جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle C1 – Thermodynamique 2
SMP – S3 – Durée 1h30 – 2012

$R = 8{,}32 J/K/mol$ pour l'air : $M_{air} = 29 g/mol$ $c_p = 1000 J/kg/K$ et $\gamma_{air} = 1{,}4$

Pour l'argon : $c_p = 520 J/kg/K$, $M_{argon} = 40 g/mol$ et $\gamma_{argon} = 1{,}667$

Exercice 1 : Transformation réversible ou irréversible (8 points)

Une mole d'air, supposé parfait, subit une transformation isotherme depuis l'état initial (P_1=1bar, T_1=288K) jusqu'à l'état final (P_2=5bars).

1/ Déterminer la variation d'entropie massique ΔS de cette mole d'air.

2/ On admet que cette transformation est réversible, déterminer:

2.1/ le travail massique W_{12} et la chaleur massique Q_{12} échangés pendant cette transformation **(les 2 en kJ/kg)** . Justifier le signe obtenu pour le travail W_{12}.

2.2/ Calculer les entropies échangée S_e et créée S_c.

3/ On admet que cette transformation est irréversible, déterminer :

3.1/ le travail W'_{12} et la chaleur Q'_{12} échangés pendant cette transformation **(les 2 en kJ/kg)** .

3.2/ Calculer les entropies échangée S'_e et créée S'_c. Justifier les signes obtenus.

Exercice 2 : Turbine (9 points)

De l'argon, gaz parfait, entre dans une turbine adiabatique sous une pression P_1=4 bars, une température T_1=627°C et une vitesse c_1=350 m/s. La turbine a une section d'entrée A_1=20 cm^2. Il sort de la turbine à P_2=1 bars, c_2=135,3m/s et T_2=520K. **Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables devant la variation d'enthalpie de l'argon.**

1/ Donner la relation et la valeur numérique du volume massique à l'entrée v_1 et du débit massique $\dot{m}$ de l'argon dans la turbine.

2/ Donner les relations et les valeurs numériques du volume v_2 de l'argon à la sortie de la turbine et de la section de sortie A_2.

3/ Calculer la puissance fournie par la turbine $\dot{W}_t$. Calculer la variation massique d'entropie de l'argon Δs à la traversée de la turbine et justifier son signe.

4/ Déterminer la température T_{2s} à la sortie de la turbine si on admet que la transformation est en plus réversible et que les autres données sont inchangées.

5/ La turbine fonctionne avec un rendement isentropique de 85%, calculer sa puissance réelle $\dot{W}_r$ en kW. En déduire la température réelle de l'argon T_{2r} à la sortie de la turbine.

Exercice 3 : Tuyère (3 points)

De l'air (gaz parfait) traverse une tuyère adiabatique de façon réversible. Les conditions particulières de cette tuyère sont : pour l'entrée P_1=50bars, T_1=3000K, c_1=0 et à la sortie P_2=1bar. Trouver, en fonction des données de l'exercice, la relation et la valeur numérique de la vitesse de l'air à la sortie de la tuyère c_2.

Corrigé du contrôle 1 – S3 – Automne 2012

Exercice 1 : Transformation réversible ou irréversible (8 points)

1/ Calcul de la variation d'entropie : $\Delta S = \frac{R}{M}\ln\frac{P_1}{P_2}$ **(0,5pt)** et A.N. $\Delta S = -0{,}462 kJ/kg/K$ **(0,5pt)**

2.1/ Calcul du travail et de la chaleur échangés : $W_{12} = \frac{RT_1}{M}\ln\frac{P_2}{P_1}$ **(0,5pt)** et par A.N. $W_{12} = 133{,}06 kJ/kg$ **(0,5pt)**, $W_{12} > 0$ **(0,5pt) travail reçu compression**. Comme l'air est un gaz parfait, et la transformation isotherme alors $Q_{12} = -W_{12} = -133{,}03 kJ/kg$ **(0,5pt)**.

2.2/ Transformation est réversible donc $S_c = 0$ **(0,5pt)** et $S_e = \Delta S = -0{,}462 kJ/kg/K$ **(0,5pt)**.

3.1/ Transformation est irréversible donc $W'_{12} = -P_2(V_2 - V_1) = \frac{RT_1}{M}(\frac{P_2}{P_1} - 1)$ **(0,5pt)** et par A.N. $W'_{12} = 330{,}5 kJ/kg$ **(0,5pt)**, d'où $Q'_{12} = -W'_{12} = -330{,}5 kJ/kg$ **(0,5pt)**

3.2/ $S'_e = \frac{Q'_{12}}{T_1} = \frac{R}{M}(\frac{P_2}{P_1} - 1)$ **(0,5pt)** et par A.N. $S'_e = -1{,}15 kJ/kg/K$ **(0,5pt)**, $S'_e < 0$ car on a perte de chaleur **(0,5pt)**.

$S'_c = \Delta S - S'_e = 0{,}688 kJ/kg/K$ **(0,5pt)**, valeur positive, c'est le signe de l'entropie créée**(0,5pt)**.

Exercice 2 : Turbine (9 points)

1/ Gaz parfait (Pv=RT/M) donc $v_1=RT_1/(MP_1)$**(0,5pt)** donne $v_1= 0{,}468 m^3/kg$**(0,5pt)**. $\dot{m} = A_1 c_1 / v_1$ **(0,5pt) donne** $\dot{m} = 1{,}5 kg/s$ **(0,5pt).**

2/ $v_2=RT_2/(MP_2)$**(0,5pt)** donne $v_2= 1{,}0816 m^3/kg$**(0,5pt)**. $A_2 = \dot{m} v_2 / c_2$ **(0,5pt)**, A.N. $A_2 = 120 cm^2$ **(0,5pt).**

3/ $\dot{w}_t = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m} c_p (T_2 - T_1)$ **(0,5pt)**, $\dot{w}_t = -296{,}4 kW$ **(0,5pt)**

$\Delta s = c_p \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{R}{M}\ln\frac{P_1}{P_2}$ soit $\Delta s = 3{,}1 J/K/kg$ **(0,5pt)** positive donc la transformation est irréversible **(0,5pt)**.

4/ La transformation est isentropique donc $T_{2s} = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$ **(0,5pt)** et $T_{2s} = 517K = 244°C$ **(0,5pt).**

5/ La puissance réelle est $\dot{w}_r = \dot{m} c_p ((T_{2s} - T_1)\eta_t$ **(0,5pt)** donne $\dot{w}_r = -254 kW$ **(0,5pt)** et la température finale réelle est : $T_{2r} = \frac{\dot{w}_r}{\dot{m} c_p} + T_1$ **(0,5pt)** et $T_{2r} = 574{,}4K$ **(0,5pt)**.

Exercice 3 : Tuyère (3 points)

La transformation est isentropique donc $T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$ **(1pt)** et le principe de la conservation de l'énergie des systèmes ouverts s'écrit : $h_2 - h_1 + c_2^2/2 = 0$ **(0,5pt)** d'où $c_2^2/2 = c_p(T_1 - T_2)$ qui donne $c_2 = [2c_p T_1(1 - (P_1/P_2)^{(1-\gamma)/\gamma}]^{1/2}$ **(1pt)**

Par application numérique on obtient : $c_2 = 2009 m/s$ **(0,5pt)**.

جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle C1 – Thermodynamique 2
SMP – S3 – Durée 1h30 - 2011

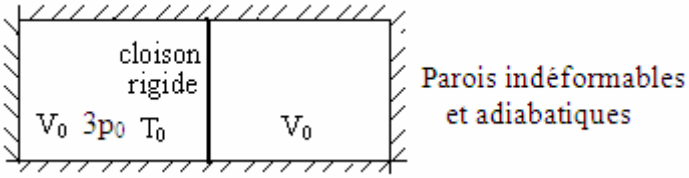
Exercice 1 : L'hydrogène dans une enceinte rigide (8,5 points)

Une enceinte de volume $2V_0$ est délimitée par une paroi indéformable et adiabatique (voir figure). Une cloison rigide la sépare en deux parties de même volume. A l'état initial, une des cellules est remplie d'hydrogène (H_2, gaz parfait) à la pression $3p_0$ et à la température T_0 et l'autre cellule est vide. On enlève la cloison centrale et on attend l'état d'équilibre.

1/ Déterminer le travail W_{01} et la chaleur Q_{01} échangés par le système. En déduire que la température finale $T_1 = T_0$. Quelle est la nature de la transformation ?

2/ Déterminer le volume V_1 et la pression p_1 du gaz à l'état final.

3/ Déterminer la variation d'entropie ΔS du système et les entropies échangée S_e et créée S_c en fonction de p_0, V_0 et T_0 uniquement.



Exercice 2 : Compresseur (10 points)

De l'air, gaz parfait, entre dans un compresseur de façon adiabatique et réversible sous une pression p_1=100 kPa, une température T_1=27°C et une vitesse c_1=6 m/s. Le compresseur a une section d'entrée A_1=800 cm^2. La puissance fournie au fluide dans le compresseur est $\dot{W}_c = 30\text{kW}$; la variation de l'énergie cinétique est négligeable devant la variation d'enthalpie.

Prendre c_p=1010J/kg/K, R/M=286,96J/kg/K et $\gamma = 1{,}3969$.

1) Rappeler les équations de bilans de masse et d'énergie en régime permanent avec deux ouvertures : une entrée et une sortie.
2) Donner la relation et la valeur numérique du volume massique à l'entrée v_1 et du débit massique $\dot{m}$ de l'air dans le compresseur.
3) Donner les relations et les valeurs numériques des variables T_2, v_2 et p_2 de l'air à la sortie du compresseur.
4) Donner la relation et la valeur numérique de la section de sortie du compresseur A_s, sachant que la vitesse de l'air à la sortie est c_2=36m/s.
5) Le compresseur fonctionne avec un rendement isentropique de 85%, calculer sa puissance réelle $\dot{W}_r$ en kW. En déduire la température réelle de l'air à la sortie T_{2r}.

Exercice 3 : conduite horizontale (1,5 points)

On considère l'écoulement du propane dans une conduite cylindrique horizontale. Les données techniques sont les suivantes : p_1=5,21MPa et T_1=407K ; p_2=4,26MPa, T_2 =370K et c_{p0}=1,6794kJ/kg/K. On admet que ce fluide se comporte comme un gaz parfait.

1/ Calculer la chaleur massique q_c échangée par ce gaz dans la conduite.

2/ En réalité ce fluide n'est pas parfait, quelle serait la chaleur réelle échangée q_r si l'erreur relative commise, en admettant que le gaz est parfait, est de 54,1%.

Corrigé du contrôle 1 – S3 – Automne 2011

Exercice 1 : L'hydrogène dans une enceinte rigide (8,5 points)

1/ $W_{01} = 0$ **(0,5pt)** car la transformation est une détente irréversible avec une pression extérieur nulle **(0,5pt)** et $Q_{01} = 0$ **(0,5pt)** car l'enceinte est adiabatique **(0,5pt).**
D'où dU=0 **(0,5pt)**, et comme le gaz est parfait, sa température finale est donc $T_1 = T_0$ **(0,5pt).**
La transformation est une détente irréversible (et isotherme) **(1pt)**.
2/ Etat initial : V_0, T_0 et $3P_0$; l'état final est $V_1=2V_0$, **(0,5pt)** et $P_1=(3/2)P_0$ **(1pt)**.
3/ Pour un gaz parfait : $dS = nc_v dT/T + nRdV/V$ qui dans notre cas donne $dS = nRdV/V$ **(0,5pt)** et par intégration $\Delta S = nR\ln(V_F/V_I)$, ce qui donne $\Delta S = \frac{3P_0V_0}{T_0}\ln 2$ **(1pt)**,
Puisque $S_e = 0$ **(0,5pt)** car la transformation est adiabatique **(0,5pt)** alors $S_c = \Delta S > 0$ **(0,5pt)**.

Exercice 2 : compresseur (10 points)

1/ Bilan de masse : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$ (égalité des débits massiques d'entrée et de sortie) **(0,5pt)**.

Bilan d'énergie $(h_2 - h_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = w + q$ **(1pt)**.

2/ Gaz parfait (Pv=RT/M) donc $v_1=RT_1/(MP_1)$**(0,5pt)** donne $v_1=$ 0,86088m^3/kg**(0,5pt)**. $\dot{m} = A_1c_1/v_1$ **(0,5pt) donne** $\dot{m} = 0{,}56\text{kg/s}$ **(0,5pt).**

3/ $\dot{w}_c = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) = 3.10^4\,\text{W}$, donne $T_2 = \frac{\dot{w}_c}{\dot{m}c_p} + T_1$ **(0,5pt)**. Par application numérique, on obtient : T_2=353,04K **(0,5pt)**. Puisque la transformation est adiabatique réversible $v_2 = v_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/(\gamma-1)}$ **(0,5pt)** donne $v_2 = 0{,}57122\text{m}^3/\text{kg}$ **(0,5pt)** et $p_2 = \frac{RT_2}{Mv_2}$ **(0,5pt)** donne $p_2 = 177{,}35\text{kPa}$ **(0,5pt).**

4/ La section de sortie est donnée par $A_2 = \dot{m}v_2/c_2$ **(0,5pt)** donne $A_2 = 88{,}8\text{cm}^2$ **(0,5pt)**.

5/ La puissance réelle est $\dot{w}_r = \dot{w}_c/\eta_c$ **(0,5pt)** donne $\dot{w}_r = 35{,}3\text{kW}$ **(1pt)** et la température finale réelle est : $T_{2r} = \frac{\dot{w}_r}{\dot{m}c_p} + T_1$ **(0,5pt)** et $T_{2r} = 362{,}4\text{K}$ **(0,5pt)**.

Exercice 3 : conduite horizontale (1,5 points)

1/ Si le gaz est considéré parfait, $q_c = c_{p0}(T_2 - T_1)$ **(0,5pt)** et $q_c = -62{,}14\text{kJ/kg}$ **(0,5pt).**

2/ $54{,}1 = \frac{q_{ch} - q_c}{q_{ch}}100$ qui donne q_{ch}=135,4kJ/kg**(0,5pt)**.

جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle C1 - Thermodynamique II

SMP – S3 – Durée 1h30 - 2010

Prendre dans les A.N. : c_p (air) = 1,093 kJ/kg/K, R = 8,314 J/mol/K, M_{air} = 29g/mol $\gamma = 1{,}3936$

Exercice 1 : Signe de l'entropie des transformations (5pts)

Soit un cycle réversible ABCDA où la transformation AB est une compression isotherme et que la transformation BC est une compression adiabatique qui sont suivies d'une isobare et d'une isochore. On admet que ce cycle est décrit par n moles d'un gaz parfait.

1/ Tracer ce cycle dans le diagramme de Clapeyron P-v.

2/ Donner l'expression de la chaleur élémentaire δq échangée en coordonnées T-v, par **une mole** de ce gaz. En déduire l'expression de Δs entre les états (T_1,v_1) et (T_2,v_2). Réécrire l'expression de Δs pour n moles.

3/ Quel est le signe de S_C-S_B, S_D-S_C, S_A-S_D, S_B-S_A, justifier votre réponse.

Exercice 2 : Transformation polytropique (7pts)

Une mole d'air, supposée gaz parfait, est détendue dans un cylindre depuis P_1=300kPa et T_1=17°C jusqu'à P_2=100kPa au cours d'une évolution polytropique ($PV^{1,3}$ = cte).

1/ Calculer successivement les variables massiques d'état : v_1, v_2 et T_2.

2/ Calculer le travail w_{12} et la quantité de chaleur q_{12} massiques échangés.

3/ Calculer la variation d'entropie, Δs, l'entropie échangée, s_e, et l'entropie crée, s_c. Justifier les signes obtenus.

Exercice 3 : Turbine à air (8pts)

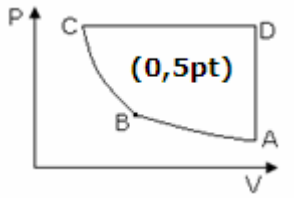
De l'air entre dans une turbine où il se détend de manière isentropique. L'air entre sous P_1=400kPa, T_1=627°C et c_1=95m/s et quitte la turbine sous P_2=100kPa et une vitesse c_2=150m/s. La turbine a une section de sortie A_2=40 cm^2.

1. Calculer les volumes massiques v_1, v_2 et la température T_2 de l'air à l'entrée et la sortie de la turbine.
2. En déduire la valeur du débit massique de l'air $\dot{m}$ dans la turbine et la section d'entrée A_1.
3. On négligera la variation de l'énergie cinétique, calculer le travail isentropique de la turbine $w_{t,s}$.
4. On admet que la turbine n'est plus isentropique et la température de l'air à sa sortie est $T_{2,r}$=352°C. Calculer son volume massique v_{2r}.
5. Calculer alors la variation d'entropie, Δs, de l'air dans la turbine. Justifier le signe obtenu.
6. Calculer la puissance $\dot{w}_{t,r}$ en kW et son rendement isentropique $\eta_{t,s}$.

Indications de solution aux exercices du contrôle C1
Thermo 2 – S3 – 2010

Exercice 1 : Signe de l'entropie des transformations

1/



2/ $\delta q = c_v dT + Pdv$ **(0,5pt)**, $ds = \frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + P\frac{dv}{T}$ qui donne

$\Delta s = c_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{v_2}{v_1}$ **(0,5pt)**.

Pour n moles : $\Delta S = n\Delta s = nc_v \ln\frac{T_2}{T_1} + nR\ln\frac{v_2}{v_1}$ **(0,5pt)**.

3/ Ici les variations d'entropie ne sont que des **entropies échangées**, car le cycle est réversible.

$S_C - S_B = 0$ **(0,5pt)** : car la transformation est isentropique **(0,5pt)**.

$S_D - S_C > 0$ **(0,5pt)** : car la transformation est un échauffement isobare où $\delta q > 0$ **(0,5pt)**.

$S_A - S_D < 0$: car c'est un refroidissement isochore où $\delta q < 0$ **(0,5pt)**.

$S_B - S_A < 0$: car c'est une compression isotherme où $\delta q < 0$ **(0,5pt)**.

Exercice 2 - Transformation polytropique

1/ Gaz parfait : Pv=RT/M donne $v_1=RT_1/(MP_1)=0{,}27713 m^3/kg$ **(0,5pt)**.

Etat initial connu et l'état final à calculer en utilisant les lois des gaz parfait et la transformation polytropique. $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(n-1)/n} = 0{,}775863$ donne T_2 = 225K **(1pt)**.

$v_2=RT_2/(MP_2)=0{,}6452 m^3/kg$ **(0,5pt)**.

2/ Par conséquent $w_{12} = -\frac{R(T_2 - T_1)}{M(1-n)} = -62{,}12 kJ/kg$ **(1pt)**

Avec le premier principe et sachant $c_v = c_p - \frac{R}{M} = 0{,}80631 kJ/kg/K$ on obtient :

$q_{12} = c_v(T_2 - T_1) - w_{12} = 9{,}71 kJ/kg$ **(0,5pt expression et 0,5pt valeur numérique)**

3/ $\Delta s = c_v \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{R}{M}\ln\frac{v_2}{v_1} = 37{,}65 J/kg/K$ **(0,5pt et 0,5pt)**'

$s_e = \Delta s = 37{,}65 J/kg/K$ **(0,5pt)**

$s_c = 0$ **(0,5pt)**. La transformation polytropique est réversible donc sans entropie créée et l'entropie échangée est positive car on a gain de chaleur **(0,5pt)**.

Exercice 3 : Turbine à air

1/ $v_1 = \frac{RT_1}{MP_1} = 0{,}6451 m^3/kg$ **(0,5pt)**, $v_2 = v_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} = 1{,}7365 m^3/kg$ **(0,5pt)** et $T_2 = \frac{MP_2 v_2}{R} = 605{,}71K$ **(0,5pt)**

2/ $\dot{m} = \frac{A_2 c_2}{v_2} = 0{,}3455 kg/s$ **(0,5pt)** et $A_1 = \dot{m}\frac{v_1}{c_1} = 23{,}46 cm^2$ **(0,5pt)**.

3/ $h_2 - h_1 = w_{t,s} = c_p(T_2 - T_1) = -321{,}66 kJ/kg$ **(0,5pt et 0,5pt)**

4/ $v_{2,r} = \frac{RT_{2,r}}{MP_2} = 1{,}7918 m^3/kg$ **(1pt)**

5/ Pour un gaz parfait : $\Delta s = c_v \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{R}{M}\ln\frac{v_2}{v_1} = -1{,}076 J/kg/K$ **(1pt)** les pertes de chaleur sont plus importantes que l'irréversibilité **(0,5pt)**.

6/ $\dot{w}_{t,r} = \dot{m}c_p(T_{2r} - T_1) = -103{,}85 kW$ **(1pt)** et $\eta_s = \frac{w_{t,r}}{w_{t,s}} = 93{,}45\%$ **(1pt)**

جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle C2 – Thermodynamique 2
SMP – S3 – Durée 1h30 - 2012

Exercice 1 : Transformation isotherme, isobare et isochore et changement de phase (16pts)

Un cylindre muni d'un piston contient une mole d'eau M = 18g à l'état mélange liquide – vapeur sous la pression $P_0=13.10^2$Pa. Les parois du cylindre sont supposées perméables à la chaleur et placées dans un bain dont on peut régler la température T. **On admet** que la vapeur, même à l'état de vapeur saturante, est un gaz parfait : $R = 8{,}32 J/K/mol$ et $c_f = 4{,}2 kJ/K/kg$ indépendante de la température**.**

1/ La température étant maintenue à T_0=300K, on détend le mélange de manière réversible du volume $V_0=0{,}63m^3$ (état A) au volume $V_1=3m^3$. La vapeur se trouve alors à l'état vapeur surchauffée sous la pression P_1 (état B_1).

a/ Calculer le volume V_g où disparaît la dernière goutte de liquide et la pression P_1.

b/ Quel est le travail W_{01}, échangé pendant cette détente ?

c/ Le volume massique de l'eau liquide étant $v_f=1cm^3/g$, calculer le titre x_A.

2/ L'état initiale étant toujours $A(T_0, V_0)$. On fait subir cette fois au mélange une transformation isobare réversible jusqu'à l'état B_2 de volume $V_2=V_1$.

Calculer la température T_2. **Calculer** le travail W_{02}, échangé pendant cette détente isobare.

3/ L'état initiale étant toujours $A(T_0, V_0)$. On fait subir au mélange une transformation isochore jusqu'à l'état B_3 de température T_3 où disparait la dernière goutte liquide.

Sachant que la chaleur latente de vaporisation de l'eau varie avec la température selon la loi empirique $L_v = aT + b$ (a=-48,66J/mol/K ; b=56587J/mol).

a/ **Retrouver** l'équation de Clapeyron suivante : $dP/dT = L_{12}/[T(v_2 - v_1)]$. **Montrer** que, si l'on néglige le volume molaire de l'eau liquide devant celui de la vapeur saturante, la pression de vapeur saturante P est liée à la température T par une relation de la forme $\ln P = A - B/T + C\ln T$, B et C sont des coefficients à déterminer en fonction de a et b.

b/ **Trouver** une relation donnant la température T_3 (on calculera une valeur approchée de T_3 en posant $T_3 = T_0 + \delta T$ et en considérant $\delta T << T_0$).

c/ **Tracer** sur un diagramme P-v l'ensemble des trois transformations en faisant apparaitre les états finaux : B_1, B_2 et B_3.

4/ L'état initiale étant toujours $A(T_0, V_0)$. On fait subir au mélange une transformation adiabatique réversible jusqu'à l'état B_4 de température T_4 où disparait la totalité de vapeur.

a/ Calculer la valeur de $L_v(T_0)$

b/ **Démontrer** l'équation de l'adiabatique suivante $xL/T + c_f \ln T = cte$ d'un mélange. **Calculer** la température T_4 de l'état B_4. En déduire la valeur de $L_v(T_4)$ à l'état B_4.

Exercice 2. Fonction énergie libre de Helmholtz (4pts)

1/ U est une fonction thermodynamique naturelle des variables d'état S et V. **Trouver** sa différentielle et en déduire la différentielle de la fonction énergie libre de Helmholtz dF.

2/ **Trouver**, en utilisant la différentielle dF, une relation de Maxwell.

3/ **Montrer** que la fonction énergie libre, F, d'un système qui n'est en contact qu'avec une seule source de chaleur et qui n'échange pas de travail avec cette source ne peut que diminuer lors de l'évolution vers l'équilibre.

Indications de solution et barème du contrôle C2 – SMP – S3 – Automne 2012

Exercice 1 : Transformation isotherme, isobare et isochore et changement de phase

1a/ A l'état de vapeur saturante, le fluide est gaz parfait : $P_0V_g = RT_0$; $V_g = 1{,}92m^3$ **(1pt)**

$P_1V_g = RT_0$ donne $P_1 = 832Pa$ **(1pt)**

1.b/ $W = \int_1^2 -PdV = -RT_0 \ln\frac{V_g}{V_0} - P_0(V_g - V_0)$: $W = -2790J$ **(1pt)**

1.c/ $x = \frac{V_0 - Mv_f}{V_g - Mv_f} \approx \frac{V_0}{V_g} = 0{,}328$ **(1pt)**.

2/ Gaz parfait et V_2=V_1 $\rightarrow T_2V_g = T_0V_1 \rightarrow T_2 = 469K$ **(1pt)**.

$W_{02} = -P_0(V_1 - V_0)$: $W = -3081J$ **(1pt)**.

3.a/ Le long d'une courbe d'équilibre de deux phases, on a : $dg_1 = dg_2$ (égalité des g_i enthalpies libres spécifiques des phases 1 et 2). Or $\left.\frac{\partial g}{\partial T}\right)_p = -s$ et $\left.\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T = v$; d'où on écrit :

$$-s_1dT + v_1dP = -s_2dT + v_2dP \Rightarrow \frac{dP}{dT} = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1}$$

A pression constante, $\Delta h_{12} = L_{12}$ et $\Delta s_{12} = L_{12}/T$ donnent $\frac{dP}{dT} = \frac{L_{12}}{T(v_2 - v_1)}$ **(1pt)** cette équation est dite **équation de Clapeyron**. Dans les conditions où on néglige le volume molaire de l'eau liquide devant celui de la vapeur saturante, on obtient : $\frac{dP}{P} \approx \frac{L_v dT}{RT^2}$ **(1pt)**.

Et si $L_v = aT + b$, par intégration, on aura : $\ln P = A - \frac{B}{T} + C\ln T$,

$B = \frac{b}{R}$ **(0,5pt)**, $C = \frac{a}{R}$ **(0,5pt)** et A constante d'intégration.

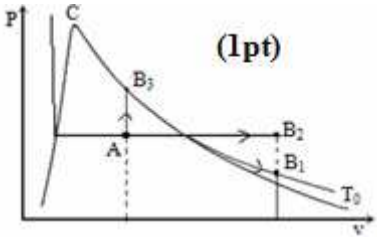
3.b/ $\ln P_0 = \frac{a}{R}\ln T_0 - \frac{b}{RT_0} + A$; $\ln P_3 = \frac{a}{R}\ln T_3 - \frac{b}{RT_3} + A$, soit $\ln\frac{P_3}{P_1} = \frac{a}{R}\ln\frac{T_3}{T_0} - \frac{b}{R}(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_0})$

(0,5pt). D'autre part $P_3V_0 = RT_3$ et $P_0V_g = RT_0$ donne $\frac{P_3}{P_0} = \frac{V_gT_3}{V_0T_0} \approx \frac{T_3}{x_AT_0}$ **(0,5pt)**. En reportant, on obtient : $(1 - \frac{a}{R})\ln\frac{T_3}{T_0} = \ln x_A - \frac{b}{R}(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_0})$

$T_3 = T_0 + \delta T$ $(\delta T << T_0)$ donne $\ln\frac{T_3}{T_0} \approx \frac{\delta T}{T_0}$ et $\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_0} \approx -\frac{\delta T}{T_0^2}$ soit

$\delta T = (T_0 \ln x_A)(1 - \frac{a}{R} - \frac{b}{RT_0})^{-1}$ **(0,5pt)**. A.N. $\delta T = 21K$ **(1pt).**

3.c/



4.a/ $L_v(T_0) = -48{,}66 * T_0 + 56587 = 41989J/mol$ **(1pt)**.

4.b/ Pour une goutte d'eau qui passe de l'état initial (T,x=0) à l'état final (T,0<x<1), l'échange de chaleur est : $\delta Q = c_f dT + Ldx$ **(0,5pt)**. Dans ces conditions la variation élémentaire d'entropie s'écrit : $dS = \frac{\delta Q}{T} = c_f \frac{dT}{T} + L\frac{dx}{T}$ **(0,5pt)** et par intégration le long d'une isotherme donne : $S = c_f \ln T + (Lx)/T + cte$ **(0,5pt)** et l'équation d'une adiabatique s'écrit : $c_f \ln T + (Lx)/T = cste$.

D'après cette équation de l'adiabatique et entre les positions A et B_4, on a : $x_0 L_v(T_0)/T_0 + c_f \ln T_0 = c_f \ln T_4$ **(0,5pt)** (car le titre au point B_4 est nul).

Ce qui donne $T_4 = 550K$ **(0,5pt)**.

Ce qui donne $L_v(T_4) = -48{,}66 * T_4 + 56587 = 29824 J/mol$ **(0,5pt)**.

Exercice 2. Fonction énergie libre de Helmholtz

1/ On sait que $dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$. Et si les seules forces qui travaillent sont les forces de pression :

$dU = \delta Q - PdV = TdS - PdV$ **(0,5pt)**.

Par transformation de Legendre, on peut écrire : F(T,V) = U(S,V)-TS. Sa différentielle est $dF = -SdT - PdV$ **(0,5pt)**.

2/ La différentielle $dF = -SdT - PdV$ est totales exacte **(0,5pt)** donc : $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ **(0,5pt)**, c'est une relation de Maxwell.

3/ D'après le premier et le deuxième principe : $dU = \delta W + \delta Q$ **(0,5pt)** et $TdS \geq \delta Q$, on aura alors :

$$\delta W = dU - \delta Q \geq dU - TdS \qquad \textbf{(0,5pt)}$$

Si la transformation est isotherme, d(TS)=TdS et $\delta W \geq dU - d(TS) = dF$ **(0,5pt)**, $\delta W = 0$ donc $dF \leq 0$ **(0,5pt)** c'est-à-dire que F ne peut que diminuée lors de l'évolution vers l'équilibre.

جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle C2 – Thermodynamique 2
SMP – S3 – Durée 1h30 - 2011

Exercice 1 : Entropie d'un mélange (6 points)

On considère un mélange liquide – vapeur d'un corps pur, en équilibre à l'état (T, x) où x est son titre en vapeur. Ce fluide passe de l'état A(T,x) vers l'état B(T+dT,x+dx). On pose c_f et c_g les chaleurs massiques du liquide saturant et de la vapeur saturante et L la chaleur de vaporisation à la température T.

a/ Donner, en coordonnées P-v, une représentation de la courbe de saturation et des états A et B.

b/ L'expression de la chaleur échangée est $\delta Q = xc_g dT + (1-x)c_f dT + Ldx$; justifier les différents termes figurants dans cette expression.

c/ En utilisant le deuxième principe et le fait que l'entropie est une fonction d'état, montrer la relation suivante : $c_g - c_f = dL/dT - L/T$.

d/ En déduire l'équation d'une adiabatique réversible d'un mélange.

Exercice 2 : Etude d'un cycle avec changement de phase (14 points)

Une masse m=1kg d'eau pure initialement à l'état de vapeur saturée $A_1(T_1,P_1,v_1)$ se détend de façon isotherme vers l'état A_2 de pression $\frac{P_1}{2}$. Elle est comprimée de façon isobare jusqu'à l'état mélange $A_3(0 < x < 0{,}5, T_3)$ en passant par l'état de vapeur saturée, $A_2^{'}$. Le fluide subit ensuite un échauffement adiabatique jusqu'à la température T_1 où il se trouve à l'état de liquide saturé, A_4, pour revenir isothermiquement à son état initial A_1. **On note** L_1 et L_3 les chaleurs latentes de vaporisation aux températures T_1 et T_3 et c_f la chaleur massique du fluide à l'état liquide saturé.

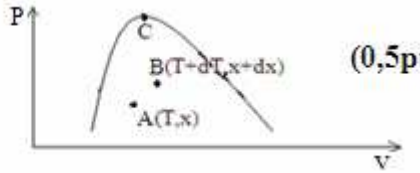
- ***<u>Toutes les réponses doivent être exprimées en fonction des données du problème à savoir :</u>*** **<u>T_1, T_3, P_1, v_1, L_1, L_3, c_f et x</u>.**
- **On admettra que la vapeur saturante obéit à la loi des gaz parfaits, on négligera aussi le volume massique du liquide relativement à celui de la vapeur.**
- **A.N. : T_1=485K ; P_1=20 bars, L_1 =1932 kJ.kg^{-1} ; v_1= 0,0998 m^3/kg ; T_3=453 K ; L_3=2020 kJ.kg^{-1} et c_f=4,185 kJ.K^{-1}.kg^{-1} ; $\gamma = 1{,}4$; x=0,0641.**

6) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron P-v en y précisant la courbe de saturation, les deux isothermes T_1 et T_3 le point critique C, et les états A_1, A_2, A'_2, A_3 et A_4.
7) Trouver les expressions et les valeurs numériques des volumes massiques v_2 et v'_2 du fluide aux états A_2 et A'_2.
8) Trouver les expressions et les valeurs numériques des travaux échangés au cours des transformations du cycle W_{12} (entre A_1 et A_2), $W_{22}^{'}$ (entre A_2 et A'_2), $W_{23}^{'}$ (entre A'_2 et A_3), W_{34} (entre A_3 et A_4) et W_{41} (entre A_4 et A_1).
9) Trouver les expressions et les valeurs numériques des chaleurs échangées correspondantes Q_{12}, $Q_{22}^{'}$, $Q_{23}^{'}$, Q_{34} et Q_{41}.
10) A partir des définitions, trouver les expressions et les valeurs numériques de : W_{cycle}, Q_{cycle} et du rendement η_{cycle}. Comparer η_{cycle} et η_{Carnot} du cycle.

Corrigé du contrôle 2 – S3 – Automne 2011

Exercice 1 : Entropie d'un mélange (6 points)

a/



(0,5pt)

b/ $\delta Q = xc_g dT + (1-x)c_f dT + Ldx$:

- $xc_g dT$ échauffement de la vapeur saturante à x constant **(0,5pt)** ;
- $(1-x)c_f dT$ échauffement du liquide saturant à x constant **(0,5pt)** ;
- Ldx chaleur latente de vaporisation ou de condensation à T+dT **(0,5pt)**.

c/ $ds = \dfrac{xc_g dT + (1-x)c_f dT + Ldx}{T}$ **(1pt)**, comme ds est une différentielle totale alors on a :

$\dfrac{\partial[xc_g + (1-x)c_f]/T}{\partial x} = \dfrac{\partial L/T}{\partial T}$ **(0,5pt)**, ce qui donne $\dfrac{c_g - c_f}{T} = \dfrac{\partial L}{T\partial T} - \dfrac{L}{T^2}$ **(0,5pt)** d'où on démontre le résultat.

d/ En reportant le résultat de b/ dans l'expression de ds pour éliminer c_g, on obtient :

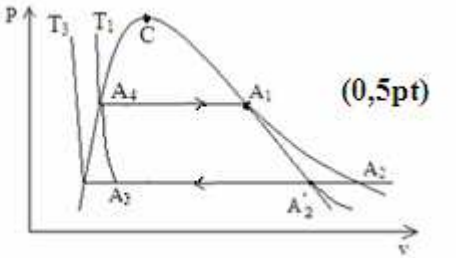
$$ds = (\frac{\partial L}{\partial T} - \frac{L}{T})x\frac{dT}{T} + c_f\frac{dT}{T} + \frac{L}{T}dx \textbf{ (0,5pt)} \qquad \Rightarrow \qquad ds = d(\frac{xL}{T}) + c_f\frac{dT}{T} \textbf{ (0,5pt)}$$

Par intégration on obtient l'équation de l'adiabatique (isentropique) du mélange liquide – vapeur :

$\dfrac{xL}{T} + c_f \ln T = cte$ **(1pt)**.

Exercice 2 : Etude d'un cycle de mélange (14 points)

1/



(0,5pt)

2/ Le fluide obéit à la loi des gaz parfaits : $P_1v_1 = RT_1/M$ et $P_2v_2 = RT_1/M$ qui donnent $v_2 = 2v_1$ **(0,5pt)** $v_2 = 0{,}1996 m^3/kg$ **(0,5pt)**

Comme $P_2v_2' = RT_3/M$ on a : $v_2' = 2(T_3/T_1)v_1$ **(0,5pt)** $v_2' = 0{,}186431 m^3/kg$ **(0,5pt)**.

3/ $W_{12} = -\dfrac{R}{M}T_1 \ln\dfrac{v_2}{v_1} = -P_1v_1 \ln 2$ **(0,5pt)** ; $W_{12} = -138{,}35 kJ$ **(0.5pt)**

$W_{22}' = -P_2(v_2' - v_2) = -\dfrac{p_1v_1}{T_1}(T_3 - T_1)$ **(0,5pt)** ; $W_{22}' = 13{,}17 kJ$ **(0,5pt)** ;

$W_{23}' = -P_2v_2'(x-1) = P_1v_1\dfrac{T_3}{T_1}(1-x)$ **(0,5pt)** ; $W_{23}' = 174{,}48 kJ$ **(0,5pt)** ;

$W_{34} = \frac{xP_1}{2} v_2^{'} - L_3 x + c_f (T_1 - T_3) = xP_1 v_1 \frac{T_3}{T_1} - L_3 x + c_f (T_1 - T_3)$ **(0,5pt)** ;

$W_{34} = 16{,}39\text{kJ}$ **(0,5pt)** ;

$W_{41} = -P_1 v_1$ **(0,5pt)**; $W_{41} = -199{,}6\text{kJ}$ **(0,5pt)**.

4/ $Q_{12} = \frac{R}{M} T_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = P_1 v_1 \ln 2$ **(0,5pt)** ; $Q_{12} = 138{,}35\text{kJ}$ **(0,5pt)** ;

$Q_{22}^{'} = c_P (T_3 - T_1) = \frac{\gamma p_1 v_1}{(\gamma - 1) T_1} (T_3 - T_1)$ **(0,5pt)** ; $Q_{22}^{'} = -46{,}1\text{kJ}$ **(0,5pt).**

$Q_{23}^{'} = -L_3 (1 - x)$ **(0,5pt)** ; $Q_{23}^{'} = -1890{,}52\text{kJ}$ **(0,5pt)** ;

$Q_{34} = 0$ (adiabatique) **(0,5pt)** ;

$Q_{41} = L_1$ **(0,5pt)** ; $Q_{41} = 1932\text{kJ}$ **(0,5pt)**.

5/ $W_{cycle} = \sum W_i$, $W_{cycle} = -133{,}91\text{kJ}$ **(0,5pt)**.

$Q_{cycle} = \sum Q_i$, $Q_{cycle} = 133{,}73\text{kJ}$ **(0,5pt)**.

$\eta_{cycle} = -\frac{W_{cycle}}{\sum Q_i > 0}$; $\eta_{cycle} = \frac{133{,}9}{2070{,}35} = 6{,}47\%$ **(0,5pt)** ;

$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$ **(0,25pt)**, $\eta_{Carnot} = 6{,}6\% > \eta_{cycle}$ **(0,25pt)**.

جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle C2 Thermodynamique II
SMP – S3 – Durée 1h30 - 2010

Exercice 1 (question du cours) : Effets thermoélectriques (4pts)

Les relations d'Onsager décrivant les effets thermoélectriques sont :

$$\vec{J}_q = -L_{qq}\frac{1}{T^2}\vec{\text{grad}}\,T - L_{qe}\,\vec{\text{grad}}\frac{\phi}{T}\ ; \qquad \vec{J}_e = -L_{eq}\frac{1}{T^2}\vec{\text{grad}}\,T - L_{ee}\,\vec{\text{grad}}\frac{\phi}{T}$$

1/ Donner le nom et l'expression des forces thermodynamiques dans ces équations.
2/ Utiliser ces relations pour trouver l'expression du coefficient de Seebeck ε en fonction des coefficients d'Onsager et du potentiel électrique ϕ.
3/ En déduire la relation liant la conductivité thermique K aux coefficients d'Onsager et à la température T.

Exercice 2 : Application du cours (6pts)

1/ A partir de la fonction énergie libre G, montrer que $H = -T^2\left.\frac{\partial G/T}{\partial T}\right)_P$.

2/ D'après le théorème d'Euler sur les fonctions homogènes, U(S,V,n) est de degré 1, et peut s'écrire : $U = \sum X_j \frac{\partial U}{\partial X_j}$, où les X_j sont les variables extensives de la fonction U.

a- Trouver l'expression de U(S,V,n). Donner, dans ce cas, sa différentielle.
b- En déduire la relation de Gibbs-Duhem (relation entre les variables intensives).

Exercice 3 : Transformations isobares et isothermes de l'eau (10 pts)

On considère une mole d'eau à l'état vapeur saturée de volume V_1 à la température T_1. Cette mole subit successivement les transformations suivantes :

A_1A_2 : réchauffement isobare P_1 jusqu'à l'état A_2 à T_2 ;
A_2A_3 : compression isotherme T_2 jusqu'à l'état P_2 à l'état de vapeur saturée ;
A_3A_4 : condensation isotherme jusqu'à l'état liquide saturant ;
A_4A_5 : refroidissement isobare P_2 jusqu'à l'état A_5 à T_1 ;
A_5A_6 : détente isotherme T_1 jusqu'à l'état liquide saturant à P_1 ;
A_6A_1 : évaporation isotherme T_1 jusqu'à l'état de vapeur saturée.

On donne : P_1=1atm, P_2=11atm, T_1=100°C, T_2=180°C, les chaleurs de vaporisation de l'eau L_1=40kJ/mol à 100°C, L_2=36,6kJ/mol à 180°C, les capacités thermiques molaires de l'eau liquide et de l'eau vapeur sont supposées constantes : $c_f = 75{,}2\,J/mol/K$, $c_g = 32{,}7\,J/mol/K$ et R=8,32J/mol/K.

On admet que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait même à l'état de vapeur saturée.

1/ Tracer sur un diagramme P-V les différentes transformations subit par cette mole d'eau. De quelle machine thermique s'agit-il ?
2/ Trouver l'expression littérale et la valeur numérique des volumes V_1 à l'état A_1, V_2 à l'état A_2 et V_3 à l'état A_3.
3/ Trouver l'expression littérale et la valeur numérique des chaleurs Q_{12}, Q_{23}, Q_{34}, Q_{45}, Q_{56} et Q_{61} échangées par l'eau au cours de ces transformations.
4/ Trouver l'expression littérale et la valeur numérique des travaux W_{12}, W_{23}, W_{34}, W_{45}, W_{56} et W_{61} échangées par l'eau au cours de ces transformations sans utiliser le résultat de 3/.
5/ Déduire des expressions littérales des questions 3/ et 4/ que la chaleur latente de vaporisation de l'eau liquide varie linéairement avec la température absolue T suivant la loi de Regnault : $L=L_0-aT$. Calculer les coefficients a et L_0.
6/ Utiliser la relation de Clapeyron pour trouver littéralement puis numériquement la pression d'équilibre liquide/vapeur en fonction de la température T.

Solution et barème du contrôle C2
Thermo 2 – S3 – 2010

Exercice 1 (question du cours) : Effets thermoélectriques (4pts)

1/ Les relations d'Onsager décrivant les effets thermoélectriques sont :

Le flux thermique : $\vec{J}_q = -L_{qq}\frac{1}{T^2}\overrightarrow{\text{grad}}\,T - L_{qe}\overrightarrow{\text{grad}}\frac{\phi}{T}$

Le flux électrique : $\vec{J}_e = -L_{eq}\frac{1}{T^2}\overrightarrow{\text{grad}}\,T - L_{ee}\overrightarrow{\text{grad}}\frac{\phi}{T}$

$-\frac{1}{T^2}\overrightarrow{\text{grad}}\,T$ est la force thermodynamique d'origine thermique ; **(0,5pt)**

$-\overrightarrow{\text{grad}}\frac{\phi}{T}$ est la force thermodynamique d'origine électrique **(0,5pt)**.

2/ Coefficient thermoélectrique ε (ou coefficient Seebeck)

En circuit ouvert, $\vec{J}_e = 0$, on aura : $0 = -\frac{L_{eq}}{T^2}\overrightarrow{\text{grad}}\,T - L_{ee}\overrightarrow{\text{grad}}\frac{\phi}{T}$ **(0,5pt)**

D'où $-(\frac{L_{eq}}{T^2} + \frac{L_{ee}\phi}{T^2})\overrightarrow{\text{grad}}\,T - \frac{L_{ee}}{T}\overrightarrow{\text{grad}}\,\phi = 0$. Le coefficient Seebeck, **ε**, est défini par : $-\varepsilon\overrightarrow{\text{grad}}\,T = \overrightarrow{\text{grad}}\,\phi$ **(0,5pt)**

d'où : $\varepsilon = \frac{L_{eq} + L_{ee}\phi}{L_{ee}T}$ **(0,5pt)**

3/ Expression de la conductivité thermique K

D'après l'expression du flux $\vec{J}_q$, en circuit ouvert, on a :

$$\vec{J}_q = -L_{qq}\frac{1}{T^2}\overrightarrow{\text{grad}}\,T - L_{qe}\overrightarrow{\text{grad}}\frac{\phi}{T} = -(\frac{L_{qq} - \phi L_{qe}}{T^2})\overrightarrow{\text{grad}}\,T + \frac{L_{qe}}{T}\varepsilon\overrightarrow{\text{grad}}\,T \quad \textbf{(0,5pt)}$$

Soit $\vec{J}_q = \left[-(\frac{L_{qq} - \phi L_{qe}}{T^2}) + \frac{L_{qe}}{T}\varepsilon\right]\overrightarrow{\text{grad}}\,T$ **(0,5pt)** et par identification avec la loi de Fourier, on obtient :

$K = \frac{L_{qq}L_{ee} - L_{qe}^2}{T^2 L_{ee}}$ **(0,5pt)**.

Exercice 2 : Application du cours (6pts)

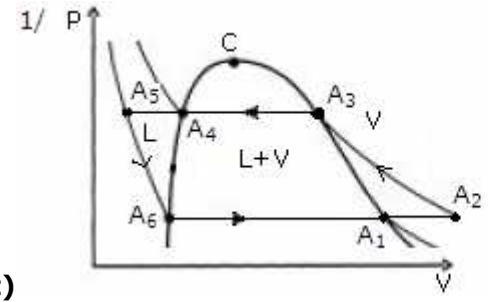
1/ $G = H - TS = H - T\left.\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$ **(1pt)** et $\left.\frac{\partial G/T}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T}\left.\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P - \frac{G}{T^2}$ **(1pt)** que l'on multiplie par T^2 et en remplaçant dans la première donne $H = -T^2\left.\frac{\partial G/T}{\partial T}\right)_P$ (2ème équation de Helmholtz).

2.a/ On voit que U est une fonction homogène de degré 1 dont toutes les variables sont extensives : S, V et n. L'application du théorème d'Euler à U donne : $U = TS - PV + \mu n$ **(1pt)**.

2.b/ la différentielle de U est $dU = TdS - PdV + \mu dn$ **(1pt)** et sa différentielle selon l'équation 3.a/ est $dU = TdS + SdT - PdV - VdP + \mu dn + nd\mu$ **(1pt)**. La comparaison de ces deux différentielles donne : $0 = SdT - VdP + nd\mu$ **(1pt)** c'est l'équation de Gibbs-Duhem qui lie les variables intensives.

Exercice 3 : Transformations isobares et isothermes de l'eau (10 pts)
Remarque : les résultats ici sont molaires, on peut accepter les résultats massiques si la masse molaire est juste, M=18g/mol.

1/



La machine est réceptrice

(1pt) **(0,5pt)**

2/ P_1=1atm, P_2=11atm, T_1=373K, T_2=453K, les chaleurs de vaporisation de l'eau L_1=40kJ/mol à 100°C, L_2=36,6kJ/mol à 180°C, les capacités thermiques molaires de l'eau liquide et de l'eau vapeur

sont supposées constantes : $c_f = 75{,}2 J/mol/K$, $c_g = 32{,}7 J/mol/K$ et R=8,32J/mol/K. Le gaz est parfait : $PV = RT$. On obtient : $V_1=RT_1/P_1=0{,}0310336 m^3$ **(0,5pt)**,
$V_2= RT_2/P_1=0{,}0376896 m^3$ **(0,5pt),** $V_3=RT_2/P_2=0{,}0034263 m^3$ **(0,5pt)**.

3/ $Q_{12} = c_g(T_2 - T_1) = 2{,}62 kJ$ **(0,5pt)**, $Q_{23} = RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = -9 kJ$ **(0,5pt)**, $Q_{34} = -L_2 = -36{,}6 kJ$ **(0,5pt)**, $Q_{45} = c_f(T_1 - T_2) = -6{,}02 kJ$ **(0,5pt)**, $Q_{56} = 0$ **(0,5pt)** et $Q_{61} = L_1 = 40 kJ$ **(0,5pt)**.

On a : $Q_{cycle} = -9 kJ$: le système fournit donc au milieu extérieur une quantité de chaleur $Q_{cycle} = -9 kJ$ par cycle.

4/ Calcul des travaux échangés par la mole d'eau au cours des transformations du cycle. On négligera les volumes molaires des phases liquides devant ceux des phases vapeur ($V_4 << V_3$ et $V_6 << V_1$), il vient : $W_{12} = -P_1(V_2 - V_1) = -0{,}67 kJ$ **(0,5pt)** ;

$W_{23} = -RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = 9{,}04 kJ$ **(0,5pt)** ; $W_{34} = -P_2(V_4 - V_3) \approx P_2 V_3 = 3{,}77 kJ$ **(0,5pt)** ; $W_{45} = 0$ **(0,5pt)** ; $W_{56} = 0$ **(0,5pt)** ; $W_{56} = -P_1(V_1 - V_6) \approx -P_1 V_1 = -3{,}1 kJ$ **(0,5pt)**.

$W_{cycle} = 9{,}04 kJ$: le système a donc reçu du milieu extérieur un travail total de 9,04kJ par cycle (cycle récepteur).

On a obtenu $W_{cycle} \approx -Q_{cycle}$ qui est en accord avec le 1ier principe de la thermodynamique.

5/ $Q_{cycle} = c_g(T_2 - T_1) + RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} + c_f(T_1 - T_2) + L_1 - L_2$ et $W = -P_1(V_2 - V_1) - RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} + P_2 V_3 - P_1 V_1$ donc

$$RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} + (c_f - c_g)(T_1 - T_2) + L_1 - L_2 = P_1(V_2 - V_1) + RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} - P_2 V_3 + P_1 V_1 .$$

D'où on tire : $L_1 - L_2 = \Delta c(T_2 - T_1)$ **(0,5pt)** $\Rightarrow$ sous forme différentielle (si $T_2 = T_1 + dT$) on aura $dL = \Delta c dT$ et $L(T) = \Delta c T + L_0$ avec $a = \Delta c = 42{,}5 J/mol/K$ et $L_0 = L_1 + \Delta c T_1 = 55{,}9 kJ/mol$ **(0,5pt)**.

5/ D'après la relation de Clapeyron, et en négligeant le volume molaire du liquide devant le volume molaire $V = \frac{RT}{P}$ de la vapeur, la chaleur de vaporisation est :

$L \approx TV\frac{dP}{dT} = \frac{RT^2}{P}\frac{dP}{dT}$ ou en séparant les variables $L_0 - aT = \frac{RT^2}{P}\frac{dP}{dT}$, ou en séparant les variables $\frac{dP}{P} = \frac{L_0 - aT}{R}\frac{dT}{T^2}$ d'où on tire $P(T) = P_1 \exp[\frac{L_0}{R}(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T})](\frac{T_1}{T})^{a/R}$ **(1pt)**

Contrôle rattrapage – Thermodynamique 2
SMP – S3 – Durée 1h30 – Automne 2011

Exercice 1 : (7pts) De l'air, gaz parfait, traverse une turbine de façon réversible avec un débit massique $\dot{m} = 0{,}64 kg/s$. Les conditions d'entrée sont : la pression P_1=4 bars, la température T_1=250°C. La turbine a une section d'entrée A_1=80 cm^2. Les paramètres de sortie de l'air sont : P_2=1 bars, T_2=70°C et c_2=10 m/s. On admet que la variation de l'énergie cinétique est négligeable devant la variation d'enthalpie. **Prendre c_p=1010J/kg/K, R/M=286,96J/kg/K et $\gamma = 1{,}3969$.**

11) Donner les expressions et les valeurs des volumes massiques à l'entrée v_1 et à la sortie v_2.
12) Donner les expressions et les valeurs de la section de sortie A_2 et de la vitesse d'entrée c_1.
13) On admet que la quantité élémentaire de chaleur échangée est $\delta q = adh$ où a=0,06. Trouver l'expression et la valeur de la puissance $\dot{W}_t$ fournie par la turbine.
14) Quelle serait sa puissance $\dot{W}_s$ si son rendement isentropique est $\eta_s = 85\%$.

Exercice 2 : (13pts) Une masse m=1kg d'eau pure initialement à l'état de vapeur saturée $A_1(T_1,P_1,v_1)$ se détend de façon isotitre (titre constant) vers l'état A_2 de pression ($P_2 = P_1/2, v_2$). Elle est ensuite comprimée de façon isobare jusqu'à l'état liquide saturé A_3 suivie d'une compression isotherme jusqu'à l'état A_4 de pression P_1. Le fluide subit ensuite une évolution isobare pour revenir à son état initial A_1 en passant par l'état A'_4 de liquide saturé.

On note L_1 et L_2 les chaleurs latentes de vaporisation aux températures T_1 et T_2 et c_f et c_g sont les chaleurs massiques du fluide à l'état liquide saturé et l'état vapeur saturée respectivement.

- ***Toutes les réponses doivent être exprimées en fonction des données du problème à savoir :*** **T_1, T_2, P_1, v_1, v_2, L_1, L_2, c_f et c_g.**
- **On négligera le volume de la phase liquide v_f devant celui de la phase vapeur v_g.**
- **La fonction énergie interne d'un mélange s'écrit :** $\Delta U = c_f \Delta T + \Delta(xL) - \Delta[xP(v_g - v_f)]$.
- **A.N. : T_1=485K ; T_2=453K ; P_1=20 bars, L_1=1940 $kJ.kg^{-1}$; v_1=0,105 m^3/kg ; v_2=0,195 m^3/kg ; L_2=2010 $kJ.kg^{-1}$, c_g=2,02 $kJ.K^{-1}.kg^{-1}$ et c_f=4,185 $kJ.K^{-1}.kg^{-1}$.**

1/ Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron P-v en y précisant la courbe de saturation

2/ Trouver les expressions et les valeurs numériques des travaux échangés au cours du cycle : W_{23} (entre A_2 et A_3), W_{34} (entre A_3 et A_4), W'_{44} (entre A_4 et A'_4) et W'_{41} (entre A'_4 et A_1).

3/ Trouver les expressions et les valeurs numériques des chaleurs échangées : Q_{23} (entre A_2 et A_3), Q_{34} (entre A_3 et A_4), Q'_{44} (entre A_4 et A'_4) et Q'_{41} (entre A'_4 et A_1).

4/ Trouver l'expression et la valeur numérique de la chaleur échangée Q_{12} pendant la transformation isotitre A_1A_2.

5/ Trouver l'xpression de la variation d'énergie interne ΔU_{12} au cours de cette transformation isotitre. En déduire l'expression du travail échangé W_{12}.

6/ A partir des définitions, trouver les expressions et les valeurs numériques du travail W_{cycle} et du rendement η_{cycle}. Comparer η_{cycle} et η_{Carnot} du cycle.

Corrigé du contrôle 2 – S3 – Automne 2011

Exercice 1 : (7 points)

1/ $v_1 = \frac{RT_1}{MP_1}$ **(0,5pt)** donne v_1=0,3752m^3/kg**(0,5pt)**

$v_2 = \frac{RT_2}{MP_2}$ **(0,5pt)** donne v_2=0,9843m^3/kg**(0,5pt)**.

2/ $A_2 = \frac{\dot{m}v_2}{c_2}$ **(0,5pt)** donne $A_2 = 630\text{cm}^2$ **(0,5pt)** et $c_1 = \frac{\dot{m}v_1}{A_1}$ **(0,5pt)** donne c_1= 30,02m/s**(0,5pt)**.

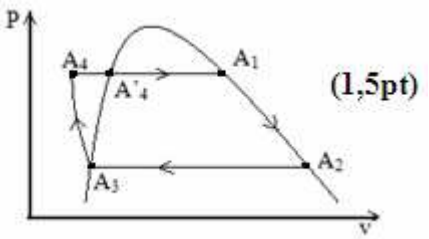
3/ l'équation du bilan d'énergie s'écrit : $h_2 - h_1 = q + w_t$ **(0,5pt)** (la variation d'énergie cinétique est négligeable) ; La puissance fournie est : $\dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{Q} + \dot{W}_t$ **(0,5pt)**, avec $\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1)$.

Ceci donne finalement : $\dot{W}_t = \dot{m}c_p(1-a)(T_2 - T_1)$ **(0,5pt)** par A.N. $\dot{W}_t = 109{,}4\text{kW}$ **(0,5pt)**

4/ Par définition $\eta_s = \dot{W}_t / \dot{W}_s$ **(0,5pt)** donc $\dot{W}_s = 128{,}7\text{kW}$ **(0,5pt).**

Exercice 2 : Etude d'un cycle de mélange (13 points)

1/



2/ Expressions des travaux : $W_{23} = -P_2(v_f - v_2) \approx P_1 v_2 / 2$ **(0,5pt),** $W_{23} = 195\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)** ;

$W_{34} = 0$ **(0,5pt)**; $W'_{44} = 0$ **(0,5pt)** ;

$W'_{41} = -P_1(v_1 - v_f) \approx -P_1 v_1$ **(0,5pt),** $W'_{41} = -210\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)**.

3/ Expressions des chaleurs : $Q_{23} = -L_2 = -2010\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)** ; $Q_{34} = 0$ **(0,5pt)** ;

$Q'_{44} = c_f(T_1 - T_2)$ **(0,5pt),** $Q'_{44} = 133{,}92\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)** ; $Q'_{41} = L_1 = 1940\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)**.

4/ Pour une transformation élémentaire dans un mélange on a : $\delta Q = xc_g dT + (1-x)c_f dT + Ldx$.

Si la transformation est isotitre (x=1), on aura :

$Q_{12} = c_g(T_2 - T_1)$ **(0,5pt),** $Q_{12} = -64{,}64\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)**.

5/ La variation de l'énergie interne d'un mélange est : $\Delta U = c_f \Delta T + \Delta(xL) - \Delta[xP(v_g - v_f)]$, ceci donne : $\Delta U_{12} = c_f(T_2 - T_1) + (L_2 - L_1) + P_1(v_1 - v_2/2)$ **(0,5pt),** $\Delta U_{12} = -48{,}92\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)**.

En utilisant le premier principe, on a : $W_{12} = \Delta U_{12} - Q_{12}$, ce qui donne :

$W_{12} = (c_f - c_g)(T_2 - T_1) + (L_2 - L_1) + P_1(v_1 - v_2/2)$ **(0,5pt),** $W_{12} = 15{,}72\text{kJ/kg}$ **(0,5pt)**

6/ $W_{cycle} = \sum W_i$ **(0,5pt)**, $W_{cycle} = -79{,}64\text{kJ}$ **(0,5pt)**.

$\eta_{cycle} = -\frac{W_{cycle}}{\sum Q_i > 0}$ **(0,5pt)** ; $\eta_{cycle} = \frac{9{,}68}{2073{,}92} = 0{,}0384 \text{ou} 3{,}84\%$ **(0,5pt)** ;

$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ **(0,5pt)**, $\eta_{Carnot} = 6{,}6\% > \eta_{cycle}$ **(0,5pt)**.

جامعة القاضي عياض كلية العلوم السملالية شعبة الفيزياء
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Physique

Contrôle rattrapage Thermodynamique II
SMP – S3 – Durée 1h30 – 2010/11

Exercice 1 : Question du cours (3 pts)

Donner la définition des effets physiques suivants : effet thermoélectrique, effet Seebeck, effet Peltier et effet Thomson.

Exercice 2 : Compresseur (7 pts)

De l'Argon, gaz parfait monoatomique ($\gamma = 1{,}67$ et M_{Ar}=40g/mol), entre dans un compresseur adiabatique à la pression P_1=100kPa et à la température T_1=298K avec la vitesse c_1=20m/s, il en sort sous P_2=1MPa, T_2=550°C et c_2=100m/s. La section d'entrée du compresseur est de A_1=75cm^2. Prendre R=8,32 J/mol/K.

1/ Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de la section de sortie A_2 et du débit massique $\dot{m}$ du gaz dans le compresseur.
2/ Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de la variation d'enthalpie Δh du gaz à travers le compresseur.
3/ Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de la puissance $\dot{w}_c$ reçue par le compresseur.
4/ Calculer la puissance réelle fournie au compresseur si son rendement isentropique est 85%.

Exercice 3 : système Liquide/vapeur (10pts)

On considère un mélange liquide-vapeur d'eau de masse totale 1 kg, de titre x, en équilibre à T et P données. On désigne par L_v la chaleur latente massique de vaporisation et par v_g et v_f les volumes massiques de la vapeur saturée et du liquide saturé.

1) Tracer en coordonnées P-v la courbe de saturation et 2 isothermes T et T+dT toutes les deux inférieures à la température critiques T_c. Placer sur ce diagramme l'état initial I(x,T) et l'état final F(x+dx, T+dT) où 0<x<1.
2) Expliquer pourquoi les variables d'état du mélange, pression $P=P_{sat}$ et volume massique v de l'équilibre, sont déterminées par la donnée de la température T et du titre x.
3) Soient c_f et c_g les chaleurs massiques respectives du liquide et de la vapeur saturés. Le mélange subit une transformation réversible l'amenant de l'état I(x,T) à l'état F(x+dx,T+dT). Cette transformation se compose d'une isotherme (isobare) suivie d'une isotitre.
   3.a/ Montrer que la chaleur échangée s'écrit : $\delta Q(x,T) = L_v dx + [xc_g + (1-x)c_f)]dT$.
   3.b/ Ecrire la variation d'entropie ds(T,x) et la variation d'enthalpie dh(T,x) du système.
4) Utiliser le fait que ds et dh sont des différentielles totales pour trouver deux relations liant c_f, cg, L_v, T, v_f, v_g et dP/dT. En déduire la relation de Clapeyron.
5) Maintenant on admet que la transformation entre l'état I et l'état F est adiabatique, réversible et isotitre. Déterminer la valeur particulière x_0 du titre qui devrait satisfaire cette transformation faisant passer la température de T à T+dT.

Indications de solution aux exercices du contrôle C2
Thermo 2 – S3 – 2010

Exercice 1 : Question du cours (3 pts)

Accepter pour les définitions suivantes toute expression équivalente

L'effet thermoélectrique est l'effet qui résulte de l'interaction entre la conduction thermique et la conduction électrique dans un matériau **(1pt)**.

Effet Seebeck : On appelle effet Seebeck l'apparition d'une force électromotrice E_s, appelé **fem de Seebeck**, aux bornes M et N d'un dipôle, constitué de deux conducteurs A et B formant deux jonctions J_1 et J_2, maintenues à des températures T_1 et $T_2=T_1+dT$ (figure 1 ci bas) **(1pt)**.

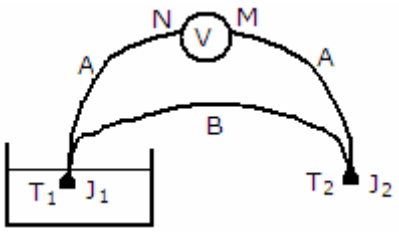
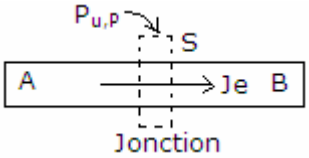


Figure 1

Effet Peltier : L'effet Peltier est l'effet thermique, autre que l'effet Joule, qui accompagne le passage d'un courant électrique à travers la jonction entre deux métaux différents A et B, à la même température **(0,5pt)**.



Effet Thomson : L'effet Thomson est l'effet thermique, différent de l'effet Joule, qui accompagne le passage d'un courant électrique stationnaire dans un conducteur ohmique, du fait de l'existence d'un gradient de température **(0,5pt)**.

Exercice 2 : Compresseur (7pts)

1/ $P_1v_1 = \frac{R}{M}T_1$ donne $v_1 = \frac{R}{MP_1}T_1 = 0{,}61984\text{m}^3$ **(1pt)** $v_2 = \frac{R}{MP_2}T_2 = 0{,}171184\text{m}^3$ **(0,5pt)**

en plus $A_2 = \frac{A_1c_1v_2}{c_2v_1} = 4{,}143\text{cm}^2$ **(1pt)** et $\dot{m} = \frac{A_1c_1}{v_1} = 0{,}242\text{kg/s}$ **(0,5pt).**

2/ $dh = c_P dT$ **(0,5pt)** donc $\Delta h = c_P(T_2 - T_1) = \frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}(T_2 - T_1) = 272{,}2\text{kJ/kg}$ **(1pt).**

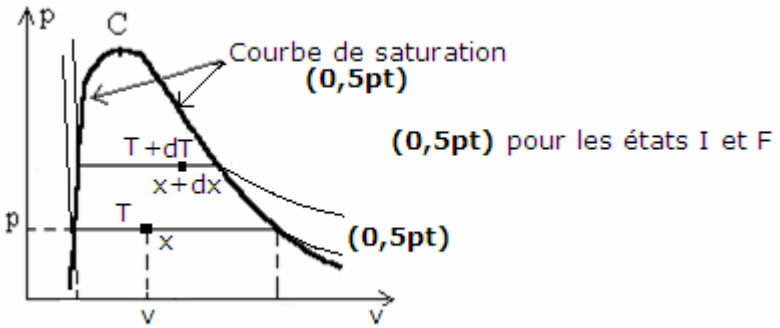
3/ $\dot{w}_c = \dot{m}(\Delta h + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2000}) = 67{,}03\text{kW}$ car Q=0 (adiabatique) **(1pt)**.

4/ Par définition, le rendement isentropique est $\eta_s = \frac{\dot{W}_C}{\dot{W}_r}$ **(1pt)** ceci donne

$\dot{W}_r = 78{,}86\text{kW}$ **(0,5pt)**.

Exercice 3 : système Liquide/vapeur (10pts)

1) Le diagramme P-v



2) Nous raisonnons sur une unité de masse de corps pur et considérons les deux paliers de vaporisation à températures T et à T + dT.
x est le titre de vapeur saturante : x est la masse de vapeur et 1-x la masse de liquide.
Soit v le volume du mélange liquide-vapeur alors $v=xv_g+(1-x)v_f$; v_g et v_f sont des fonctions de T suivant la courbe de rosée et la courbe d'ébullition.
Ainsi v est connu si x et T sont déterminés **(0,5pt)**.
La pression de vapeur saturante $P=P_{sat}$ est une fonction de T (équation de Clapeyron), les variables d'état indépendantes x et T sont suffisantes pour déterminer $P=P_{sat}$ et v du mélange liquide-vapeur **(0,5pt)**.
[ou explication équivalente : dans le diagramme la température donne le palier de saturation donc la valeurs de la pression P (dite de saturation) et des volumes v_f et v_g ; le titre et les volumes des phases avec le titre donnent la valeur du volume de la substance ($v=xv_g+(1-x)v_f$)].

3)a) $\delta Q_{isotherme} = L_v dx$ **(0,5pt)**

$\delta Q_{isotitre} \approx c_f(1-x)dT + c_g x dT$ **(0,5pt)** (si on néglige les termes d'ordre supérieurs). D'où l'expression demandée.

3)b) $ds = \dfrac{c_f(1-x)+c_g x}{T}dT + \dfrac{L_v}{T}dx$ **(1pt)**

$dh = d(u+Pv) = c_f(1-x)dT + c_g x dT + v\dfrac{dP}{dT}dT + L_v dx$, d'où on obtient :

$dh = [c_f(1-x) + c_g x + v\dfrac{dP}{dT}]dT + L_v dx$ **(1pt)**

4) On applique le critère de Cauchy aux deux différentielles totales ds et dh.

$\partial[\dfrac{c_f(1-x)+c_g x}{T}]/\partial x = d(\dfrac{L_v}{T})/dT = \dfrac{1}{T}\dfrac{dL_v}{dT} - \dfrac{L_v}{T^2}$ **(1pt)** soit :

$\boxed{c_g - c_f = \dfrac{dL_v}{dT} - \dfrac{L_v}{T}}$ relation (1) **(0,5pt)** (dite deuxième relation de Clapeyron).

$\dfrac{\partial}{\partial x}[c_f(1-x) + c_g x + v\dfrac{dP}{dT}] = \dfrac{dL_v}{dT}$ **(0,5pt)** ce qui donne :

$\boxed{\dfrac{dL_v}{dT} = c_g - c_f + (v_g - v_f)\dfrac{dP}{dT}}$ relation (2) **(0,5pt)**

On remplace dans la première expression du critère de Cauchy et on obtient :

$L_v = T(v_g - v_f)\dfrac{dP}{dT}$ **(0,5pt)** (première relation de Clapeyron).

5/ La transformation est isentropique : ds=0 **(0,5pt)** et elle est isotitre donc dx=0 **(0,5pt)** mais $dT \neq 0$ par suite, on a : $c_f(1-x_0) + c_g x_0 = 0$ $x_0 = c_f/(c_f - c_g)$ **(0,5pt)**.