

UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année 2008-2009

Solution TD N°1 "Electricité 2"

Sections SMP3-SMC3

*Champ magnétique créé par un courant filiforme
Loi de Biot et Savart*

I. Segment de Courant, Courant carré, courant polygonal & Courants anguleux

$$1) B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$\text{Cas d'un fil rectiligne indéfini : } \theta_1 \simeq \frac{-\pi}{2} \text{ et } \theta_2 \simeq \frac{\pi}{2} \implies B \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$2) \text{ Champ créé par un courant carré : } B = \frac{8\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi a}$$

3) Par raison de symétrie, le champ \vec{B} est parallèle à l'axe du polygone. Pour un polygone de n côtés, le champ en un point de l'axe est : $B = \frac{\mu_0 I R^2}{4\pi} \frac{n \sin 2\pi/n}{(R^2 \cos^2(\pi/n) + z^2) \sqrt{R^2 + z^2}}$

$$\text{Cas particuliers : } \bullet \text{ Au centre } z=0 \implies B_O = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} n \operatorname{tg}(\pi/n)$$

$$\bullet \text{ Sur l'axe } \implies B_{n \rightarrow \infty} = B_{\text{Spire}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)^3$$

4) Les deux demi-droites créent deux champs identiques en M ($\vec{B}_1 = \vec{B}_2$)

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b \sin \varphi} (1 - \cos \varphi) = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$$

$$\text{Le champ créé par les deux demi droites : } B = 2B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$$

$$\text{Cas d'un fil rectiligne indéfini : } 2\varphi = \pi \implies B \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

II. Spire circulaire & bobines d'Helmoltz

$$1) \text{ a) } B(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \beta = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

b) Très proche de l'axe, $\vec{B}(N) = \vec{B}_{axial} + \vec{B}_{radial}$

On utilise la conservation du flux à travers un cylindre (situé au voisinage de M) de rayon r et de longueur dx : $B_{axial}(N) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ & $B_{radial}(N) = \frac{3r}{4} \frac{\mu_0 I R^2 x}{2(R^2 + x^2)^{\frac{5}{2}}}$

c) $B(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(1 + \frac{3x^2}{4R^2}\right)$ si $x = 0$, on retrouve le champ au centre d'une spire $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.

2) a) $B(O) = \frac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R}$

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Spire 1} \implies B_1(M) = \frac{\mu_0 N I}{2R} \sin^3 \beta_1 \quad \text{avec} \quad \sin \beta_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2} - x\right)^2}} \\ \bullet \text{ Spire 2} \implies B_2(M) = \frac{\mu_0 I N}{2R} \sin^3 \beta_2 \quad \text{avec} \quad \sin \beta_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2} + x\right)^2}} \end{array} \right.$$

$$\implies \text{Au voisinage de } O : B(M) = B_1(M) + B_2(M) \simeq \frac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R} \left(1 - \frac{144}{125} \frac{x^4}{R^4}\right)$$

$$\bullet \frac{\Delta B}{B} = \frac{B(O) - B(M)}{B(O)} = \frac{144}{125} \frac{x^4}{R^4} \xrightarrow{\frac{x}{R}=0.1} \frac{\Delta B}{B} \simeq 1.15 \cdot 10^{-5}$$

III. Demi cylindre indéfini parcouru par un courant I

On subdivise le cylindre en une infinité de fils parcouru par des courants $dI = JdS = \frac{2I}{\pi a^2} dS$. Le champ total est : $B = \int_0^a \int_0^\pi \frac{\mu_0 I}{\pi^2 a^2} \sin \theta dr d\theta = \frac{2\mu_0 I}{\pi^2 a}$

IV. Solénoïde

1) $B = \frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$

Cas d'un solénoïde infini $\theta_1 \simeq 0$ et $\theta_2 \simeq \pi \implies B \simeq \mu_0 n I$