Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan.
Département de Physique
Année : 2005/2006
SMP

Contrôle n°2
Physique 3: Electricité II
(S3, Durée : 1h)

<u>Exercice 1</u> :

1- Soit un solénoïde torique comportant N_1 spires conductrices enroulées autour d'une structure sous forme d'un pneu (voir la figure 1). Supposons que chacune des spires transporte un courant I et que son diamètre (b – a) est trop petit par rapport au rayon moyen du solénoïde torique de manière que l'induction magnétique à l'intérieur de celui-la est uniforme.

a- Déterminer le champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$ en tout point M de l'espace.

b- En déduire que l'excitation magnétique à l'intérieur de ce solénoïde torique a pour module $N_1.I/(2\pi r)$.

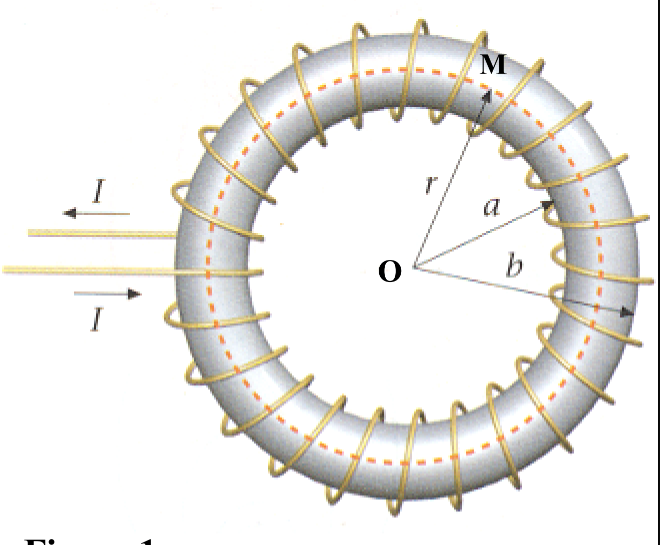


Figure 1

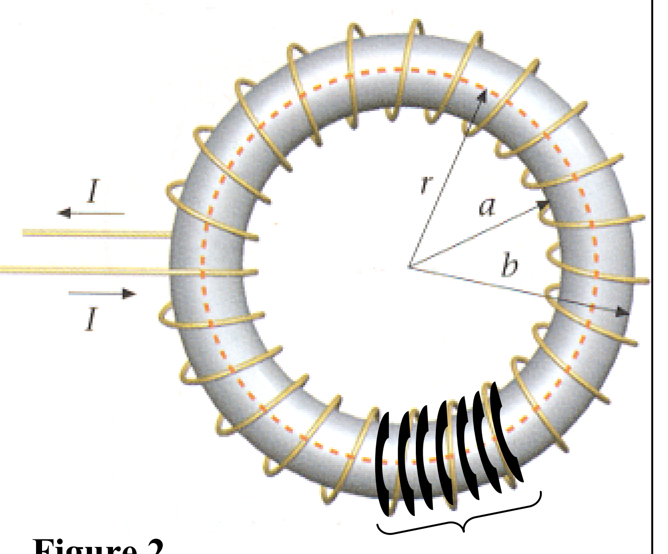


Figure 2

2- On considère une bobine (C_2) formée par N_2 spires de diamètre (b - a) enroulée sur une partie du solénoïde torique précèdent (voir la figure 2). Sachant que le rayon moyen du solénoïde torique est (b + a)/ 2. Déterminer :

a- Le flux magnétique à travers une seule spire de (C_2).

b- Le coefficient d'induction mutuel entre le solénoïde torique et la bobine (C_2). On donne pour l'application numérique N_1=1600, N_2 =20, a =13.5 cm, b =16.5 cm et μ_0= 4π 10^{-7} T.m/A.

Exercice 2 :

Soit le champ électrique $\vec{E}$ d'une onde plane électromagnétique progressive homogène polarisée rectilignement, d'amplitude E_0 se propageant depuis un laser dans le vide.

1. Ecrire en notations complexes le champ $\vec{E}$ associé à l'onde plane.
2. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ correspondant.
3. Définir la polarisation et le sens de propagation de cette onde, la longueur d'onde λ, la fréquence f et la période T.
4. Représenter ces vecteurs en différents points de l'espace à un instant donné, puis décrire comment ils varient en un point donné au cours du temps.
5. Déterminer l'équation de propagation à la quelle satisfont $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et en déduire la valeur de k/ω (k étant le nombre d'onde et ω est la pulsation). En déduire le rapport E/B des normes des champs électrique et magnétique.
6. Ces résultats restent-ils valables pour toute onde ?

corrigé du

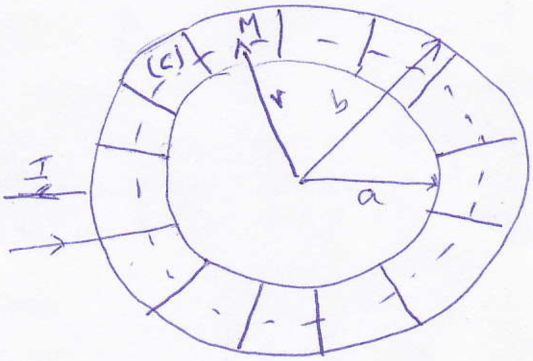
contrôle n° 2

Physique 3 : Electricité II

SMP3 2005/2006

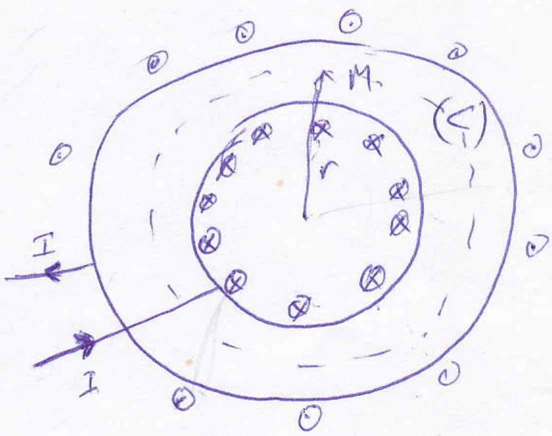
EX ①

① a) $\vec{B}$ au pt M ?



D'après la loi d'Ampère :

$$\oint_{(C)} \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 \sum I_i$$



Soit (C) une circonférence de rayon $r = OM$ et de centre celui du solénoïde torique. Par symétrie, B est tangente à ce cercle et est constante sur tous les pts de (C).

$$\Rightarrow \oint_{(C)} \vec{B}\,\vec{dl} = \oint_{(C)} B.dl = B \oint_{(C)} dl = B.2\pi r = \mu_0 \sum I_i$$

* pour $a < r < b$ on a $\sum I_i = N_1 . I$

soit $B.2\pi r = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 N_1 . I$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N_1 I}{2\pi r}}$$

soit $\vec{B} = B\,\vec{e_\theta}$

* Pour $r < a$, il n'y a pas de courant à travers (C) :

$$\sum I_i = 0 \Rightarrow \boxed{B = 0} \quad \text{pour } r < a$$

soit $\boxed{\vec{B} = \vec{0} \quad \text{pour } r < a}$

* Pour $r > b$, $\sum I_i = N_1 I - N_1 I$

Pour chaque courant I entrant dans la surface interne du tore, il y a un autre courant qui en sort.

$\Rightarrow B = 0$

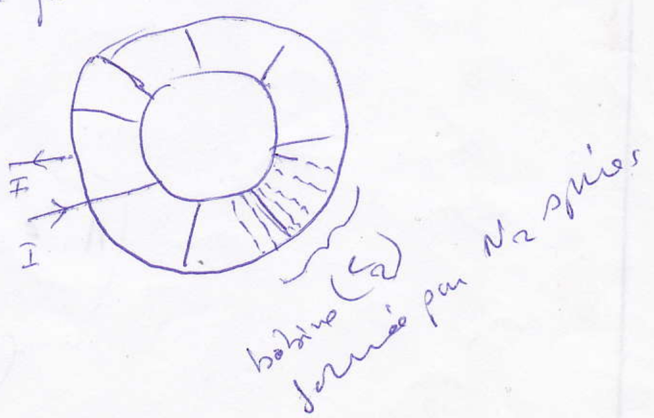
soit $\boxed{\vec{B} = \vec{0} \quad \text{pour } r > b}$

b) Pour $a < r < b$ à l'intérieur du solénoïde torique on a $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 N_1 I}{2\pi r} \vec{e_\theta}$

or $\vec{H} = \left(1/\mu_0\right)\vec{B} \Rightarrow \vec{H} = \dfrac{N_1 I}{2\pi r} \vec{e_\theta}$

soit $\boxed{H = \dfrac{N_1 I}{2\pi r}}$

② une bobine de N_2 spires est enroulée sur une partie du tore (C_1) précédent.



a) le flux reçu à travers une seule spire de (C_2) est :

$$d\phi = \vec{B}.\vec{S_1}$$

$\vec{B}$: champ à l'intérieur du solénoïde torique

S_1 : surface d'une seule spire de (C_2).

$$d\phi = \vec{B}.\vec{n}.S_1 = B.S_1$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 I}{2\pi\left(\frac{b+a}{2}\right)} \times \pi.\left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B = \frac{\mu_0 N_1 I}{2\pi\left(\frac{b+a}{2}\right)} \\ S_1 = \pi \frac{(b-a)^2}{4} \end{array} \right.$$

$$\boxed{d\phi = \frac{\mu_0 N_1 . I (b-a)^2}{4(b+a)}}$$

b) coef d'induction mutuelle entre le solénoïde torique et la bobine (C_2) :

le flux total à travers la bobine (C_2)

est : $$\phi = \int d\phi = \int_{S_{tot\,de}(C_2)} \vec{B}\,d\vec{S} = \vec{B} N_2 \vec{S}_1$$

$$= N_2 \, B . S_1 = N_2 \left[\frac{\mu_0 N_1 I (b-a)^2}{4(b+a)}\right]$$

$$\phi = \frac{\mu_0 N_1 N_2 . I (b-a)^2}{4(b+a)}$$

$$= M . I$$

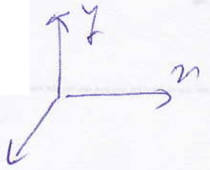
$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 (b-a)^2}{4(b+a)}}$$

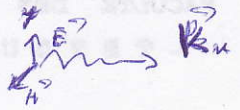
A.N : $N_1 = 1600$, $N_2 = 20$
$a = 13{,}5$ cm, $b = 16{,}5$ cm
$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ T.m/A

$$\Rightarrow \boxed{M = 0{,}03 \text{ mH}}$$

$$M = \frac{4\pi . 10^{-7} \; 16.10^2 . 2.10 \times 9.10^{-4}}{4 . 3 . 10 \times 10^{-2}}$$
$= 301{,}4.10^{-7}$ H

EX (2)





(1) supposons que l'onde se propage selon la direction +ox et que par exemple on a une onde plane polarisée /oy :

on a $\vec{E} = E_y(x)\, e^{j\omega t} \cdot \vec{j} = E_0\, e^{j(\omega t - kx)} \cdot \vec{j}$

(2) $$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y(x) e^{j\omega t} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(E_y(x) e^{j\omega t}\right) \cdot \vec{k} = \frac{\partial}{\partial x}\left(E_0\, e^{j(\omega t - kx)}\right) \vec{k}$$

$$= -E_0 K j \cdot e^{j(\omega t - kx)} \cdot \vec{k} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$= -E_0 K j \cdot \vec{k} \left[\cos(\omega t - kx) + j \sin(\omega t - kx)\right]$$

$$= E_0 K \left[-j \cos(\omega t - kx) + \sin(\omega t - kx)\right] \cdot \vec{k}$$

$$= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{E_0 k}{\omega}\left[j \sin(\omega t - kx) + \cos(\omega t - kx)\right] \cdot \vec{k}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{E_0 k}{\omega}\, e^{j(\omega t - kx)} \cdot \vec{k}}$$

ou bien $$\vec{B} = B_z(x) \cdot e^{j\omega t}\, \vec{k} = B_0\, e^{j(\omega t - kx)} \cdot \vec{k}$$

(3) Par hypothèse $\vec{E} = E_y(x)\, e^{i\omega t}$ $\Rightarrow$ $\vec{E} = E_0\, e^{j(\omega t - kx)}\,\vec{j}$

$\Rightarrow$ l'onde EM est polarisée selon la direction $+Oy$
et se propage selon la direction $+Ox$ (si $k>0$)

* la longueur d'onde $\lambda = c.T$ — T est la période

$= \dfrac{c}{f}$ — f est la fréquence, c la célérité

$= \dfrac{2\pi c}{\omega}$ — ω la pulsation

$= \dfrac{2\pi}{k}$ — k nbre d'onde

$= \dfrac{2\pi}{\omega}\sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}} = \dfrac{1}{f}\sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$

* La fréquence : $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{T}$

$= \dfrac{c}{\lambda}$

$= \dfrac{c.k}{2\pi}$

$= \dfrac{k}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$

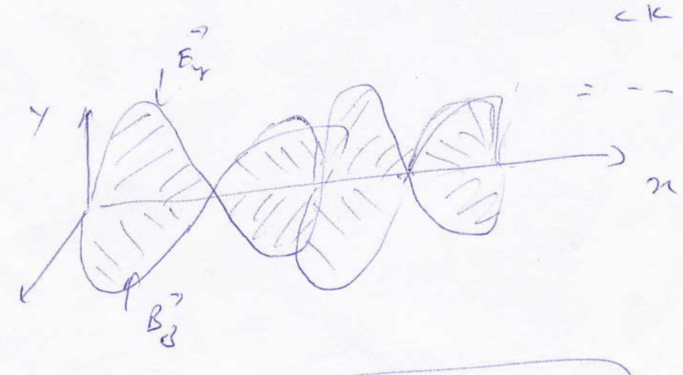
$= \dots$

* La période : $T = \lambda / c = \dfrac{2\pi}{\omega}$

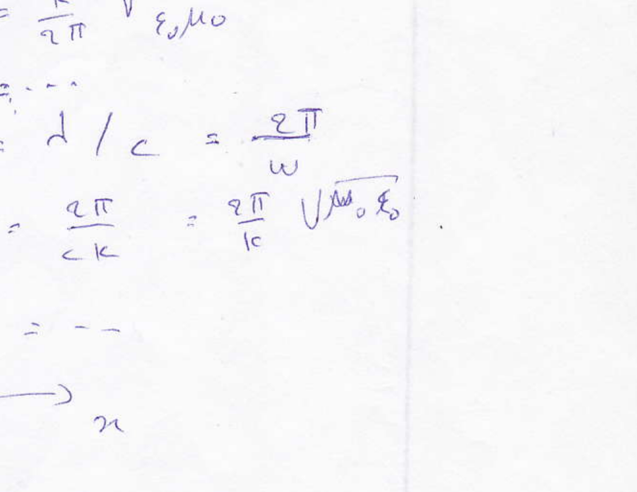
$= \dfrac{2\pi}{ck} = \dfrac{2\pi}{k}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$

$= \dots$

(4)



à un instant donné $t=0$



En différents pts de l'espace.

(5) $\left.\begin{array}{l}\vec{E} = E_y(x) e^{j\omega t} \vec{j} \\ \vec{B} = B_z(x) e^{j\omega t} \vec{k}\end{array}\right\}$; $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k^2 E_y = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + k^2 B_z = 0.}$$

on trouve $\boxed{\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$ et $\boxed{\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}}$

$\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ le laplacien.

$\times$ $\boxed{\frac{k}{\omega} = \frac{1}{c} = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

En effet : $\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Leftrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\left\{\begin{array}{l}\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \\ \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}\end{array}\right.$

voir pages ~~26~~ 55 du cours : Power point

et $\vec{E} = E_y(x) e^{j\omega t} \vec{j}$
$\vec{B} = B_z(x) e^{j\omega t} \vec{k}$ $\Longrightarrow$ $\boxed{\frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c.}$

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = \frac{E_0}{B_0} = \frac{E_0}{\left(\frac{E_0 k}{\omega}\right)} = \frac{\omega}{k} = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

(6) ce résultat n'est valable que pour les ondes planes.