Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan
Département de Physique
Année : 2009/2010
SMP

Contrôle n°1
Physique 3: Electricité II
(S3, Durée : 1h 30')

Exercice 1: (5 pt)
Une spire a la forme d'un carré de côté a = 4 cm. Elle est placée entre les pôles d'un aimant en U produisant un champ magnétique $\vec{B}$ dont les lignes de champ sont parallèles au plan de la spire et aux côtés AE et DC du cadre (voir la figure 1). B = 1 mT.
Quelles sont les forces agissant sur les quatre côtés du cadre si un courant I = 5 A tourne dans la spire dans le sens A, E, C, D. Représenter ces forces sur une figure.

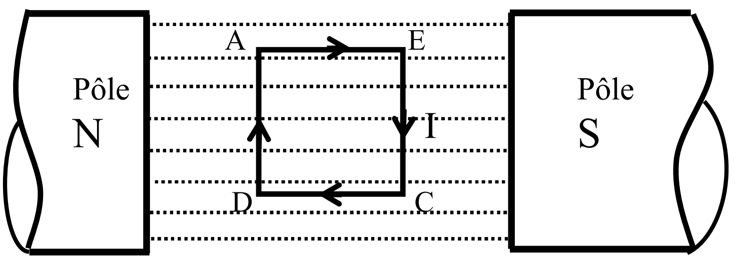


Figure 1

Exercice 2 : (8pt)
Deux fils rigides (OA) et (OD) sont soudés en O et forment un triangle <u>isocèle</u>, <u>rectangle en O</u>; on pose OA = OD = a. Un fil rigide (PQ), de même nature et de même section que les deux premiers, se déplace sur (OA) et (OD) avec une vitesse constante V. On suppose que les contacts électriques P et Q de la barre (PQ) sur (OA) et (OD) sont parfaits. Au cours du déplacement, la barre (PQ) reste toujours parallèle à (AD). L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$, orthogonal au plan (O, A, D) (voir la figure 2).

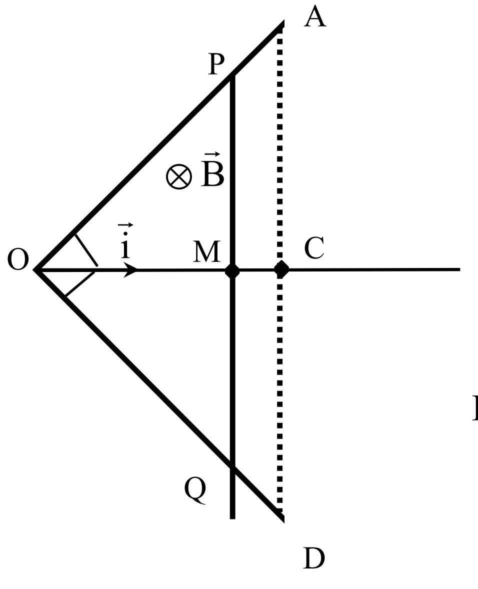


Figure 2

Soit un axe $(O, \vec{i})$ perpendiculaire à (AD); on désigne par M l'intersection de (PQ) avec l'axe $(O, \vec{i})$ et l'on pose OM = x. Le déplacement de la tige (PQ) s'effectue jusqu'en C, point situé sur l'axe $(O, \vec{i})$ et sur (AD).
La résistance linéaire des tiges (OA), (OD) et (PQ) est égale à r.
On donne : $r = 1{,}24\ \Omega.\ m^{-1}$; $a = 0{,}80$ m ; $B = 0{,}12$ T et $V = 0{,}65$ m/s.

1- **a-** Le sens positif du circuit électrique est choisi arbitrairement dans le sens : O, P, Q. Donner l'expression de la force électromotrice induite en fonction du temps, e = f(t), lorsque la barre (PQ) se déplace de O à C. Vérifier que la valeur absolue de cette force est égale à $BVa\sqrt{2}$ lorsque la barre (PQ) est au point C.
b- Représenter graphiquement e = f(t).

2- **a-** Soit R_T la résistance du circuit (O, P, Q). En supposant que cette résistance est proportionnelle à la longueur des conducteur constituant le circuit, donner l'expression de l'intensité du courant induit en fonction du temps, i = g(t), pendant le même déplacement que celui étudier au 1°.
b- Représenter graphiquement i = g(t).

3- Calculer la quantité d'électricité (la charge électrique) induite Q au cours de cette expérience.

Exercice 3 : (7 pt)

Soit dans le vide, une onde électromagnétique plane définie par le champ électrique suivant :

$$\vec{\mathbf{E}} = C.\sin(\alpha x).e^{\,j(\omega t - \beta z)}.\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}, \quad \alpha, \beta \text{ et } C \text{ sont des constantes positives}$$
$$= E_y(x, z).\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}$$

1- Déterminer l'excitation magnétique $\vec{H}$ qui accompagne ce champ électrique.

2- Quelle est la condition d'existence de ces champs?

3- Déterminer l'équation d'onde à la quelle satisfont $\vec{E}$ ou $\vec{H}$ et en déduire le rapport E/H des normes des champs électromagnétiques.

4- Montrer que $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont perpendiculaires et transverses.

5- Définir la polarisation de cette onde.

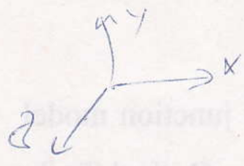
6- Déterminer les composantes du vecteur de Poynting $\vec{\mathcal{P}}$. Déduire le sens de propagation de cette onde (vous pouvez représenter les vecteurs $\vec{E}$, $\vec{H}$ et $\vec{\mathcal{P}}$ le dans l'espace).

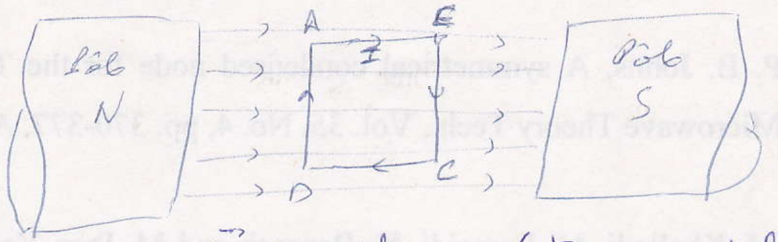
7- Déterminer la valeur moyenne dans le temps de la densité d'énergie électromagnétique.

Correction du contrôle n°1

Physique 3, Elect II (21/11/2009)

Ex





$AE = EC = CD = DA = a$

$\vec B = B\,\vec i$, $B > 0$

$\vec B$ est uniforme (cste en module et en direction)

D'après la loi de Laplace, la force mag exercée par le chp mag $\vec B$ de l'aimant sur chaque partie de la structure est $d\vec F = I\,d\vec l \wedge \vec B$

⇒ Soit $d\vec F_{AE}$ la force mag exercée sur élt $I\,d\vec l_{AE}$ du côté AE du cadre :

$d\vec F_{AE} = I\,d\vec l_{AE} \wedge \vec B = I\,dl_{AE}\sin(I\,d\vec l, \vec B)$

$d\vec l_{AE} \parallel \vec B \Rightarrow d\vec F_{AB} = \vec 0 \Rightarrow \vec F_{AE} = \vec 0$

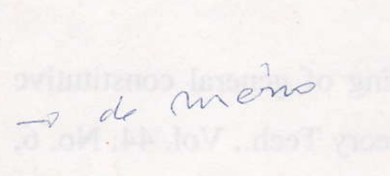
⇒ de même $\vec F_{CD} = \vec 0$ (car chaq $d\vec l_{CD} \parallel \vec B$; $\vec l_{CD} = \vec{CD}$ et $\parallel \vec B$)

Soit $d\vec F_{EC}$ la force mag exercée sur élt $I\,d\vec l_{EC}$ du côté EC du cadre : $d\vec F_{EC} = I\,d\vec l_{EC} \wedge \vec B$

$d\vec l_{EC}$ est perpendiculaire à $\vec B$ ($I\,d\vec l$, $\vec B$) $= \frac{\pi}{2}$

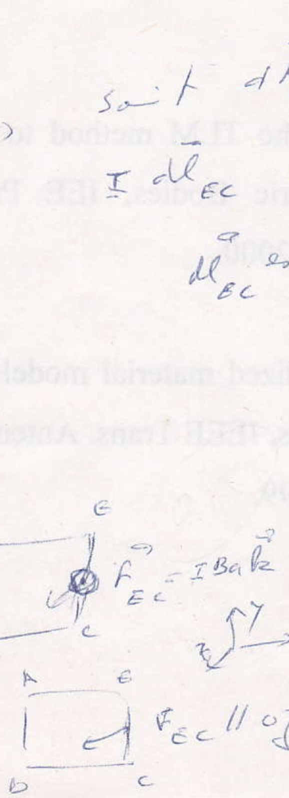
$d\vec F_{EC} = I\,dl\,(-\vec j) \wedge B\,\vec i$

$d\vec F_{EC} = I\,B\,dl_{EC}\,\vec k$



⇒ $\boxed{\vec F_{EC} = I\,B\,a\,\vec k}$

$= 5 \cdot 1.10^{-3} \cdot 4.10^{-2}\ \vec k$



$\boxed{F = 2.10^{-4}\ N}$

REFERENCES

1. C. Christopoulos, The Transmission –Line modeling method TLM, IEEE Series on Electromagnetic Wave Theory, New York, 1995.

2. P. B. Johns, A symmetrical condensed node for the TLM method, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 35, No. 4, pp. 370-377, April 1987.

3. M. Khalladi, ... M. Baraggan and M. Iben Yaich, A new junction model ... of different radius for the TLM method, Microwave Optical Tech. Lett., Vol. 19, No. 2, pp. 103-107, October 1998.

4. K. Farqueh, M. Khalladi and M. Iben Yaich, New Six-Wires-Junction Matrix Model for the TLM Method, Microwave Optical Tech. Lett., 20, Vol. 29, NO. 2, pp. 110-113, April 2001.

5. M. Khalladi, J. A. Morente, J. A. Porti, RCS of ... targets with the TLM Method, IEEE Trans. Antennas and Propagat., Vol. ..., No. 6, pp. 891-893, June 1994.

6. L. R. A. X. de Menezes and W. J. R. Hoefer, Modeling of general constitutive relationships in SCN TLM, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 44, No. 6, pp. 854-861, June 1996.

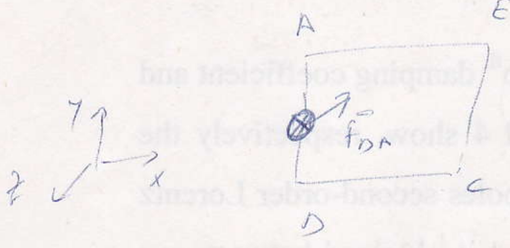
7. I. El Babi, A. Sebak and ... Application of the TLM method to the investigation of the EM fields with dispersive dielectric bodies, IEE Proc. Microwaves Antennas and Propagat., Vol. 147, No. ..., June 2000.

8. J. Paul, C. Christopoulos and D. W. P. Thomas, Generalized material models in TLM-Part 1: materials with frequency-dependent properties, IEEE Trans. Antennas and Propagat., Vol. 47, No. 10, pp. 1528-1534, October 1999.

Soit $d\vec{F}_{DA}$ la force mag exercée sur un élt $I\,d\vec{l}_{DA}$ du côté DA du cadre : $d\vec{F}_{DA} = I\,d\vec{l}_{DA} \wedge \vec{B}$

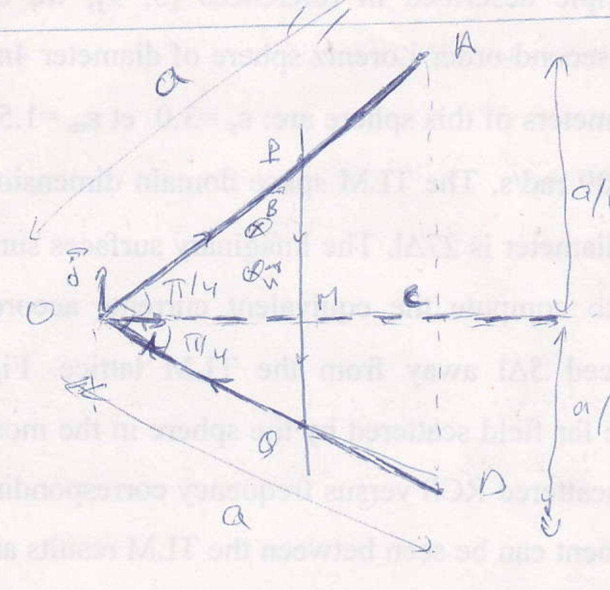
$= I\,dl_{DA}\,\vec{j} \wedge B\,\vec{i}$

$= I B\, dl_{DA}\,(-\vec{k})$



$\boxed{\vec{F}_{DA} = -I.B.a\,\vec{k}} = -2.10^{-4}\,N\,\vec{k}$

Ex 2



$OA = a = OD \Rightarrow AC = CD = \frac{a}{\sqrt{2}}$

1) D'après la loi de Faraday $-\frac{d\Phi_n}{dt}$

a) Et $\Phi_n = \int_S \vec{B}\,d\vec{S}$ le flux à travers la surface de la structure du fil

$\Phi_n = \vec{B}.\vec{dS} = B.S$ du dipôle

$\vec{B}$ est le même en chaque pt de la surface rigide PQ.

Soit une position quelconque de (PQ) telle que le contact électrique soit réalisé sur (OA) et (OB). Le sens de parcours étant fixe de O → P → Q.

$\vec{S} = S.\vec{n}$, $\vec{n}$ est $\perp$ plan (OAB) et on choisit sa direction selon celle de $\vec{B}$ (càd selon $-\vec{k}$).

$S = \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} = x^2$ ← $S_1 = \int dS = \frac{1}{2}\int_{S_1} dx\,dy = \frac{1}{2}[x]_0^x [y]_0^x = \frac{x^2}{2}$; $S = 2S_1$; $OM = MP = x$

$\delta_1 = 0.1\omega_1$ $\delta_2 = 0.1\omega_2$

$G_1 = 0.4$ $G_2 = 0.6$

Where ω_p is the p[th] resonant frequency, p∈{1, 2}, δ_p is the p[th] damping coefficient and G_p is a constant value such that $G_1+G_2=1$. Figures 3 and 4 show respectively the reflection coefficient magnitude and phase for the air-two poles second-order Lorentz medium interface, versus frequency. A very good agreement is obtained between our results and those of the analytical ones [10].

Finally, using the near-to-far-field transformation based on the electromagnetic equivalence principle described in references [5, 9], we compute the radar cross section RCS of a second-order Lorentz sphere of diameter 4mm, placed in free space. The physical parameters of this sphere are: $\varepsilon_s = 3.0$ et $\varepsilon_\infty = 1.5$, $\omega_0 = (2\pi)20.0E09$ rad/s and $\delta = (2\pi)2.0E09$ rad/s. The TLM space domain dimensions are (40, 40, 40) cells and the sphere's diameter is $27\Delta l$. The imaginary surfaces surrounding this sphere and which are used to compute the equivalent sources according to the equivalence principle are placed $5\Delta l$ away from the TLM lattice. Figure 5 shows the time dependence of the far field scattered by the sphere in the monostatic direction. Figure 6 shows the backscattered RCS versus frequency corresponding to this sphere where a fairly good agreement can be seen between the TLM results and those of the analytical solutions [12].

III- CONCLUSION

A novel time-domain procedure allowing to model Lorentz dispersive media using the TLM with special symmetrical condensed node (SCN) and voltage sources is proposed. Dispersion effects of the SCN are modified adding voltage sources in three new ports controlling dispersive properties of the [illegible] material. The scattering matrix of the proposed node has been presented and the obtained results prove the capabilities of the TLM with this node to analyse electromagnetic-waves propagation and scattering by Lorentz dispersive media.

$$\phi_r = \vec{B}.\vec{S} = B.x^2$$

or par hypothèse le déplacement s'effectue à partir de O à vitesse constante, donc $x = v\,t$

$$\Rightarrow \phi_r = B\,v^2\,t^2$$

$$\Rightarrow e(t) = -\frac{d\phi_r}{dt} = -2B\,v^2.t$$

$\boxed{e(t) = -2Bv^2 t}$ avec $t \in \,]0, t_c]$.

t_c étant la durée de parcours de la barre (PQ) pour aller de O au pt C

$$t_c = \frac{OC}{v} = \frac{a}{v\sqrt{2}} \quad \text{car } OC = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow |e| = +\frac{2Bv^2.a}{v\sqrt{2}} = B.v\,a.\sqrt{2}$$

$$\boxed{|e| = B.v.a\sqrt{2}}$$

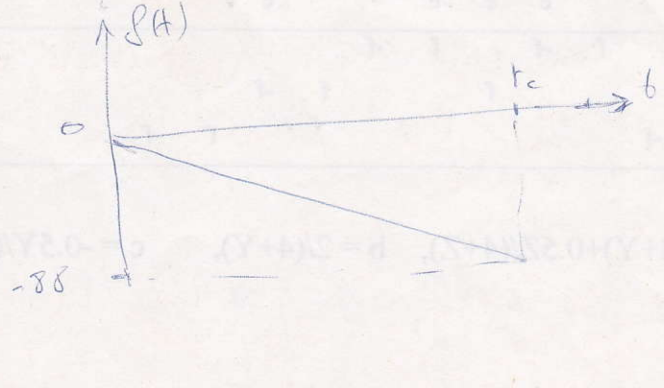
— A C

b) représentation graphique de $e = f(t)$:

$$e = -2Bv^2.t$$

$$e = -0,101.t = f(t) \quad \text{en volt}$$

$$t_c = \frac{a}{v\sqrt{2}} = 0,87\,s$$



2) a)- Intensité du courant induit :

(5)

$|i| = \frac{|e|}{R_T}$ avec R_T la résistance du circuit (OPQ)

$R_T = k(OP + PQ + QO)$

$R_T = k(a\sqrt{2} + 2a + a\sqrt{2})$

$R_T = k\,2a(1+\sqrt{2})$

k est le coef de proportionnalité c-à-d la résistance linéique des tiges.

$|i| = \frac{2Bx^2}{R_T}$

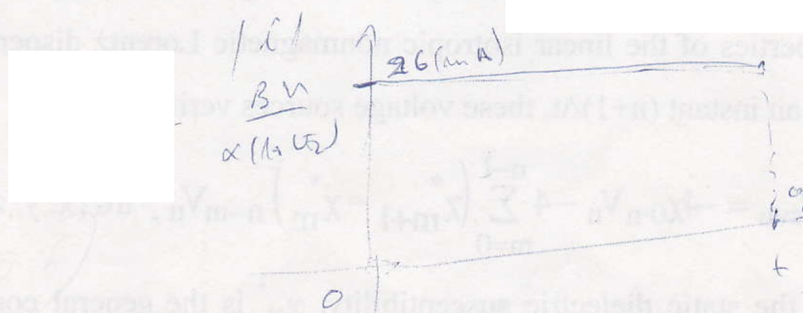
$= \frac{2Bv^2t}{k\cdot 2x(1+\sqrt{2})}$

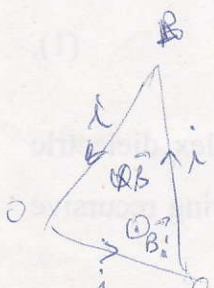
$x = vt \Rightarrow |i| = \frac{2Bv^2t}{k\,2vt(1+\sqrt{2})}$

$$\boxed{|i| = \frac{Bv}{(1+\sqrt{2})k}} = cte \ \forall t \in]0, t_c]$$

$= g(t)$

b) $|i| = g(t) = \frac{Bv}{k(1+\sqrt{2})} = cte \ \forall t \in]0, t_c]$





le sens de i dans le circuit est tel que par ses effets il s'oppose à la cause de sa création c-à-d une augmentation du flux $(S\uparrow \Rightarrow \phi\uparrow)$

3) $i = \frac{dq}{dt} = cte \ \forall t \in]0, t_c] \Rightarrow dq = i\,dt \Rightarrow |q| = |i|\int_0^{t_c} dt = |i|\,t_c = \frac{Bv}{k(1+\sqrt{2})}\,t_c$

$\left.\begin{array}{l} x_c = v\,t_c \\ x_c = \frac{a}{\sqrt{2}} \end{array}\right\} \Rightarrow t_c = \frac{a\sqrt{2}}{2v} \Rightarrow q = \frac{Bv}{k(1+\sqrt{2})}\,\frac{a\sqrt{2}}{2v}$ —4— $\Rightarrow \boxed{q = \frac{\sqrt{2}\,aB}{2(1+\sqrt{2})k}} = 22{,}7\ mC$

Ex (3) OEM : $\vec{E} = c\sin(\alpha x) \cdot e^{j(\omega t - \beta z)} \vec{e_y}$

$= E_y(x,z) \cdot \vec{e_y}$

1) $\vec{H}$?

dans le vide

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{e_x} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)\vec{e_z} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$+j\beta . c\sin(\alpha x) . e^{j(\omega t - \beta z)} \vec{e_x} + c\alpha . \cos(\alpha x) e^{j(\omega t - \beta z)} \vec{e_z} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$= -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \vec{e_x} - \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \vec{e_z}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial H_x}{\partial t} = -j \frac{\beta c}{\mu_0} \sin(\alpha x) e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\boxed{H_x = -\frac{\beta c}{\mu_0 \omega} \sin(\alpha x) e^{j(\omega t - \beta z)}}$$

et $\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{c\alpha}{\mu_0} \cos(\alpha x) e^{j(\omega t - \beta z)}$

$$\boxed{H_z = \frac{j c\alpha}{\omega \mu_0} \cos(\alpha x) e^{j(\omega t - \beta z)}}$$

donc $\vec{H} = H_x \vec{e_x} + H_z \vec{e_z} = H_x(x,z)\vec{e_x} + H_z(x,z) . \vec{e_z}$

$$\boxed{\vec{H} = \left(\frac{-\beta c}{\mu_0 \omega} \sin(\alpha x) \vec{e_x} + j \frac{c . \alpha}{\omega \mu_0} \cos(\alpha x) \vec{e_z}\right) . e^{j(\omega t - \beta z)} = H_x(x,z)\vec{e_x} + H_z(x,z)\vec{e_z}}$$

2) condition d'existence de $\vec{E}$ et $\vec{H}$:

$\vec{E}$ et $\vec{H}$ existent $\Leftrightarrow$ ils satisfont les 4 éq de Maxwell.

on a $\vec{E} = E_y(x,z) \vec{e_z}$

et $\vec{\nabla} \vec{E} = \underbrace{\frac{\partial E_x}{\partial x}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial E_y}{\partial y}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial E_z}{\partial z}}_{=0} = 0$, $\boxed{\vec{\nabla} \vec{E} = 0}$ est bien satisfaite

(5)

$$\vec{H} = H_x(x,z)\,\vec{e_x} + H_z(x,z)\,\vec{e_z}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \underbrace{\frac{\partial H_y}{\partial y}}_{=0} + \frac{\partial H_z}{\partial z}$$

$$= \left[\frac{-\beta C}{\mu_0\omega}\,\alpha\cdot\cos\alpha x + 0 + j\,\frac{C\alpha}{\omega\mu_0}\cos\alpha x\,(-j\beta)\right]e^{j\cdots}$$

$= 0$ donc $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{H} = 0}$ est bien satisfaite

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{H} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = j\omega\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\text{rot}\,\vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & 0 & H_z \end{vmatrix} = -\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\vec{e_y} +$$

$$= \left[\frac{-\beta C}{\mu_0\omega}\sin\alpha x\,(-j\beta)\,e^{j(\omega t-\beta z)} + \frac{jC\alpha^2}{\omega\mu_0}\cdot\sin\alpha x\cdot e^{j(\omega t-\beta z)}\right]\vec{e_y}$$

$$= j\omega\varepsilon_0\vec{E} = j\omega\varepsilon_0\cdot C\sin(\alpha x)\,e^{j(\omega t-\beta z)}\cdot\vec{e_y}$$

$$\Rightarrow \frac{+\beta^2\cancel{C}}{\mu_0\omega} + \frac{\cancel{C}\alpha^2}{\omega\mu_0} = \omega\cancel{C}\varepsilon_0$$

$$\beta^2 + \alpha^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$$

$\boxed{\beta^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon_0 - \alpha^2}$ ou bien $\alpha^2+\beta^2 = \mu_0\varepsilon_0\omega^2$

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ ne peuvent exister que si cette condition est satisfaite

3) Eq d'onde :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\mu_0 \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{\nabla}(\underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}}_{=0}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial (\vec{\nabla} \wedge \vec{H})}{\partial t}$$

$$= -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E} + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \vec{E} = 0}$$

qui peut s'écrire sous la forme

$$(1) \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_y = 0$$

$$E_y = c \sin(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = \alpha . c . \cos(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -c\alpha^2 \sin(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)} = -\alpha^2 E_y$$

$$\text{et } \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\beta\, E_y \Rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = (-j\beta)(-j\beta) E_y = -\beta^2 E_y$$

$$(1) \Rightarrow (-\alpha^2 - \beta^2 + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2) E_y = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha^2 + \beta^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0}$$

en bref :

de même pour $\vec{H}$: $\boxed{\nabla^2 \vec{H} + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \vec{H} = 0}$

$$\vec{H} = H_x(x,z)\, \vec{e_x} + H_z(x,z)\, \vec{e_z}$$

$$\begin{cases} H_x = -\dfrac{\beta c}{\mu_0 \omega} \sin(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)} \\ H_z = j\dfrac{c \alpha}{\omega \mu_0} \cos(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)} \end{cases}$$

$\nabla^2 \vec{H} + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \vec{H} = 0$ peut s'écrire

sous la forme :

$$(2) \qquad \boxed{\left(\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2}\right)\vec{e}_x + \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2}\right)\vec{e}_z + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{H} = 0}$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} = \left(\frac{-\beta c}{\mu_0 \omega}\right)(-\alpha^2)\sin(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)} = -\alpha^2 H_x$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \left(\frac{j c \alpha}{\omega \mu_0}\right)\cos(\alpha x)\, e^{j(\omega t - \beta z)}(-\beta^2) = -\beta^2 H_x$$

et $\dfrac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = -\alpha^2 H_z$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -\beta^2 H_z$$

$$(2) \Leftrightarrow (-\alpha^2 - \beta^2)\vec{H} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{H} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha^2 + \beta^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0}$$

$$\frac{|E|}{|H|} = \frac{c \sin(\alpha x)}{\sqrt{\frac{\beta^2 c^2}{\omega^2 \mu_0^2}\sin^2 \alpha x + \frac{c^2 \alpha^2}{\omega^2 \mu_0^2}\cos^2 \alpha x}}$$

$$= \frac{\cancel{c}\,\omega \mu_0 \sin \alpha x}{\sqrt{\cancel{c}^2(\beta^2 \sin^2 \alpha x + \alpha^2 \cos^2 \alpha x)}} = \boxed{\frac{\omega \mu_0 \sin \alpha x}{\sqrt{\beta^2 \sin^2 \alpha x + \alpha^2 \cos^2 \alpha x}}}$$

4) $\vec{E}\cdot\vec{H} = E_y(x,z)\,\vec{e_y}\cdot\left[H_x(x,z)\cdot\vec{e_x} + H_z(x,z)\,\vec{e_z}\right]$

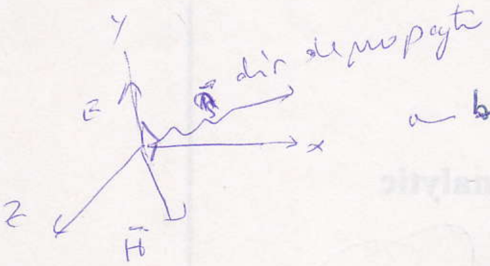
$= \begin{pmatrix}0\\E_y\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}H_x\\0\\H_z\end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}\perp\vec{H}$ $\quad$ $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont perpendiculaires,

$= 0$

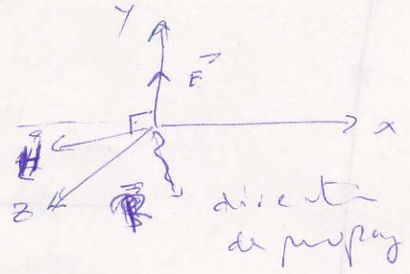
en plus $\quad \vec{E} = E_y(x,z)\,\vec{e_y}$ $\quad \in$ l'axe Oy

$\vec{H} = H_x(x,z)\,\vec{e_x} + H_z(x,z)\,\vec{e_z}$ $\quad \in$ plan (xz)

$(\vec{E},\vec{H}) \in$ un plan qui est $\perp$ direct de propagation



ou bien



$\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont transverses.

5) le chp électrique est dirigé selon l'axe Oy : $\vec{E} = E_y(x,z)\,\vec{e_y}$

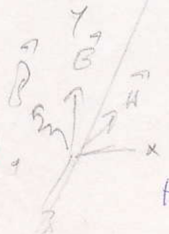
$\Rightarrow$ l'OEM est polarisée selon l'axe Oy.

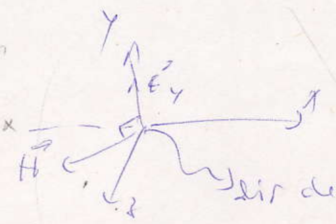
6) $\vec{E} = E_y(x,z)\,\vec{e_y}$ et $\vec{H} = H_x(x,z)\,\vec{e_x} + H_z(x,z)\,\vec{e_z}$

$\vec{R} = \vec{E}\wedge\vec{H} = \begin{vmatrix}\vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z}\\ 0 & E_y & 0\\ H_x & 0 & H_z\end{vmatrix} = E_y H_z\,\vec{e_x} - H_x E_y\,\vec{e_z}$

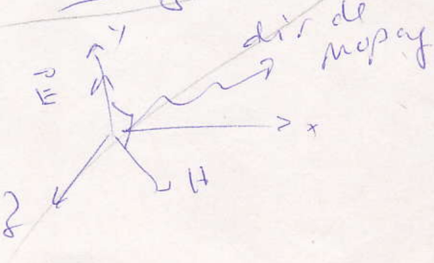
$= \left[\sin(\alpha x)\left(\frac{j\,c^2\alpha}{\omega\mu_0}\right)\cos\alpha x\right]e^{2j(\dots)}\,\vec{e_x}$
$+ \left[c^2\sin^2\alpha x\,\frac{\beta}{\mu_0\omega}\,e^{2j(\omega t-\beta z)}\right]\vec{e_z}$

on suppose : que $\sin(\alpha x) > 0$





ou



donc $\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H} = \begin{pmatrix} \dfrac{j c^2 \alpha}{\mu_0 \omega} \cdot \sin(\alpha x) \cdot \cos(\alpha x)\, e^{2j(\omega t - \beta z)} \\ 0 \\ \dfrac{\beta c^2}{\mu_0 \omega} \sin^2(\alpha x) \cdot e^{2j(\omega t - \beta z)} \end{pmatrix}$

7) $\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2} R_e \left(\vec{E} \wedge \vec{H}^* \right)$

$$\frac{1}{2} \vec{E} \wedge \vec{H}^* = \frac{1}{2} \left(E_y \cdot H_z^* \vec{e}_x - E_y H_x^* \cdot \vec{e}_z \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[c \sin(\alpha x) \left(-j \frac{\alpha}{\mu_0 \omega} c \cos(\alpha x) \right) \vec{e}_x + c \sin(\alpha x) \frac{\beta c}{\mu_0 \omega} \sin(\alpha x) \vec{e}_z \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[-j \frac{\alpha c^2}{\mu_0 \omega} \sin(\alpha x) \cdot \cos(\alpha x) \right] \vec{e}_x + \frac{1}{2} \left[\frac{\beta c^2}{\mu_0 \omega} \sin^2(\alpha x) \right] \cdot \vec{e}_z$$

$$\Rightarrow \langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2} \frac{\beta c^2}{\mu_0 \omega} \sin^2 \alpha x$$

9. M. I. Yaich and M. Khalladi, The Far-zone scattering calculation of frequency-dependent materials objects using the TLM method, IEEE Trans. Antennas and Propagat. (To appear in September 2002).

10. R. J. Luebbers and F. Hunsberger, FDTD for Nth-order dispersive media, IEEE Trans. Antennas and Propagat., Vol. 40, No. 11, pp. 1297-1301, November 1992.

11. D. F. Kelley and R. J. Luebbers, Piecewise linear recursive convolution for dispersive media using FDTD, IEEE Trans. Antennas and Propagat., Vol. 44, No. 6, pp. 792-797, June 1996.

12. D. F. Kelley and R. J. Luebbers, A scattered field FDTD formulation for dispersive media, Antennas and Propagat. International Symposium, 1997 IEEE Digest, Vol. 1, pp. 360-363, 1997.