Université Hassan II de Casablanca — Année Universitaire : 2015/2016

Faculté des Sciences –Ain Chock — Filière SMP-S3

Rattrapage de thermodynamique II

Exercice I

Un bloc de fer de masse m = 500kg, initialement à la température T_1= 200°C est placé dans l'atmosphère qui se trouve à la température T_0 = 27°C et à la pression P_0= 1bar. Ce bloc métallique subit alors un refroidissement qui l'amène à la température finale $T_2 = T_0$. La capacité thermique massique du fer dans ce domaine de température est c = 0,45kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

1) Préciser toutes les caractéristiques de la transformation subie par le bloc de fer.
2) Déterminer la variation d'énergie interne ΔU et la quantité de chaleur Q échangée par le bloc de fer avec son environnement.
3) Calculer la variation d'entropie ΔS, l'entropie échangée S_e et l'entropie créée S_i.
4) Calculer ΔF^* et ΔG^* et préciser leurs signes. Conclure.
5) Calculer l'exergie Ex de la masse de fer dans son état initial.
6) Ecrire le bilan exergétique et en déduire le travail fourni utile maximal $(W_{f,u})_{max}$.
7) La masse de fer sert de source chaude à une machine de Carnot, la source froide étant constituée de l'atmosphère dont la température T_0 est invariable. On suppose que cette machine fonctionne de manière réversible et l'on imagine une série de cycles élémentaires réversibles successifs au cours desquels la température de la masse de fer diminue progressivement et lentement (sa température est donc variable). A chaque cycle élémentaire (pour lequel la température du bloc de fer est T) ce bloc cède une quantité de chaleur δQ à la machine et sa température passe de T à T-dT.

a) Ecrire les bilans énergétique et entropique pour un cycle élémentaire comportant la source chaude à T et la source froide à T_0. On notera δQ , $\delta Q'$ et δW_{rev} la chaleur échangée par la source chaude, la chaleur échangée par la source froide et le travail élémentaire cédé, respectivement. Exprimer δW_{rev} en fonction de δQ, T et T_0.

b) Exprimer la quantité de chaleur δQ cédée par la masse de fer lorsque sa température passe de T à T-dT. En déduire l'expression de δW_{rev} en fonction de m, c, T et T_0.

c) Trouver l'expression du travail total W_{rev}, par intégration de δW_{rev}, obtenu après la série de cycles. Calculer sa valeur et la comparer à celle de $(W_{f,u})_{max}$. Conclure.

Exercice II

Dans l'échangeur de chaleur schématisé ci-dessous (système ouvert à deux entrées et deux sorties) de l'air chaud pénètre au point **1** à la température ~~T_1 = 450°C~~ et le quitte au point **2** à la température T_2 = 350°C avec un débit massique q_{m1}= 0,8kg.s^{-1}. L'air est assimilé à un gaz parfait de constante massique r= 0,287 kJ.kg^{-1}.K^{-1} et de capacité calorifique massique à pression constante c_p = 1,063 kJ.kg^{-1}.K^{-1}. L'eau qui permet de refroidir l'air chaud pénètre au point **3** à la température ambiante T_3 = 20 °C, avec un

$T_1 = 400°C$

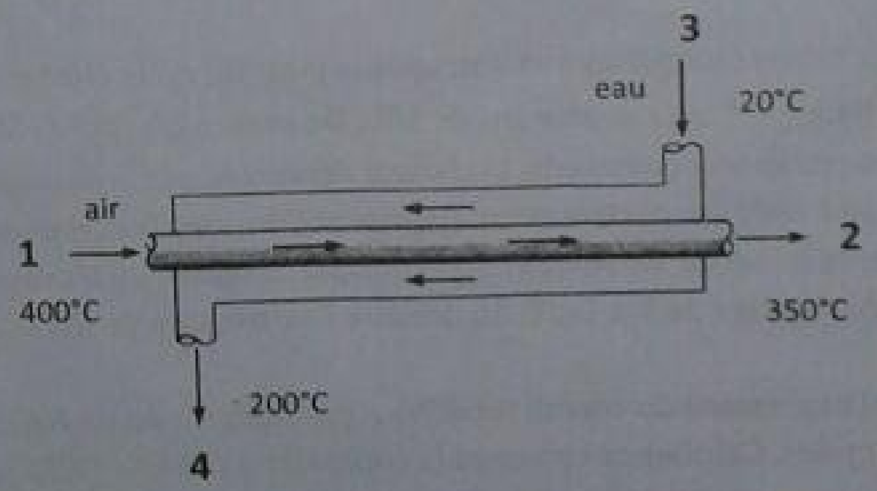
débit massique q_{m2} et quitte l'échangeur au point **4** sous forme de vapeur saturée à la température $T_4 = 200$ °C. L'ensemble de l'échangeur est calorifugé, l'échange de chaleur ne se produit qu'à l'intérieur de l'échangeur entre l'eau et l'air. Les transformations subies par l'air et l'eau sont isobares. Les variations des énergies cinétiques et potentielles sont négligeables pour l'air et pour l'eau. Le régime d'écoulement est stationnaire. Les enthalpies et les entropies massiques relatives à l'eau à l'entrée et à la sortie sont respectivement :

$h_3 = 83{,}91$ kJ.kg^{-1} , $s_3 = 0{,}29649$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}

$h_4 = 2792$ kJ.kg^{-1} , $s_4 = 6{,}4302$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}

Le milieu ambiant est caractérisé par la température $T_0 = 20$°C.

1) Calculer la puissance thermique échangée entre l'air et l'eau
2) A l'aide du bilan énergétique de l'échangeur, déterminer le débit massique q_{m2} de l'eau
3) Calculer les variations d'entropies massiques Δs_a et Δs_e de l'air et de l'eau entre l'entrée et la sortie.
4) Calculer les variations des exergies massiques Δe_{xa} et Δe_{xe} relatives à l'air et à l'eau entre l'entrée et la sortie. Quel est le fluide pour lequel il y a destruction de l'exergie et celui pour lequel il y a gain d'exergie ?
5) Ecrire le bilan entropique de l'échangeur et calculer le taux de production d'entropie $\frac{\delta iS}{dt}$ dans cet échangeur. En déduire l'exergie $\dot{E}_{xd}$ détruite dans l'échangeur par unité de temps.
6) Comparer cette exergie détruite à celle que l'on obtiendrait si on fait le bilan de la question 4).



Rattrapage de Thermodynamique - SMP3
2015/2016

EXERCICE 1 :

masse $m = 500\ kg$

État initial : $\{ T_1 = 200°C$

État final $\begin{cases} T_0 = 27°C \\ P_0 = 1\ bar \\ T_2 = T_0 \end{cases}$

La capacité thermique massique : $c = 0,45\ kJ^{-1}\ K^{-1}$

1

1 Les transformations $\begin{cases} \text{monotherme} \quad T = T_0 = T_s \\ \text{monobare} \quad P = P_0 \\ \text{isochore} \quad V = \text{cte} \end{cases}$

2 La variation de l'énergie inte

$dU = \delta W + \delta Q$

$dU = \delta Q$

$\Delta U = C_{mv}\ \Delta T$

$\Delta U = m\ C_v\ \Delta T$

$\Delta U = m C_v (T_f - T_i)$

$\Delta U = 500 \times 0,45 \times ((27 + 273) - (200 + 273))$
$[Kg] \quad [kJ/kg \cdot K]$

$\boxed{\Delta U = -38925\ kJ}$

3 $dS = \delta S_i + \delta S_e$

$\Delta S = S_e + S_i$

$S_i = \Delta S - S_e \geq 0$

$\Delta S = \int \frac{Q_{abs}}{T}$

$$\boxed{S_e = \int \frac{Q_{éch}}{T_0} = \int \frac{dU - \delta W}{T_0}}$$

$$\boxed{\text{et } \Delta S = \int \frac{Q_{rev}}{T} = \int \frac{m\, C_v\, dT - P dV}{T}}$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_0} \frac{m\, C\, dT - P dV}{T_0}, \quad P dV = 0 \quad \left[\begin{array}{c} T \\ \text{isochore} \\ dV = 0 \end{array}\right]$$

$\delta Q = \gamma\, C_{mv}\, dT - P dV$

$\delta Q = \gamma\, C_{mp}\, dT + V dP$

$\delta Q = \lambda dP + \mu dV$

$$\Delta S = m\, C \cdot \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)$$

$$\Delta S = mc \cdot \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)$$

$$\Delta S = \underset{(kg)}{500} \times \underset{(kJ/kg\,°K)}{0{,}45} \times \ln\left(\frac{273 + 27}{200 + 273}\right)$$

$$\boxed{\Delta S = -102{,}44\ kg/°K}$$

$$S_e = \int \frac{\delta Q_{éch}}{T_0}$$

$$S_e = \int \frac{dU}{T_0} = \frac{mc \cdot (T_0 - T_1)}{T_0}$$

$$S_e = 500 \times 0{,}45 \times \left(\frac{(27 + 273) - (200 + 273)}{27 + 273}\right)$$

$$\boxed{S_e = -129{,}75\ kJ/°K}$$

$$\boxed{S_i = \Delta S - S_e}$$

$$S_i = -102{,}44 + 129{,}75$$

$$\boxed{S_i = 27{,}31\ kJ/°K}$$

3

(4) $\begin{cases} \Delta F^* = \Delta U - T_0 \Delta S \\ \Delta G^* = \underbrace{\Delta U + P_0 \Delta V}_{\Delta H^*} - T_0 \Delta S \end{cases}$ ⚠

$\begin{cases} \Delta G^* = \Delta H^* - T_0 \Delta S \end{cases}$

$\Delta F^* = 38925 - (27 + 273) \times (-102,44)$

$\boxed{\Delta F^* = -8193 \text{ kJ}}$

$\begin{cases} W_{f_{max}} = -\Delta F^* \\ W_{f,u_{max}} = -\Delta G^* \end{cases}$ ⚠

On a $V = cte$ T. isochore.

~~donc $W_{f_{max}} = -\Delta F^*$~~

~~$W_{f,u_{max}} = -\Delta G^*$~~

donc : $\Delta F^* = \Delta U - T_0 \Delta S$

$\Delta G^* = \Delta U + \cancel{P_0 \Delta V} - T_0 \Delta S$
0

$\boxed{\Delta F^* = \Delta G^*}$

(5) $E_x = dU + P_0 dV - T_0 dS$

$\boxed{\Delta E_x = \Delta G^*}$

$E_x = (U_1 - U_0) - T_0 (S_1 - S_0)$

$E_x = \underbrace{(U_0 - U_1)}_{\Delta U} + T_0 \underbrace{(S_0 - S_1)}_{\Delta S}$

$E_x = 38925 + (273 + 27)(-102,44)$

$\boxed{E_x = 8193 \text{ kJ}}$

⑥ $Ex = \Delta U + T_0 P \Delta V - T_0 \Delta S$

$= \Delta U - T_0 \Delta S$

$= \Delta G^r$

$W_{f,u} = - \Delta G^r$ ~~#/H/R~~

$W_{fu} = -\Delta G^r = -\Delta Ex$

$$\boxed{W_{fu} = 8193 \text{ kJ}}$$

⑦ $\boxed{\Delta U = W + Q_f + Q_c}$ Machine de carnot

$\boxed{\Delta U = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{cycle} \\ \text{de carnot} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \Delta U = 0 \\ \Delta S = 0 \end{array} \right.}$ ⚠

$\boxed{\text{⊕ Régime stationnaire : } \Delta U = 0}$ ⚠

⊕ $\Delta S = S_i + \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f}$

$\left\{ \begin{array}{l} T_c = T \\ T_f = T_0 \end{array} \right.$

$\Delta S = S_i + \frac{Q}{T} + \frac{Q_f}{T_0}$ $= Q'$

et

$\Delta U = W_{rev} + Q' + Q$

$W_{rev} = \underbrace{\Delta U}_{\substack{= 0 \\ \text{cycle de carnot}}} - Q - Q'$

donc :

$W_{rev} = -(Q + Q')$

et

$\Delta S = 0$ (cycle de carnot)

$\frac{Q}{T} - \frac{Q'}{T_0} = 0$

$Q' = \frac{T_0 Q}{T}$

$W_{rev} = -\left(Q - \frac{T_0 Q}{T}\right)$

$= -Q\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)$

$$\boxed{W_{rev} = Q\left(\frac{T_0}{T} - 1\right)}$$