UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année 2008-2009

Solution TD N°3 "Electricité 2"
Sections SMP3-SMC3
Courant alternatif sinusoïdal (Régime permanent)

I. Impédances complexes

1)

$$L' = \frac{L\big(C+C_1\big)^2}{C_1^2}, \quad C_1' = \frac{CC_1}{C+C_1} \quad \text{et} \quad C' = \frac{C_1^2}{C+C_1}$$

2) Les deux circuits ne peuvent être équivalent car en continu ($\omega = 0$)

$$Z_{eq(Circuit1)} = 0 \quad \text{et} \quad Z_{eq(Circuit2)} = \infty$$

II. Construction de Fresnel & méthode des complexes

1) a) Méthode de Fresnel

$$\begin{aligned} i_R(t) &= \frac{U_m}{R}\cos\omega t + U_m C\omega\cos\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \\ &= I_m\cos(\omega t + \phi) \\ &\text{où} \begin{cases} I_m = U_m\sqrt{C^2\omega^2 + \dfrac{1}{R^2}} \\ \operatorname{tg}\phi = RC\omega \end{cases} \end{aligned}$$

b) Méthode des complexes

$$\bar{\imath} = \frac{\bar{u}}{Z_{eq}} = I_m e^{j(\omega t+\phi)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} I_m = \left|\dfrac{\bar{u}}{Z_{eq}}\right| = U_m\sqrt{C^2\omega^2 + \dfrac{1}{R^2}} \\ \operatorname{tg}\phi = RC\omega \end{cases}$$

Application numérique : $\phi = \dfrac{\pi}{6}$ et $I_m = 1.38A$

2) a)

$$Z_{AB} = j\frac{\Big(L_1C_1\omega^2 - 1\Big)\Big(L_2C_2\,\omega^2 - 1\Big)}{\omega\Big[(L_1+L_2)C_1C_2\,\omega^2 - (C_1+C_2)\Big]} \quad Z_{AB} \text{ est imaginaire pure}$$

b)

- $Z_{AB} = 0 \Longrightarrow \omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$ et $\omega_2 = \dfrac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$
- $Z_{AB} = \infty \Longrightarrow \omega_3 = \sqrt{\dfrac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}}$

3)

$$\bullet\ \bar{\imath}_1(t) = I_{1m} e^{j(\omega t + \phi_1)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} I_{1m} = \dfrac{C_1 U_m \omega}{|L_1 C_1 \omega^2 - 1|} \\ \phi = \pm \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\bullet\ \bar{\imath}_2(t) = I_{2m} e^{j(\omega t + \phi_2)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} I_{2m} = \dfrac{C_2 U_m \omega}{|L_2 C_2 \omega^2 - 1|} \\ \phi = \pm \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\bullet\ \bar{\imath}(t) = I_m e^{j(\omega t + \phi)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} I_m = U_m \left| \dfrac{(C_1 + C_2)\omega - (L_1 + L_2) C_1 C_2 \omega^3}{(1 - L_1 C_1 \omega^2)(1 - L_2 C_2 \omega^2)} \right| \\ \phi = \pm \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

III. Circuit alimenté par deux sources sinusoïdales

$$\bar{\imath}(t) = I_m e^{j(\omega t + \phi)} = \frac{-LC\omega^2 U_1 + jRC\omega U_2}{R(1 - LC\,\omega^2) + jl\omega}\ e^{j\omega\, t}$$

IV. Lois des mailles en courants alternatif sinusoïdal

1) On a $Z_C = \dfrac{1}{jC\omega}$ et $Z_1 = R + jL\omega$

$$i'_0 = \frac{U_0}{Z_C}, \quad i_1 = \frac{U_0}{Z_1 + \dfrac{Z_C Z}{Z_C + Z}} \quad \text{et} \quad i'_1 = \frac{U_0}{Z_C + Z_1\Big(1 + \dfrac{Z_C}{Z}\Big)}$$

On en déduit $\begin{cases} i_0 = i_1 + i'_0 \\ i_2 = i_1 - i'_1 \end{cases}$

2) *Application numérique* : $\begin{cases} i_1(t) = 57,5 \sin(\omega\, t - 6°) \quad (\text{mA}) \\ i_0(t) = 84 \sin(\omega\, t + 45°) \quad (\text{mA}) \\ i_1(t) = 50 \sin(\omega\, t + 40°) \quad (\text{mA}) \end{cases}$