**Université Abdelmalek Essaâdi**
**Faculté des Sciences de Tétouan**
**Département de Physique**
**Année : 2010/2011**
**SMP**

# Contrôle de rattrapage
# SMP-Physique 3: Electricité II
**(3 février 2011)**

## Exercice 1: (4 pts)
Considérons un milieu de permittivité $\varepsilon_0$ et de perméabilité $\mu_0$, en présence d'une densité de charge électrique $\rho$ et d'un courant électrique de densité $\mathbf{J_c}$. Donner sous la forme différentielle, les quatre équations de Maxwell.

## Exercice 2: (8 pts)
Un câble coaxial, rectiligne et de longueur infinie $\ell$ est constitué de deux fils conducteurs, concentriques de rayon respectives $r_1$ et $r_2$ et de parois d'épaisseurs négligeables. Les deux fils cylindriques sont traversés par le même courant I orienté selon le même sens que celui de l'axe de révolution des deux fils (voir la figure 1).

1- En appliquant le théorème d'Ampère, déterminer la valeur du champ magnétique total en tout point de l'espace.
2- Déterminer la densité d'énergie magnétique dans la région comprise entre les deux conducteurs. Déduire que la valeur de l'énergie localisée dans cette région est de la forme $\mu_0.\ell.I^2.(\mathrm{Log}(r_2/r_1))/(4\pi)$. (On peut utiliser un élément de volume $d\tau = 2\pi\ \ell\ r\ dr$)
3- Déduire le coefficient d'auto induction par unité de longueur de cette structure.

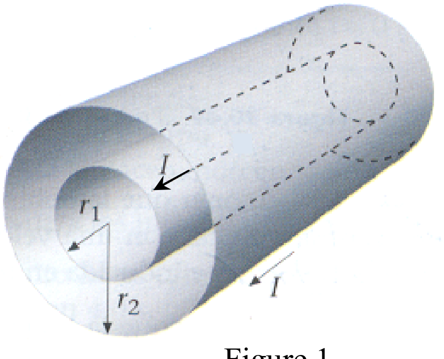



Figure 1

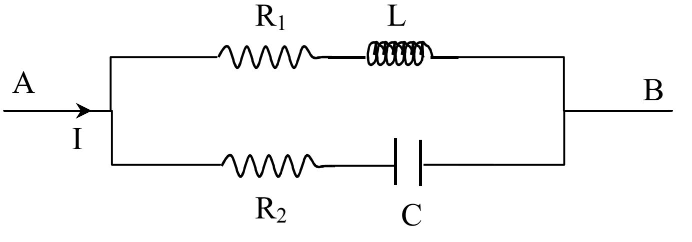



Figure 2

## Exercice 3: (8 pts)
Le circuit représenté sur la figure 2 ci-dessus est branché aux bornes d'un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace U et de pulsation $\omega$.

1- En supposant que la branche AB est équivalente à un dipôle d'impédance complexe $Z_{AB}$, de partie réelle P et de partie imaginaire Q telle que $Z_{AB} = P + j\,Q$. Déterminer P et Q.
2- Déterminer l'amplitude et la phase (par rapport à la tension du générateur) du courant total I traversant ce dipôle.
3- La pulsation $\omega$ étant variable, quelle en est la valeur lorsque l'intensité totale du courant I est en phase avec la tension ? Calculer cette intensité totale. La condition cherchée est-elle toujours réalisable ?

correction du contrôle

de rattrapage de Phys 3, Elect II

2010/2011

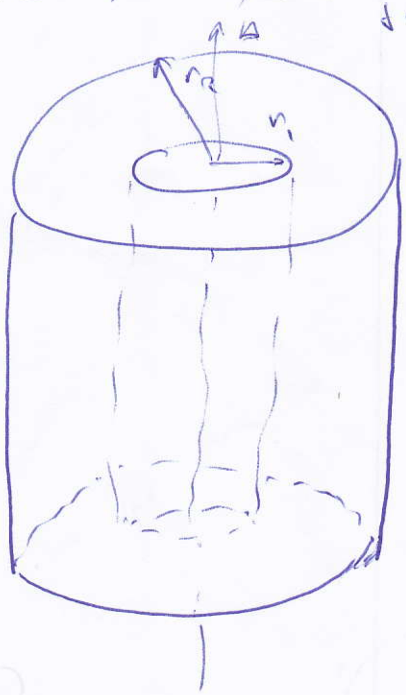
3 Février 2011

---

EX ① Dans un milieu de permittivité électrique $\varepsilon_0$ et perméabilité $\mu_0$, en présence de charges électriques $\rho$ et d'un courant électrique de densité $J_e$, les éq. de Maxwell sous forme différentielle sont :

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\vec{J}_e + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$




EX ②

1) * cas où $r < R_1$

$$\oint \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\boxed{\sum I_i = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}}$$

* cas où $r > r_2$

$$\oint \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 \sum I_0$$

$$\sum I = I_1 + I_2$$

$$\boxed{\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\vec{e_\theta}}$$

$$\begin{cases} \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1}\vec{e_\theta} & \text{champ mag créé par le fil ①} \\ \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2}\vec{e_\theta} & \text{champ mag créé par le fil ②} \end{cases}$$

* cas ou $r_1 < r < r_2$

$$\oint \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\sum I_i = I \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}}$$

(1)

2) Densité d'énergie mag $\frac{dW_m}{d\tau} = \frac{1}{2\mu_0}B^2$

(1)

$$\frac{dW_m}{d\tau} = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r^2}\right)$$

$$\boxed{\frac{dW_m}{d\tau} = \frac{\mu_0}{8\pi^2} I^2 \cdot \frac{1}{r^2}}$$

(1)

$\Rightarrow$ l'énergie localisée entre les deux cond

$$dW_m = \frac{\mu_0}{8\pi^2} I^2 \frac{d\tau}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \frac{2\pi l r\, dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow W_m = \int dW_m = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} 2\pi l \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$\boxed{W_m = \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \operatorname{Log}\frac{r_2}{r_1}}$$

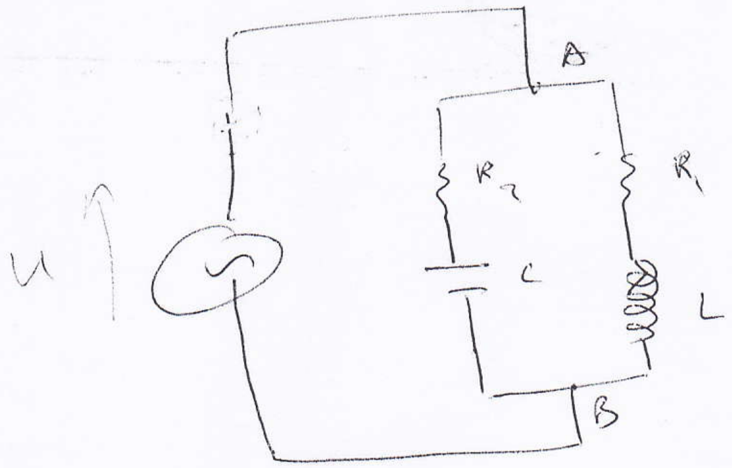
(1)

3) $W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \operatorname{Log}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$

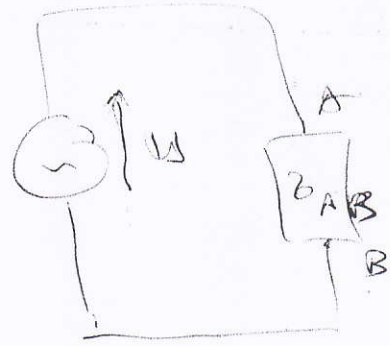
$$\Rightarrow \boxed{L/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \operatorname{Log}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

(1)

EX (3)




=




$$Z_{AB} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \text{avec} \quad Z_1 = R_1 + jL\omega$$

$$Z_2 = R_2 - \frac{j}{C\omega}$$

donc $$Z_{AB} = \frac{(R_1 + jL\omega)\left(R_2 - \frac{j}{C\omega}\right)}{(R_1 + R_2) + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

$$= \frac{(R_1 + jL\omega)\left(R_2 - \frac{j}{C\omega}\right)\left[R_1 + R_2 - j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]}{(R_1+R_2)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(R_1 R_2 - \frac{jR_1}{C\omega} + jR_2 L\omega + \frac{L}{C}\right)\left(R_1 + R_2 - j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right)}{D^2}$$

$$= \frac{\left[\left(R_1 R_2 + \frac{L}{C}\right) + j\left(R_2 L\omega - \frac{R_1}{C\omega}\right)\right]\left[R_1 + R_2 - j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]}{D^2}$$

$$= \frac{\left(R_1R_2 + \frac{L}{C}\right)(R_1 + R_2) + \left(R_2 L\omega - \frac{R_1}{C\omega}\right)\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) + j\left[(R_1+R_2)\left(R_2 L\omega - \frac{R_1}{C\omega}\right) - \left(R_1R_2 + \frac{L}{C}\right)\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]}{D^2}$$

=

$$Z_{AB} = P + jQ$$

$$\Rightarrow P = \frac{\left(R_1R_2 + \frac{L}{C}\right)(R_1+R_2) + \left(R_2L\omega - \frac{R_1}{C\omega}\right)\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{D^2}$$

$$= \frac{R_1^2R_2 + R_2^2R_1 + \frac{R_1L}{C} + \cancel{\frac{R_2L}{C}} + R_2L^2\omega^2 - \cancel{\frac{R_2L}{C}} - \frac{R_1L}{C} + \frac{R_1}{C^2\omega^2}}{D^2}$$

$$P = \frac{R_1\left(R_2^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}\right) + R_2\left(R_1^2 + L^2\omega^2\right)}{D^2}$$

$$\boxed{P = \frac{R_1\left(R_2^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}\right) + R_2\left(R_1^2 + L^2\omega^2\right)}{(R_1+R_2)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}}$$

et $Q = \frac{(R_1+R_2)\left(R_2L\omega - \frac{R_1}{C\omega}\right) - \left(R_1R_2 + \frac{L}{C}\right)\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{D^2}$

$$= \frac{\cancel{R_1R_2L\omega} - \frac{R_1^2}{C\omega} + R_2^2L\omega - \cancel{\frac{R_1R_2}{C\omega}} - \cancel{R_1R_2L\omega} + \cancel{\frac{R_1R_2}{C\omega}} - \frac{L^2\omega}{C} + \frac{L}{C^2\omega}}{D^2}$$

$$\boxed{Q = \frac{R_2^2L\omega - \frac{R_1^2}{C\omega} + \frac{L}{C}\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)}{(R_1+R_2)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}}$$

d) l'impédance du circuit

$$Z = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

l'intensité efficace du courant total : $I = \frac{U}{Z}$

$$I = \frac{U}{\sqrt{P^2+Q^2}}$$

et la phase de I est : $tg\varphi = \frac{Q}{P}$

$$\boxed{tg\varphi = \frac{L\omega R_2^2 - \frac{R_1^2}{C\omega} + \frac{L}{C}\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)}{R_1R_2(R_1+R_2) + R_2 L^2\omega^2 + \frac{R_1}{C^2\omega^2}}}$$

3) le courant total est en phase avec la tension $\Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow L\omega R_2^2 - \frac{R_1^2}{C\omega} + \frac{L}{C}\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right) = 0$

$$\frac{LC\omega^2 R_2^2 - R_1^2}{C\omega} + \frac{L}{C^2\omega} - \frac{L^2\omega}{C} = 0$$

$$LC^2\omega^2R_2^2 - CR_1^2 + L - CL^2\omega^2 = 0$$

$$\omega^2(LC^2R_2^2 - CL^2) = CR_1^2 - L$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{CR_1^2 - L}{LC(CR_2^2 - L)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{CR_1^2-L}{CR_2^2-L}}}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_1^2-L/C}{R_2^2-L/C}}$$

(1 ges)

$$I = \frac{U}{\sqrt{P^2 + Q^2}}, \quad Q = 0 \Longrightarrow I = \frac{U}{P}$$

$$\text{et } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_1^2 - L/C}{R_2^2 - L/C}} \Longrightarrow P = R$$

donc $\boxed{I = \frac{U}{R}}$

cette condition n'existe et ne peut être satisfaite que si $(R_1^2 - L/C) > 0$ et $R_2^2 - L/C > 0$

càd $\boxed{R_1 > \sqrt{L/C} \text{ et } R_2 > \sqrt{L/C}}$

ou ~~bien~~ $R_1^2 - \frac{L}{C} < 0$ et $R_2^2 - \frac{L}{C} < 0$

càd $\boxed{R_1 < \sqrt{L/C} \text{ et } R_2 < \sqrt{L/C}}$