UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année 2008-2009

Solution TD N°2 "Electricité 2"
Sections SMP3-SMC3
Théorème d'Ampère, théorème de Maxwell & Induction électromagnétique

I.Théorème d'Ampère - Fil et cylindre indéfinis

1)

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\,\vec{d\ell} = \mu_0 \sum_{\pm} I \qquad \mathcal{C} \text{ est un cercle centré sur le fil}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2) a) • A l'intérieur du cylindre : $r < R \Longrightarrow \vec{B}(r) = \dfrac{\mu_0 J}{2}\, r\, \vec{e}_\theta$

• A l'extérieur du cylindre : $r > R \Longrightarrow \vec{B}(r) = \dfrac{\mu_0 J R^2}{2r}\, \vec{e}_\theta$

b) $\vec{A}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\iiint_{\mathcal{V}} \dfrac{\vec{J}\, d\mathcal{V}}{r}$

• A l'intérieur du cylindre :$r < R \Longrightarrow \vec{A}(r) = \dfrac{\mu_0 \mathcal{J}}{4}\left(R^2 - r^2\right) \vec{e}_z$

• A l'extérieur du cylindre :$r > R \Longrightarrow \vec{A}(r) = \dfrac{\mu_0 J R^2}{2} \ln \dfrac{R}{r}\, \vec{e}_z$

c) Tracer de $B(r)$ & $A(r)$

II. Théorème d'Ampère - Solénoïde infini et nappe de courant

1) Nappe de courant : $B = \dfrac{\mu_0 i}{2}$

2) Solénoïde infini :

• A l'intérieur du solénoïde : $B = \mu_0 n I$

• A l'extérieur du solénoïde : $B = 0$

III. Théorème de Maxwell

1) a) $\phi = \dfrac{\mu_0 n I a}{2\pi} \ln\left(1 + \dfrac{b}{x_0}\right)$

b) $W = \dfrac{\mu_0 n i I a}{2\pi} \ln\left(\dfrac{1 + \dfrac{b}{x_1}}{1 + \dfrac{b}{x_0}}\right)$

c) $F_x = -\dfrac{\mu_0 niI}{2\pi}\dfrac{ab}{x_0(x_0+b)} \Longrightarrow$ Application numérique $\quad F_x = 6.67\ 10^{-5} N$

2) a)

- $\overrightarrow{F}(O')\quad \begin{cases} F_x = F_{CD}\cos\theta - F_{AB} = -\dfrac{\mu_0 niI}{2\pi}\dfrac{ab^2}{x_0(x_0^2+b^2)} \\ F_y = F_{CD}\sin\theta = \dfrac{\mu_0 niI}{2\pi}\dfrac{ab}{x_0^2+b^2} \\ F_z = 0 \end{cases}$

$\Longrightarrow$ Module de $\overrightarrow{F}$(O') : $F = \sqrt{F_x^2+F_y^2} = \dfrac{\mu_0 niI}{2\pi}\dfrac{ab}{x_0\sqrt{x_0^2+b^2}} \overset{AN}{=} 9\ 10^{-5} N$

- $\mathcal{M}_{\vec{F}_{CD}}(O') = \dfrac{\mu_0 niI}{2\pi}\dfrac{abx_0}{x_0^2+b^2} \overset{AN}{\simeq} 6\ 10^{-4} mN$

b) $\qquad \phi_{\pi/2} = \dfrac{\mu_0 nIa}{2\pi}\ln\dfrac{\sqrt{x_0^2+b^2}}{x_0} \overset{AN}{\simeq} 4.46\ 10^{-6} Web$

c) $\qquad W = i(\phi_{\pi/2}-\phi_0) = \dfrac{\mu_0 niIa}{2\pi}\ln\dfrac{\sqrt{x_0^2+b^2}}{x_0+b} \overset{AN}{\simeq} -1.17\ 10^{-5} Web$

IV. Induction mutuelle. Solénoïdes coaxiaux

1) $L_1 = \dfrac{\mu_0\pi N_1^2R_1^2}{\ell_1}\ ;\quad L_2 = \dfrac{\mu_0\pi N_2^2R_2^2}{\ell_2}\ ;\quad M = -\dfrac{\mu_0\pi N_1N_2R_1^2}{\ell_1}\ ;\quad k = -\dfrac{R_1}{R_2}\sqrt{\dfrac{\ell_2}{\ell_1}}$

Application numérique : $L_1 \simeq 32\, mH$; $L_2 \simeq 24.2\, mH$; $M \simeq -21.3\, mH$ et $k \simeq -0.77$

2) Soint $\vec{B}_{int} = \mu_0\Big(\dfrac{N_1}{\ell_1}i_1 - \dfrac{N_2}{\ell_2}i_2\Big)\,\vec{e}_x$ et $\vec{B}_{ext} = -\mu_0\dfrac{N_2}{\ell_2}i_2\,\vec{e}_x$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2\mu_0}(B_{int}^2V_{int} + B_{ext}^2V_{ext}) \\ &= \frac{1}{2}(L_1i_1^2 + L_2i_2^2 + 2Mi_1i_2) \end{aligned}$$

Par identification : $L_1 = \dfrac{\mu_0\pi N_1^2R_1^2}{\ell_1}\ ;\quad L_2 = \dfrac{\mu_0\pi N_2^2R_2^2}{\ell_2}\ ;\quad M = -\dfrac{\mu_0\pi N_1N_2R_1^2}{\ell_1}$

V. Induction électromagnétique - Loi de lenz

1) $d\phi = -B_0\ell v dt$

2) $e = -\dfrac{d\phi}{dt} = B_0\ell v(t) \Longrightarrow i = \dfrac{e}{R} = \dfrac{B_0\ell v(t)}{R}$

3) $\vec{F} = \displaystyle\int i d\vec{\ell}\wedge\vec{B}_0 = i\ell B_0\,\vec{e}_x$

4) l'équation différentielle est : $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{B_0^2\ell^2 v}{mR} = g \Longrightarrow v(t) = \dfrac{mgR}{B_0^2\ell^2}(1 - e^{\frac{-B_0^2\ell^2 t}{mR}})$