Département Mathématiques, Physique & Informatique
Faculté Polydisciplinaire de Taza
Université Sidi Mohamed Ben Abdallah de Fès

Filière SMP S4
Examen du Module Optique Physique (session de rattrapage 2014-2015)
(Durée 1h30)

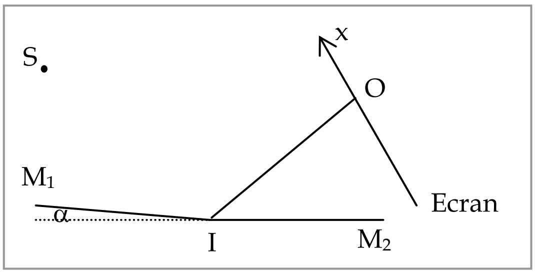
M. ABARKAN

Questions de cours

- Donner les caractéristiques d'un photo-détecteur.
- Quels sont les rôles : d'un polariseur, d'un analyseur, d'une lame quart d'onde et d'une lame demi-onde.

Exercice 1

On propose le dispositif expérimental de la figure suivante. Deux miroirs plans M_1 et M_2 réfléchissants, sont en regard et leur plan font entre eux un angle α avec $\alpha = 2.10^{-3}$ radian.

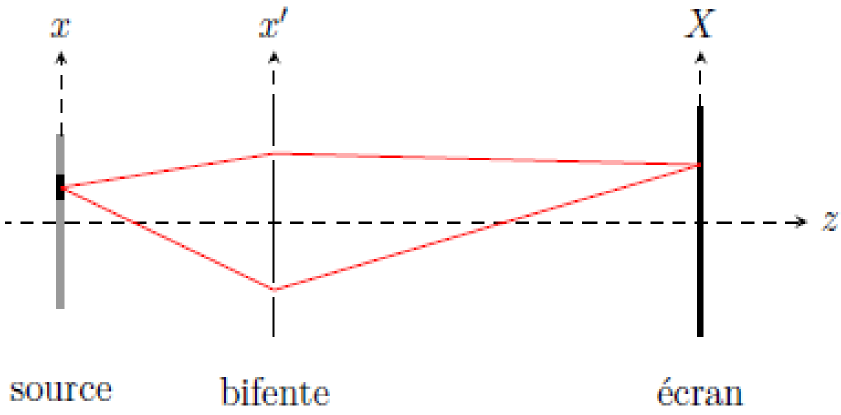


Une source ponctuelle S, émettant une lumière monochromatique d'intensité I_0, de longueur d'onde λ=5,5.10^{-7} m, est placée sur la droite d'intersection des deux plans de symétrie du dispositif et éclaire les faces réfléchissantes des deux miroirs.

1. Déterminer la région de l'espace où l'on peut observer des interférences.
2. Déterminer la différence de marche δ entre les deux rayons réfléchis sur les deux miroirs M_1 et M_2 en fonction de α, R=SI=0,5m, d=IO=1m et x.
3. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse I(x) en un point O de l'écran en fonction de I_0, λ, α, R, d et x .
4. Tracer l'intensité I(x) en fonction de x (donner toutes les valeurs pertinentes).
5. Calculer l'interfrange i.

Exercice 2

Considérons un dispositif de bifentes d'Young séparées d'une distance a dans la direction (Ox_0) et supposées infinies dans la direction orthogonale (Oy_0). Ces bifentes sont éclairées par une source monochromatique située à une distance d en amont de la bifente, qui émet une intensité totale de référence I_0. La figure d'interférence est observée sur un écran situé à une distance D en aval de la bifente.



1 - En guise de calcul préliminaire, commençons par deux cas idéalisés.

1.a - Considérons que la source est ponctuelle, située à une distance x=0 de l'axe du montage. Déterminer l'intensité I(X) mesurée sur l'écran en faisant des hypothèses (expérimentalement réalistes) sur les différentes distances.

1.b – La source maintenant est située à une distance x de l'axe du montage. Calculer l'intensité I(X) mesurée sur l'écran en faisant toujours des hypothèses (expérimentalement réalistes) sur les différentes distances.

1.c - Regardons maintenant un cas un tout petit peu moins parfait : celui d'une source étendue dans la direction (Oy) parallèle aux fentes. La figure d'interférence observée sur l'écran est-elle modifiée ?

2 - Considérons maintenant le cas plus réaliste d'une source étendue, de largeur b dans la direction (Oy), centrée sur l'axe optique.

2.a - On définit la densité spatiale d'intensité I(x) émise par la source comme étant l'intensité émise par la bande élémentaire de source comprise entre x et x + dx. En supposant la source uniforme, montrer que

$$I(x) = \begin{cases} I_0 / b \ si \ -b/2 \le x \le b/2, \\ 0 \quad \sin on \end{cases}$$

2.b - Calculer l'intensité mesurée sur l'écran. Écrire le terme d'interférences sous la forme d'un produit impliquant un terme oscillant sur l'écran et un terme de contraste. On donne la formule de trigonométrie

$$\sin p - \sin q = 2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

3 - Supposons que la source est obtenue en diaphragmant une source plus étendue : cela correspond à une expérience réalisable en TP. Par conséquent, le diaphragme peut être plus ou moins fermé (b variable) et déplacé (d variable).

Pour simplifier, on ne tient pas compte des variations de I_0 avec b et d, mais seulement des effets d'interférence.

3.a - Montrer qu'il existe des valeurs particulières de b pour lesquelles le contraste est nul.

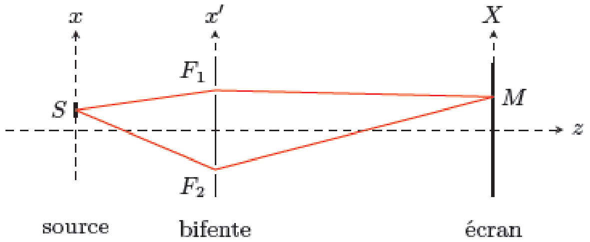
3.b - Définir et calculer la largeur de cohérence spatiale de la source.

Fin

Correction

Exercice 2

1.a



Dans le cadre d'une étude expérimentale, des ordres de grandeur plausibles pour les différentes distances mises en jeu seraient $d \sim 20\,\mathrm{cm}$, $D \sim 50\,\mathrm{cm}$, $a \sim 500\,\mu\mathrm{m}$ et $b \sim 2\,\mathrm{mm}$ (taille maximale de la fente source). Ainsi, il est raisonnable de considérer que $x/d \lesssim b/d$, a/d, a/D et X/D sont des infiniments petits d'ordre 1 et qu'un développement limité au premier ordre suffit.

La propagation ayant lieu dans l'air, il s'agit donc de calculer géométriquement

$$\begin{aligned}\delta &= SF_2 + F_2M - SF_1 - F_1M \\ &= \sqrt{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + d^2} + \sqrt{\left(X-\frac{a}{2}\right)^2 + D^2} - \sqrt{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + d^2} + \sqrt{\left(X+\frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \\ &= d\sqrt{1+\left(\frac{x}{d}+\frac{a}{2d}\right)^2} + D\sqrt{1+\left(\frac{X}{D}+\frac{a}{2D}\right)^2} - d\sqrt{1+\left(\frac{x}{d}-\frac{a}{2d}\right)^2} - D\sqrt{1+\left(\frac{X}{D}-\frac{a}{2D}\right)^2}\end{aligned}$$

Par quatre développements limités du type $(1+x)^\alpha = 1+\alpha x$, on obtient après simplification

$$\delta = \frac{d}{2}\left(\frac{x}{d}+\frac{a}{2d}\right)^2 + \frac{D}{2}\left(\frac{X}{D}+\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{d}{2}\left(\frac{x}{d}-\frac{a}{2d}\right)^2 - \frac{D}{2}\left(\frac{X}{D}-\frac{a}{2D}\right)^2$$

En développant les carrés puis en simplifiant de nouveau, on obtient finalement

$$\delta = a\left(\frac{x}{d}+\frac{X}{D}\right).$$

> *Un calcul approché utilisant le théorème de Malus est parfois proposé pour des questions de ce genre. Néanmoins, si la source et l'écran sont à distance finie, il est moins rigoureux que le développement limité proposé ici.*

Par application de la formule de Fresnel,

$$\boxed{I(X) = 2I_0\left\{1+\cos\left[\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{d}+\frac{X}{D}\right)\right]\right\}.}$$

1.b Le résultat de la question précédente ne dépend ni de l'ordonnée y du point de source ni de celle Y du point d'observation. Par conséquent, **lorsque la source est étendue dans la direction y, la figure sur l'écran s'étend de même mais le système de franges n'est pas altéré.**

> *Dans la limite où la source est infinie, le dispositif est invariant par translation verticale. En vertu du principe de Curie, il en est de même pour la figure d'interférences.*

2.a Une source étendue se modélise comme une assemblée de sources ponctuelles deux à deux incohérentes. Ici, l'intensité totale I_0 émise par la source est la somme des intensités émises par chacune des bandes élémentaires. La source étant continue, la somme est en fait une intégrale,

$$I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{I}(x)\,\mathrm{d}x\,.$$

> *Une fois de plus, l'argument le plus important est l'incohérence mutuelle des différentes bandes élémentaires.*

En supposant la source uniforme et de la largeur b, $\mathcal{I}(x)$ ne dépend pas de $-b/2 \leq x \leq b/2$ et est nulle en dehors de cet intervalle. Ainsi,

$$I_0 = \int_{-b/2}^{+b/2} \mathcal{I}\,\mathrm{d}x\,,$$

d'où on conclut directement

$$\boxed{\mathcal{I}(x) = \begin{cases} I_0/b & \text{si } -b/2 \leq x \leq b/2\,, \\ 0 & \text{sinon.}\end{cases}}$$

$\boxed{\text{2.b}}$ En raison de l'incohérence mutuelle des bandes élémentaires de source, l'intensité sur l'écran est la somme des intensités résultant des interférences de chaque bande avec elle-même. Ainsi, on peut utiliser le résultat de la question 1.a en remplaçant I_0 par $\mathcal{I}(x)\,\mathrm{d}x$ et en sommant,

$$\begin{aligned}
I(X) &= \int_{-b/2}^{+b/2} 2\frac{I_0}{b}\left\{1+\cos\left[\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{d}+\frac{X}{D}\right)\right]\right\}\mathrm{d}x \\
&= 2I_0 + 2\frac{I_0}{b}\int_{-b/2}^{+b/2}\cos\left[\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{d}+\frac{X}{D}\right)\right]\mathrm{d}x \\
&= 2I_0 + 2\frac{I_0}{b}\,d\int_{-\frac{b}{2d}+\frac{X}{D}}^{\frac{b}{2d}+\frac{X}{D}}\cos\left[\frac{2\pi a}{\lambda}u\right]\mathrm{d}u \\
&= 2I_0 + 2\frac{I_0}{b}\frac{\lambda d}{2\pi a}\left[\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda}u\right)\right]_{-\frac{b}{2d}+\frac{X}{D}}^{\frac{b}{2d}+\frac{X}{D}} \\
&= 2I_0\left\{1+\frac{\lambda\,d}{2\pi\,a\,b}\left[\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{b}{2d}+\frac{X}{D}\right)\right)-\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(-\frac{b}{2d}+\frac{X}{D}\right)\right)\right]\right\} \\
&= 2I_0\left\{1+\frac{\lambda\,d}{\pi\,a\,b}\sin\left(\frac{\pi\,a\,b}{\lambda\,d}\right)\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\frac{X}{D}\right)\right\}
\end{aligned}$$

$$\boxed{I(X) = 2I_0\left\{1+\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\,a\,b}{\lambda\,d}\right)\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\frac{X}{D}\right)\right\}}$$

Le terme en cos décrit les oscillations de l'intensité sur l'écran, c'est-à-dire les franges d'interférences, alors que le terme en sinc décrit le contraste de la figure d'interférences.

$\boxed{\text{3.a}}$ La fonction sinus cardinal s'annule pour les mêmes valeurs de son argument que la fonction sinus, c'est-à-dire pour tous les multiples de π. Dans le cas d'une source étendue, il y a annulation de contraste pour toutes les valeurs b_n (n entier positif) telles que

$$\frac{\pi\,a\,b_n}{\lambda\,d} = n\pi \qquad \text{soit} \qquad \boxed{b_n = n\frac{\lambda\,d}{a}\,.}$$

Lorsque b atteint une valeur de b_n le terme en sinus cardinal change de signe. **On parle d'inversion de contraste car sur l'écran, les franges sombres deviennent brillantes et inversement.**

$\boxed{\text{3.b}}$ La largeur de cohérence spatiale ℓ_s de la source est la première valeur de b donnant lieu à une annulation du contraste, c'est-à-dire la valeur de b_1.

$$\boxed{\ell_s = \frac{\lambda\,d}{a}}$$