Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan.
Département de Physique
Année : 2005/2006
SMP

Contrôle n°1
Physique 3: Electricité II
(S3, Durée : 1h)

Exercice 1 :

Une demi spire circulaire de rayon R, placée dans le plan xoy où règne un champ magnétique $\vec{\mathbf{B}} = B.\vec{\mathbf{k}}$ (B est une constante positive et $\vec{\mathbf{k}}$ le vecteur unitaire de l'axe oz). La demi spire est parcourue par un courant d'intensité I (voir la figure 1 ci-dessous).

1- Représenter sur une figure la force magnétique agissant sur la demi spire.

2- Déterminer la force magnétique agissant sur cette structure.

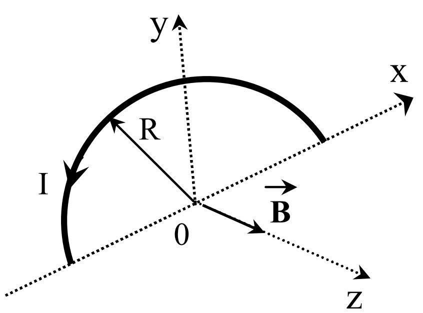


Figure 1

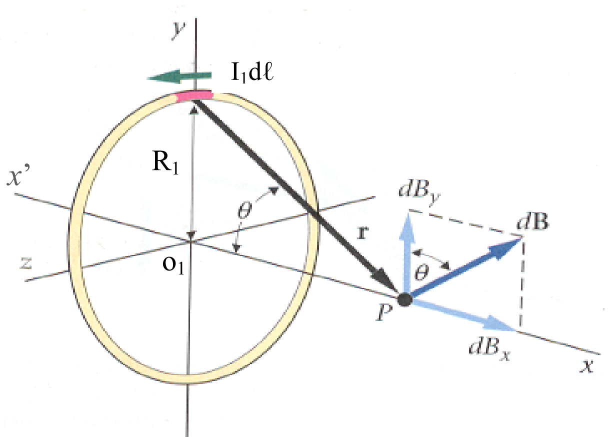


Figure 2

Exercice 2 :

1- Soit une spire plane circulaire (C) de centre O_1, de rayon R_1 et d'axe x'x parcourue, dans le sens trigonométrique, par un courant continu d'intensité I_1 (voir la figure 2).

a- Indiquer sur une figure, le vecteur induction magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ créé par (C) en un point P situé sur son axe à une distance $d = O_1P$. Justifier votre réponse.

b- Déterminer en fonction de μ_0, I_1, R_1 et d, le module de $\vec{\mathbf{B}}$ au point P.

c- En déduire que l'induction magnétique $\vec{\mathbf{B}}_{\mathbf{1}}$ au point P, créée par une bobine plate (C_1) contenant N_1 spires identiques à (C), a pour module : $B_1 = \mu_0.N_1.I_1.R^2{}_1 / [2(R_1{}^2 + d\ {}^2)^{3/2}]$.

d- En supposant que la bobine plate (C_1) a une longueur finie L, déterminer l'induction magnétique $\vec{\mathbf{B}}_{\mathbf{o}}$ créée à l'intérieur de cette bobine.

2- On considère une deuxième bobine plate (C_2) comportant N_2 spires circulaires de centre O_2, de rayon R_2 et parcourue par un courant I_2 opposé à I_1. (C_2) est coaxiale à (C_1) et son centre O_2 est placé à une distance d de O_1 (voir figure 3 ci-dessous).

a- Calculer le flux d'induction magnétique créée par (C_1) à travers (C_2). On admettra que le module du champ magnétique créé par (C_1) est uniforme sur la surface de (C_2).

b- En déduire le coefficient de proportionnalité entre ce flux et le courant I_1 en fonction de μ_0, N_1, N_2, R_1, R_2 et d.

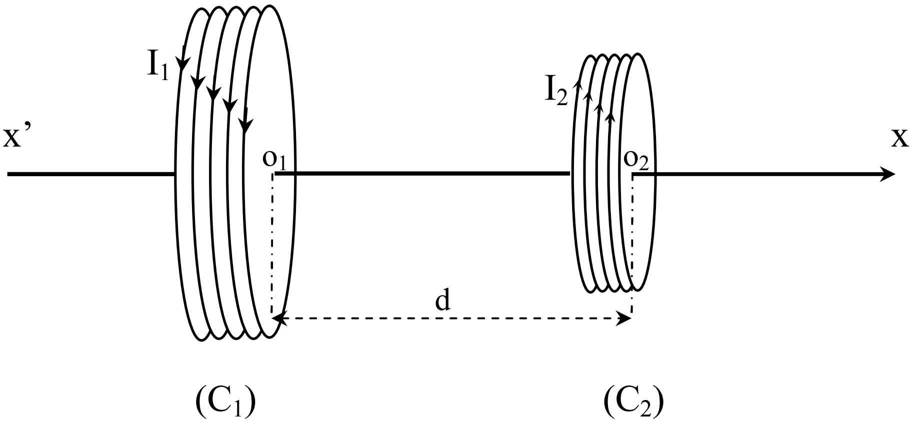


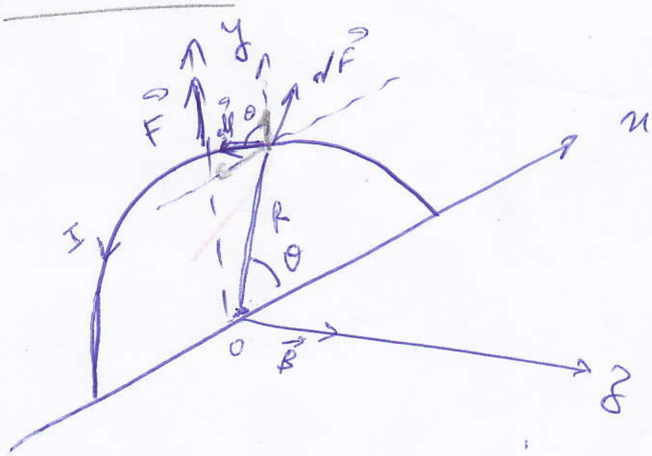
Figure 3

contrôle n°1

Physique 3 : Electricité II

SMP 2005/2006

correction



Exercice 1

1) $\vec{B} = B\vec{k}$

avec $B>0$

2) Soit $\vec{dF}$ la force magnétique exercée par le champ $\vec{B}$ sur un élément de courant $I\vec{dl}$: $\vec{dF} = I\vec{dl}\wedge\vec{B}$

$\vec{dF} \in$ plan xoy :

$$\begin{cases} \vec{dl} = -dl\sin\theta\,\vec{i} + dl\cos\theta\,\vec{j} \\ dl = R\,d\theta \\ \vec{B} = B\vec{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{dF} = I\left[-dl\sin\theta\,\vec{i} + dl\cos\theta\,\vec{j}\right]\wedge B.\vec{k}$$

$$= I\,dl\,B\left[-\sin\theta(\vec{i}\wedge\vec{k}) + \cos\theta(\vec{j}\wedge\vec{k})\right].$$

$$= I\,dl\,B\left(\sin\theta\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{i}\right).$$

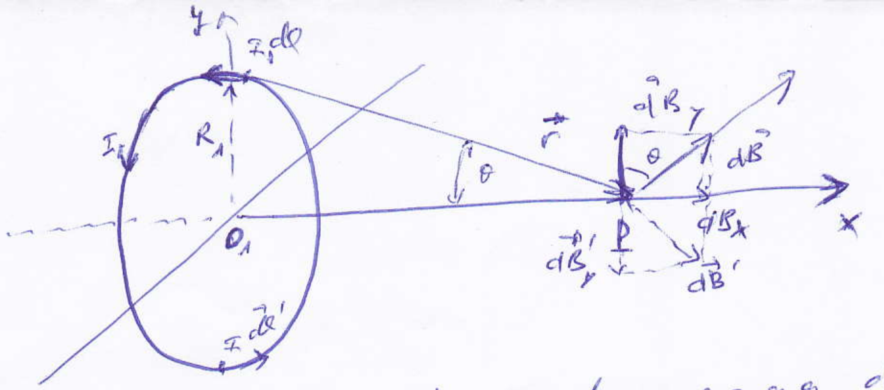
$$\vec{F} = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} dF = IRB.\vec{j}\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta + \underbrace{IRB\vec{i}\int_0^{\pi}\cos\theta\,d\theta}_{=0}$$

$$= IRB\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}.\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{F} = 2RBI\vec{j}}$$

Ex 2

1)



a) un élet de courant $I_1 d\vec{l}$ crée un chp mag $d\vec{B}$. un autre élement de courant $I_1 d\vec{l}'$ symétrique à l'élet $(I_1 d\vec{l})$ crée un chp $d\vec{B}'$. la résultante de ces deux chp mag est le vecteur $d\vec{B}_x$. Donc par raison de symétrie, seule la composante selon l'axe ox sera prise en considération ($B_y = \int dB_y = 0$)

b) Au pt P, l'élet $I\,d\vec{l}$ crée un chp mag $d\vec{B}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 |d\vec{l} \wedge \vec{u}_r|}{r^2}$$

$$(d\vec{l}, \vec{u}_r) = \pi/2$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \sin \pi/2 \cdot dl}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{(d^2 + R_1^2)}$$

$$\begin{cases} d = |\vec{OP}| \\ r^2 = d^2 + R_1^2 \end{cases}$$

$d\vec{B} = dB_x \vec{i} + dB_y \cdot \vec{j}$

la symétrie impose que seule la composante selon l'axe ox sera considerée ($B_y = 0$)

$$dB_x = dB \cdot \sin\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{(d^2 + R_1^2)} \sin\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl}{(d^2 + R_1^2)} \frac{R_1}{r}, \quad \sin\theta = \frac{R_1}{r}$$

soit $dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1\,dl}{(d^2+R_1^2)}\frac{R_1}{\sqrt{d^2+R_1^2}}$

$$B_{tot} = \int dB_x = \frac{\mu_0 \cdot I_1 R_1}{4\pi\,(d^2+R_1^2)^{3/2}}\oint dl \qquad dl = R_1\,d\phi$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot R_1}{4\pi(d^2+R_1^2)^{3/2}} \cdot 2\pi \cdot R_1$$

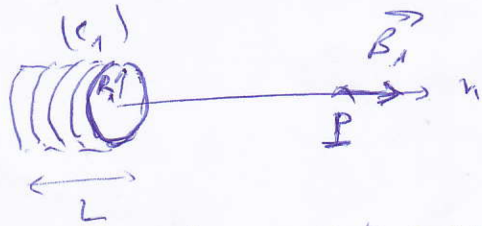
$$\boxed{\vec{B}_{tot} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot R_1^2}{2(d^2+R_1^2)^{3/2}} \cdot \vec{i}}$$

c) le chp mag $\vec{B}_1$ créé par une bobine plate (C_1) contenant N_1 spires identiques à (C) :

le chp mag créé par une seule spire est

$$B = \frac{\mu_0\, I_1 \cdot R_1^2}{2(d^2+R_1^2)^{3/2}}$$

les spires sont jointes et $d = OP \gg L$

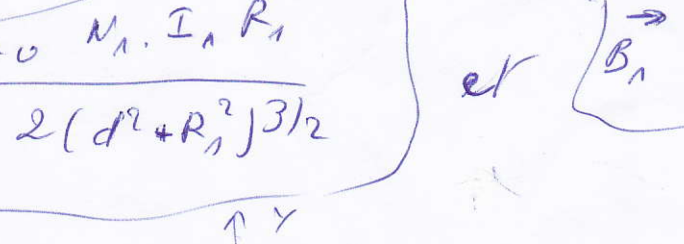


donc on suppose que tous les spires sont à la même distance du pt P.

$$B_1 = N_1 B$$

$$\boxed{B_1 = \frac{\mu_0\, N_1 \cdot I_1 R_1^2}{2(d^2+R_1^2)^{3/2}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{B}_1 = B_1\,\vec{i}.}$$

d)



chp mag $\vec{B}_2$ créé à l'intérieur de (C_1) ?

Dans la bobine (C_1) formée par N_1 spire telle que chaque spire transporte un courant I_1. Si on considère un élt de (C_1) de longueur dx, parcouru par un courant ~~di et~~ placé à l'origine ~~C~~ cet élt crée sur un pt M de l'axe ox / OM = x

un chp mag $\quad dB_x = \dfrac{\mu_0 R_1^2\, di}{2(x^2+R_1^2)^{3/2}}$

$$dB_x = \frac{\mu_0 R_1^2}{2(x^2+R_1^2)^{3/2}}\, n_1 I_1\, dx$$

$n_1 = N_1/L$ nbre de spire par unité de longueur.

$$\Longrightarrow \quad B_0 = \frac{\mu_0 R_1^2 . n_1 I_1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+R_1^2)^{3/2}}$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 R_1^2 . n_1 I_1}{2} \left[\frac{x}{R_1^2 \sqrt{x^2+R_1^2}} \right]_{-L/2}^{L/2}$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 n_1 I_1}{2} \frac{L}{\cancel{2}} \left(\frac{\cancel{2}}{\sqrt{L^2/4+R_1^2}} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 . I_1}{2} . \left[\frac{1}{\sqrt{L^2/4+R_1^2}} \right]$$

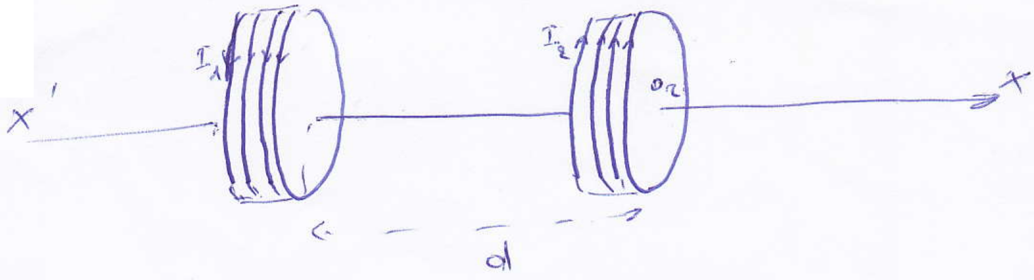
$$\boxed{B_0 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{\sqrt{L^2+4R_1^2}}}$$

l'induction mag créée à l'intérieur de la bobine (C_1).

Rem: si on intègre de 0 à L on doit prendre comme variable $x = x - L/2$

$$B_0 = [\;]\left[\frac{x - L/2}{\sqrt{(x-L/2)^2+R_1^2}} \right]_0^L = \frac{L - L/2}{\sqrt{\frac{L^2}{4}+R_1^2}} + \frac{L/2}{\sqrt{\frac{L^2}{4}+R_1^2}} = \ldots$$

2)



a)

D'après la question (1-c) précédente, le chp mag créé par la bobine (C_1) au pt O_2 de l'axe ox est :

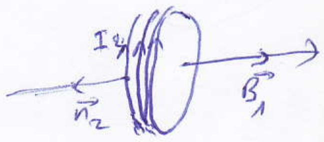
$$B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1 R_1^2}{2(R_1^2+d^2)^{3/2}}$$

Puisque ce chp est uniforme sur la surface de (C_2), son flux est :

$$\phi_{12} = N_2 \iint_{S_2} \vec{B_1} \cdot \vec{dS_2}$$

où S_2 est la surface d'une seule spire de (C_2).

$$= N_2 \iint_{S_2} \vec{B_1} \cdot \vec{n_2} \cdot dS_2$$



$$= -N_2 \iint_{S_2} B_1 \, dS_2$$

$$= -N_2 B_1 S_2$$

$$= -N_2 B_1 \pi R_2^2$$

$$= -N_2 \cdot \pi R_2^2 \left(\frac{\mu_0 N_1 I_1 \cdot R_1^2}{2(R_1^2+d^2)^{3/2}} \right)$$

$$\boxed{\phi_{12} = -\frac{\mu_0 N_1 N_2}{2} \frac{\pi R_1^2 \cdot R_2^2}{(R_1^2+d^2)^{3/2}} \cdot I_1}$$

b) $M = \dfrac{\phi_{12}}{I_1} \Rightarrow \boxed{M = -\dfrac{\mu_0 N_1 N_2}{2} \dfrac{\pi \cdot R_1^2 \cdot R_2^2}{(R_1^2+d^2)^{3/2}}}$

ce coef de proportionnalité représente le coef d'induction mutuelle des deux bobines.