Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan.
Département de Physique
Année : 2008/2009
SMP

Contrôle de rattrapage
Physique 3: Electricité II
(S3, Durée : 1h)

Exercice 1:
Considérons un milieu de permittivité ε_0 et de perméabilité μ_0, en présence d'une densité de charge électrique ρ et d'un courant électrique de densité $\mathbf{J_c}$:

1. Donner sous la forme différentielle, les quatre équations de Maxwell.
2. Montrer, à partir de ces équations, que le champ électrique $\vec{E}$ dans un espace où ρ et $\mathbf{J_c}$=0 satisfait l'équation d'onde suivante :

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} - \frac{1}{\nu^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial^2 t^2} = 0$$

Que représente la constante υ, donner son expression en fonction de ε_0 et μ_0. Ecrire cette équation dans le cas d'un régime harmonique de pulsation ω.

Exercice 2:
Quatre fils conducteurs, rectilignes et infiniment longs, sont disposés le long de l'axe y'y d'un système d'axe orthonormés (Oxyz), de vecteurs unitaires $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Chaque fil est parcouru par un courant continu I circulant sans le sens du vecteur $\vec{j}$ (figure 1). <u>Sachant que cette structure se comporte comme un fil unique parcouru par un courant d'intensité 4I</u> :

1- Représenter sur une figure claire le spectre magnétique du champ $\vec{B}$ (maximum 5 lignes) et préciser l'orientation de ses lignes.

2- En utilisant le théorème d'Ampère, montrer que la norme du champ magnétique créé en un point quelconque A du plan xOy, est donnée par la relation $B = \mu_0 \, n \, I / (2\pi x)$, (x est la distance entre les fils et le point A). Déduire la valeur de n.

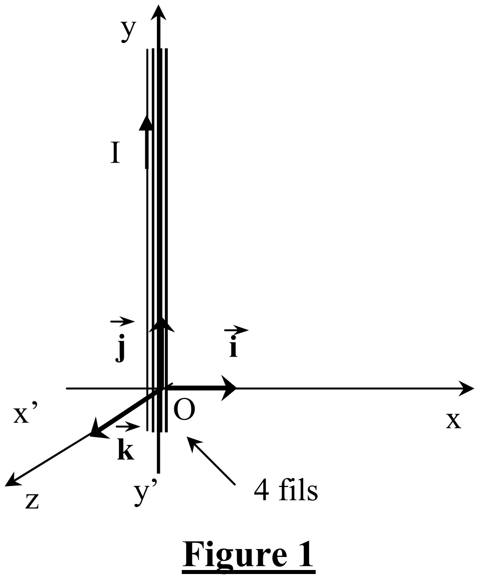


Figure 1

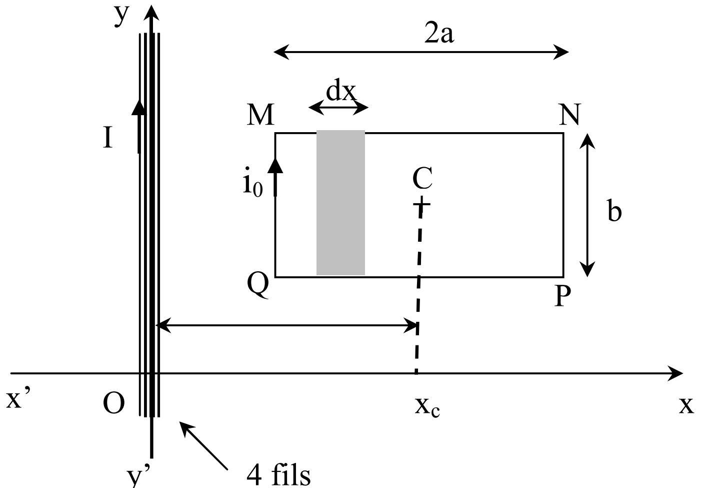


Figure 2

3- Un cadre rectangulaire indéformable MNPQ de largeur MN = 2a, de longueur MQ = b, est placée dans le plan vertical xOy, à proximité de l'axe y'y; ses côtés MQ et NP sont parallèles à y'y, son centre de symétrie C se trouve à une distance $x_c > a$ de l'axe y'y. Un courant i_0 circule dans le cadre, dans le sens MNPQ (figure 2), crée un champ magnétique négligeable.

a- Calculer la norme du champ magnétique $\vec{B}$ aux points M, N, P et Q. Représenter sur une figure le vecteur $\vec{B}$ en ces points.

b- Déterminer le flux élémentaire $d\Phi$ du champ magnétique créé par le courant I passant dans chacun des fils à travers un élément du cadre MNPQ, de largeur dx et de longueur b (voir la figure 2). Déduire, en fonction de x_c, a, b, et I, le flux total envoyé par les quatre fils à travers le cadre MNPQ.

c- Le courant électrique alimentant les fils conducteurs rectilignes est coupé. On suppose que l'intensité du courant dans les quatre fils passe de sa valeur 4I à 0 en une durée t_0. Déterminer le sens et l'intensité du courant induit dans le cadre au cours de cette coupure si la résistance du cadre est $R = 2.5\ 10^{-3}\ \Omega$.

Correction du contrôle de

Rattrapage : Phy 3 El II

2008 - 09

le 23/02/09

Ex ① Dans un milieu avec (ε_0, μ_0), en présence

1) d'une densité de charge électrique ρ et d'un courant électrique de densité $\vec{J}_c$; les quatre éq de Maxwell sous la forme différentielle sont :

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad ; \quad \vec{\nabla}\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\vec{J}_c + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

2) $$\vec{\nabla}\wedge(\vec{\nabla}\wedge\vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} = -\frac{\partial(\vec{\nabla}\wedge\vec{B})}{\partial t}$$

$$= -\mu_0\frac{\partial\vec{J}_c}{\partial t} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2\vec{E} = \frac{\vec{\nabla}\rho}{\varepsilon_0} + \mu_0\frac{\partial\vec{J}_c}{\partial t} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

- Dans l'espace libre où $\rho = 0$ et $J_c = 0$

$$\rightarrow \quad \nabla^2\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

de la forme $$\boxed{\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0}$$

avec $\frac{1}{v^2} = \mu_0\varepsilon_0 \Rightarrow \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$

①

Dans le cas d'un régime harmonique

$\frac{\partial \vec E}{\partial t} = j\omega \vec E$ et $\frac{\partial^2 \vec E}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec E$

l'équation précédente s'écrit

$$\vec\nabla^2 \vec E + \frac{\omega^2}{c^2} \vec E = 0$$

$$\nabla^2 \vec E + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \vec E = 0$$

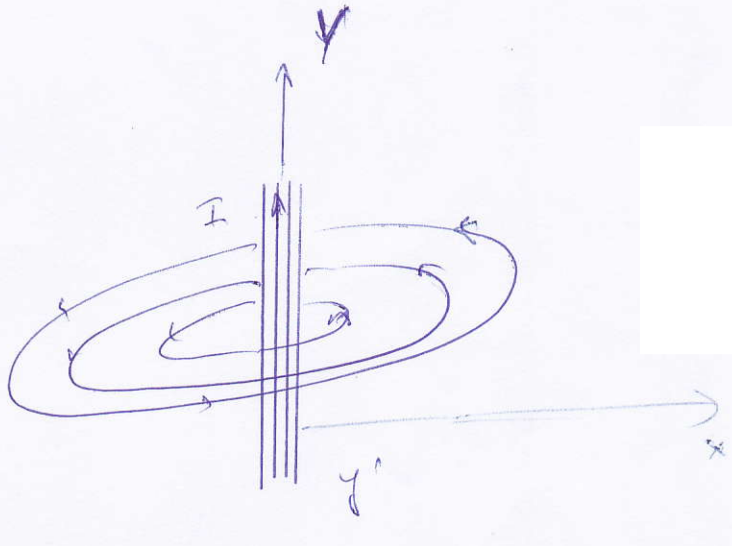
$$\boxed{\nabla^2 \vec E + \beta^2 \vec E = 0}$$

avec $\beta^2 = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{\omega}{c}$$

Ex 2

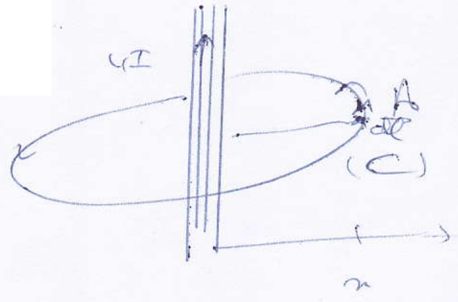
1.



2. Théo d'Ampère

$$\oint_{(C)} \vec B \, d\vec l = \mu_0 \sum I$$

Soit le contour (C) sous forme d'un cercle passant par le pt



$\vec B \parallel d\vec l$

on a $\oint_{(C)} B \, dl = \mu_0 (4I)$

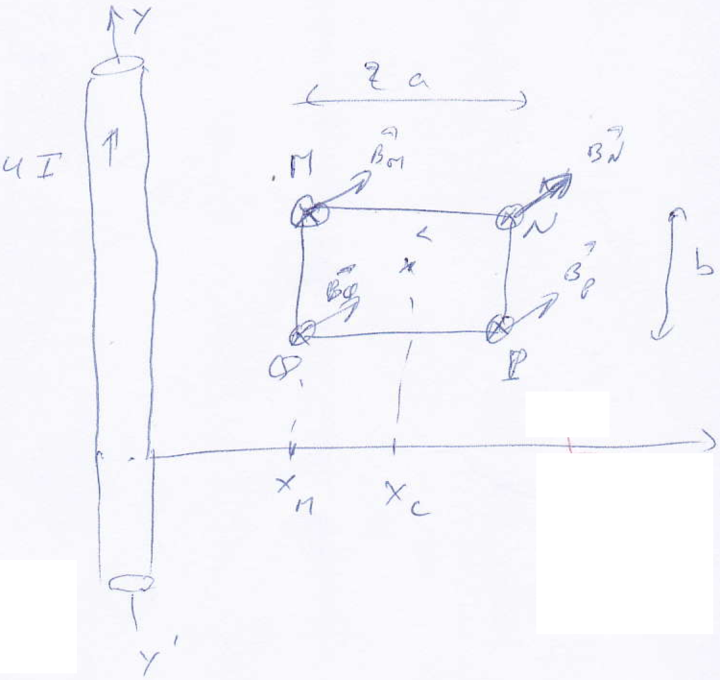
$B \oint_C dl = \mu_0 4 I$

B est le même sur chq point de (C)

$B \, 2\pi r = 4 \mu_0 I$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 4 I}{2\pi r}} = \frac{\mu_0 n I}{2\pi x} \quad \text{avec } n = 4$$

3 - en chq pt de l'espace



a) $B = \frac{\mu_0 4 I}{2\pi r}$

* En M, $r_M = x_c - a$

$$\boxed{B_M = \frac{\mu_0 4 I}{2\pi (x_c - a)}}$$

$$\vec B_M = -\frac{\mu_0 4 I}{2\pi (x_c - a)} \vec k$$

* En N, $x_N = x_c + a$

$$\vec B_N = -\frac{\mu_0 4 I}{2\pi (x_c + a)} \vec k$$

* En P, $x_P = x_c + a$

$$\vec B_P = \vec B_N = -\frac{\mu_0 4 I}{2\pi (x_c + a)} \vec k$$

* En Q, $x_Q = x_c - a$

$$\vec B_Q = \vec B_M = -\frac{\mu_0 4 I}{2\pi (x_c - a)} \vec k$$

b) $d\phi = \vec B \, d\vec S$ on prend $\vec B$ et $d\vec S$ de même sens :

$= B \, dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b \, dx$

$$\boxed{d\phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{dx}{x}}$$

$$\phi = \iint d\phi = \int \frac{\mu_0 4 I}{2\pi} b \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 4 I b}{2\pi} \int_{x_c - a}^{x_c + a} \frac{dx}{x}$$

$$\phi_{tot} = \frac{\mu_0 2Ib}{\pi}\left[\log x\right]_{x_c-a}^{x_c+a}$$

$$\boxed{\phi_{tot} = \frac{\mu_0 2Ib}{\pi}\log\left(\frac{x_c+a}{x_c-a}\right)}$$

AN. $\phi_{tot} = 1,55.10^{-6}$ Wb.

c) le courant est coupé, il passera de la valeur $4I$ à 0 en un temps t_0 : durant ce temps le flux est variable, il apparaît dans le cadre une f.e.m $e = -\frac{d\phi}{dt}$ qui crée un courant induit i.

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\phi_f - \phi_i}{t_0 - 0} = \frac{\phi_i}{t_0} \quad (\text{car } \phi_f = 0)$$

$$= Ri \Rightarrow \boxed{i = \frac{\phi_i}{Rt_0}}$$

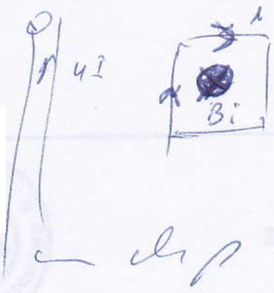
AN : $i = \frac{1,55.10^{-6}}{2.5.10^{-3}.1} =$ mA > 0

le sens de i est tel que par ses effets, il s'oppose à la cause de sa création (↘ de flux)

à $t_i = 0 \to \phi = \phi_i > 0$
à $t_f = t_0 \to \phi = \phi_f = 0$
$\Rightarrow$ donc diminution de flux

c'est $d\phi < 0$ $\Rightarrow$ B_i est de ~~même sens~~ même sens que B

d'où le sens de i



i va créer un champ mag B_i dont le flux à travers le cadre soit positif (pour s'opposer à la ↘ de flux).