Ecole Préparatoire En Sciences et Techniques d'Oran

Année Universitaire 2012/2013

D.S de l'Unité Analyse 3

Lundi 17 décembre de 11 à 12H30

Exercice 1 (05 points)

Si D est le domaine du plan $\mathbb{R}^2$ limité par $y = 0, x = 1$, et $y = x$.

a) Tracer D dans le plan xoy. (1 point)

b) Calculer $\iint_D xdxdy$ directement en utilisant les coordonnées cartésiennes. (2 points)

c) Retrouver ce résultat en utilisant les coordonnées polaires. (2 points)

Exercice 2 (07 points)

a) Etudier la nature des séries suivantes :

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ncos^2(n)}$; $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(logn)^{logn}}$. (3 points=1,5+1,5)

b) Soient $a, b \in \mathbb{R}$. Déterminer la nature de la série $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} + a\sqrt{n+1} + b\sqrt{n+2}$. (2 points)

Calculer la somme de cette série lorsqu'il y'a convergence. (2 points)

(Indication : Utiliser au voisinage de zéro : $(1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + o(x^2)$).

Exercice 3 (08 points)

Soit la suite de fonctions définis sur [0,1] par $f_n(x) = \frac{2^n x}{1+2^n n x^2}$, $n \in \mathbb{N}$.

a) Etudier la convergence simple de cette suite de fonctions. (2 points)

b) Calculer $I_n = \int_0^1 f_n(x)dx$ et $\lim_{n\to+\infty} I_n$. (2 points=1+1)

En déduire que la suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas uniformément convergente sur [0,1]. (2 points)

c) Donner une démonstration directe du fait que la suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ne converge pas uniformément sur [0,1]. (2 points)

Pr. B. Messirdi / Mlle F.Z. Toumi