



Contrôle de rattrapage Physique 3: Electricité II (S3, Durée : 1h)

Exercice 1 :

Considérons un milieu de permittivité ϵ_0 et de perméabilité μ_0 , en présence d'une densité de charge électrique ρ et d'un courant électrique de densité \mathbf{J}_c :

- a- Donner sous la forme différentielle, les quatre équations de Maxwell.
- b- Donner brièvement la signification physique de chacune de ces équations.

Exercice 2 :

- 1- Soit un fil droit de longueur infinie et de rayon a , parcouru par un courant d'intensité I .
 - a- Déterminer la direction et le sens du champ magnétique \mathbf{B} créé par le fil en un point M situé à une distance x du fil. Représenter sur une figure ce vecteur champ magnétique.
 - b- Par application du théorème d'Ampère, déterminer le module de \mathbf{B} au point M .

- 2- Un deuxième fil droit de longueur infinie et de rayon a , parcouru par un courant d'intensité I , est placé parallèlement au premier fil à une distance d (figure 1). On suppose que $a \ll d$ de manière que le flux à travers les deux fils est négligeable.

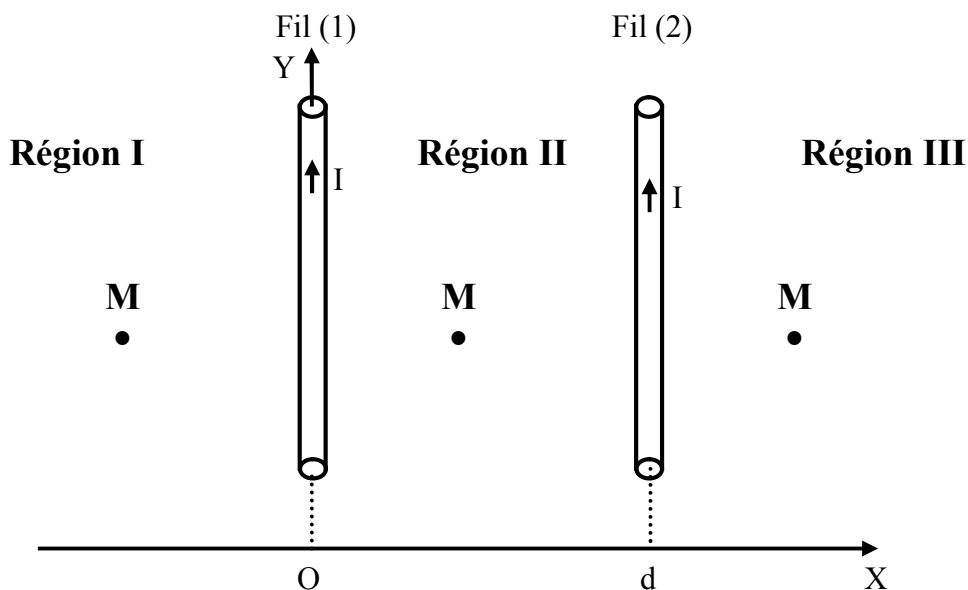


Figure 1

- a- Représenter dans les trois régions, les vecteurs champs magnétiques \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_2 créés en M par les deux fils respectivement.
- b- Déterminer dans chacune des trois régions, le vecteur champ magnétique résultant au point M ($|OM| = x$) en fonction de μ_0 , I , d et x . Représenter sur la même figure précédente ce vecteur champ magnétique.

- c- Déterminer le sens, la direction et le module de :
- 1- La force magnétique par unité de longueur F_{12} exercée par le fil (1) sur le fil (2).
 - 2- La force magnétique par unité de longueur F_{21} exercée par le fil (2) sur le fil (1).
- d- Déterminer le flux élémentaire $d\Phi$ du champ magnétique total à travers la surface élémentaire ds de longueur l' et de largeur dx (figure 2).
- e- Déterminer le coefficient d'auto-induction par unité de longueur de cette structure.

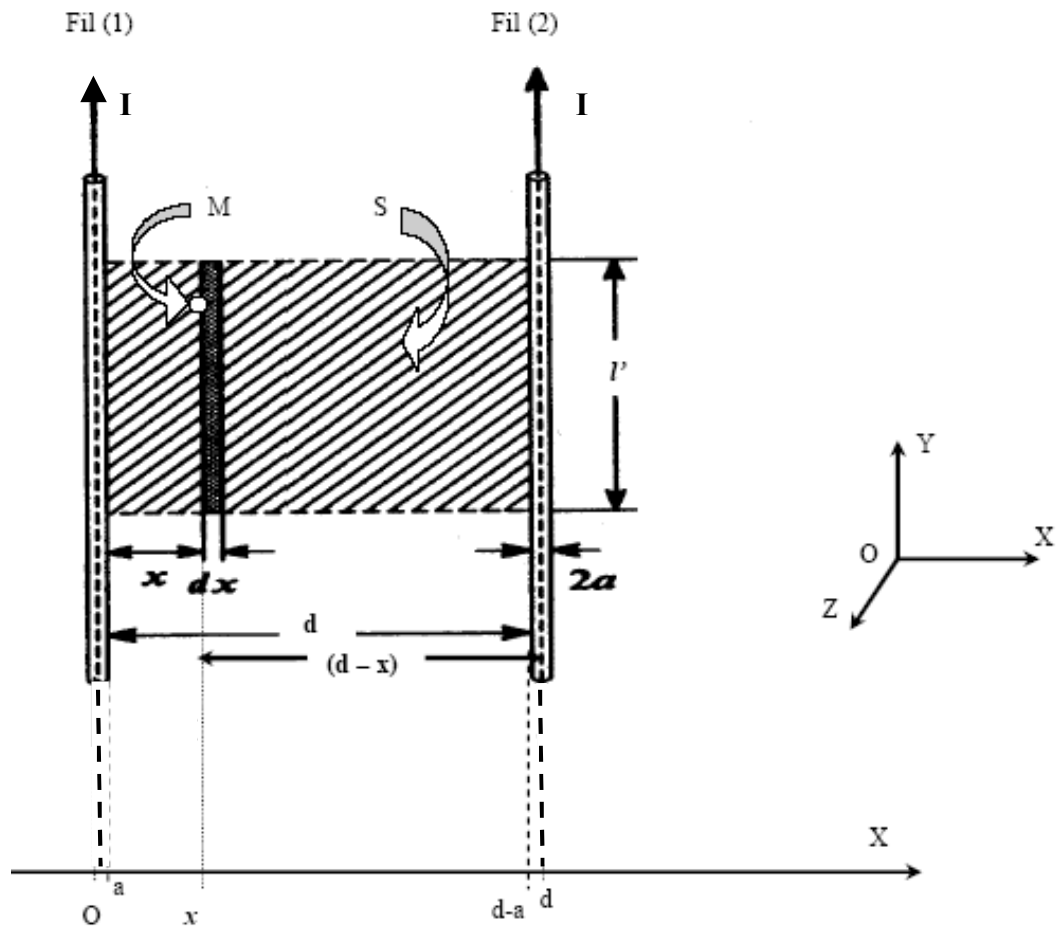


Figure 2

Correction

contrôle de rattrapage

physique 3, Electricité II (04/05)

19/03/2005

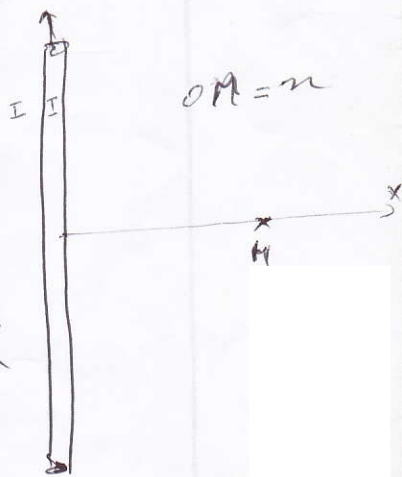
EX ①

Dans un milieu de permittivité électrique ϵ_0 et perméabilité μ_0 , en présence de charge électrique ρ et d'un courant électrique de densité \vec{J} , les équations de Maxwell sous forme différentielle sont :

- 1) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ Loi de Gauss (électr.) \rightarrow Existence de monopoles électriques (charge électrique isolée)
- 2) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ Loi de Gauss (magnét.) \rightarrow conservation du flux magnétique. Il n'existe pas de charge magnétique isolée.
- 3) $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ Loi d'induction EM de Faraday \rightarrow variation d'un champ magnétique dans le temps entraîne l'apparition d'un champ électrique.
- 4) $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$ théorème d'Ampère \rightarrow tout courant électrique et toute variation de flux électrique génère un champ magnétique.

EX ②

① Le fil est de longueur infinie, donc les effets de bords sont négligeables, les lignes de champ magnétiques sont des boucles fermées concentriques autour de l'axe de révolution du fil.
Symétrie parfaite \Rightarrow on peut appliquer le théorème d'Ampère



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

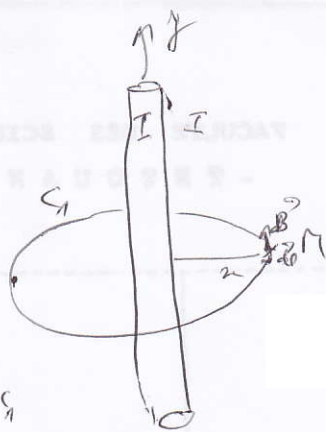
Soit C_1 et un cercle concentrique autour du fil et passant par le pt M

$$\int_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l}_1 = \int_C B dl = \mu_0 I$$

$$= B \int_{C_1} dl = \mu_0 I$$

$B \parallel d\vec{l}_1$

B est la même sur tout pt de C_1



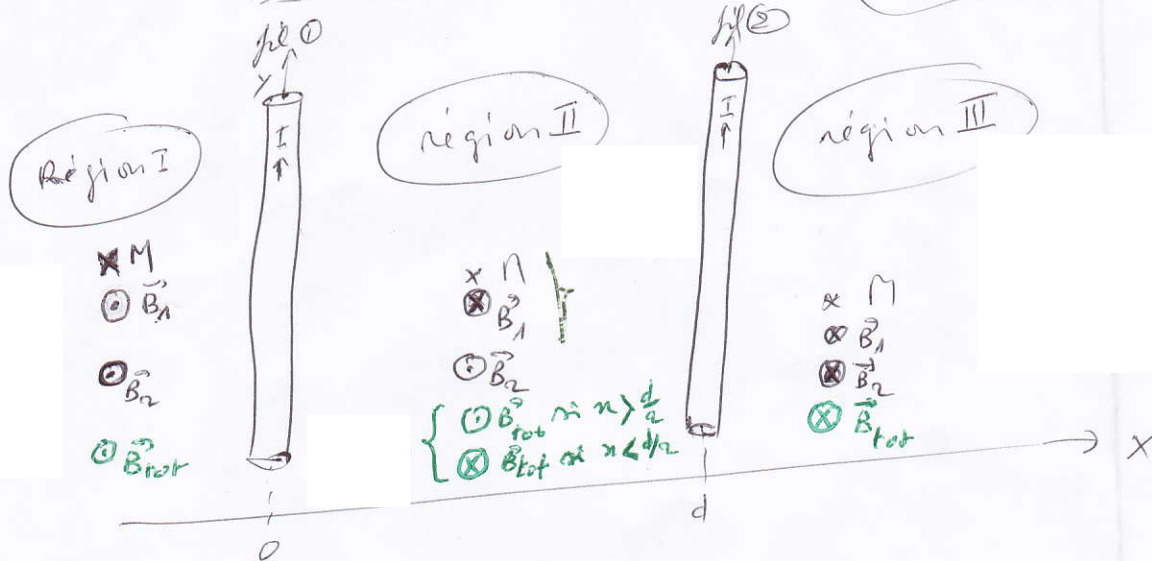
$$2\pi n B = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi n}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi n} \vec{e}_\theta$$

2

a)



b)

$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

+ Dans la région I :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi n} \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi (n+d)}$$

$$B_{tot} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+d} \right)$$

$B_{tot} = B_{tot}$

* Dans la région II :

$$B_1 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi n} < 0 \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi (d-n)} > 0$$

$$B_{tot} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(-\frac{1}{n} + \frac{1}{d-n} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{-d+2n}{n(d-n)} \right)$$

$$B_{tot} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{(2n-d)}{n(d-n)}$$

dans la région II $B_{tot} > 0$ si $2n-d > 0$

$$n > \frac{d}{2}$$

$$B_{tot} < 0 \text{ si } n < \frac{d}{2}$$

$$B_{tot} = 0 \text{ si } n = \frac{d}{2}$$

ainsi $\vec{B}_{tot} = |B_{tot}| \vec{k}$ si $n > \frac{d}{2}$

$$= |B_{tot}| (-\vec{k}) \text{ si } n < \frac{d}{2}$$

* Dans la région III :

$$B_1 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi n}$$

$$B_2 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi (n-d)} \text{ car } n > d$$

$$B_{tot} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{(n-d)} \right) < 0$$

$$\vec{B}_{tot} = |B_{tot}| (-\vec{k})$$

c) 1) soit \vec{F}_{12} la force exercée par le fil (1) sur le fil (2) :

$$\vec{F}_{12} = I_2 \vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1 = I \vec{l} \wedge \vec{B}_1$$

$$l_1 = l_2 = l$$

$$I_1 = I_2 = I$$

$\vec{F}_{12} \parallel \vec{Ox}$ et est dirigée selon $-\vec{Ox}$
c'est une force d'attraction $\Rightarrow F'_{12} = I l B_1 \sin \frac{\pi}{2} = I l B_1$

$$\text{soit } F_{12} = F'_{12} / l = I B_1$$

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$$

2) soit \vec{F}'_{21} la force exercée par le fil (2) sur le fil (1) :

$$\vec{F}'_{21} = I_1 \vec{l}'_1 \wedge \vec{B}_2 = I \vec{l} \wedge \vec{B}_2$$

$F_{21} \parallel OX$ et est dirigé selon $O\vec{x}$ (force d'attraction)

$$F_{21} = \frac{F'_{21}}{l} = \frac{I l B_2 n' \frac{\pi}{2}}{l} = I B_2$$

$$F_{21} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = F_{12}$$



d) $d\phi$?

$$d\phi = B_{\text{tot}} d\mathcal{S} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(-\frac{1}{n} + \frac{1}{d-n} \right) ds$$

$$d\phi = B_{\text{tot}} \cdot ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{(2n-d)}{n(d-n)} \cdot l' \cdot dn$$

e) coef d'auto-induction par unité de longueur de S ?
 ϕ_{tot} le flux total envoyé par les deux fils à travers S

$$\phi_{\text{tot}} = \int_S d\phi = \int_S B_{\text{tot}} \cdot ds$$

$$= \frac{\mu_0 I l'}{2\pi} \left[\int_a^{d-a} -\frac{dn}{n} + \int_a^{d-a} \frac{dn}{d-n} \right]$$

$$= \frac{\mu_0 I l'}{2\pi} \left[-\text{Log } n + \text{Log}(d-n) \right]_a^{d-a}$$

$$= \frac{\mu_0 I l'}{2\pi} \left[-\text{Log}(d-a) + \text{Log}(d-d+a) + \text{Log } a - \text{Log}(d-a) \right]$$

$$= 0 = L \cdot I \quad \text{car } L \text{ est le coef d'auto-induction de } S$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 0}$$