dfrac{\varepsilon_0\, a}{1,5\, a - 0,5\, r}$ "r" est la distance par rapport au centre O

Noter que : $\varepsilon(a) = \varepsilon_0$ et $\varepsilon(2a) = 2\varepsilon_0$

1) a) Déterminer le champ électrique dans le diélectrique ($a < r < 2a$).

b) En déduire la capacité du condensateur en fonction de a et ε_0.

2) a) Déterminer les densités de charges de polarisation qui apparaissent sur les surfaces du diélectrique en $r = a$ et $r = 2a$ respectivement.(*Donner les expressions en fonction de Q et a*)

b) En déduire les expressions des charges de polarisation correspondantes en fonction de Q.

3) a) Expliciter l'expression de la densité de charge volumique de polarisation en fonction de Q, r et a.

On donne en coordonnées sphériques :

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta \sin\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

b) En déduire l'expression de la charge de polarisation qui apparait dans le volume du diélectrique en fonction de Q. Conclure

III- Propagation d'une onde monochromatique dans un conducteur

Un milieu conducteur neutre de conductivité σ, de perméabilité μ_0 et de permittivité ε_0 occupe entièrement le demi espace $x > 0$. L'autre demi-espace est vide. On s'interesse à la propagation dans ce conducteur d'une onde électromagnétique monochromatique de pulsation ω. Le champ électrique de cette onde a pour expression dans le conducteur :

$$\vec{E} = \underline{E}_0 \, exp\, i(k\,x - \omega\,t)\,\vec{e}_z$$

On pose $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0\sigma\omega}}$, $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36\pi 10^9}\, H.m^{-1}$, $\sigma = 10^7 S.m^{-1}$, $f = 10\,kHz$ fréquence de l'onde.

1) Ecrire les équations de Maxwell dans le conducteur en faisant intervenir les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

2) Ecrire puis calculer le rapport $\dfrac{\|\vec{J}_D\|}{\|\vec{J}_l\|}$ des modules des vecteurs :

- densité de courant de déplacement $\vec{J}_D = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$;
- densité de courant libre $\vec{J}_l = \sigma \vec{E}$.

Conclure

Dans la suite, on négligera les courants de déplacement.

3) a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par le champ $\vec{E}$ dans le conducteur.

On donne : $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\,\vec{A}) = \mathbf{grad}(\operatorname{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$

b) Etablir la relation de dispersion dans le conducteur.

c) En déduire l'expression finale du champ $\vec{E}$. Interpréter physiquement ce résultat.