

CHAPITRE OPTIQUE ONDULATOIRE 2: INTERFÉRENCES LUMINEUSES À DEUX ONDES

TABLE DES MATIÈRES

I Généralités	4
I.A Nature et localisation du phénomène	4
I.A.1 Nature	4
I.A.2 Localisation	4
I.B Condition d'interférence de deux ondes	4
I.B.1 Eclairement dû à la superposition de deux ondes monochromatiques	4
I.B.2 Cohérence des deux ondes	4
I.B.2.a Fréquences des ondes	4
I.B.2.b Retard de phases des ondes	5
I.B.2.c Conclusion	5
I.B.3 Différence de temps de parcours et durée de cohérence	5
I.B.4 Direction de propagation des deux ondes	5
I.C Exemples de dispositifs interférentiels	6
I.C.1 Les deux types de dispositifs	6
I.C.1.a Dispositif à division de front d'onde	6
I.C.1.b Montage à division d'amplitude	6
I.C.2 Exemple de montage à division d'amplitude : l'interféromètre de Michelson	6
I.C.3 Exemple de montage à division de front d'onde : les trous d'Young	6
I.C.3.a Dispositif	6
I.C.3.b Trajet des rayons lumineux	6
I.C.3.c Réalisation des conditions d'interférence	6
I.C.3.d Localisation des interférences	6
I.D Variation d'éclairement dans le champ d'interférences	7
I.D.1 Expression générale de l'éclairement	7
I.D.2 Interférences constructrices ou destructrices	7
I.D.3 Différence de marche	7
I.D.4 Ordre d'interférence	8
I.D.5 Franges d'interférence	8
I.D.6 Contraste	8
I.E Utilisation de la notation complexe en optique	8
I.E.1 Amplitude complexe d'une onde	8
I.E.2 Eclairement	9
II Etude des interférences de deux ondes monochromatiques issues d'une source ponctuelle	9
II.A Cas où les trajets se font dans un milieu homogène	9
II.A.1 Généralités	9
II.A.1.a Schéma équivalent utilisé par la suite	9
II.A.1.b Différence de marche et ordre d'interférence	9
II.A.1.c Franges d'interférences	9
II.A.2 Observation sur un écran parallèle à l'axe des sources secondaires	10
II.A.2.a Cas étudié	10
II.A.2.b Détermination de l'éclairement	11

II.A.2.b.i	Différence de marche	11
II.A.2.b.i	Eclairement sur l'écran	11
II.A.3	Observation sur un écran perpendiculaire à l'axe des sources secondaires	13
II.A.3.a	Cas étudié	13
II.A.3.b	Détermination de l'éclairement	13
II.A.3.b.i	Différence de marche	13
II.A.3.b.i	Eclairement sur l'écran	14
II.A.3.b.i	Propriété des rayons des anneaux sombres ou brillants	15
II.A.4	Cas où les sources secondaires sont à l'infini : interférence de deux ondes planes	16
II.A.4.a	Cas étudié	16
II.A.4.b	Détermination de l'éclairement	16
II.A.4.b.i	Différence de marche	16
II.A.4.b.i	Eclairement sur l'écran	17
II.B	Cas où l'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille convergente	17
II.B.1	Cas étudié	17
II.B.2	Trajets des deux ondes qui interfèrent en M	17
II.B.3	Détermination de l'éclairement	17
II.B.3.a	Différence de marche	17
II.B.3.b	Eclairement sur l'écran	18
III Phénomène d'interférences à deux ondes monochromatiques avec une source étendue		18
III.A	Influence de la taille de la source sur le contraste	18
III.B	Exemple du montage des trous d'Young	19
III.B.1	Agrandissement dans une direction perpendiculaire aux trous	19
III.B.2	Agrandissement dans une direction parallèle aux trous	20
III.B.2.a	Différence de marche et ordres d'interférence en M	20
III.B.2.b	Etude semi-quantitative : critère de visibilité	20
III.B.2.c	Etude quantitative	20
III.B.2.c.i	Eclairement	20
III.B.2.c.ii	Critère de visibilité	21
III.B.3	Conclusion	22
IV Phénomène d'interférences à deux ondes avec une source ponctuelle non monochromatique		22
IV.A	Généralités	22
IV.B	Cas d'un doublet	22
IV.B.1	Cas étudié	22
IV.B.2	Etude semi-quantitative	23
IV.B.3	Etude quantitative	23
IV.B.3.a	Eclairement	23
IV.B.3.b	Contraste	24
IV.C	Cas d'une raie à profil rectangulaire	24
IV.C.1	Cas étudié	24
IV.C.2	Approche semi-quantitative	24
IV.C.3	Approche quantitative	25
IV.C.3.a	Eclairement	25
IV.C.3.b	Contraste	26
IV.C.3.c	Retour sur la longueur de cohérence de la source	26

IV.D Cas de la lumière blanche	26
IV.D.1 Approche semi-quantitative	27
IV.D.2 Allure de la figure d'interférence	27
IV.D.3 Spectre cannelé	27

I GÉNÉRALITÉS

I.A NATURE ET LOCALISATION DU PHÉNOMÈNE

I.A.1 Nature

Lorsque deux ondes lumineuses arrivent en un point M de l'espace :

- soit l'éclairement en M est partout égale à la somme des éclairiments qu'on aurait avec chacune des deux ondes séparément :

$$\forall M, \mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M), \mathcal{E}_i(M) \text{ étant l'éclairement observé avec l'onde } i$$

- soit au moins en certains points de l'espace, on observe un éclairement différent de la somme des éclairiments qu'on observerait avec chacune des deux ondes séparément. On dit qu'il y a interférence entre les deux ondes.

I.A.2 Localisation

Si les points M où on observe le phénomène d'interférence sont situés à l'intérieur d'un certain volume de l'espace, on dit que les interférences sont non localisées et on appelle champ d'interférences la région correspondante de l'espace.

Si les points M où on observe le phénomène d'interférence sont répartis sur une surface Σ , on dit que les interférences sont localisées sur la surface Σ .

Si la surface Σ est rejetée à l'infini, on dit que les interférences sont localisées à l'infini.

I.B CONDITION D'INTERFÉRENCE DE DEUX ONDES

I.B.1 Eclairement dû à la superposition de deux ondes monochromatiques

Soient deux ondes monochromatiques arrivant en M :

$$s_1(M, t) = A_1(M) \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \text{ et } s_2(M, t) = A_2(M) \cos(\omega_2 t - \varphi_2)$$

Ainsi, l'éclairement résultant en M peut être différent de la somme des éclairiments à cause de dernier terme appelé terme d'interférence.

I.B.2 Cohérence des deux ondes

I.B.2.a Fréquences des ondes

Il n'y a pas d'interférence entre deux ondes monochromatiques de fréquences différentes. Leurs éclairiments s'additionnent.

On suppose donc dans toute la suite que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

I.B.2.b Retard de phases des ondes

Il n'y a pas d'interférence en optique entre deux ondes monochromatiques provenant de sources ponctuelles distinctes, même si elles ont la même fréquence. De telles ondes sont dites incohérentes, leurs éclairissements s'additionnent.

I.B.2.c Conclusion

On obtient des interférences lumineuses entre deux ondes monochromatiques cohérentes, c'est-à-dire de même fréquence et présentant une différence de phase $\Delta\varphi(M)$ constante.

En pratique, elles doivent être issues d'une même source ponctuelle monochromatique. Pour cela, il faut réaliser une division de l'onde à l'aide d'un dispositif interférentiel.

I.B.3 Différence de temps de parcours et durée de cohérence

On vient de voir que pour observer des interférences, il faut que les retards de phase des deux ondes ne varient pas aléatoirement l'un par rapport à l'autre. En pratique la condition est la suivante :

La différence de temps de parcours de la source S au point M doit être faible devant la durée de cohérence de la source :

$$|\tau_2 - \tau_1| \ll \tau_c$$

I.B.4 Direction de propagation des deux ondes

Les directions de propagation des deux ondes qui interfèrent doivent être très proches en M (quasiment colinéaires).

Cela est dû au fait que la lumière est une onde électromagnétique, c'est-à-dire des vecteurs qui se propagent.

Ce dernier point rappelle qu'on est dans le cadre d'un modèle, le modèle scalaire, qui suffit la plupart du temps, mais pas tout le temps.

I.C EXEMPLES DE DISPOSITIFS INTERFÉRENTIELS

I.C.1 Les deux types de dispositifs

I.C.1.a Dispositif à division de front d'onde

Dans un dispositif interférentiel à division de front d'onde, le faisceau lumineux issu de la source est séparé géométriquement en deux parties du fait des éléments optiques qu'il rencontre. Après séparation, chaque partie suit un trajet différent jusqu'à la zone d'interférences.

I.C.1.b Montage à division d'amplitude

Dans un dispositif à division d'amplitude, le faisceau lumineux issu de la source est partiellement réfléchi sur une surface partiellement réfléchissante. Le faisceau transmis et le faisceau réfléchi suivent ensuite deux trajets distincts et se recombinent dans la zone d'interférences.

C'est une division énergétique.

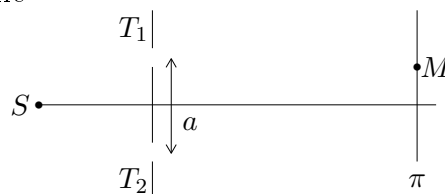
I.C.2 Exemple de montage à division d'amplitude : l'interféromètre de Michelson

On le verra en détail dans le prochain chapitre qui lui sera consacré.

I.C.3 Exemple de montage à division de front d'onde : les trous d'Young

I.C.3.a Dispositif

Il s'agit de deux trous très fins (dixième de mm) dans un écran opaque, distants du mm environ, éclairés par une source ponctuelle



I.C.3.b Trajet des rayons lumineux

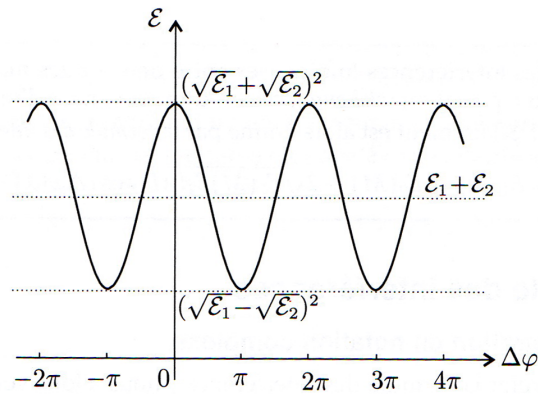
I.C.3.c Réalisation des conditions d'interférence

Un point M de l'espace reçoit deux ondes, une provenant de T_1 et une de T_2 :

- les deux ondes sont cohérentes puisqu'elles proviennent de la même source ponctuelle monochromatique S
- la différence de temps de parcours est faible devant la longueur de cohérence. On vérifiera cela ultérieurement
- les directions de propagation sont voisines puisque les trous sont très proches l'un de l'autre.

I.C.3.d Localisation des interférences

Les interférences sont donc non localisées puisque le champ d'interférences est très vaste. Ce sera généralement le cas avec un montage à division de front d'onde.

I.D VARIATION D'ÉCLAIREMENT DANS LE CHAMP D'INTERFÉRENCES**I.D.1 Expression générale de l'éclairement**

Formule des interférences

I.D.2 Interférences constructrices ou destructrices

Suivant le signe de $\cos(\Delta\varphi)$, l'éclairement résultant est supérieur ou inférieur à la somme des éclairements dus à chaque onde. Il y a :

- interférence constructive en un point où $\mathcal{E}(M) > \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$
- interférence destructive en un point où $\mathcal{E}(M) < \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$

La valeur moyenne de l'éclairement (valeur moyenne spatiale) est $\mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$, ce qui est conforme à la conservation de l'énergie. Le phénomène d'interférence change la répartition de l'énergie dans l'espace mais ne modifie pas l'énergie totale.

Dans le cas particulier où les deux ondes ont le même éclairement $\mathcal{E}_0(M)$, l'expression de l'éclairement devient :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0(M)(1 + \cos(\Delta\varphi))$$

Pour certains points de l'espace, on peut donc avoir un éclairement nul, soit le paradoxe :
lumière + lumière = obscurité

I.D.3 Différence de marche

On appelle différence de marche au point M la longueur

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$$

où $(SM)_i$ est le chemin optique parcouru par l'onde i

$$\Delta\varphi(M) = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}$$

Retour sur une condition d'obtention d'interférences, la différence de temps de parcours :

$$\delta \ll L_c$$

Exemple : pour une lampe spectrale, il faut donc $\delta \ll 1$ cm.

I.D.4 Ordre d'interférence

On appelle ordre d'interférence en M le rapport :

$$p(M) = \frac{\Delta\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0}$$

On a donc :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M)}\sqrt{\mathcal{E}_2(M)}\cos(2\pi p)$$

I.D.5 Franges d'interférence

Les franges d'interférences sont :

- dans l'espace, les surfaces d'égal éclairement $\mathcal{E}(M) = \text{cte}$
- dans un plan, les lignes d'égal éclairement $\mathcal{E}(M) = \text{cte}$

On appelle franges brillantes les surfaces (ou lignes) où l'éclairement est maximum, c'est-à-dire lorsque p est entier. Les deux ondes sont alors en phase et $\delta = k\lambda_0$, k entier.

On appelle franges sombres les surfaces (ou lignes) où l'éclairement est minimum, c'est-à-dire lorsque p est demi-entier. Les deux ondes sont alors en opposition de phase et $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$, k entier.

I.D.6 Contraste

On suppose que les éclairagements des deux ondes ne dépendent pas du point M (ce qui est le cas la plupart du temps).

On appelle contraste, ou visibilité, d'une figure d'interférence le rapport :

$$C = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}}$$

C'est un nombre sans dimension compris entre 0 et 1.

On peut montrer que le contraste est maximum si les éclairagements des ondes qui interfèrent sont égaux.

I.E UTILISATION DE LA NOTATION COMPLEXE EN OPTIQUE

I.E.1 Amplitude complexe d'une onde

A une onde lumineuse d'amplitude scalaire $s(M, t) = A(M)\cos(\omega t - \varphi)$, on associe une amplitude complexe $\underline{a}(M) = A(M)e^{-j\varphi}$.

I.E.2 Eclairement

Comme en électrocinétique ou en mécanique, l'onde résultante de la superposition de deux ondes s_1 et s_2 de même fréquence a pour amplitude complexe $\underline{a}(M) = \underline{a}_1(M) + \underline{a}_2(M)$.

L'éclairement résultant est donc :

$$\mathcal{E}(M) = \frac{1}{2} K \underline{a}(M) \cdot \underline{a}^*(M)$$

Le calcul montrerait qu'on retrouve la formule des interférences.

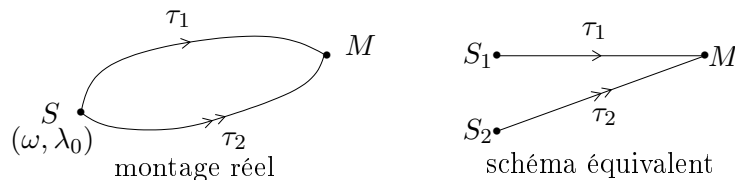
II ETUDE DES INTERFÉRENCES DE DEUX ONDES MONOCHROMATIQUES ISSUES D'UNE SOURCE PONCTUELLE

II.A CAS OÙ LES TRAJETS SE FONT DANS UN MILIEU HOMOGENÈME

II.A.1 Généralités

II.A.1.a Schéma équivalent utilisé par la suite

On a vu que dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite.



Le schéma de droite est donc équivalent au montage réel dans la mesure où la différence de temps de parcours $\tau_2 - \tau_1$ est la même que dans la réalité. S_1 et S_2 sont deux sources identiques, chacune étant une représentation de la source ponctuelle S . Ce schéma équivalent est uniquement une façon commode de représenter les deux temps de parcours.

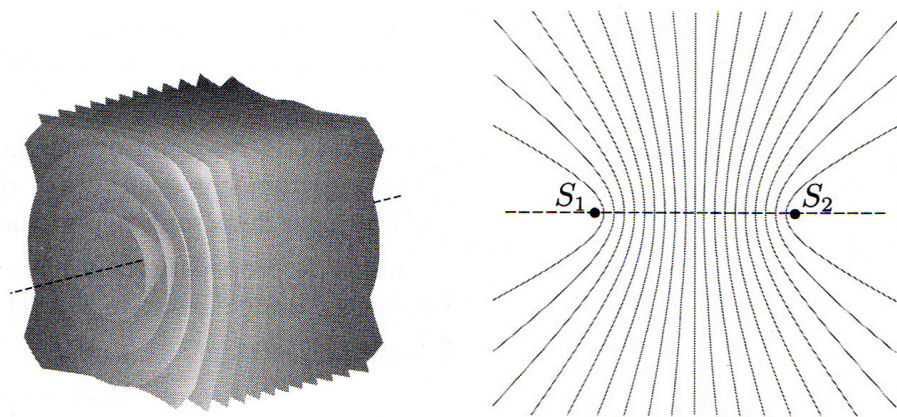
S_1 et S_2 sont appelées sources secondaires, qui sont donc cohérentes entre elles.

II.A.1.b Différence de marche et ordre d'interférence

⇒ On peut se ramener à des calculs de distance.

II.A.1.c Franges d'interférences

Le schéma ci-dessous représente les franges brillantes pour $\frac{S_1 S_2}{\lambda} = 10$ (en optique ce rapport est plutôt de l'ordre de grandeur de 1000, les franges sont donc beaucoup plus serrées).



Surfaces brillantes (l'axe de sources est en pointillé).

Coupes des surfaces brillantes par un plan méridien.

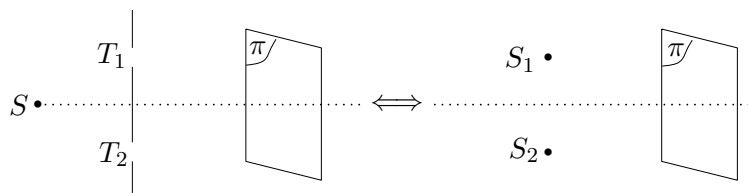
On ne peut pas donner l'allure générale de l'intersection de ces hyperboloïdes avec des plans. Il y a cependant deux cas particuliers :

- l'intersection avec un plan perpendiculaire à l'axe des sources secondaires (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des cercles
- l'intersection avec un plan parallèle à (S_1S_2) : les franges brillantes sont alors des hyperboles. Dans les conditions habituelles des expériences d'optique (distances S_1S_2 petite devant la distance d'observation, cf trous d'Young), ces hyperboles peuvent être assimilées à des droites.

II.A.2 Observation sur un écran parallèle à l'axe des sources secondaires

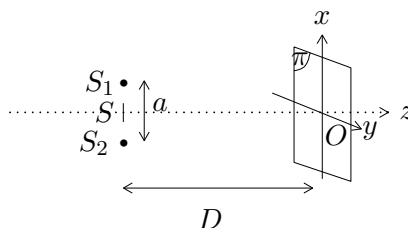
II.A.2.a Cas étudié

On considère par exemple le dispositif des trous d'Young :



On introduit le repère Oxy sur le plan d'observation (π), O étant la projection orthogonale de S , milieu des deux sources secondaires, sur le plan π et Ox étant parallèle à l'axe des sources secondaires, ainsi que les notations suivantes :

- $S_1S_2 = a$
- $OS = D$



Un point M quelconque du plan est repéré par ses coordonnées x et y .

On n'étudie dans le plan (π) que la zone située dans le champ d'interférences. On admet que cette

zone se situe au voisinage du point O .

D'après ce qu'on vient de voir, les franges d'interférence sont dans le plan (π) des hyperboles. Comme on reste au voisinage de O , ce sont en fait des segments de droite.

II.A.2.b Détermination de l'éclairement

II.A.2.b.i Différence de marche

$$\delta \simeq n \frac{ax}{D}$$

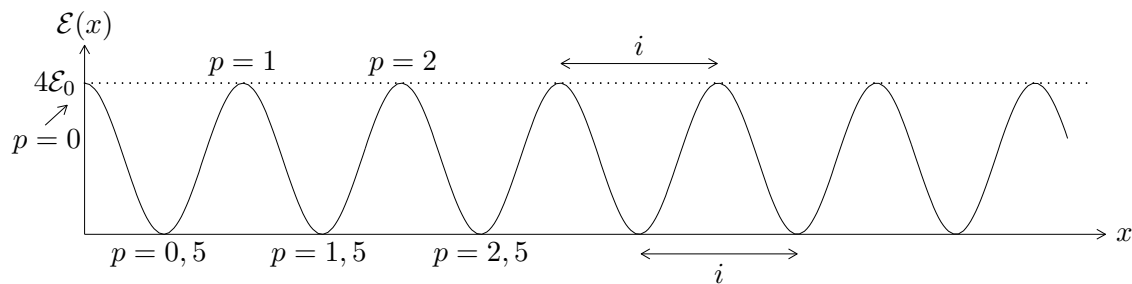
II.A.2.b.ii Eclairement sur l'écran

On a donc pour l'éclairement, en considérant que chaque trou pris séparément donne le même éclairement, c'est-à-dire $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$, et que cet éclairement ne dépend pas du point M :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0[1 + \cos(\Delta\varphi)] = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi nax}{D\lambda_0} \right) \right] = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{D\lambda} \right) \right]$$

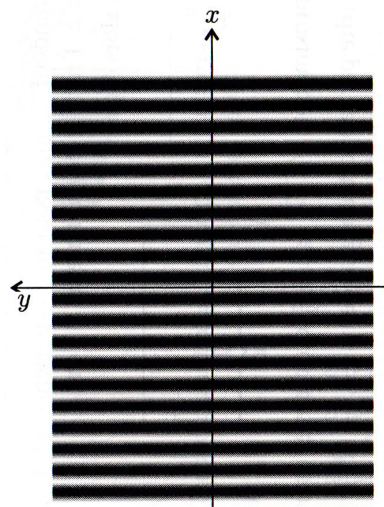
L'éclairement ne dépend donc que de x : on observe donc bien des lignes, qui sont orthogonales à S_1S_2 .

Allure de la courbe $\mathcal{E}(x)$:



On vérifie bien que $\langle \mathcal{E} \rangle = \mathcal{E}_0$ (moyenne spatiale) : résultat qui traduit la conservation de l'énergie. Le phénomène d'interférences se contente de modifier la répartition de l'énergie dans l'espace.

Allure de la figure d'interférence :



Allure de la figure d'interférences

L'éclairement est donc une fonction périodique de x . Sa période est appelé interfrange et est notée i . Pour la déterminer, on peut procéder de plusieurs façons :

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda_0 D}{na}$$

Avec $D \simeq 1$ m et $a \simeq 10^{-3}$ m, on a $i \simeq 1000\lambda$

Historiquement, c'est ainsi qu'on a mesuré λ qui était très difficilement mesurable directement compte tenu de son ordre de grandeur, de l'ordre du μm .

Le contraste de cette figure d'interférences est

II.A.3 Observation sur un écran perpendiculaire à l'axe des sources secondaires

II.A.3.a Cas étudié

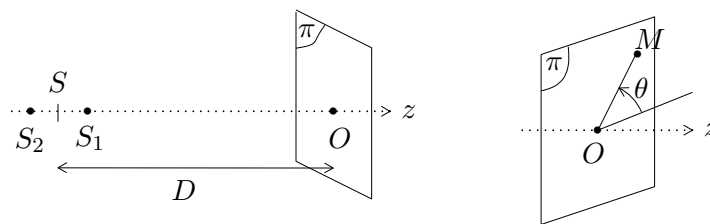
C'est le cas de l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. On reviendra dessus dans le prochain chapitre.

On introduit les notations suivantes :

- $S_1 S_2 = a$
- S le milieu de $S_1 S_2$
- O le projeté orthogonal des sources secondaires sur le plan : $SO = D$

On considère que la zone située dans le champ d'interférences se situe au voisinage du point O .

On repère un point M du plan π par ses coordonnées polaire (ρ, θ) :



On a encore $a \simeq 1 \text{ mm}$, $D \simeq 1 \text{ m}$ et $\rho \simeq 1 \text{ cm}$

Ainsi qu'on l'a vu précédemment, les franges d'interférence vont être des cercles de centre O , donc $\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}(\rho)$.

II.A.3.b Détermination de l'éclairement

II.A.3.b.i Différence de marche

$$\delta \simeq na\left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)$$

Retour sur la longueur de cohérence de la source :

On a vu que pour avoir des interférences, il faut $\delta \ll L_c$.

Or δ est proche de na : il faut donc que $na \ll L_c$.

Si l'expérience est faite avec une lampe spectrale, il faut donc $na \ll 1$ cm, ce qui est le cas si a est de l'ordre du mm.

II.A.3.b.ii Eclairement sur l'écran

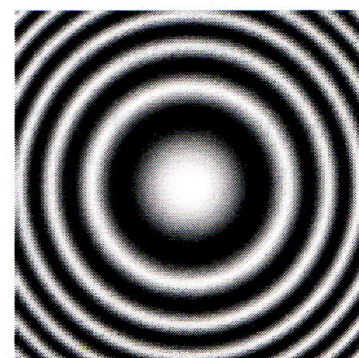
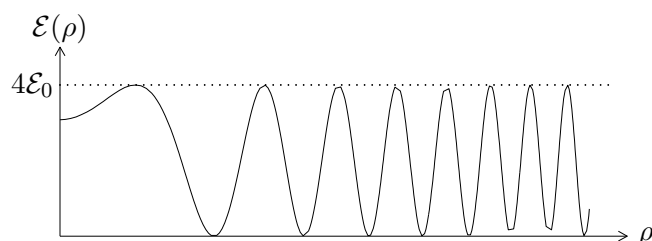
On a donc pour l'éclairement :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi na}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2} \right) \right) \right]$$

L'éclairement est bien fonction de ρ . Contrairement à précédemment, c'est une fonction non périodique de ρ , on ne peut donc pas définir d'interfrange.

On vérifie bien que $\langle \mathcal{E} \rangle = \mathcal{E}_0$ (moyenne spatiale) : résultat qui traduit la conservation de l'énergie.

Allure de la courbe $\mathcal{E}(\rho)$ et de la figure d'interférences :



Allure de la figure d'interférences. L'axe des sources est perpendiculaire au plan de figure.

Les franges sont des cercles de centre O , on les appelle généralement les anneaux. Ils ne sont pas équidistants.

II.A.3.b.iii Propriété des rayons des anneaux sombres ou brillants

Les carrés des anneaux sont en progression arithmétique.

L'état lumineux du centre de la figure d'interférence est a priori quelconque, son ordre d'interférence $p(O) = \frac{na}{\lambda_0}$ peut donc prendre n'importe quelle valeur :

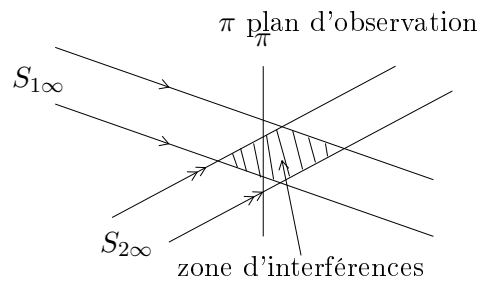
- $p(O) = 533,08$: le centre est quasiment brillant car $p(O)$ est très proche d'un entier
- $p(O) = 532,43$: le centre est quasiment noir car $p(O)$ est très proche d'un demi-entier

Remarque : il suffit que l'ordre d'interférence du centre change de 0,5 pour que son état lumineux passe de noir à brillant, il suffit donc de modifier a , la distance entre les sources, de $\lambda/2$ (λ longueur d'onde dans le milieu), soit très très peu !!! Cela sera observé sur le Michelson.

Supposons pour simplifier que le centre est brillant.

II.A.4 Cas où les sources secondaires sont à l'infini : interférence de deux ondes planes

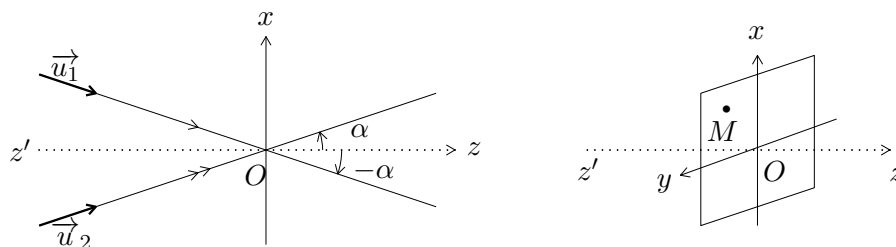
II.A.4.a Cas étudié



Les interférences ne sont pas localisées.

Pour obtenir de telles ondes, on peut par exemple placer les trous d'Young dans le plan focal objet d'une lentille convergente.

Simplifions le schéma afin d'introduire les notations nécessaires au calcul de l'éclairement :



Le plan de figure est le plan déterminé par les deux directions des deux faisceaux.

Le choix de l'origine O est quelconque, il est simplement dans le champ d'interférence et sur le plan d'observation π .

Un point M du plan d'observation est caractérisé par x et y .

L'axe $(z'z)$ est la bissectrice des deux directions de propagation.

II.A.4.b Détermination de l'éclairement

II.A.4.b.i Différence de marche

$$\delta = \delta(O) + 2nx \sin \alpha$$

II.A.4.b.ii *Eclairement sur l'écran*

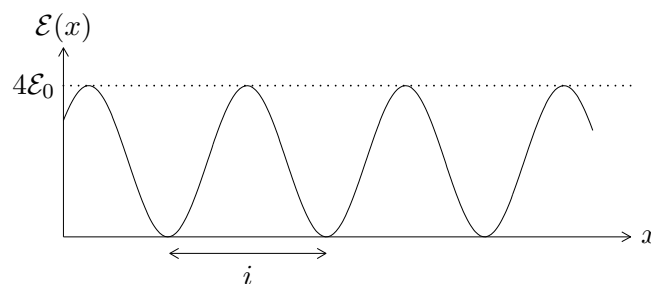
L'expression de l'éclairement est donc :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta(O) + 2nx \sin \alpha}{\lambda_0} \right) \right]$$

L'éclairement est une fonction périodique de x . Les franges brillantes (ou sombre) sont donc des droites parallèles à (Oy) . L'interfrange, période spatiale de l'éclairement, est

$$i = \frac{\lambda_0}{2n \sin \alpha} = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

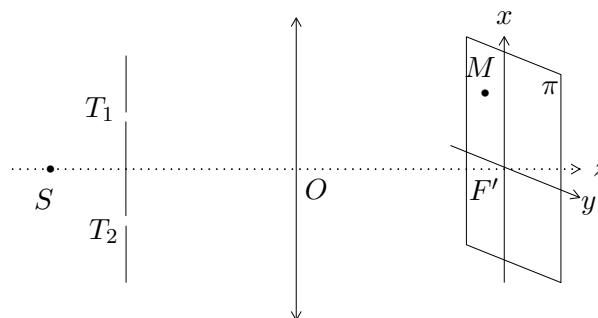
Allure de la courbe $\mathcal{E}(x)$:



II.B CAS OÙ L'OBSERVATION SE FAIT DANS LE PLAN FOCAL IMAGE D'UNE LENTILLE CONVERGENTE

II.B.1 Cas étudié

Considérons par exemple le montage des trous d'Young, mais en observant dans le plan focal image d'une lentille convergente :



II.B.2 Trajets des deux ondes qui interfèrent en M

II.B.3 Détermination de l'éclairement

II.B.3.a Différence de marche

$$\delta = \frac{na x}{f'}$$

II.B.3.b Éclairement sur l'écran

On a donc pour l'éclairement :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{na x}{f' \lambda_0} \right) \right]$$

L'expression est très similaire à celle qu'on avait trouvé précédemment pour les trous d'Young observé à la distance D : D est simplement remplacé par f' .

La figure d'interférence est donc tout à fait similaire : les franges sont des lignes perpendiculaires à $F'x$ et l'interfrange est

$$i = \frac{f' \lambda_0}{na} = \frac{f' \lambda}{a}$$

III PHÉNOMÈNE D'INTERFÉRENCES À DEUX ONDES MONOCHROMATIQUES AVEC UNE SOURCE ÉTENDUE

III.A INFLUENCE DE LA TAILLE DE LA SOURCE SUR LE CONTRASTE

★ Pour augmenter la luminosité de la figure d'interférence, on peut utiliser une source étendue : par exemple un diaphragme largement ouvert, ou des fentes larges. Le problème réside dans le fait qu' une source étendue est un ensemble de sources ponctuelles incohérentes.

Les retards de phase de chaque source ponctuelle sont donc aléatoires les uns par rapport aux autres. Ainsi :

- deux ondes issues du point source S vont interférer en M
- deux ondes issues du point source S' vont interférer en M
- mais il n'y a pas d'interférence entre les ondes issues de S et celles issues de S' arrivant en M

On peut donc écrire pour l'éclairement :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_S(M) + \mathcal{E}_{S'}(M)$$

Mais par contre, $\mathcal{E}_S(M) \neq \mathcal{E}_{S_1}(M) + \mathcal{E}_{S_2}(M)$ puisqu'il y a interférences.

★ La différence de marche $\delta_S(M)$ en M entre les deux ondes issues de S est a priori différente de la différence de marche $\delta_{S'}(M)$ entre les deux ondes issues de S' : $\delta_S(M) \neq \delta_{S'}(M)$

Ainsi, les figures d'interférences de S et S' ne coïncident a priori pas : il peut donc y avoir brouillage du phénomène d'interférence.

Pour étudier les différentes situations, il est plus simple de raisonner avec les ordres d'interférence, qui sont des nombres sans dimension.

Trois cas peuvent se présenter :

- si $\forall M \in$ champ d'interférences, $p_S(M) = p_{S'}(M)$, la figure d'interférence est la même qu'avec une source ponctuelle, mais elle est plus lumineuse. C'est donc le cas idéal.

Remarque : on a le même résultat si $|p_S(M) - p_{S'}(M)|$ entier. D'autre part, en pratique, l'égalité stricte n'est pas nécessaire, il suffit d'avoir $|p_S(M) - p_{S'}(M)| < 0,1$ par exemple.

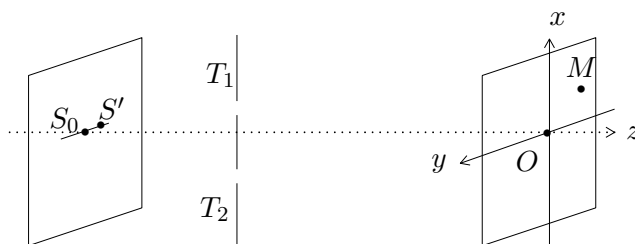
- si $\forall M \in$ champ d'interférence, $|p_S(M) - p_{S'}(M)|$ est notable, le phénomène d'interférence ne sera plus visible et l'éclairement sera quasi uniforme.
- s'il existe des points M situés sur une certaine surface Σ tels que $|p_S(M) - p_{S'}(M)|$ est un entier, et que pour les autres points M , $|p_S(M) - p_{S'}(M)|$ est quelconque, alors le phénomène d'interférence est brouillé partout sauf sur la surface Σ : les interférences deviennent alors localisées en source étendue.

Lorsqu'on étudie le phénomène d'interférence en source étendue, il faut donc calculer la différence des ordres d'interférence pour déterminer si la figure sera brouillée ou non.

III.B EXEMPLE DU MONTAGE DES TROUS D'YOUNG

III.B.1 Agrandissement dans une direction perpendiculaire aux trous

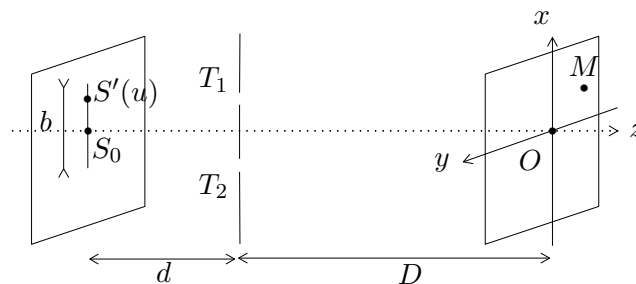
On élargit la source dans une direction perpendiculaire aux trous :



III.B.2 Agrandissement dans une direction parallèle aux trous

III.B.2.a Différence de marche et ordres d'interférence en M

Ce cas est très différent du cas précédent :



III.B.2.b Etude semi-quantitative : critère de visibilité

A priori, $p_{S'}(M) \neq p_{S_0}(M)$: il y a a priori brouillage de la figure d'interférence.

Cherchons la condition de non brouillage, c'est à dire la valeur de b à ne pas dépasser, b étant la hauteur de la source :

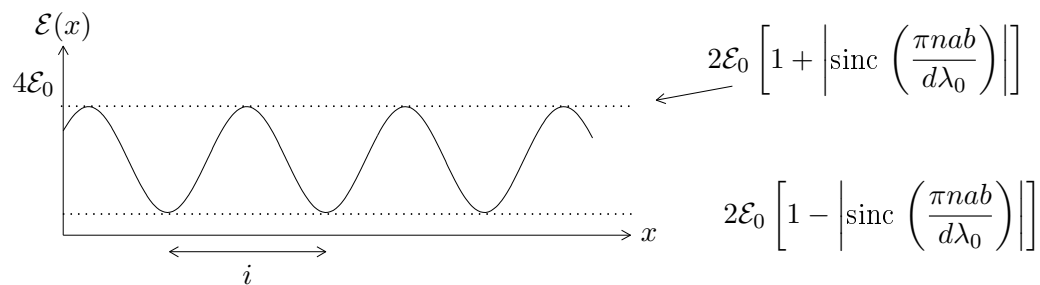
III.B.2.c Etude quantitative

III.B.2.c.i Eclairement

On cherche l'expression de l'éclairement en M du à la source étendue. Pour cela, on va décomposer la source en petits morceaux de hauteur du , assimilables à des sources ponctuelles.

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi nab}{d\lambda_0} \right) \cos \left(2\pi \left(\frac{nax}{D\lambda_0} \right) \right) \right]$$

Allure de la courbe $\mathcal{E}(x)$:

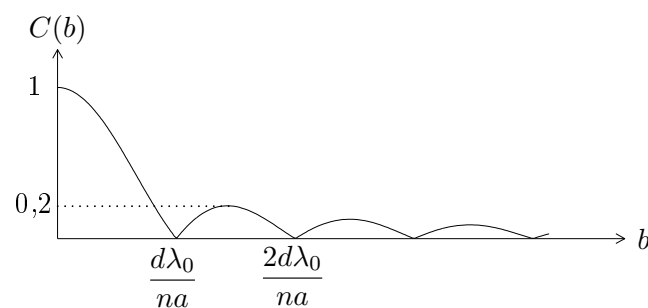


Remarque : on retrouve le cas de la source ponctuelle pour $b \rightarrow 0$, alors $\operatorname{sinc} \rightarrow 1$ puisque $\operatorname{sinc} x \simeq \frac{x}{x} = 1$.

III.B.2.c.ii Critère de visibilité

Expression du contraste :

Allure de la courbe $C(b)$:



III.B.3 Conclusion

Dans le montage des trous d'Young, on peut agrandir la source dans une direction perpendiculaire aux trous, mais il ne faut surtout pas l'agrandir dans une direction parallèle aux trous.

On va donc utiliser une fente source très fine perpendiculaire à T_1T_2 . Cette fente est alors parallèle aux franges d'interférences.

IV PHÉNOMÈNE D'INTERFÉRENCES À DEUX ONDES AVEC UNE SOURCE PONCTUELLE NON MONOCHROMATIQUE

IV.A GÉNÉRALITÉS

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'une lumière monochromatique est un modèle, qu'une lumière réelle n'est jamais rigoureusement monochromatique. Il est donc très important d'étudier l'influence d'une lumière non monochromatique sur une figure d'interférence.

Pour alléger les notations, dans cette partie, on note λ la longueur d'onde dans le vide, et σ le nombre d'onde dans le vide.

Nous avons vu que pour interférer, deux ondes doivent être cohérentes, c'est-à-dire entre autre de même fréquence. Or une source non monochromatique émet plusieurs radiations de fréquences différentes, qui n'interfèrent pas entre elles. On a donc :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\lambda_1}(M) + \mathcal{E}_{\lambda_2}(M)$$

où \mathcal{E}_λ est l'éclairement dû à λ .

Pour étudier ce qu'il se passe, on s'intéresse à l'ordre d'interférence $p_\lambda(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda}$.

Si on considère que l'indice n varie très lentement avec λ , ce qui est généralement le cas, on peut considérer que δ ne dépend pas de λ (c'est en particulier le cas dans l'air). On n'aura donc jamais le même ordre d'interférence pour deux longueurs d'onde différentes : $p_{\lambda_1}(M) \neq p_{\lambda_2}(M) \forall \lambda_1 \neq \lambda_2$ (sauf dans le cas particulier où $\delta = 0$, on reviendra là-dessus en fin de chapitre).

Si on utilise une source non monochromatique, il y a un risque très important de brouillage des interférences.

IV.B CAS D'UN DOUBLET

IV.B.1 Cas étudié

On considère une source ponctuelle qui émet, avec la même intensité, deux radiations de longueurs d'onde dans le vide voisines $\lambda_1 = \lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ et $\lambda_2 = \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$, avec $\Delta\lambda \ll \lambda_0$.

Ces deux radiations peuvent aussi être décrites par leurs nombres d'onde : $\sigma_1 = \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$ et $\sigma_2 = \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}$.

Exemple : une lampe à vapeur de sodium émet un doublet jaune-orangé : $\lambda_2 = 589 \text{ nm}$ et $\lambda_1 = 589,6 \text{ nm}$.

IV.B.2 Etude semi-quantitative

Calculons la différence des ordres d'interférence :

$$p_{\lambda_1}(M) - p_{\lambda_2}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_1} - \frac{\delta(M)}{\lambda_2} \simeq \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \delta(M) = \Delta\sigma \delta(M)$$

⇒ si δ est petit, il n'y a pas de brouillage : il faut $p_{\lambda_2}(M) - p_{\lambda_1}(M) < 0,1$ environ

⇒ lorsque δ augmente, le brouillage augmente, et il devient total lorsque la différence des ordres d'interférence est proche de 0,5 : les figures d'interférence dues à chaque longueur d'onde sont alors inversées, et leur superposition donne le même éclairement partout : si $0,4 < p_{\lambda_2}(M) - p_{\lambda_1}(M) < 0,6$, le brouillage est complet

⇒ lorsque δ augmente encore, la différence des ordres d'interférence devient proche de 1, et on observe à nouveau les interférences : si $0,9 < p_{\lambda_2}(M) - p_{\lambda_1}(M) < 1,1$, alors il n'y a plus de brouillage.

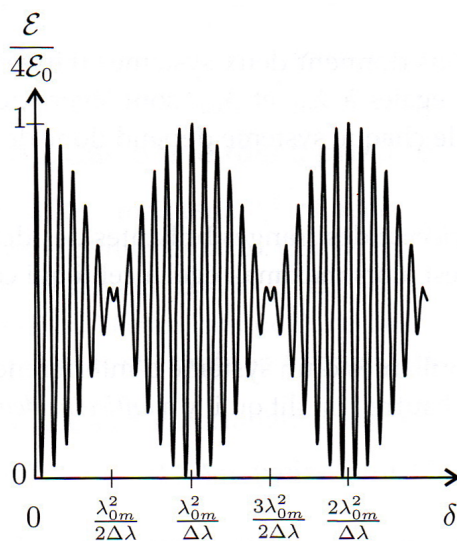
Il y a donc des zones où les interférences ne sont pas brouillées, on parle de zones de coïncidence, et des zones où les interférences sont totalement brouillées, les zones d'anticoïncidence.

IV.B.3 Etude quantitative

IV.B.3.a Eclairement

$$\mathcal{E}(M) = 4\mathcal{E}_0 [1 + \cos(\pi\delta\Delta\sigma) \cos(2\pi\delta\sigma_0)]$$

Allure de la courbe $\mathcal{E}(\delta)$:



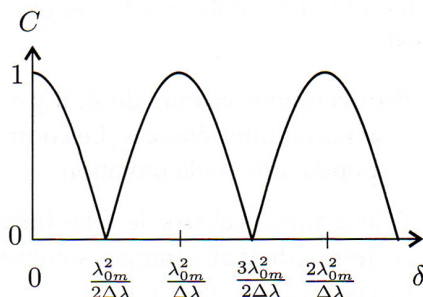
Franges d'interférences dans le cas d'un doublet symétrique.

Il y a une succession de zones de coïncidence et d'anticoïncidence. On dit que la courbe a la forme de battements.

Remarque : pour tracer la courbe, il faut d'abord tracer l'enveloppe.

IV.B.3.b *Contraste*

Allure de la courbe $C(\delta)$:



Franges d'interférences dans le cas d'un doublet symétrique.

On observe donc deux types de zones en alternance :

- des zones où les franges sont bien contrastées : $C = 1$, lorsque $\pi\delta\Delta\sigma = k\pi$. Ce sont les zones de coïncidence.
- des zones où les franges sont brouillées : $C = 0$, lorsque $\pi\delta\Delta\sigma = (k + 1/2)\pi$. Ce sont les zones d'anticoïncidence.

k étant un entier.

IV.C CAS D'UNE RAIE À PROFIL RECTANGULAIRE

IV.C.1 Cas étudié

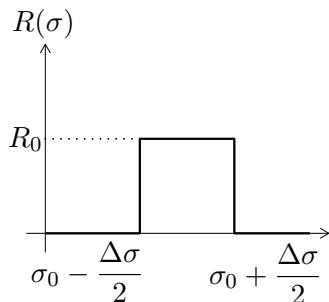
On considère maintenant une source qui émet des longueurs d'onde comprises entre $\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ et $\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$, soit des nombres d'onde compris entre $\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$ et $\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}$, avec $\Delta\sigma = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$ comme précédemment.

On suppose que $\Delta\lambda \ll \lambda_0$, donc $\Delta\sigma \ll \sigma_0$.

On a déjà vu des ordres de grandeurs de largeur en fréquence : pour une lampe spectrale par exemple $\Delta\nu \simeq 10^{10}$ Hz.

On a donc, puisque $\sigma = \frac{\nu}{c}$: $\Delta\sigma \simeq 30 \text{ m}^{-1}$ et $\Delta\lambda = \lambda_0^2 \Delta\sigma \simeq 10^{-11} \text{ m}$.

On considère une source à profil spectral rectangulaire, sa densité spectrale d'éclairement $R(\sigma)$ a donc l'allure suivante :



Soit $2\mathcal{E}_0$ l'éclairement total de cette onde :

$$\mathcal{E}_T = 2\mathcal{E}_0 = \int_{\sigma_0 - \Delta\sigma/2}^{\sigma_0 + \Delta\sigma/2} R_0 d\sigma = R_0 \Delta\sigma$$

IV.C.2 Approche semi-quantitative

L'ordre d'interférence d'une radiation en M est $p_\lambda(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \delta(M)\sigma$.

Cet ordre d'interférence est donc compris entre $\delta(M) \left(\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2} \right)$ et $\delta(M) \left(\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \right)$.

Ainsi, si $p_{max} - p_{min} < 0,1$, l'ordre d'interférence en M est quasiment le même pour toutes les radiations. Un point est brillant pour toutes les radiations. La figure d'interférence n'est donc pas modifiée : il n'y a pas de brouillage.

Par contre si $p_{max} - p_{min} \simeq 1$, contrairement à précédemment, il y aura brouillage car il y a une infinité de longueurs d'onde, ainsi toutes les valeurs de p comprise entre p_{min} et p_{max} existe.

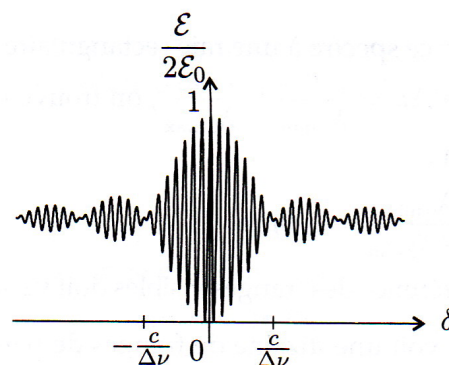
On ne retrouve donc pas l'alternance de zones de coïncidence et d'anticoïncidence du doublet. Cela vient du fait qu'il y a une infinité de longueurs d'onde.

IV.C.3 Approche quantitative

IV.C.3.a Eclairement

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 [1 + \text{sinc}(\pi\delta\Delta\sigma) \cos(2\pi\delta\sigma_0)]$$

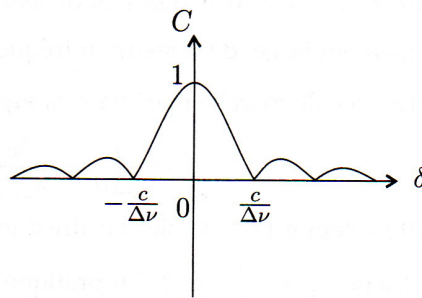
Allure de la courbe $\mathcal{E}(x)$:



Franges d'interférences dans le cas d'une raie à profil rectangulaire.

IV.C.3.b Contraste

Allure de la courbe $C(x)$:



Franges d'interférences dans le cas
d'une raie à profil rectangulaire.

Pour une lampe spectrale, cette condition n'est pas trop contraignante, sauf si δ est grand (par exemple dans le cas d'une figure d'interférence en anneau), et où alors p peut être important.

IV.C.3.c Retour sur la longueur de cohérence de la source

On retrouve la condition vu en début de chapitre : la différence de temps de parcours doit être petite devant la durée de cohérence de la source.

IV.D CAS DE LA LUMIÈRE BLANCHE

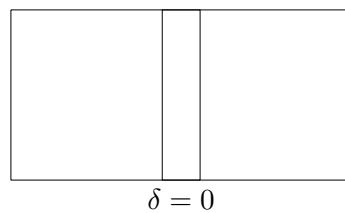
La lumière blanche émet toutes les radiations comprises entre 0,4 et 0,75 μm environ.

IV.D.1 Approche semi-quantitative

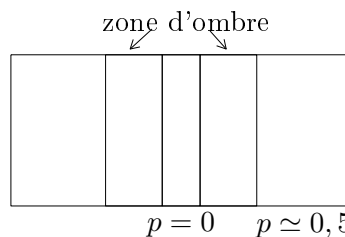
Il n'y aura donc pas brouillage si $|p|$ est limité à 0,3. Ce sera donc pratiquement partout brouillé.

IV.D.2 Allure de la figure d'interférence

En lumière blanche, on observera donc une zone d'interférences excessivement réduite. A peu de chose près, on n'observera qu'une frange blanche brillante à l'endroit où $\delta \simeq 0$, si cette zone existe.

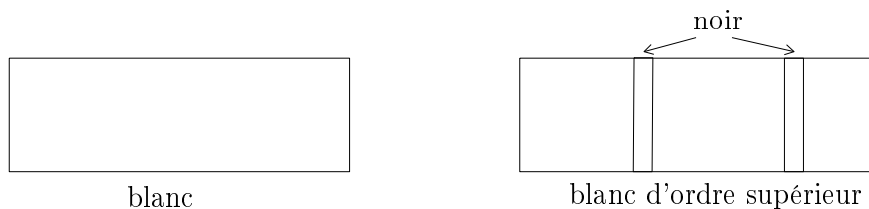


En pratique, on observe une zone blanche brillante encadrée de deux zones sombres irisées. Au-delà, on a du blanc quasiment uniforme, qu'on appelle blanc d'ordre supérieur car l'ordre d'interférence y est supérieur à 0.



IV.D.3 Spectre cannelé

Le blanc d'ordre supérieur se distingue de la lumière blanche car il a un spectre cannelé : il manque certaines radiations. Son spectre présente donc des raies noires, appelées cannelures



En un point donné de la figure d'interférences, soit pour δ donnée, les longueurs d'onde manquantes (raies noires) correspondent aux longueurs d'onde pour lesquelles l'interférence est destructrice. L'ordre d'interférence est alors un demi-entier.