

Thermodynamique II. SMP. Année 2016/2017.
Semestre 3. TD n°4.

Données relatives à l'eau : Masse molaire de l'eau $M = 18 \text{ g/mol}$, chaleur spécifique du liquide saturant égale à celle de l'eau liquide à pression constante $c_f = c = 4185 \text{ J/kg.K}$. La vapeur d'eau est assimilée à un gaz parfait. Constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J/mol.K}$.

Exercice 1. Application des deux principes à l'étude de l'équilibre liquide-vapeur.

Un cylindre muni d'un piston mobile sans frottements contient de l'eau liquide en équilibre avec sa vapeur à la température t_1 , le titre en vapeur étant égal à x_1 . On vaporise partiellement de l'eau liquide en soulevant lentement le piston jusqu'à atteindre une température t_2 , le titre en vapeur étant égal à x_2 .

1. Déterminer les expressions des variations d'entropie, d'énergie interne et d'enthalpie au cours de cette vaporisation.

2. Le cylindre est *thermiquement isolé*, déterminer le titre en vapeur x_2 sachant que $x_1 = 0,35$.

Application numérique : $t_1 = 200^\circ\text{C}$ et $t_2 = 75^\circ\text{C}$. Chaleurs latentes : $L_V(t_1) = 1940,7 \text{ kJ/kg}$ et $L_V(t_2) = 2321,4 \text{ kJ/kg}$.

Exercice 2. Cycle avec changement de phase. Liquide sous refroidi.

Un gramme d'eau liquide, à $t_1 = 25^\circ\text{C}$ et sous la pression atmosphérique $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, subit les transformations réversibles suivantes : Un échauffement sous pression constante de $t_1 = 25^\circ\text{C}$ à $t_2 = 100^\circ\text{C}$, une vaporisation complète sous cette pression, une détente adiabatique jusqu'à retour à la température t_1 , une compression à température constante jusqu'à condensation complète de la vapeur puis jusqu'à retour à l'état initial.

1. Représenter dans le diagramme de Clapeyron le cycle décrit par l'eau.

2. Calculer la variation d'entropie au cours de chaque transformation du cycle. En déduire le titre en vapeur à la fin de la détente adiabatique.

3. Calculer le travail effectué au cours de la détente adiabatique.

Application numérique : $v_g(t_1) = 43,360 \text{ m}^3/\text{kg}$, $v_g(t_2) = 1,673 \text{ m}^3/\text{kg}$, $P_{\text{sat}}(t_1) = 0,0317 \text{ bar}$ et $P_{\text{sat}}(t_2) = 1,014 \text{ bar}$. Chaleurs latentes : $L_V(t_1) = 2442,3 \text{ kJ/kg}$ et $L_V(t_2) = 2257,0 \text{ kJ/kg}$.

Exercice 3. Cycle avec changement de phase. Vapeur surchauffée.

Une masse m d'eau initialement à la température T_1 et à l'état de *vapeur saturante*, état désigné par $A_1(P_1, v_1)$, se détend de façon *isotherme* jusqu'à l'état A_2 dont la pression est $P_2 = P_1/2$. Elle est ensuite *comprimée* de façon *isobare* jusqu'à l'état $A_3(T_2, x)$, dont la température est T_2 et dont le titre en vapeur x est $0 < x < 1$. On désigne par A_2' l'état où une goutte de liquide apparaît pour la première fois. Une *compression isentropique* mène cette masse d'eau jusqu'à l'état de *liquide saturant* A_4 dont la pression est égale à P_1 . Cette masse d'eau évolue ensuite d'une manière *isobare* jusqu'à l'état initial A_1 .

On désigne par L_1 et L_2 les chaleurs latentes de vaporisation aux températures T_1 et T_2 et par c_f la chaleur massique de l'eau à l'état de liquide saturant. La vapeur d'eau surchauffée est

assimilée à un gaz parfait. On néglige le volume du liquide saturant devant celui de la vapeur saturante. On donnera toutes les expressions en fonction des grandeurs suivantes : P_1 , v_1 , T_1 , T_2 , L_1 , L_2 , x , c_f , m et γ .

1. Représenter le cycle décrit par la masse d'eau dans le diagramme (P , v).
2. Exprimer en fonction de v_1 les volumes massiques dans les états A_2 et A_2' .
3. Calculer les travaux W_{12} et $W_{22'}$ ainsi que les chaleurs Q_{12} et $Q_{22'}$.
4. Déterminer l'expression du titre en vapeur x . Donner sa valeur numérique.
5. Calculer les travaux $W_{2'3}$, W_{34} et W_{41} ainsi que les chaleurs $Q_{2'3}$, Q_{34} et Q_{41} .
6. En déduire le travail du cycle W_{cycle} et le rendement η de ce cycle.
7. Comparer ce rendement au rendement η_{Carnot} du cycle de Carnot associé.

Application numérique : $T_1 = 485 \text{ K}$, $P_1 = 20 \text{ bars}$, $v_1 = 0,0996 \text{ m}^3/\text{kg}$, $L_1 = 1892 \text{ kJ/kg}$, $T_2 = 453 \text{ K}$, $L_2 = 2015 \text{ kJ/kg}$, $c_f = 4,185 \text{ kJ/kg.K}$, $m = 1 \text{ kg}$ et $\gamma = 1,35$.

Exercice 4. Evolution d'un mélange liquide-vapeur à pression constante ou à volume constant.

On considère un mélange de masse $m = 8 \text{ g}$ et de volume $V_0 = 4,5 \text{ l}$ comprenant de l'eau liquide et de la vapeur en équilibre à la température $t_1 = 120^\circ\text{C}$.

1. Déterminer le titre en vapeur du mélange.
2. On place le mélange dans un thermostat dont la température est $t_2 = 200^\circ\text{C}$. Déterminer l'énergie thermique fournie par le thermostat dans les deux cas suivants :
 - 2.1. si l'on maintient la pression constante et égale à $P_1 = P_{\text{sat}}(t_1)$;
 - 2.2. si le volume est invariable.

Application numérique : $v_g(t_1) = 0,8919 \text{ m}^3/\text{kg}$, $v_g(t_2) = 0,1274 \text{ m}^3/\text{kg}$ et $P_{\text{sat}}(t_1) = 1,985 \text{ bar}$. Enthalpies massiques : $h_f(t_1) = 503,71 \text{ kJ/kg}$, $h_g(t_1) = 2706,3 \text{ kJ/kg}$, $h_{\text{vapeur}}(t_2, \sim 2 \text{ bars}) = 2870 \text{ kJ/kg}$ et $h_{\text{vapeur}}(t_2, \sim 4 \text{ bars}) = 2860 \text{ kJ/kg}$.

Exercice 5. Transformation irréversible à volume constant : vaporisation sous vide.

Un réservoir indéformable, initialement vide, a un volume $V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. On introduit dans ce réservoir une masse $m = 2 \text{ g}$ d'eau liquide prise à la température $t_0 = 25^\circ\text{C}$ et à la pression atmosphérique normale $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Par l'intermédiaire d'un thermostat, on porte le réservoir et son contenu à la température $t_1 = 75^\circ\text{C}$.

1. La transformation est-elle réversible ou irréversible? Justifier. Décrire ce qui se passe et déterminer l'état d'équilibre de l'eau.
2. Calculer l'énergie thermique absorbée par l'eau au cours de cette transformation.
3. Faire le bilan entropique de cette transformation.
4. A partir de l'état d'équilibre précédent, on chauffe le réservoir et son contenu jusqu'à $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Calculer l'énergie thermique absorbée par l'eau au cours de cette transformation.

Application numérique : $P_{\text{sat}}(t_1) = 0,3858 \text{ bar}$, $v_g(t_1) = 4,131 \text{ m}^3/\text{kg}$ et $L_V(t_1) = 2321,4 \text{ kJ/kg}$. Chaleur spécifique à volume constant de la vapeur d'eau : $c_v = 1167 \text{ J/kg.K}$.

Exercice 6. Equation de Clausius-Clapeyron.

Rappeler l'expression de l'équation de Clapeyron. Dans le cas : a) où la vapeur saturante peut être assimilée à un gaz parfait et b) où on peut négliger le volume du liquide saturant devant celui de la vapeur saturante, donner la nouvelle expression de cette équation. En déduire l'expression de $\ln P_{\text{sat}}$ en fonction de la température si, loin du point critique, $L_V = a - bT$ où a et b sont des constantes. Les constantes qui figurent dans l'expression de $\ln P_{\text{sat}}$ peuvent être déterminées à l'aide d'une table de valeurs.