Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences Tétouan.
Département de Physique
Année : 2004/2005
SMP

Contrôle n°1
Physique 3: Electricité II
(S3, Durée : 2h)

Exercice 1 :

Une structure formée par deux demi spires circulaires de rayons respectives a et (a+L) et de deux fils de longueurs finies L (voir la figure 1 ci-dessous). La structure est placée dans le plan xoy où règne un champ magnétique **B** = B.**k** et est parcourue par un courant d'intensité I (B est une constante positive).

1-Représenter sur une figure les forces magnétiques agissant sur les quatre parties de cette structure.

2- Déterminer la force magnétique F_1 agissant sur le fil (1).

3- Déterminer la force magnétique F_2 agissant sur le fil (2).

4- Déterminer la force magnétique F_3 agissant sur la demi spire circulaire (1).

5- Déterminer la force magnétique F_4 agissant sur la demi spire circulaire (2).

6- Déduire le module de la force magnétique totale subit par la structure.

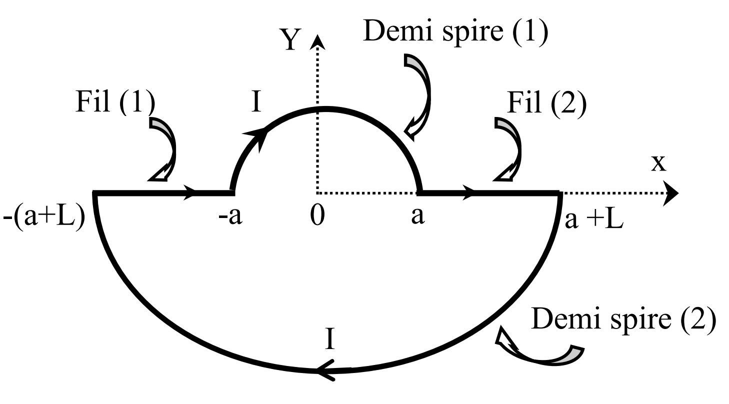


Figure 1

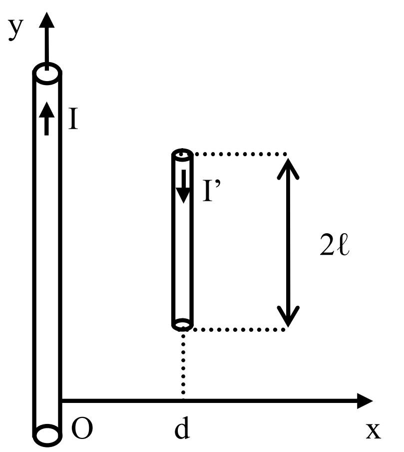


Figure 2

Exercice 2 :

Dans un plan xoy contenant un fil infini parcouru par un courant I, on place parallèlement à ce fil et à une distance d, un segment de fil de longueur 2ℓ parcouru par un courant d'intensité I' (de sens contraire que celui de I, voir la figure 2 ci-dessus).

1- Déterminer le champ magnétique crée par le fil infini en un point M de l'espace (OM=x).

2- Déterminer la force magnétique exercée sur le segment de fil:

a- Par application de la loi de Laplace.

b- En utilisant le théorème de Maxwell.

3- Déduire le sens et la direction de cette force.

Exercice 3 :

On dispose d'un aimant et de deux spires circulaires (1) et (2) de la figure 3:

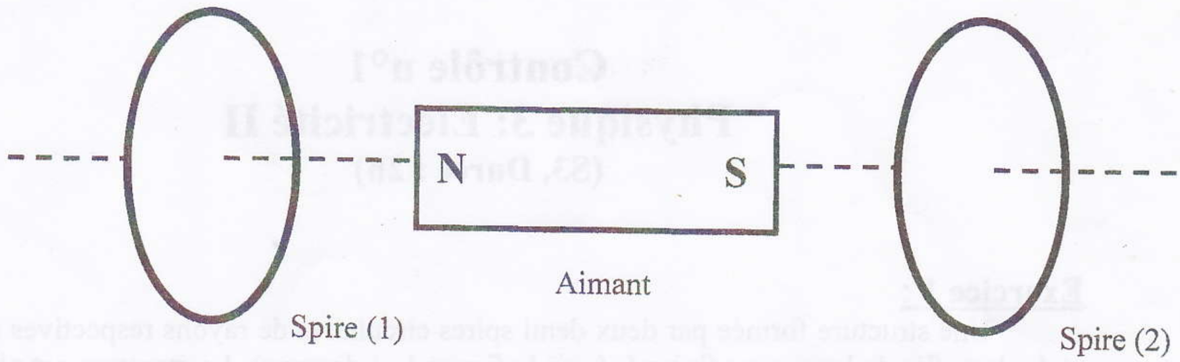


Figure 3

1- Représenter sur cette figure les lignes de champ magnétique $\vec{B}$ créé par l'aimant.

2- On déplace l'aimant vers la droite de manière qu'il s'approche de la spire (2). Donner le sens des courants induits qui apparaissent dans les deux spires circulaires.

3- On déplace l'aimant vers la gauche de manière qu'il s'approche de la spire (1). Donner le sens des courants induits qui apparaissent dans les deux spires circulaires.

Interpréter vos résultats.

Exercice 4 :

Considérons le champ électrique donné par l'expression suivante :

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - k z)\vec{i} \quad (V/m).$$

E_0 est l'amplitude du champ.
ω est la pulsation angulaire.
k est une constante.

1- Quelles sont les conditions d'existence du champ $\vec{E}$?

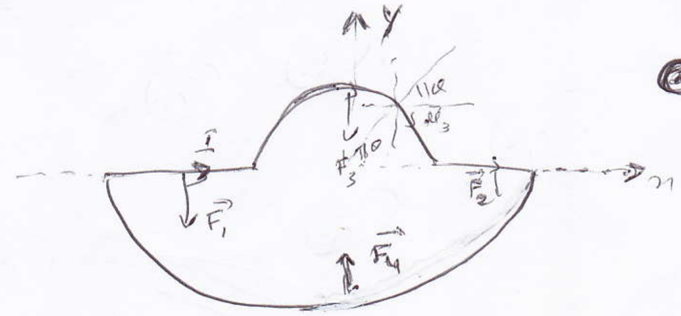
2- Déterminer le vecteur de Poynting. En déduire que les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ constituent une onde se propageant dans le sens des z positifs.

3- Déterminer la moyenne de la densité de l'énergie électromagnétique.

correction du contrôle n°1

Physique 3 : Electricité II   23/11/2004

EX (I)



$\odot\ \vec{B} = B\vec{k}$
$B > 0$

1) Représentation des forces magnétiques

2) Soit $d\vec{F_1}$ la force magnétique exercée sur un élément Idl_1 du fil (1)

$$d\vec{F_1} = I\,\vec{dl_1} \wedge \vec{B} = I\,dl_1\, \vec{i} \wedge B\vec{k} = -I\,dl_1\,B.\vec{j}.$$

$$\Rightarrow \vec{F_1} = -I\,B\,\vec{j}\int_{-(a+L)}^{-a} dl_1 = -IB\vec{j}\,\left[l_1\right]_{-(a+L)}^{-a}$$

$$\boxed{\vec{F_1} = -IBL.\vec{j}}$$

3) soit $d\vec{F_2}$ la force magnétique exercée sur un élément Idl_2 du fil (2)

$$d\vec{F_2} = I\,\vec{dl_2} \wedge \vec{B} = I\,dl_2\,\vec{i} \wedge B.\vec{k} = -I\,dl_2\,B.\vec{j}$$

$$\vec{F_2} = -IB.\vec{j}\int_a^{a+L} dl_2 = \boxed{-I.B.L.\vec{j}}$$

4) Soit $d\vec{F_3}$ la force mag agissant sur un élément $I\,dl_3$ du demi-cercle (1)

$$d\vec{F_3} = I\,\vec{dl_3} \wedge \vec{B} \quad \text{or} \left\{\begin{array}{l} \vec{B} = B\vec{k} \\ \vec{dl_3} = dl_3 \sin\theta\,\vec{i} - dl_3\cos\theta\,\vec{j} \\ \text{et } dl_3 = a\,d\theta \end{array}\right.$$

$$d\vec{F_3} = I\,(dl_3\sin\theta\,\vec{i} - dl_3.\cos\theta\,\vec{j}) \wedge B\vec{k}$$
$$= I\,dl_3.B\,(\sin\theta\,(\vec{i}\wedge\vec{k}) - \cos\theta\,(\vec{j}\wedge\vec{k}))$$
$$= IB\,a\,d\theta\,\left[-\sin\theta.\vec{j} - \cos\theta.\vec{i}\right]$$

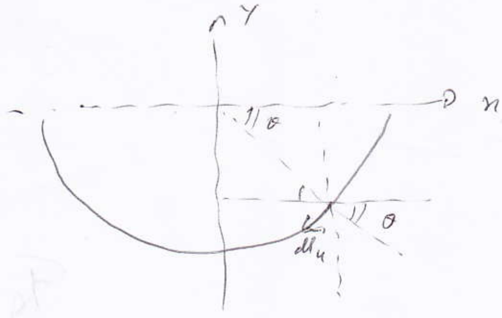
$$\Rightarrow \vec{F_3} = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} d\vec{F_3} = -IBa\vec{j}\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta - \underbrace{IB.a\vec{i}\int_0^{\pi}\cos\theta\,d\theta}_{=0}$$

$$= I.B.a.\vec{j}\left[\cos\theta\right]_0^{\pi}$$

$$\boxed{\vec{F_3} = -2.I\,B.a.\vec{j}}$$

5) Soit $d\vec{F_4}$ la force mag agissant sur un élét ε dl_4 de la spire (2) :

$d\vec{F_4} = I\,d\vec{l_4} \wedge \vec{B}$



or $\begin{cases} \vec{B} = B\,\vec{k} \\ \vec{dl_4} = -dl_4 \sin\theta\,\vec{i} - dl_4\cos\theta\,\vec{j} \\ dl_4 = (a+L)\,d\theta \end{cases}$

$\vec{F_4} = \int d\vec{F_4} = I\,(-dl_4 \sin\theta\,\vec{i} - dl_4\cos\theta\,\vec{j}) \wedge B\vec{k}$

$= -I\,dl_4 B\left(\sin\theta(\vec{i}\wedge\vec{k}) + \cos\theta(\vec{j}\wedge\vec{k})\right)$

$= -I B (a+L)\,d\theta\left[-\sin\theta\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{i}\right]$

$= I B (a+L)\,\vec{j}\int_0^{\pi} \sin\theta\,d\theta = I B (a+L)\,\vec{j}\,\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}$

$\boxed{\vec{F_4} = 2 I B (a+L)\,\vec{j}}$

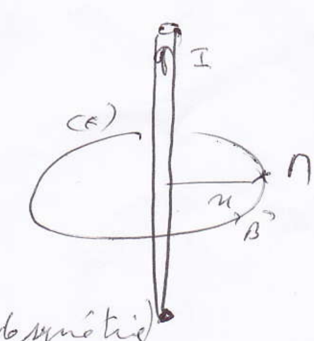
6) $\vec{F}_{tot} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$

$= -IBL\,\vec{j} - IBL\,\vec{j} - 2IBa\,\vec{j} + 2IB(a+L)\,\vec{j}$

$\boxed{\vec{F}_{tot} = \vec{0}}$

EX (2)

1- Le champ mag créé par un fil infini en M tq $(OM = x)$



D'après le théo d'Ampère

$\oint_{(c)} \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 I$

$\vec{B} \parallel \vec{dl} \Rightarrow \oint_{(c)} \vec{B}\,\vec{dl} = \oint B\,dl = \mu_0 I$

B = cte sur chaque pt de (C) (raison de symétrie)

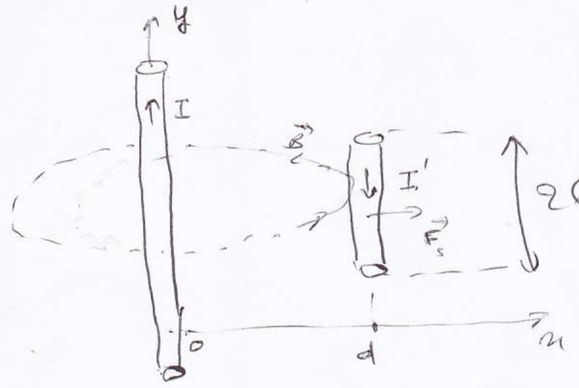
$B\oint dl = \mu_0 I \iff 2\pi x\,B = \mu_0 I$

$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}}$

$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\,\vec{e_\theta}}$

2) Force mag. exercée sur le segment de fil :

(a) Par application de la loi de Laplace :



$$d\vec F_s = I' \vec{dl} \wedge \vec B = dF_s \, \vec i$$

or $$\vec B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d} (-\vec k)$$

$$dF_s = I' \, dl \, B . \sin\frac{\pi}{2}$$
$$= I' . dl . B = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi d} . dl$$

$$F_s = \int dF_s = \frac{\mu_0 I . I'}{2\pi d} . 2l$$

$$\boxed{\vec F_s = + \frac{\mu_0 I . I'}{\pi d} . l \, \vec i}$$

(b) En utilisant le théo de Maxwell :

Au cours d'un déplacement dx, le segment de fil balaie une surface $ds = 2l . dx$.

le flux de $\vec B$ (créé par le fil infini) à travers la surface balayée par un élét dl du segment de fil dans son déplacement est : $d\phi_c = \vec B . \vec n \, ds$

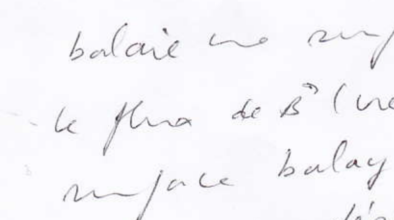
le sens de $\vec n$ est donné par $\vec{dx} \wedge \vec{dl}$

$$d\phi_c = B \, ds = B . \underbrace{2l . dx}_{ds} = \frac{\mu_0 I l}{\pi d} . dx$$

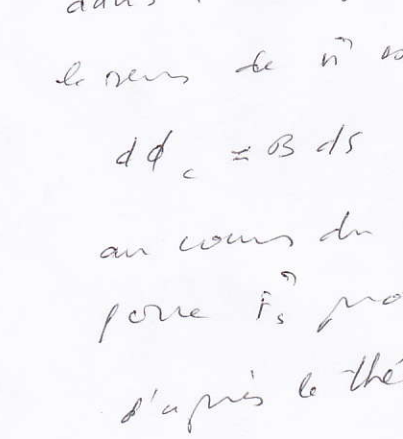
au cours du déplacement du segment de fil, la force $\vec F_s$ produit le travail $dW = \vec F_s . \vec{dx}$
$= F_s . dx$ ($\vec F_s$ et $\vec{dx}$ de même sens)

d'après le théo de Maxwell $dW = I' \, d\phi_c$

$$F_x . dx = I' \, d\phi_c$$



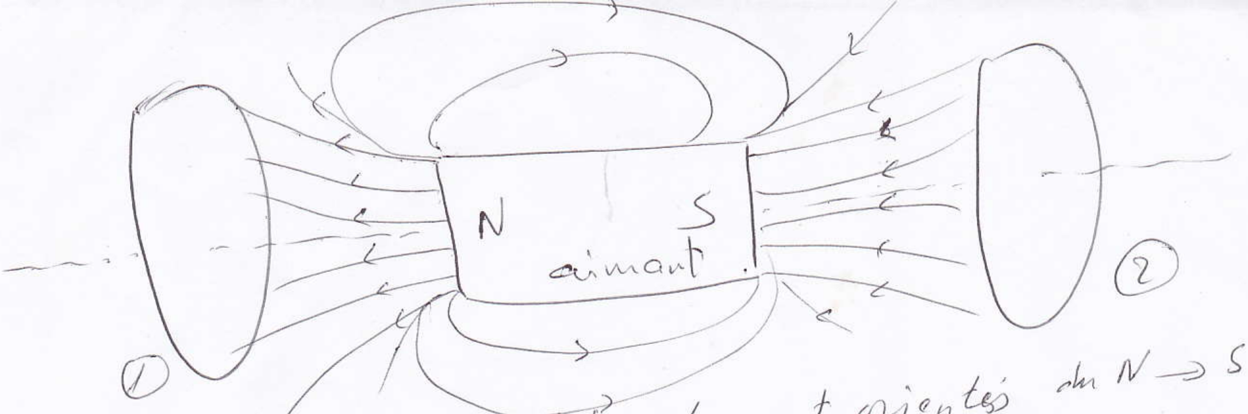
$$\boxed{\vec F_s = \frac{\mu_0 I I' l}{\pi . d} . \vec i}$$



(3) sens et direction de $\vec F_s$ voir figure page (3)

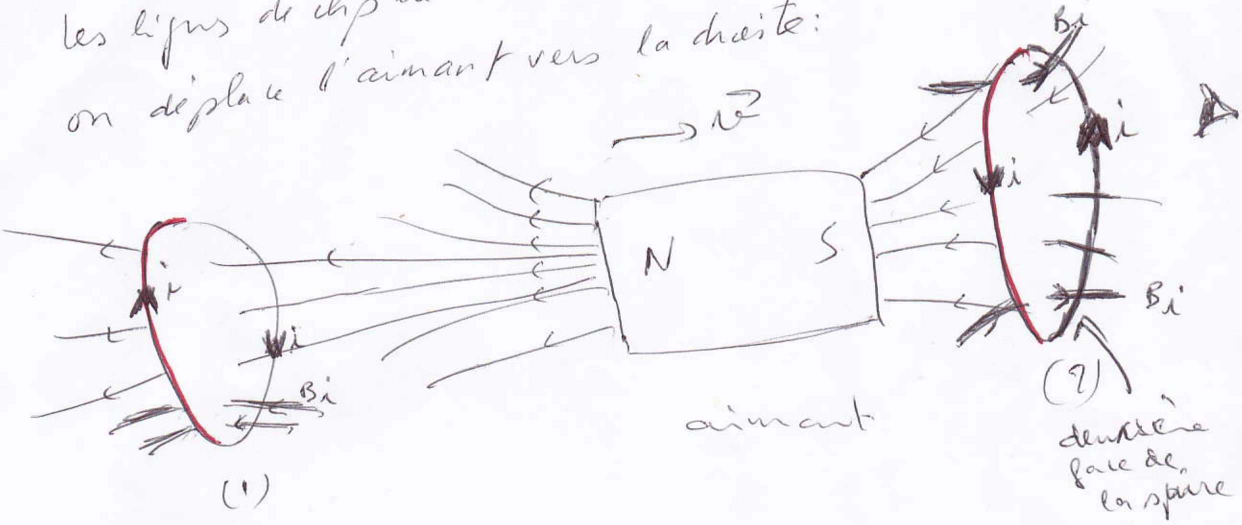
{ $\vec F$ le sens des $\vec i$
{ $\vec F \,//\, O\vec x$

EX (3)



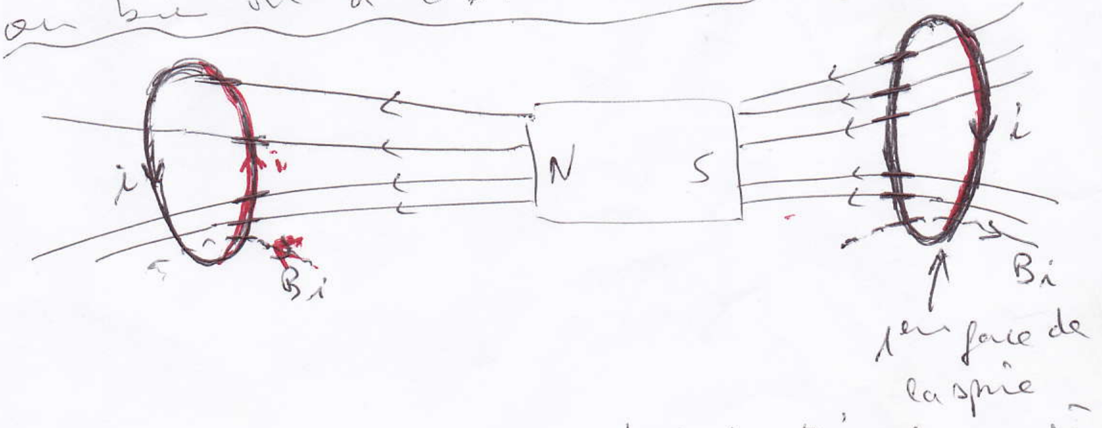
1) les lignes de chp de l'aimant sont orientés du N → S.

2) on déplace l'aimant vers la droite:



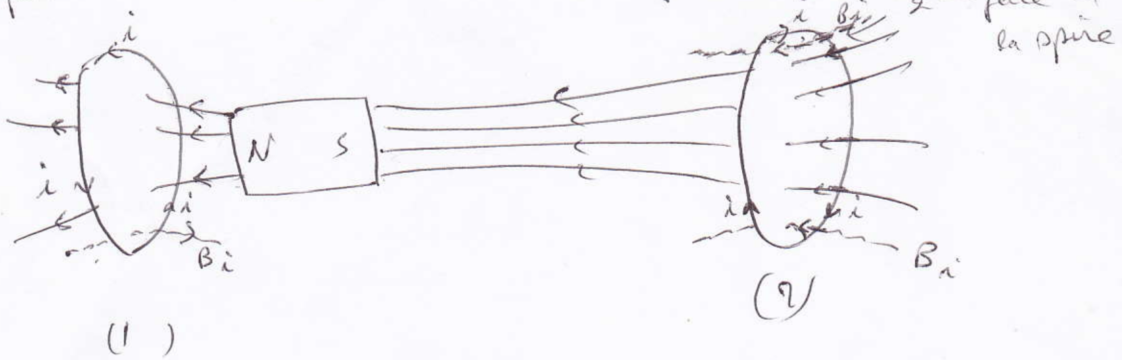
le flux à travers la spire (1) ↘ (2) ↗ } d'où le sens de B_i chp mag induit créé par le courant induit i.

ou bien on a le schéma suivant:



le sens du courant induit est orienté de manière à ce que le flux du chp mag propre B_i s'oppose à celui créé par l'aimant. B_i tend à diminuer le flux à travers la spire.

3) on déplace l'aimant vers la gauche :



EX (4) $\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{i}$ (V/m)

1) conditions d'existence du champ $\vec{E}$:

$\vec{E}$ existe si et seulement si, il satisfait aux quatre équations de Maxwell

* $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ +\frac{\partial E_x}{\partial z} \\ 0 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = +\frac{\partial}{\partial z} E_x \cdot \vec{j}$

$\Rightarrow -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -k E_0 \cdot \cos(\omega t - kz)\,\vec{j}$

$\boxed{\vec{B} = \frac{k E_0}{\omega} \sin(\omega t - kz) \cdot \vec{j}}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$ est satisfaite

* Dans le vide $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ $\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t - kz) \cdot \vec{i}}$

$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$. est bien satisfaite.

~~$D_y = D_z = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} = 0$~~

* $\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & H_y & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial H_y}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} \end{pmatrix}$

(5) page

$\Rightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = +\frac{\partial}{\partial z}\left[-\frac{E_0 k}{\omega \mu_0} \sin(\omega t - kz)\right]\vec{i}$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\varepsilon_0 k^2}{\omega\mu_0} \cdot \cos(\omega t - kz) \cdot \vec{i}$$

or $\vec{D} = \varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t - kz)\, \vec{i} \Rightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 E_0 \omega \cos(\omega t - kz)\, \vec{i}$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_0 k^2}{\omega\mu_0} \cos(\omega t - kz) = \varepsilon_0 . E_0 . \omega . \cos(\omega t - kz)$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_0 k^2}{\omega\mu_0} = \varepsilon_0 \cancel{E_0}\, \omega$$

$$\boxed{k = \pm \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

1 pt

Le chp ne peut exister que si cette condition est satisfaite

2) $$\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_0 \sin(\omega t - kz) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{kE_0}{\omega\mu_0} \sin(\omega t - kz) & 0 \end{vmatrix}$$

0,5 pt

$$\boxed{\vec{P} = \frac{kE_0^2}{\omega\mu_0} \sin^2(\omega t - kz) \cdot \vec{k}} = A . \vec{k}$$

0,5

$A = \frac{kE_0^2}{\omega\mu_0} \sin^2(\omega t - kz) > 0 \Rightarrow$ la resultante du produit vectoriel $(\vec{E} \wedge \vec{H})$ est un vect dirigé selon les z positifs.

3) La moyenne de la densité de l'energie EM :

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{P}| . dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{kE_0^2}{\omega\mu_0} . \sin^2(\omega t - kz) . dt$$

0,5 pt

$$\boxed{\langle P \rangle = \frac{k . E_0^2}{2\omega\mu_0} \quad W/m^2}$$

La densité de puissance

0,5 pt