Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan
Département de Physique
Année : 2012/2013
SMP

جامعة عبد المالك السعدي
كلية العلوم
تطوان

Contrôle de rattrapage
Physique 3: Electricité II
(S3, Durée : 1h)

Exercice 1 : (6pt)

Une demi-spire circulaire de rayon R, placée dans le plan xoy où règne un champ magnétique $\vec{B} = B.\vec{k}$ (B est une constante positive et $\vec{k}$ le vecteur unitaire de l'axe oz). La demi-spire est parcourue par un courant d'intensité I (voir la figure 1 ci-dessous). Déterminer la force magnétique agissant sur cette structure.

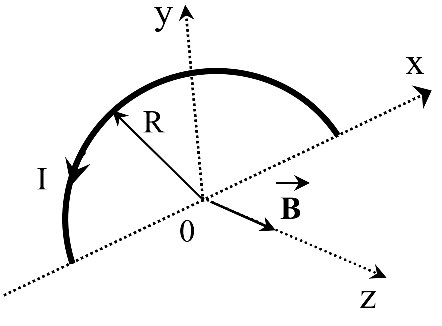


Figure 1

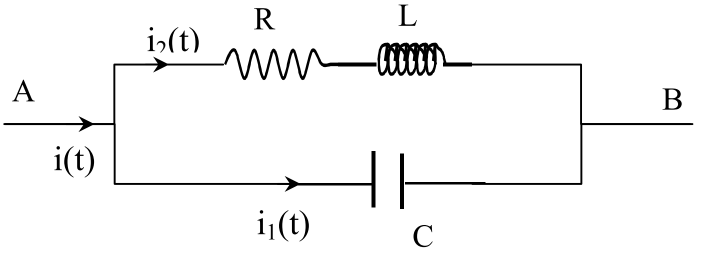


Figure 2

Exercice 2 : (5pt)

Dans les circuits en régime permanent et à partir de la définition de la puissance complexe, montrer que les puissances active et réactive sont respectivement égales à :

$$P_{ac} = U.I.\cos\varphi, \qquad P_r = U.I.\sin\varphi$$

U représente la valeur efficace de la tension, I la valeur efficace du courant et φ le déphasage entre la tension et le courant.

Exercice 3 :(9pt)

On applique une tension sinusoïdale e(t) de pulsation ω, d'amplitude E et de phase à l'origine nulle au circuit représenté sur la figure 2 ci-dessus.

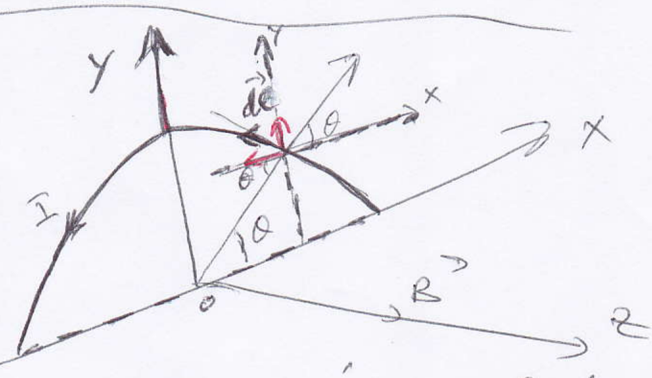
1- Déterminer l'impédance complexe Z_{AB} de la branche AB.
2- En déduire l'amplitude et la phase (par rapport à la tension e(t)) du courant total traversant cette branche.
3- Exprimer les amplitudes complexes $\bar{I}_1$ et $\bar{I}_2$ des intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$.
4- Représenter $\bar{I}_1$ et $\bar{I}_2$ dans le plan complexe et retrouver graphiquement les expressions de l'amplitude et la phase du courant total.
5- La pulsation ω étant variable, quelle en est la valeur lorsque l'intensité totale du courant i est en phase avec la tension? La condition cherchée est-elle toujours réalisable?

contrôle de Rattrapage (2012-2013)

Physique 3, Elect II

18 Février 2013

Ex (1)



soit $d\vec{F}$ la force mag exercée par le chp $\vec{B}$
sur un élt $I\vec{d\ell}$ de la demi-spire :

$$d\vec{F} = I\,\vec{d\ell} \wedge \vec{B} \quad \text{avec} \begin{cases} \vec{B} = B\vec{k} \\ \vec{d\ell} = -d\ell \sin\theta\,\vec{i} + d\ell\cos\theta\,\vec{j} \\ d\ell = R\,d\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = I.d\ell.B\left[-\sin\theta\,(\vec{i}\wedge\vec{k}) + \cos\theta.(\vec{j}\wedge\vec{k})\right]$$

$$= I.d\ell.B\,[+\sin\theta.\vec{j} + \cos\theta.\vec{i}].$$

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I\,d\ell B\,(\sin\theta\,\vec{j} + \cos\theta.\vec{i})$$

$$= I\,B\,R.\left[\int_0^{\pi} \sin\theta.d\theta.\vec{j} + \underbrace{\int_0^{\pi}\cos\theta.d\theta.\vec{i}}_{=0}\right]$$

$$= I\,B\,R\,[-\cos\theta]_0^{\pi}.\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{F} = 2RB.I.\vec{j}}$$

EX ②

La puissance complexe dans un dipôle est définie par : $\boxed{\bar{P} = \frac{\bar{V} \cdot \bar{I}^*}{2} = P_{ac} + j P_r}$

soit $\bar{v} = V_m e^{j(\omega t + \phi_v)}$, $\bar{I} = I_m e^{j(\omega t + \phi_i)}$

$$\Rightarrow \bar{P} = \frac{1}{2} V_m e^{j(\omega t + \phi_v)} \cdot I_m e^{-j(\omega t + \phi_i)}$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m e^{j(\phi_v - \phi_i)}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} V_m I_m e^{j\phi}$$

, $\phi = \phi_v - \phi_i$ le déphasage entre la tension et le courant

$$\bar{P} = \sqrt{2}\sqrt{2}\frac{V \cdot I}{2} e^{j\phi}$$

$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ et $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

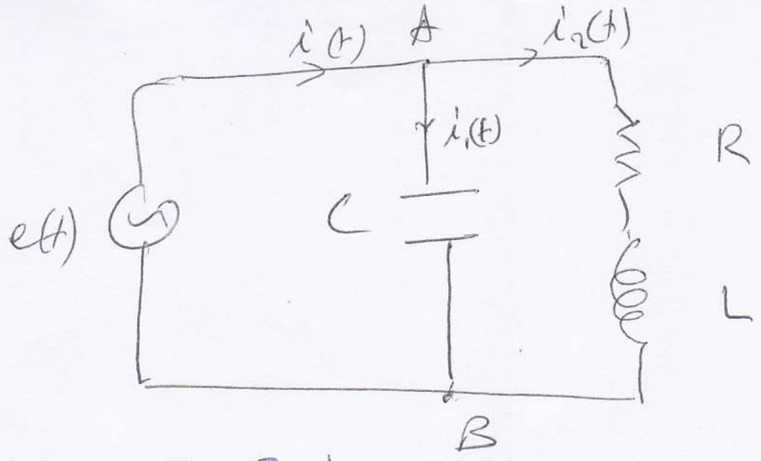
$$\bar{P} = VI e^{j\phi}$$

$$\bar{P} = V \cdot I (\cos\phi + j \sin\phi)$$

$$\bar{P} = P_{ac} + j P_r$$

avec $\begin{cases} P_{ac} = VI \cos\phi \\ P_r = VI \sin\phi \end{cases}$

EX ③



1)

$$\bar{Z}_{AB} = \bar{Z}_C \,//\, (\bar{Z}_R + \bar{Z}_L)$$

$$= \frac{\frac{1}{jC\omega}(R + jL\omega)}{\frac{1}{jC\omega} + R + jL\omega} = \frac{R + jL\omega}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

2) $\bar{e} = \bar{Z}_{AB} \cdot \bar{I} \Rightarrow I = \frac{|\bar{e}|}{|\bar{Z}_{AB}|} = \frac{E}{|\bar{Z}_{AB}|}$

on a $Z_{AB} = \dfrac{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$

$$\Rightarrow \boxed{I = E \cdot \frac{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}}$$

phase du courant :

Si $\bar{Z}_{AB} = P + jQ$

$\bar{I} = \dfrac{\bar{e}}{\bar{Z}_{AB}}$, la phase de I est

$tg(\phi) = -\dfrac{Q}{P}$ (la phase à l'origine de la tension est nulle)

on a $\bar{Z}_{AB} = \dfrac{R + jL\omega}{1 + jRC\omega - LC\omega^2} = \dfrac{(R + jL\omega)(1 - LC\omega^2 - jRC\omega)}{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}$

$$\bar{Z}_{AB} = \frac{R(1-\cancel{LC\omega^2}) - jR^2C\omega + jL\omega(1-LC\omega^2) + \cancel{RLC\omega^2}}{(1-LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}$$

$$= \frac{R + j\left(L\omega(1-LC\omega^2) - R^2C\omega\right)}{(1-LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}$$

$$= P + jQ$$

avec
$$\begin{cases} P = \dfrac{R}{(1-LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \\[2ex] Q = \dfrac{L\omega(1-LC\omega^2) - R^2C\omega}{(1-LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \end{cases}$$

ϕ est la phase de $\bar{I}$ par rapport à la tension $\bar{e}$: le signe (-) du fait que $\bar{I} = \dfrac{\bar{e}}{\bar{Z}_{AB}}$ et $\bar{Z}_{AB} = P + jQ$ $\Rightarrow \operatorname{tg}\phi = -\dfrac{Q}{P}$

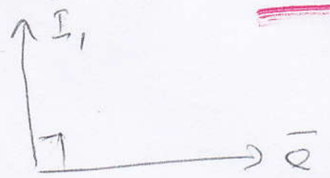
$$\begin{cases} \operatorname{tg}\phi = -\dfrac{Q}{P} = -\dfrac{L\omega(1-LC\omega^2) - R^2C\omega}{R} \\[2ex] \operatorname{tg}\phi = \dfrac{R^2C\omega + L\omega(LC\omega^2 - 1)}{R} \\[2ex] \operatorname{tg}\phi = \dfrac{R^2C\omega + L^2C\omega^3 - L\omega}{R} \end{cases}$$

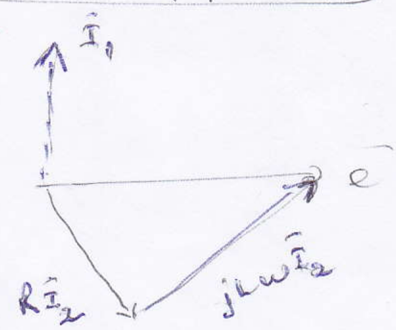
$$\boxed{\phi = \operatorname{Artg}\left(-\frac{Q}{P}\right) = \operatorname{Artg}\left(\frac{R^2C\omega + L^2C\omega^3 - L\omega}{R}\right)}$$

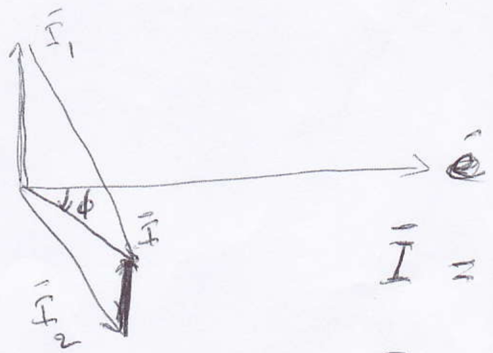
3) $\bar{e} = \bar{Z}_c \bar{I}_1$ et $\bar{e} = E e^{j\omega t}$ $\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_1 = \dfrac{\bar{e}}{\bar{Z}_c} = jC\omega\, \bar{e} = E\, jC\omega\, e^{j\omega t} \\ \boxed{I_1 = C\omega E} \end{cases}$

$$\bar{e} = (R + jL\omega)\bar{I}_2 \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_2 = \dfrac{\bar{e}}{R + jL\omega} = \dfrac{E e^{j\omega t}}{R + jL\omega} \\ \boxed{I_2 = \dfrac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}} \end{cases}$$

4)







$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

$$\bar{I} = \left(jC\omega + \frac{1}{R + jL\omega}\right)\bar{e}$$

$$\bar{I} = \left(jC\omega + \frac{R - jL\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\right)\cdot \bar{e}$$

$$\bar{I} = \frac{R}{R^2 + L^2\omega^2} + j\left(C\omega - \frac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\right)\cdot \bar{e}$$

$$\text{tg}\,\phi = \frac{C\omega - \dfrac{L\omega}{(R^2 + L^2\omega^2)}}{\dfrac{R}{(R^2 + L^2\omega^2)}} = \frac{(R^2 + L^2\omega^2)C\omega - L\omega}{R}$$

$$\boxed{\text{tg}\,\phi = \frac{R^2 C\omega + L^2 C\omega^3 - L\omega}{R}}$$

$$I = E\sqrt{\frac{R^2}{(R^2+L^2\omega^2)^2} + \left(C\omega - \frac{L\omega}{R^2+L^2\omega^2}\right)^2}$$

(qui est le même résultat que celui de la question 3)

---

5) i est en phase avec la tension e

$\Rightarrow$ l'impédance $\bar{Z}_{AB}$ est réelle ou bien la partie imaginaire de $\bar{Z}_{AB}$ est nulle, ($\operatorname{tg}\phi = 0$)

d'après la question 2 :

si $Z_{AB} = \rho\, e^{j\phi}$

$\Rightarrow \phi = 0$ càd $L\omega(1 - LC\omega^2) - R^2C\omega = 0$

$L\omega - L^2C\omega^3 - R^2C\omega = 0$

$\omega(L - L^2C\omega^2 - R^2C) = 0.$

$L - L^2C\omega^2 - R^2C = 0.$

$\omega = 0$ ou

$\Rightarrow \omega^2 = \frac{L - R^2C}{L^2C}$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{L - R^2C}{L^2C}}}$$

cette condition n'existe et ne peut être satisfaite que si $L - R^2C > 0$

$$\boxed{R < \sqrt{\frac{L}{C}}}$$