UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES EL JADIDA MAROC

نادي النجاح
كلية العلوم
success club

Les TD avec solution

physique nucléaire

متمنياتنا للجميع بالتوفيق والنجاح

2016/2017

www.clubnajah.com

Clubnajah2013@gmail.com

www.facebook.com/succes.club

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

Travaux dirigés de Physique Nucléaire

Relativité Restreinte

(PMR S5 2015-2016)

Exercice 1 (Relativité Galiléenne)

Un tapis roulant de 95 m de longueur transporte des passagers à une vitesse de 0,53 m/s. Un passager qui a une marche normale possède une vitesse de 1,24 m / s.

1. Si le passager se tient sur le tapis roulant sans marcher, combien de temps faut-il pour parcourir le tapis?
2. Si le passager marche normalement sur le tapis, combien de temps faut-il pour parcourir toute sa longueur?
3. Quand il atteint l'extrémité du tapis, il réalise soudain qu'il a laissé un paquet à l'extrémité opposée. Pour récupérer le paquet, il marche rapidement dans le sens opposé le long du tapis avec une vitesse double de sa vitesse de marche normale. Combien de temps faut-il pour atteindre le paquet?

Exercice 2 (Relativité Galiléenne)

Dans l'eau calme, une personne nage à une vitesse c. Cette personne nage dans un fleuve où le courant possède une vitesse u (inférieur à c).

1. Supposons que le nageur nage sur une distance L de A ver B retourne au point de départ A. Trouver le temps Δt_1 nécessaire pour faire l'aller-retour (figure 1),

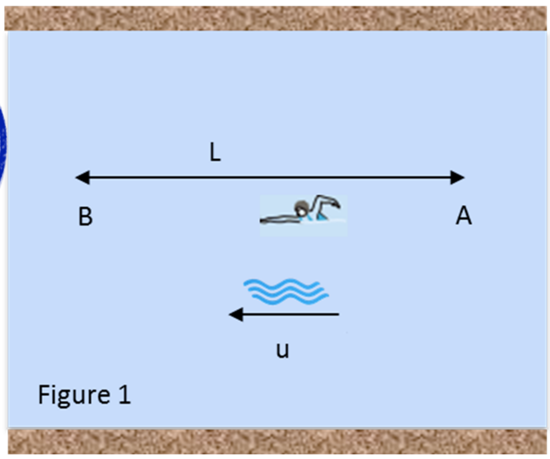


Figure 1

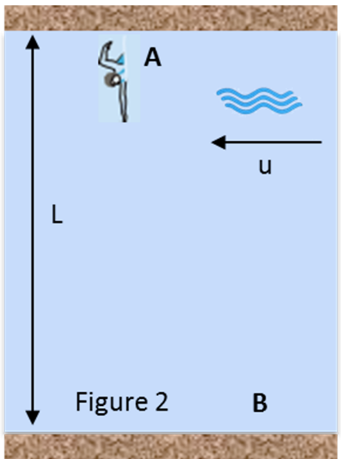


Figure 2

2. Supposons que la distance entre les berges du fleuve est L. le nageur, quitte le point A et nage perpendiculairement à l'écoulement du ruisseau. Quand il atteint la berge B, il retourne. Trouver le temps Δt_2 nécessaire pour faire l'aller-retour (figure2).
3. Comparer les deux temps de nage dans le ruisseau.
4. Quelle expérience a-t-on évoqué. Quel rôle joue le fleuve.

Exercice 3 (Non invariance de la force de Lorentz)

Un condensateur plan, de charge Q, comporte des armatures de très grandes dimensions par rapport à l'interstice qui les sépare. Les armatures sont disposées parallèlement à l'axe Ox d'un référentiel R, dans des plans xOz (Fig). Dans le référentiel R où le condensateur est immobile, un observateur fixe dans R mesure un champ électrostatique E entre les armatures du condensateur. On étudie le champ et la force électriques dans le cadre de la relativité galiléenne.

1. Écrire l'expression du champ électrique et de la force qui s'exerce sur l'armature chargée positivement.
2. Écrire les expressions des champs mesurés par un second observateur situé dans un référentiel R' en translation uniforme à la vitesse V par rapport à R dans la direction des x croissants.

Exercice 4 (Transformations de Lorentz)

Soient deux référentiels inertiel O et O'. Le référentiel O' se déplace avec une vitesse uniforme u, selon l'axe des x, par rapport à O. Soit une particule qui se déplace à la vitesse v' par rapport à O' et à la vitesse v par rapport à O.

1) A l'aide des transformations de Lorentz, donner les composantes de v' en fonction de celles de v et de $\beta_u = u / c$.

2) En partant du carré du module vecteur vitesse v', montrer que la relation entre les facteurs γ de Lorentz :

$$\gamma_{v'} = \gamma_u \times \gamma_v \times \left(1 - \beta_u \beta_v \cos\theta\right)$$

où l'angle θ est tel que $v_x = v \cos\theta$; On utilisera pour cette démonstration l'identité $\frac{1}{\gamma_u^2} + \beta_u^2 = 1$.

3) En déduire la relation inverse : $\gamma_v = f(\gamma_u, \gamma_{v'}, \theta')$

4) Montrer que $tg\theta = \frac{1}{\gamma_u} \frac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \beta_u / \beta_{v'}}$

5) Un pion π de haute énergie se déplace le long de l'axe des x avec une vitesse u=0.8c dans le référentiel du laboratoire. Le pion se désintègre en émettant un muon de vitesse **v'** dans le référentiel du pion. Quelle est la vitesse (module et direction) du muon dans le laboratoire si le muon est émis le long de l'axe
   a) des x' (parallèle a x) avec une vitesse $v'_{x'} = 0.268\ c$.
   b) des y' (parallèle à y) avec une vitesse $v'_{y'} = 0.268\ c$.

Exercice 5 (Dilatation des durées et contraction des longueurs)

1. Considérons deux observateurs O et O'. O' se déplace avec une vitesse uniforme u par rapport à O.
   a) Soit une horloge H au repos dans O'. À quelle vitesse se déplace O' par rapport à O, si l'intervalle de temps, mesuré dans O', est la moitié de l'intervalle de temps mesuré par O ?
   b) Soit un objet K, de longueur L', au repos dans O'. À quelle vitesse se déplace O' par rapport à O, si la longueur observée de O est L' /2.
2. La durée de vie moyenne des muons au repos est environ 2.2×10^{-6} s, tandis que leur durée de vie dans un éclat de rayons cosmiques vaut 1.5×10^{-5} s. Quelle est la vitesse de ces muons cosmiques?
3. Un faisceau de muons se déplace avec une vitesse de v = 0,6 c. Leur durée de vie moyenne observée dans le laboratoire vaut 2.9×10^{-6} s. Quelle est durée de vie moyenne des muons en se désintégrant au repos?
4. La durée de vie propre d'une certaine particule est 100 ns.
   a) Si elle se déplace à v = 0.960c, quelle est sa durée de vie dans le laboratoire?
   b) Quelle distance va-t-elle parcourir dans le laboratoire pendant ce temps?
   c) Quelle est la distance parcourue dans le laboratoire selon un observateur se déplaçant avec la

particule?

5. Des particules de haute énergie sont observées dans les laboratoires à l'aide de certains détecteurs à partir de traces laissées sur des plaques photographiques; la longueur de la trace dépend de la vitesse de la particule et de sa durée de vie. Une particule se déplaçant à la vitesse de 0.995c, laisse une trace de 1.25 mm de long. Quelle est la durée de vie propre de la particule?
6. Des pions π+ de haute énergie sont produits lors de la collision entre des protons et des neutrons. Ils se désintègrent dans leur référentiel propre en accord avec la loi $N(t) = N(t_0) \times \exp(-t/\tau_0)$ dans laquelle τ_0 est la durée de vie moyenne valant $2{,}6.10^{-8}$ s pour les pions.

   a) Si l'on considère que les pions ont une vitesse v ≈ c (très proche de celle de la lumière), en combien de temps franchissent-ils les 20 mètres?

   b) Dans le cadre de la mécanique galiléenne quelle fraction de pions restera-t-elle après avoir franchi la distance d=20 m?

   c) En réalité on constate qu'il en reste les deux tiers à une distance d de 20 m de la source. Déduire du calcul précédant le facteur de Lorentz γ.

   d) Quelle est la vitesse des pions ?

<u>Exercice 6 (Cinématique relativiste)</u>

1. Quelle est la masse au repos d'un électron ($m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg)?
2. La durée de vie moyenne des muons au repos est de $2{,}2 \times 10^{-6}$ s. La durée de vie moyenne observée au laboratoire est de $6{,}6 \times 10^{-6}$ s. Calculer

   a) La masse effective du muon à cette vitesse si sa masse au repos est de $207m_e$.

   b) Son énergie cinétique

   c) Sa quantité de mouvement

3. Quelle est la vitesse d'un proton dont l'énergie cinétique est égale à son énergie au repos? Est-ce que le résultat dépend de la masse de protons?

4. Un pion positif (m_π=273m_e) se désintègre en un muon (m_μ=207m_e) et un neutrino (m_ν=0) au repos. Calculer l'énergie transportée par le muon et le neutrino.

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

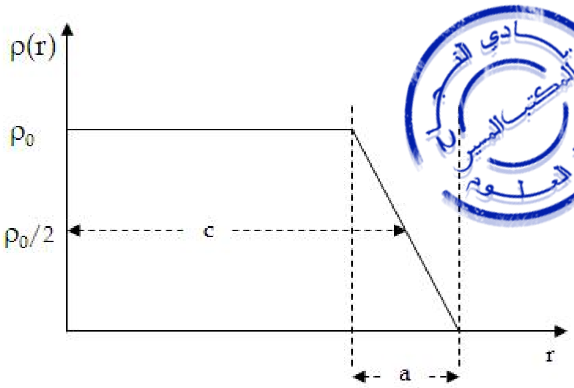
Travaux dirigés de Physique Nucléaire
Généralités sur le Noyau Atomique
(PMR S5 2015)

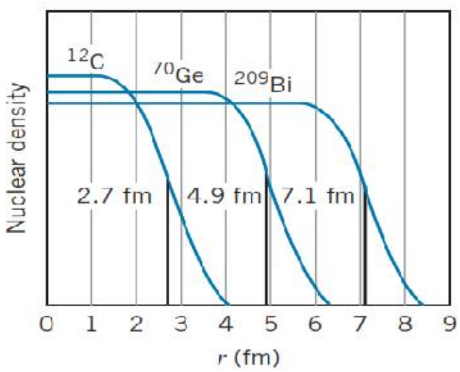
(Pour les calculs utiliser la table des isotopes à télécharger sur le site)

Exercice I:

Soient les noyaux suivants : ^{12}C , ^{70}Ge et ^{209}Bi

1. Sachant que le rayon nucléaire r_0=1.2 fm, calculer le rayon pour chaque noyau.
2. En supposant que la densité de nucléons varie dans le noyau en fonction de la distance au centre comme l'indique la figure ci-dessous, quelle est la fraction des nucléons situés dans la zone superficielle dans les noyaux donnés. On donne ρ_0 = 0.17 fm^{-3} ; c = 1.1A$^{1/3}$ fm et a = 3.0 fm





Exercice II:

1. Pour le noyau $^{A}_{Z}X$, donner l'expression de l'énergie de liaison B(A,Z) en fonction des excès de masse de l'hydrogène, du neutron et de l'atome donné.
2. A l'aide de l'expression trouvée et des excès de masse (voir table),
   a. Calculer l'énergie de liaison d'un noyau possédant un nombre égal de protons et de neutrons et un rayon égal au 2/3 de celui du noyau ^{27}Al
   b. Calculer l'énergie de liaison par nucléon dans les noyaux ^{6}Li , ^{40}Ar , ^{107}Ag et ^{208}Pb
   c. Calculer l'énergie de séparation d'un neutron, d'une particule α de $^{21}_{10}Ne$
   d. Quelle est l'énergie nécessaire pour casser un noyau de $^{16}_{8}O$ en une particule α et un noyau de $^{12}_{6}C$

Exercice III:

1. Si le noyau est considéré comme sphérique de rayon R et ayant une densité de charge ρ(r) uniforme, montrer que l'énergie coulombienne des protons est donnée par : $E_c = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2}{R}$
2. Calculer la différence d'énergie de liaison des noyaux miroirs $^{33}_{16}S$ et $^{33}_{17}Cl$ sachant que la masse de $^{33}_{17}Cl$ excède celle de $^{33}_{16}S$ de 0.00599 uma.
3. Comparer la valeur obtenue à la différence d'énergie coulombienne dans ces noyaux sachant que $R = 1.4 \times A^{1/3} \times 10^{-13}\,(cm)$. Conclure.
4. De ce qui précède, déterminer pour A=33 la valeur du rayon nucléaire r_0.

Exercice IV:

On rappelle la formule semi-empirique donnant l'énergie de liaison B(A,Z) d'un noyau de nombre de masse A contenant Z protons:

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_a A^{-1}(A-2Z)^2 + a_p \delta(A)$$

Où a_v, a_s, a_c et a_a sont des coefficients constants (en première approximation) et ayant pour valeur respectivement 14 MeV, 13 MeV, 0.60 MeV et 19 MeV; $a_p = 34 \times A^{-3/4}$; δ(A) = 0 si A est impair δ(A) = +1 pour A et Z pairs ; δ(A) = -1 pour A pair et Z impair.

1. Calculer l'énergie de liaison B(A,Z), l'énergie moyenne de liaison et la masse atomique des noyaux $^{45}_{21}Sc$ et $^{70}_{30}Zn$ en utilisant la formule semi empirique..
2. En supposant que l'énergie de liaison des électrons est négligeable, montrer que la masse de l'atome $\mathcal{M}(A,Z)$ est donnée par la relation suivante:

$$\mathcal{M}(A,Z) = \alpha A + \beta Z + \gamma Z^2 - a_p \delta(A)$$

a. Expliciter les coefficients α, β et γ ; Comment varient ces coefficients en fonction de Z lorsque A est constant.

b. Pour A constant, discuter l'allure de $\mathcal{M}$(A,Z)=f(Z) en fonction de la parité de A, et tracer les courbes relatives à A=59 et A=64.

c. Pour une chaine isobarique déterminer l'expression de la charge Z_0 (A) de l'isobare (le plus stable) ayant la plus petite masse.

d. Quel est l'isobare le plus stable pour A=208.

Exercice V :

En général seulement les noyaux lourds ont tendance à décroitre par émission alpha. Pour un nombre de masse A très grand, l'énergie de liaison par nucléon s'exprime comme :

$$E_L(A,Z) = 9.402 - 7.7 \times 10^{-3} A\,.$$

Sachant que l'énergie de liaison d'une particule alpha est 28.3 MeV, pour quelles valeurs de A la désintégration alpha est énergétiquement possible.

Exercice VI :

En considérant les bilans énergétiques de stabilité d'un noyau, quel sera le mode de décroissance du noyau $^{229}_{90}Th$.

Exercice VI:

Discuter les différentes possibilités de décroissance entre les noyaux isobariques $^{53}_{23}Mn$ et $^{53}_{24}Cr$. Quelle sera l'énergie moyenne de la particule émise ?

Exercice VII:

Le noyau $^{28}_{13}Al$ décroit vers le $^{28}_{14}Si$ par émission beta avec $E_{\beta,\max}$ = 0.542 MeV. Le noyau $^{28}_{14}Si$ est formé dans un état excité et se désexcite vers le fondamental par gamma. Etablir un schéma de niveau et en déduire l'énergie du rayonnement gamma émis.

Exercice VIII:

Le noyau de $^{22}_{11}Na$ décroit vers le $^{22}_{10}Ne$ par émission β^+ avec un $Q_{\beta+}$ = 0.542 MeV suivi d'une émission γ d'énergie E_γ = 1.277 MeV. Etablir un schéma de niveau et déterminer la masse de $^{22}_{11}Na$ en uma.

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

Travaux dirigés de Physique Nucléaire
Décroissance radioactive
(PMR S5 - 21/11/14)

Exercice - 1. Quelle fraction du nombre initial de noyaux ^{90}Sr ($T_{1/2}$=28.79 ans)

a) Restera après 10 et 100 ans
b) Sera désintégrée durant une journée
c) Sera désintégrée durant 15 ans

Exercice - 2. Soit un faisceau de neutron d'énergie 0.025 eV. Quelle fraction de neutron décroit sur une distance de 2 m. On rappelle que le neutron ($T_{1/2}$ =613.9 s) se désintègre par β^-.

Exercice - 3. On considère une préparation de 1.4 µg du radionucléide ^{24}Na ($T_{1/2}$=14.99 h). Quelle est son activité en Curie après un jour ?

Exercice - 4. On injecte, dans le sang d'un homme, une petite quantité de solution radioactive d'activité A = 2.0.10^{-3} Bq. Cette solution contient du sodium ^{24}Na ($T_{1/2}$=14.99 h). L'activité de 1 cm^3 de prise de sang après t = 5,0 heures est a(t) = 16 désintégrations par minute. Trouver le volume total sanguin de l'homme.

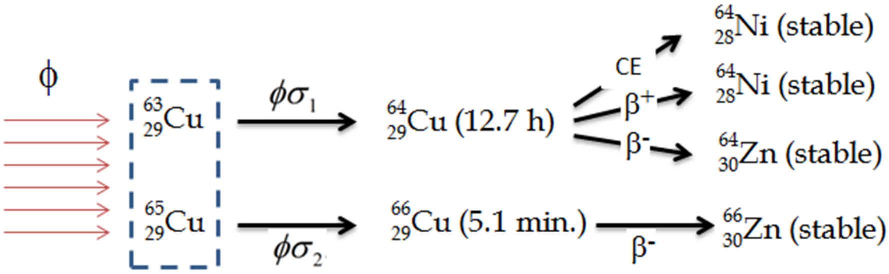
Exercice - 5. Dans la famille (4n+2), le produit de la décroissance après une série de désintégrations de ^{238}U est le ^{226}Ra ($T_{1/2}$=1620 ans). Sachant que la proportion de ^{226}Ra est de 1 atome pour 2.80×10^6 atomes ^{238}U. Trouver la période de ^{238}U.

Exercice - 6. Sachant que le noyau de ^{112}Pd ($T_{1/2}$=21 h) se transforme en ^{112}Ag ($T_{1/2}$=3.2 h) par β^-. On considère une préparation ne contenant initialement que les noyaux de ^{112}Pd, trouver le rapport R de l'activité la plus élevée de ^{112}Ag à l'activité initiale de la préparation.

Exercice - 7. Sachant que le ^{99}Mo ($T_{1/2}$=67 h) se transforme en ^{99}Tc (stable) par β-. Cette transformation se fait dans 79% des cas par ^{99m}Tc ($T_{1/2}$ = 6.04 h), déterminer

a) la fraction de noyaux stables dans la préparation 5 heures après, si on suppose qu'au temps t=0 la préparation contient uniquement du ^{99}Mo
b) le nombre de noyaux stables dans la préparation 20 heures après, si on suppose que le ^{99}Mo est produit avec un taux constant de 10^{10} noyaux par seconde.

Exercice - 8. Le cuivre naturel comporte deux isotopes stables, ${}^{66}_{30}Zn$ (stable) et ${}^{65}_{29}Cu$, avec les abondances isotopiques 69.1 % et 30.9 % respectivement. L'irradiation par des neutrons thermiques, d'une feuille de cuivre de masse m=2 mg, permet donc la fabrication d'une source radioactive contenant deux radio-isotopes ${}^{64}_{29}Cu$ (12.7 h) et ${}^{66}_{29}Cu$ (5.1 min.). Les sections efficaces de capture neutronique des réactions ${}^{63}Cu$ (n,γ) ${}^{64}Cu$ et ${}^{65}Cu$ (n,γ) ${}^{66}Cu$ sont respectivement σ_1= 4.60 barns et σ_2 = 2.17 barns. Le flux des neutrons thermiques est $\phi = 10^{11}$ neutrons / cm^2 / s; la masse atomique du cuivre est M(Cu) = 63.547 g



1) Déterminer l'évolution de l'activité de ces deux radio-isotopes en fonction du temps d'irradiation.

2) Sachant que les rapport d'embranchement des décroissances β^-, β^+ et capture électronique du ${}^{64}Cu$ sont 38% , 19% et 43% , calculer la constante radioactive totale λ , ainsi que les constantes partielles des trois types de décroissance.

3) Quel est le nombre de noyaux $N_{Zn}(t_i,t_d)$ de ${}^{64}Zn$ formé après un temps d'irradiation t_i et un temps de décroissance t_{d}.

UCD
Faculté des Sciences
Physique Nucléaire
Pr. M. Benjelloun

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

TD de Physique Nucléaire S5
Cinématique des réactions nucléaires
& Diffusion élastique (PMR S5 - 01/12/14)

C4.1 - Trouver l'énergie de la réaction $^7Li(p,\alpha)^4He$ si l'énergie moyenne de liaison dans ^7Li et ^4He valent 5.60 et 7.06 MeV / nucléon respectivement.

C4.2 - Une particule α d'énergie cinétique T_α =1 MeV est diffusée élastiquement par un noyau de ^6Li (initialement au repos). Trouver l'énergie cinétique de recul du noyau de recul a un angle de ζ= 30° par rapport à la direction incidente de la particule α. On prendra les masses atomiques voisines des nombres de masse.

C4.3 - Des deutérons d'énergie cinétique de 0.30 MeV sont diffusés élastiquement par des protons. Que vaut cet angle maximal de difusion des deutérons dans le référentiel du laboratoire? Trouver l'énergie cinétique des deutérons diffusés à cet angle.

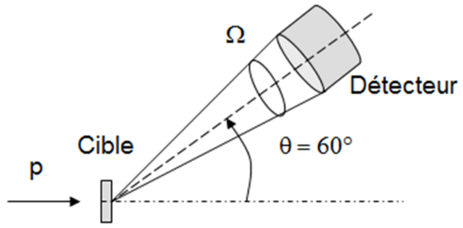
C4.4 - On considère la réaction $^{14}N(\alpha,p)^{17}O$. Si l'énergie cinétique des alphas vaut T_α = 4.00 MeV, et celle des protons émis à 60°, par rapport à la direction incidente des particules α, est T_p = 2.09 MeV. On prendra les masses atomiques voisines des nombres de masse.

a) Calculer l'énergie libérée.
b) Dans le centre de masse, que vaut l'énergie cinétique de la voie d'entrée
c) Dans le centre de masse, que vaut l'énergie cinétique de la voie de sortie si ^{17}O est formé dans l'état fondamental.

C4.5 - Sachant que l'énergie libérée dans la décroissance du noyau ^{13}N par β^+ vaut 1.2 MeV et que la différence de masse atomique entre le neutron et le proton vaut 0.782 MeV, déterminer l'énergie seuil, $T_{p,s}$, de la réaction $^{13}C(p,n)^{13}N$.

C4.6 - On bombarde une feuille d'or (Z=79) d'épaisseur e_p par des protons de 5 MeV. Un détecteur d'ouverture S=0.5 cm^2, placé à 60° par rapport à la direction incidente des protons, et à 10 cm de la feuille enregistre le nombre de protons diffusés N_d. Sachant que le rapport du nombre de protons incidents N_i au nombre de protons diffusés est $R = N_d / N_i = 2\times10^{-7}$, déterminer l'épaisseur de la feuille d'or.

On donne la densité volumique de l'or $\rho = 19.3\, \boldsymbol{g\ /\ cm}^3$.



C4.7 - (Traité en Cours) Une cible de béryllium est bombardée par des particules α accélérées à une énergie de 21.7 MeV dans un cyclotron : on produit la réaction nucléaire endo-énergétique $^{9}Be(\alpha,p)^{12}B$. Le noyau ^{12}B est produit dans son état fondamental et dans plusieurs états excités. Les quatre groupes de protons émis ont des énergies telles que les valeurs de l'énergie de la réaction correspondante sont : -6.89 MeV ; -7.87 MeV ; -8.57 MeV ; -10.74 MeV.

a) Calculer les énergies des quatre groupes de protons émis sous un angle de 90° par rapport à la direction incidente du faisceau.

b) Calculer les énergies des différents états excités du noyau de ^{12}B. Quelle est la valeur de l'énergie de la réaction correspondant à l'état fondamental du noyau de ^{12}B?

c) Etablir un schéma de niveaux du noyau résiduel ^{12}B (fondamental et états excités).

d) Calculer les énergies seuils nécessaires pour exciter les différents états du noyau ^{12}B.

e) Peut-on exciter les niveaux à 6.8 MeV et 9.18 MeV du noyau ^{12}B ?

$M(^{4}He) = 4.00260323$ u, $M(^{1}H) = 1.00782498$ u,

$M(^{9}Be) = 9.01218207$ u, $M(^{12}Be) = 12.0143520$ uma

C4.8 - (Traité en Cours) On étudie la diffusion de particules α d'énergie cinétique $E_\alpha = 5$ MeV par une cible de noyaux d'or.

a) Déterminer la longueur d'onde associée aux particules α

b) Déterminer le diamètre de collision

c) Pour quelle valeur du paramètre d'impact "b" l'angle de diffusion θ vaut 60°.

d) Si la distance d'approche minimum devient voisine ou inférieure à la somme des rayons de charge des noyaux en collision, les forces de courte portée entre en jeu; la diffusion n'est plus de type coulombienne.

   i) Pour quelle valeur de T_α la diffusion est coulombienne?

   ii) Pour $T_\alpha = 50$ MeV, quel est l'angle maximum de diffusion de type coulombienne.

   iii) Quelle est l'énergie cinétique maximum des particules α pour que la diffusion reste coulombienne à $\theta = 60°$. En déduire le rayon nucléaire.

On donne : $\dfrac{e^2}{\hbar c} = \dfrac{1}{137}$ $\quad \hbar c = 197$ MeV.fm $\quad 2m_e c^2 = 1.022$ MeV

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

Travaux dirigés de Physique Nucléaire
Interaction rayonnement Matière
(PMR S5 - 10/12/14)

Exercice 1

En utilisant la forme simplifiée du pouvoir d'arrêt linéique

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)=\left(\frac{4\pi e^4}{m_e c^2}\right)\left(\frac{Z_p^2}{\beta_p^2}\right)(N\times Z_m)\,Ln\left(\frac{2m_e c^2\beta^2}{I}\right)$$

Montrer que le pouvoir d'arrêt massique est donné par

$$\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)=0.307\times\frac{Z_m}{M_{at}}\times\frac{Z_p^2}{\beta^2}\times Ln\left(\frac{2m_e c^2\beta^2}{I}\right)$$

Exercice 2

Montrer que des particules α et des protons de même vitesse initiale, ont approximativement le même parcours. Pourquoi ceci n'est pas exactement vrai.

Exercice 3

Quelle est l'énergie d'un proton dont le parcours et approximativement égal à la distance parcourue par une particule a de 10 MeV

Exercice 4

On donne ci-contre la table du pouvoir d'arrêt (dE/dx) en (MeV / (mg/cm²)) et du parcours de particules a dans l'air de densité ρ(Air) = 1.2048×10^{-3} g/cm³.

1. *Quelle est le pouvoir d'arrêt dans l'aire d'une particule α de 5.48 MeV*
2. *Quel est le parcours dans l'air d'une particule α de 5.48 MeV*
3. *Quelle est la perte d'énergie d'une particule α de 5.48 MeV dans une épaisseur de 1cm d'air.*
4. *Quelle est l'épaisseur d'air nécessaire pour que la perte d'énergie d'une particule α de 5.48 MeV soit 1.5 MeV*

Energie	dE/dx	Parcours
1.00 MeV	1.89E+00	5.40 mm
1.10 MeV	1.84E+00	5.84 mm
1.20 MeV	1.78E+00	6.30 mm
1.30 MeV	1.73E+00	6.77 mm
1.40 MeV	1.67E+00	7.26 mm
1.50 MeV	1.62E+00	7.76 mm
1.60 MeV	1.56E+00	8.28 mm
1.70 MeV	1.51E+00	8.82 mm
1.80 MeV	1.47E+00	9.38 mm
2.00 MeV	1.38E+00	10.54 mm
2.25 MeV	1.29E+00	12.09 mm
2.50 MeV	1.21E+00	13.76 mm
2.75 MeV	1.14E+00	15.52 mm
3.00 MeV	1.08E+00	17.39 mm
3.25 MeV	1.02E+00	19.37 mm
3.50 MeV	9.76E-01	21.44 mm
3.75 MeV	9.33E-01	23.61 mm
4.00 MeV	8.94E-01	25.88 mm
4.50 MeV	8.26E-01	30.70 mm
5.00 MeV	7.69E-01	35.90 mm
5.50 MeV	7.19E-01	41.48 mm
6.00 MeV	6.76E-01	47.42 mm

Exercice 5

Dans la diffusion Compton, un rayonnement γ d'énergie E_0 est dévié d'un angle θ par rapport à sa direction incidente.

1. *Si λ_1 et λ_2 sont les longueurs d'onde associée à ce rayonnement avant et après diffusion, monter que* $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c^2}(1-\cos\theta)$
2. *Quelle est la valeur minimale de l'énergie des photons diffusés*
3. *Quelle est l'énergie maximale des électrons Compton*

Exercice 6

1. *Montrer que la matérialisation d'un photon est impossible dans le vide*
2. *Déterminer l'énergie de seuil $E\gamma$ si la matérialisation se fait dans le champ d'électron,*
3. *Déterminer l'énergie de seuil $E\gamma$ si la matérialisation se fait dans le champ d'un noyau atomique au repos.*

Exercice 7

On désire se protéger du rayonnement γ émis par une source de ^{60}Co. On dispose de briques de plomb de différentes épaisseurs ; 2,4,6,8 et 10 cm. Sachant que le coefficient d'atténuation lineique du plomb est 0.6 cm^{-1}

1. *Quelle est l'épaissseur minimum a choisir pour éliminer 75% des gamma incidents ?*
2. *Calculer l'épaisseur moitié*
3. *Calculer le libre parcours moyen*

Relativité Restreinte

Exercice 1

Un tapis roulant de 95 m de longueur transporte des passagers à une vitesse de 0,53 m/s. Un passager qui a une marche normale possède une vitesse de 1,24 m / s.

1. Si le passager se tient sur le tapis roulant sans marcher, combien de temps faut-il pour parcourir le tapis?
2. Si le passager marche normalement sur le tapis, combien de temps faut-il pour parcourir toute sa longueur?
3. Quand il atteint l'extrémité du tapis, il réalise soudain qu'il a laissé un paquet à l'extrémité opposée. Pour récupérer le paquet, il marche rapidement dans le sens opposé le long du tapis avec une vitesse double de sa vitesse de marche normale. Combien de temps faut-il pour atteindre le paquet?

Soit R(O,x,y,z) le référentiel lié à un observateur hors du tapis et R'(O',x',y',z') le référentiel lié à un objet lié au tapis qui se déplace à la vitesse u=0.53 m/s . Notons v=1.24 m/s la vitesse du passager en absence de tapis et v' en présence du tapis.

$$\vec{v}\,' = \vec{v} + \vec{u} \Rightarrow \begin{cases} v_x' = v_x + u_x \\ v_y' = 0 \end{cases}$$

<u>Question 1</u> : v=0 donc v'=u=0.53 m/s et donc t=95/0.53=179.25 s
<u>Question 2</u> : v=1.24 donc v'=v + u=1.77 m/s et donc t=95/1.77=53.7 s
<u>Question 3</u> : v=2.48 donc v'= -v + u= - 1.95 m/s et donc t= 95/1.95= 48.7 s ; le signe (-) signifie qu'il se déplace en sens inverse de l'axe x.

Exercice 2

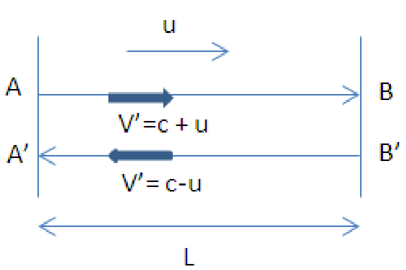
Dans l'eau calme, un nageur est capable de nager à une vitesse c. Il nage dans un ruisseau où le courant possède une vitesse u (inférieur à c).

1. Supposons que le nageur nage sur une distance L en amont et L en aval puis retourne au point de départ. Trouver le temps Δt_1 nécessaire pour faire l'aller-retour,
2. Supposons que le nageur nage perpendiculairement à l'écoulement du ruisseau sur une distance L pour l'aller et L pour le retour. Trouver le temps Δt_2 nécessaire pour faire l'aller-retour.
3. Comparer les deux temps de nage dans le ruisseau.

Soit R(O,x,y,z) le référentiel lié à un observateur hors du ruisseau et R'(O',x',y',z') le référentiel lié à un objet lié à l'écoulement de l'eau dans le ruisseau qui se déplace à la vitesse u. Notons c la vitesse du nageur en absence d'écoulement et V' en présence d'écoulement.

Question 1 :

Entre les points A et B nous avons



$$\vec{V}\,' = \vec{c} + \vec{u} \Rightarrow \begin{cases} V' = c + u \\ v_y' = 0 \end{cases} \Rightarrow t_a = \frac{L}{c+u}$$

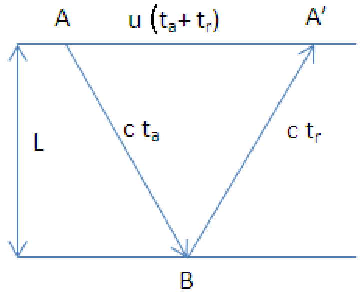
Entre les points B' et A' nous avons

$$\vec{V}\,' = \vec{c} + \vec{u} \Rightarrow \begin{cases} V' = c - u \\ v_y' = 0 \end{cases} \Rightarrow t_r = \frac{L}{c-u}$$

t_a et t_r sont les temps aller et retour respectivement ; donc t= $t_a + t_r$

$$\Delta t_1 = t_a + t_r = \frac{L}{c+u} + \frac{L}{c-u} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - u^2/c^2}$$

Question 2 :



La distance parcourue entre les points A et B se fait à la vitesse c pendant le temps t_a, et le retour se fait également à la vitesse c pendant le temps t_r.
Comme u est constante et que la vitesse du nageur est c, nous aurons $t_a = t_r$ et la distance AB=BA'

$$ct_a = \sqrt{L^2 + (ut_a)^2} \Rightarrow t_a = \frac{L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta t_2 = t_a + t_r = 2t_a = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Question 3 :

$$\left.\begin{aligned}\Delta t_1 &= \frac{2L}{c}\frac{1}{1-u^2/c^2}\\ \Delta t_2 &= \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta t_2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \Rightarrow \Delta t_1 > \Delta t_2$$

Le temps de nage selon la direction de l'écoulement est supérieur à celui perpendiculaire à l'écoulement. Evoquer à cet effet l'expérience de Michelson-Morley, et sa conclusion à savoir l'abandon de l'éther.

Exercice 3 (Non invariance de la force de Lorentz)
Un condensateur plan, de charge Q, comporte des armatures de très grandes dimensions par rapport à l'interstice qui les sépare. Les armatures sont disposées parallèlement à l'axe Ox d'un référentiel R, dans des plans xOz (Fig). Dans le référentiel R où le condensateur est immobile, un observateur fixe dans R mesure un champ électrostatique E entre les armatures du condensateur. On étudie le champ et la force électriques dans le cadre de la relativité galiléenne.

1. Écrire l'expression du champ électrique et de la force qui s'exerce sur l'armature chargée positivement.
2. Écrire les expressions des champs mesurés par un second observateur situé dans un référentiel R' en translation uniforme à la vitesse V par rapport à R dans la direction des x croissants.

Pour l'observateur fixe dans R, le champ est purement électrostatique.

- *Entre les armatures du condensateur, sa valeur est (théorème de gauss):* $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_y$ *où* σ *est la charge surfacique, et* ***j*** *le vecteur unitaire suivant l'axe Oy.*
- *À l'extérieur du condensateur la valeur du champ est nulle.*
- *Sur les armatures, le champ électrique a pour valeur* $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_y$

Par ailleurs, les charges étant immobiles, aucun champ magnétique n'est mesurable, donc $F_m = 0$. *La force exercée sur les armatures étant purement électrique, elle s'écrit pour l'armature chargée positivement :*

$$\vec{F}_e = Q\vec{E} = Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_y$$

La force de Lorentz est donc

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = Q\vec{E} + \vec{0} = Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_y$$

Pour l'observateur fixe dans R', les charges apparaissent en mouvement uniforme à la vitesse $-\vec{V} = -V\,\vec{e}_x$. *On voit apparaître sur chacune des armatures une distribution superficielle de courant : pour l'armature supérieure, la densité surfacique est :* $\vec{j}_s = \sigma\vec{V}$*, pour celle inférieure :* $-\vec{j}_s = -\sigma\vec{V}$ *Il en résulte un champ magnétique dont la valeur est nulle à l'extérieur du condensateur. A l'intérieur de celui-ci, la valeur de l'induction magnétique due aux courants des deux armatures est :* $\vec{B}' = -\mu_0 \vec{j}_s \times \vec{e}_y$

Or

$$\vec{B}' = -\mu_0 \vec{j}_s \times \vec{e}_y = -\mu_0 \sigma V \vec{e}_z = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\sigma}{\varepsilon_0} V\vec{e}_z \Rightarrow \vec{B}' = -\frac{\sigma}{c^2\varepsilon_0} V\vec{e}_z$$

Sur les armatures, la valeur de l'induction magnétique est la moitié de celle donnée par B' ; la force magnétique exercée sur l'armature chargée positivement s'écrit :

$$F_m' = -Q\vec{V} \times \frac{1}{2}\vec{B}' = -\frac{Q\sigma V^2}{2\varepsilon_0 c^2}\vec{e}_y$$

La force électrique, quant à elle, conserve la même valeur que pour l'observateur de R, ainsi qu'on peut le constater en appliquant le théorème de Gauss. On a alors :

$$\vec{F}_e' = \vec{F}_e = Q\vec{E} = Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_y$$

La force de Lorentz ne reste donc pas invariante lorsqu'on passe d'un référentiel R à un autre R' puisqu'on a :

$$\vec{F}' = \vec{F}_e' + \vec{F}_m' = Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_y + -\frac{Q\sigma V^2}{2\varepsilon_0 c^2}\vec{e}_y$$

$$\vec{F}' = Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\vec{e}_y = Q\frac{\sigma}{2\gamma^2\varepsilon_0}\vec{e}_y = \frac{1}{\gamma^2}\vec{F}$$

On en conclut que les forces dans R et R' sont telles que : $\vec{F} = \gamma^2 \vec{F}'$

Contrairement à la mécanique newtonienne, les lois de l'électromagnétisme ne permettent pas de préserver l'invariance galiléenne de la force de Lorentz, notamment lorsque V *devient comparable à* c.

Exercice 4

Soient deux référentiels inertiel O et O'. Le référentiel O' se déplace avec une vitesse uniforme u, selon l'axe des x, par rapport à O. Soit une particule qui se déplace à la vitesse v' par rapport à O'.

1) A l'aide des transformations de Lorentz, donner les composantes de v' en fonction de celles de v, vitesse de la particule par rapport à O et de $\beta_u = u/c$.
2) En partant du carré du module vecteur vitesse v', montrer que la relation entre les facteurs γ de Lorentz : $\gamma_{v'} = \gamma_u \times \gamma_v \times (1 - \beta_u \beta_v \cos\theta)$; L'angle θ est tel que $v_x = v\cos\theta$.

On utilisera pour cette démonstration l'identité $\frac{1}{\gamma_u^2} + \beta_u^2 = 1$.

3) En déduire la relation inverse : $\gamma_v = f(\gamma_u, \gamma_{v'}, \theta')$
4) Montrer que $tg\theta = \frac{1}{\gamma_u}\frac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \beta_u/\beta_{v'}}$
5) Un pion π de haute énergie se déplace le long de l'axe des x avec une vitesse u=0.8c dans le référentiel du laboratoire. Dans le référentiel du pion, ce dernier se désintègre en émettant un muon. Quelle est la vitesse (module et direction) du muon dans le laboratoire si le muon est émis le long de l'axe
   a) des x' (parallèle a x) avec une vitesse $v_x' = 0.268\ c$.
   b) des y' (parallèle à y) avec une vitesse $v_y' = 0.268\ c$.

Question 1) et 2) Relations entre facteurs de Lorentz

Dans R', le carré du module vecteur vitesse v' est:

$$\left.\begin{array}{l} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_y = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v_y}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_z = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v_z}{1 - uv_x/c^2} \end{array}\right\} \Rightarrow v'^2 = v'^2_x + v'^2_y + v'^2_z = \frac{1}{\left(1 - uv_x/c^2\right)^2}\left[\left(v_x - u\right)^2 + \frac{1}{\gamma_u^2}\left(v_y^2 + v_z^2\right)\right]$$

Or, utilisant l'identité: $\dfrac{u^2}{c^2} + \dfrac{1}{\gamma_u^2} = 1$, la quantité

$$\left(v_x - u\right)^2 = 1 \times v_x^2 + u^2 - 2v_x u = \left(\frac{u^2}{c^2} + \frac{1}{\gamma_u^2}\right)v_x^2 + u^2 - 2v_x u$$

$$\left(v_x - u\right)^2 = \frac{v_x^2 - c^2}{\gamma_u^2} + c^2\left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)^2$$

Donc

$$v'^2 = \frac{1}{\left(1 - uv_x/c^2\right)^2}\left[\left(v_x - u\right)^2 + \frac{1}{\gamma_u^2}\left(v_y^2 + v_z^2\right)\right] \Rightarrow v'^2 = \frac{(v^2 - c^2)}{\gamma_u^2\left(1 - uv_x/c^2\right)^2} + c^2 \Rightarrow v'^2 = c^2\left[\frac{(v^2/c^2 - 1)}{\gamma_u^2\left(1 - uv_x/c^2\right)^2} + 1\right]$$

On en déduit

$$\frac{1}{\gamma_{v'}^2} = \frac{1}{\gamma_v^2\gamma_u^2}\frac{1}{\left(1 - uv_x/c^2\right)^2}$$

$$\gamma_{v'}^2 = \gamma_u^2\gamma_v^2\left(1 - uv\cos\theta/c^2\right)^2$$

$$\boxed{\gamma_{v'}^2 = \gamma_v^2\gamma_u^2\left(1 - \beta_u\beta_v\cos\theta\right)^2}$$

3) La relation inverse s'obtient en changeant *u* en -*u* $\Rightarrow \boxed{\gamma_v^2 = \gamma_{v'}^2\gamma_u^2\left(1 + \beta_u\beta_{v'}\cos\theta'\right)^2}$

4) l'angle θ est donné par $tg\theta = \dfrac{v_y}{v_x}$. En utilisant les transformations de Lorentz inverse des vitesses

$$\left.\begin{array}{l} v_x = \dfrac{v'_x + u}{1 + uv'_x/c^2} \\ v_y = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v'_y}{1 + uv'_x/c^2} \end{array}\right\} \Rightarrow tg\theta = \frac{1}{\gamma_u}\frac{v'_y}{v'_x + u} = \frac{1}{\gamma_u}\frac{tg\theta'}{1 + u/v'\cos\theta'} \quad \text{soit} \quad \boxed{tg\theta = \frac{1}{\gamma_u}\frac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \beta_u/\beta_{v'}}}$$

5) Le pion se désintègre en émettant un muon le long de l'axe des x' (parallèle a x) avec une vitesse $v'_x = 0.268\ c$ dans le référentiel du pion.

Méthode 1 :

En appliquant la relation inverse trouvée précédemment : $\gamma_v^2 = \gamma_{v'}^2\gamma_u^2\left(1 + \beta_u\beta_{v'}\cos\theta'\right)^2$

avec $\beta_u = 0.8; \beta_{v'} = 0.268\ et\ \theta' = 0$, et en calculant les différents paramètres $\gamma_{v'}\gamma_u$ on en déduit γ_v et donc β_v

$$\gamma_u^2 = \left(1-\beta_u^2\right)^{-1} = 2.778 \Rightarrow \gamma_u = 1.667$$

$$\gamma_{v'}^2 = \left(1-\beta_{v'}^2\right)^{-1} = 1.077 \Rightarrow \gamma_{v'} = 1.038$$

$$\gamma_v = \gamma_{v'}\gamma_u\left(1+\beta_u\beta_{v'}\right) \Rightarrow \gamma_v = 2.101 \Rightarrow \beta_v = 0.880$$

Pour la direction, on utilise la relation $tg\theta = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \beta_u/\beta_{v'}} = 0 \Rightarrow \theta = 0$;

La particule est émise suivant Ox

<u>Méthode </u>2 : En utilisant la transformation inverse,

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{v'_{x'}+u}{1+uv'_{x'}/c^2} \\ v_y = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v'_y}{1-uv'_{x'}/c^2} \\ v_z = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v'_z}{1-uv'_{x'}/c^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dfrac{v'_{x'}+u}{1+uv'_{x'}/c^2} \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow v = \frac{v'_x+u}{1+uv'_{x'}/c^2} \Rightarrow \beta_v = \frac{\beta_{v'}+\beta_u}{1+\beta_{v'}\beta_u}$$

Dans notre ca son cherche $\beta_v, \beta_{v'} = 0.268\, et\, \beta_u = 0.8$ sont les vitesses (par rapport à c) du muon selon O, du muon selon O' et du pion selon O.

$$\beta_v = \frac{\beta_{v'}+\beta_u}{1+\beta_{v'}\beta_u} = \frac{0.268+0.8}{1+0.268\times 0.8} \Rightarrow \boxed{\beta = 0.879}$$

$$tg\theta = \frac{\beta_y}{\beta_x} = \frac{v_y}{v_x} = 0 \Rightarrow \theta = 0$$

Si le pion se désintègre en émettant un muon le long de l'axe des y' (parallèle à y) avec une vitesse v'=0.268 c dans le référentiel du pion, la vitesse du muon dans le laboratoire est donnée par la transformation inverse de Lorentz des vitesses

<u>Méthode 1</u> :

En appliquant la relation inverse trouvée précédemment avec $\beta_u = 0.8; \beta_{v'} = 0.268\ et\ \theta' = 90$

$$\gamma_u^2 = \left(1-\beta_u^2\right)^{-1} = 2.778 \Rightarrow \gamma_u = 1.667$$

$$\gamma_{v'}^2 = \left(1-\beta_{v'}^2\right)^{-1} = 1.077 \Rightarrow \gamma_{v'} = 1.038$$

$$\gamma_v = \gamma_{v'}\gamma_u\left(1+\beta_u\beta_{v'}\cos\theta'\right)_v \Rightarrow \gamma_v = \gamma_{v'}\gamma_u \Rightarrow \gamma_v = 1.730 \Rightarrow \beta_v = 0.816$$

L'angle d'émission est $tg\theta = \dfrac{\beta_y}{\beta_x} = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v'_y}{v'_x+u} = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{tg\theta'}{1+u/v'\cos\theta'}$ soit $\boxed{tg\theta = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \beta_u/\beta_{v'}}}$

Dans notre cas θ' =0 $\Rightarrow tg\theta = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{\sin\theta'}{\cos\theta' + \beta_u/\beta_{v'}} = tg\theta = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{\beta_{v'}}{\beta_u} = \dfrac{1}{1.667}\times\dfrac{0.268}{0.8} \Rightarrow \theta = 11.36°$

Méthode 2 :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{v'_{x'} + u}{1 + uv'_{x'}/c^2} \\ v_y = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v'_y}{1 - uv'_{x'}/c^2} \\ v_z = \dfrac{1}{\gamma_u}\dfrac{v'_z}{1 - uv'_{x'}/c^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = u \\ v_y = \dfrac{1}{\gamma_u} v'_y \Rightarrow \beta_v \\ v_z = 0 \end{cases} \begin{cases} \beta_x = \beta_u = 0.8 \Rightarrow \gamma_u = 1.667 \\ \beta_y = \dfrac{1}{\gamma_u}\beta_{v'} = 0.161 \\ \beta_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\beta_v = \left(\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2\right)^{1/2} = 0.816}$$

L'angle d'émission dans le laboratoire est $tg\theta = \dfrac{\beta_y}{\beta_x} = \dfrac{0.161}{0.8} \Rightarrow \theta = 11.36°$

Exercice 5-1

Considérons un événement E vu par deux observateurs O et O'. O' se déplace avec une vitesse uniforme u proche de c par rapport à O. Si les coordonnées spatiaux-temporelles de E(x, y, z, t) dans O et E(x', y', z', t') dans O'.

a) Soit une horloge H au repos dans O'. À quelle vitesse se déplace O' par rapport à O, si l'intervalle de temps, mesuré par un observateur au repos dans O', est la moitié de l'intervalle de temps mesuré par un observateur au repos dans O ?

b) Soit un objet K de longueur « L' » au repos dans O'. À quelle vitesse se déplace 0' par rapport à 0, si sa longueur observée est L' /2

Question a)

Soit $x'_1(t'_1)$ la position de l'horloge dans O' à l'instant t'_1 et $x'_2(t'_2)$ la position de l'horloge dans O' à l'instant t'_2. Comme l'horloge dans O' est au repos alors $x'_1(t'_1) = x'_2(t'_2)$ et $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ est le temps propre. Sachant que pour l'observateur O il y a dilatation des temps, alors $\Delta t = \gamma \times \Delta t'$.

Comme l'intervalle de temps $\Delta t'$, mesuré par l'observateur au repos dans O', est la moitié de l'intervalle de temps Δt mesuré par un observateur au repos dans O, on peut écrire $\Delta t = 2 \times \Delta t'$. On en déduit que

$\gamma = 2 \Rightarrow 1 - u^2/c^2 = 0.25 \Rightarrow u^2/c^2 = 0.75 \Rightarrow \beta = 0.866$

On peut retrouver ce résultat en utilisant les transformations de Lorentz $\begin{aligned} x &= \gamma(x' + \beta ct') \\ ct &= \gamma(ct' + \beta x') \end{aligned}$

Ecrivons les positions de l'horloge dans O au instants t_1 et t_2

$$\begin{aligned} x_1 &= \gamma(x'_1 + \beta ct'_1) \\ ct_1 &= \gamma(ct'_1 + \beta x'_1) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \gamma(x'_2 + \beta ct'_2) \\ ct_2 &= \gamma(ct'_2 + \beta x'_2) \end{aligned} \Rightarrow c(t_2 - t_1) = \gamma(ct'_2 + \beta x'_2) - \gamma(ct'_1 + \beta x'_1)$$

Comme $x'_1(t'_1) = x'_2(t'_2)$ alors $\Rightarrow c(t_2 - t_1) = \gamma c(t'_2 - t'_1) + \gamma\beta(x'_2 - x'_1) \Rightarrow (t_2 - t_1) = \gamma(t'_2 - t'_1) \Rightarrow \Delta t = \gamma \Delta t'$

Donc $\Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma \Delta t / 2 \Rightarrow \gamma = 2 \Rightarrow 1 - u^2/c^2 = 0.25 \Rightarrow u^2/c^2 = 0.75 \Rightarrow \beta = 0.866$

Question b)

Soit $x'_1(t'_1)$ la position du bout de la règle à l'instant t'_1 dans O' et $x'_2(t'_2)$ la position de l'autre bout de la règle à l'instant $t'_2 = t'_1$ dans O'.

Comme l'horloge est au repos dans O' alors $L' = x'_2(t'_2) - x'_1(t'_1) = L_0$ est sa longueur propre. Sachant que pour l'observateur O il y a contraction des longueurs, alors la longueur L mesurée par un observateur au repos dans O est : $L = L_0/\gamma$. Par ailleurs, on sait que $L = L_0/2$, on en déduit que : $\gamma = 2$ $\Rightarrow 1 - u^2/c^2 = 0.25 \Rightarrow u^2/c^2 = 0.75 \Rightarrow \beta = 0.866$

Exercice 5-2

La durée de vie moyenne des muons au repos est environ 2.2 × 10^{-6} s, tandis que leur durée de vie dans un éclat de rayons cosmiques vaut 1.5 × 10^{-5} s. Quelle est la vitesse de ces muons cosmiques?

La durée de vie des muons dans l'éclat de rayons cosmiques vaut τ =1.5 × 10^{-5} s. En utilisant la dilation des temps $\tau = \gamma \times \tau_0 \Rightarrow \gamma = 6.81 \Rightarrow \beta = 0.989 \Rightarrow v = 296756\, km/s$

Exercice 5-3

Un faisceau de muons se déplace avec une vitesse de v = 0,6 c. Leur durée de vie moyenne observée dans le laboratoire vaut 2.9 ×10^{-6} s. Quelle est durée de vie moyenne des muons en se désintégrant au repos?

La durée de vie, des muons, observée est τ =2.9 ×10^{-6} s. En utilisant la dilation des temps $\tau = \gamma \times \tau_0 \Rightarrow \beta = 0.6 \Rightarrow \gamma = 1.25 \Rightarrow \tau_0 = 2.31 \times 10^{-6}\, s$

Exercice 5-4

La durée de vie propre d'une certaine particule est 100 ns.

a) Si elle se déplace à v = 0.960c, quelle est sa durée de vie dans le laboratoire?
b) Quelle distance va-t-elle parcourir dans le laboratoire pendant ce temps?
c) Quelle est la distance parcourue dans le laboratoire selon un observateur se déplaçant avec la particule?

La durée de vie propre $\tau_0 = 10^{-7} s$

a) Si elle se déplace à la vitesse $\beta = 0.96 \Rightarrow \gamma = 3.571$. En utilisant la dilation des temps $\tau = \gamma \times \tau_0 \Rightarrow \tau = 3.6 \times 10^{-7} s$
b) La distance qu'elle va parcourir dans le laboratoire pendant le temps $\tau = 3.6 \times 10^{-7} s$ est $L_0 = v\tau = \beta\tau c = 103.7\, m$
c) la distance parcourue dans le laboratoire selon un observateur se déplaçant avec la particule s'obtient en utilisant la contraction des longueurs : $L_0 = \gamma \times L \Rightarrow L = 29\, m$

Exercice 5-5

Des particules de haute énergie sont observées dans les laboratoires à l'aide de certains détecteurs à partir de traces laissées sur des plaques photographiques; la longueur de la trace dépend de la vitesse de la particule et de sa durée de vie. Une particule se déplaçant à la vitesse de 0.995c, laisse une trace de 1.25 mm de long. Quelle est la durée de vie propre de la particule?

La particule se déplace à la vitesse $\beta = 0.995 \Rightarrow \gamma = 10$. Puise la trace laisse une trace dans le laboratoire, donc cette trace possède une longueur propre $L_0 = 1.25 \times 10^{-3}\, m$, alors en utilisant la contraction des longueurs, $L_0 = \gamma \times L$, on en déduit la longueur L parcourue dans le référentiel mobile $\Rightarrow L = 1.25 \times 10^{-4}\, m$ ce qui correspond à un temps propre $\tau_0 = L/\beta c = 4.2 \times 10^{-13} s$.

<u>Exercice 5-6</u>

Des pions π+ de haute énergie sont produits lors de la collision entre des protons et des neutrons. Ils se désintègrent dans leur référentiel propre en accord avec la loi $N(t) = N(t_0) \times \exp(-t / \tau_0)$ dans laquelle τ_0 est la durée de vie moyenne valant 2,6.10^{-8} s pour les pions.

Un faisceau de pions est produit dans un accélérateur et on constate qu'il en reste les deux tiers à une distance d de 20 m de la source.

1. Les pions ayant une vitesse v très proche de celle de la lumière, en combien de temps franchissent-ils les 20 mètres si l'on considère $v \approx$ c ?
2. Dans le cadre de la mécanique galiléenne combien devrait-il en rester après avoir franchi cette distance ?
3. Or on constate qu'il en reste les deux tiers (66%) à une distance d de 20 m de la source. Pourquoi ? Déduire du calcul précédant le facteur γ.
4. Quelle est la vitesse des pions ?

<u>Question 1</u>

On sait que $d \approx c\Delta t \Rightarrow \tau_0 = \Delta t = \frac{d}{c} = \frac{20}{3 \times 10^8} = 6,7.10^{-8} m / s$

<u>Question 2</u>

D'après la loi $N(t) = N(t_0) \times \exp(-t / \tau_0)$ au temps Δt = τ il reste :

$$N(\Delta t) = N(t_0) \times \exp(-\Delta t / \tau_0) = 0,076 N(t_0) \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 7,6\%$$

<u>Question 3</u>

On constate qu'il en reste les deux tiers (66%) à une distance d de 20 m de la source, car **Il faut appliquer la cinématique relativiste.** La durée de vie moyenne τ d'un pion mesurée dans le référentiel (R) du laboratoire est dilatée par rapport à la même mesure faite dans le référentiel propre (R') du pion qui donnerait $\tau_0 = 2,6.10^{-8} s$. En utilisant la dilation des temps $\tau = \gamma \times \tau_0$, la durée vie τ dans R

$$\tau_0 = 6.7 \times 10^{-8} \sec$$
$$N(\Delta t = \tau) = N(t_0) \times \exp(-\tau / \tau_0) = 2/3 \Rightarrow \tau = 16.7 \times 10^{-8} \sec$$

Comme $\tau = \gamma \tau_0 \Rightarrow$ $\boxed{\gamma = \frac{\tau}{\tau_0} = 6.4}$

<u>Question 4</u>

Sachant que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = 6.4 \Rightarrow v = 0.976c \Rightarrow$ La vitesse trouvée étant très proche de c.

<u>Exercice 6 (Cinématique relativiste)</u>

1. Quelle est la masse au repos d'un électron (m_e = 9.1 × 10^{-31} kg)?
2. La durée de vie moyenne des muons au repos est de 2,2 × 10^{-6} s. La durée de vie moyenne observée au laboratoire est de 6,6 × 10^{-6} s. Calculer
   a) La masse effective du muon à cette vitesse si sa masse au repos est de 207m_e.
   b) Son énergie cinétique
   c) Sa quantité de mouvement

3. Quelle est la vitesse d'un proton dont l'énergie cinétique est égale à son énergie au repos? Est-ce que le résultat dépend de la masse de protons?

4. Un pion positif (m_π=273m_e) se désintègre en un muon (m_μ=207m_e) et un neutrino (m_ν=0) au repos. Calculer l'énergie transportée par le muon et le neutrino.

La masse au repos d'un électron est $m_0c^2 = 9.1 \times 10^{-31} \times 3\times10^8\ kg.m/s$ ce qui en donne en utilisant comme unité l'électron-volts (eV) :

$$m_0c^2 = \left(9.1 \times 10^{-31} \times 9\times10^{16}\ kg.m/s\right)/\,1.60219\ 10^{-19} = 0.511175\,MeV \simeq 0.511\,MeV$$

La durée de vie moyenne des muons au repos est $\tau_0 = 2,2 \times 10^{-6}\,s$. La durée de vie moyenne observée au laboratoire est de $\tau = 6,6 \times 10^{-6}\,s$, donc $\gamma = 3$ et comme $m = \gamma m_0$, alors la masse effective du muon à cette vitesse est $m = 3\times 207\times m_e = 621\,m_e$ soit en MeV $mc^2 = 317\,MeV$.

L'énergie cinétique du muon s'obtient d'après les relations $E = T + m_0c^2$ et $E = mc^2$.

$$E = mc^2 = T + m_0c^2 \Rightarrow T = mc^2 - m_0c^2 \Rightarrow \boxed{T = m_0c^2(\gamma - 1)}.$$

Application numérique : $T = 207\times m_ec^2\times 2 = 211.5\,MeV$

La quantité de mouvement de cette particule s'obtient de la relation $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

$$p^2c^2 = E^2 - m_0^2c^4 = \left(E - m_0c^2\right)\left(E + m_0c^2\right) \Rightarrow \begin{cases} p^2c^2 = T\left(mc^2 + m_0c^2\right) = Tm_0c^2\left(\gamma + 1\right) \\ p^2c^2 = T\left(T + 2m_0c^2\right) \end{cases}$$

$$pc = \sqrt{211.5\times(211.5 + 2\times 317)} = 423\,MeV \Rightarrow p = 423\left(MeV/c\right)$$

Comme $1\,Mev = 10^6\times1.6\times10^{-19}\ \ (Joules)\ \ ou\ \ (N.m)\ \ ou\ \ (kg.m^2/s^2)$

$$p = 423\times10^6\times1.6\times10^{-19}/\,3\times10^8 = 2.25\ \ kg.m/s$$

La vitesse d'un proton dont l'énergie cinétique est égale à son énergie au repos : $T = m_0c^2$

$$\left.\begin{aligned} E &= T + m_0c^2 = 2m_0c^2 \\ E &= \gamma m_0c^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \gamma = 2 \Rightarrow \beta = 0.866 \Rightarrow v = 86.6\%\,c$$

Le résultat est indépendant de la masse

L'énergie transportée par le muon et le neutrino, s'obtient à partir de la conservation d'énergie :

$$E_\pi = E_\nu + E_\mu$$

$$m_\pi c^2 + T_\pi = m_\mu c^2 + T_\mu + m_\nu c^2 + T_\nu$$

$$m_\pi c^2 + 0 = m_\mu c^2 + T_\mu + m_\nu c^2$$

$$T_\mu + T_\nu = m_\pi c^2 - m_\mu c^2 - m_\nu c^2$$

Comme le neutrino est émis au repos, alors

$$T_\nu = 0\,MeV$$

$$T_\mu = 273m_ec^2 - 207m_ec^2 = 66\times0.511 = 33.7\,MeV$$

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

Travaux dirigés de Physique Nucléaire
Généralités sur le Noyau Atomique
(PMR S5 2015)

(Pour les données utiliser la table des isotopes sur le site)

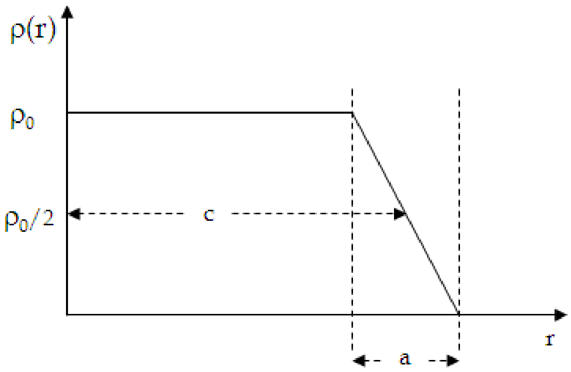
Exercice I:

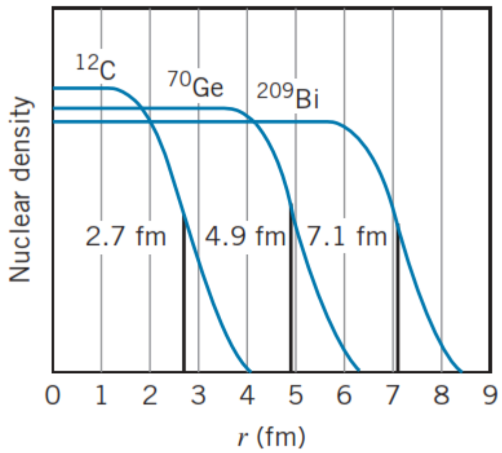
Soient les noyaux suivants : ^{12}C , ^{70}Ge et ^{209}Bi

1. Sachant que le rayon nucléaire r_0=1.2 fm, calculer le rayon pour chaque noyau.

$$R(A) = r_0 A^{1/3} \Rightarrow \begin{cases} R(12) = 2.74\,fm \\ R(70) = 4.95\,fm \\ R(209) = 7.12\,fm \end{cases}$$

2. En supposant que la densité de nucléons varie dans le noyau en fonction de la distance au centre comme l'indique la figure ci-dessous, quelle est la fraction des nucléons situés dans la zone superficielle dans les noyaux donnés. On donne ρ_0 = 0.17 fm^{-3} ; c = 1.1A$^{1/3}$ fm et a = 3.0 fm





La fraction des nucleons en surface est :

$$f = \frac{aire\,surface}{aire\,totale} = \frac{a \times \rho_0}{2} \times \frac{2}{2 \times (\rho_0 \times (c + a/2)) - a \times \rho_0}$$

$$f = \frac{a \times \rho_0}{\rho_0 \times (2c - a) + a \times \rho_0} = \frac{a}{2 \times c} \Rightarrow \boxed{f = \frac{3}{2.2 \times A^{1/3}}}$$

Pour les noyaux donnés on obtient :

$f(12) = 59\%$ $\qquad$ $f(70) = 33\%$ $\qquad$ $f(209) = 23\%$

Plus un noyau est lourd plus le nombre de nucléons en surface diminue.

Exercice II:

1. Pour le noyau $^A_Z X$, donner l'expression de l'énergie de liaison B(A,Z) en fonction des excès de masse de l'hydrogène, du neutron et de l'atome donné.

$$M(A,Z)c^2 = Zm_H c^2 + Nm_n c^2 - B(A,Z)$$

$$M(A,Z)c^2 - Ac^2 = Zm_H c^2 + Nm_n c^2 - Ac^2 - B(A,Z)$$

$$M(A,Z)c^2 - Ac^2 = Zm_H c^2 + Nm_n c^2 - (Z+N)c^2 - B(A,Z)$$

$$\Delta(A,Z) = Z\Delta(1,1) + N\Delta(1,0) - B(A,Z)$$

$$\boxed{B(A,Z)) = Z\Delta(1,1) + N\Delta(1,0) - \Delta(A,Z}$$

2. A l'aide de l'expression trouvée et des excès de masse (voir table),
   a. Calculer l'énergie de liaison d'un noyau possédant un nombre égal de protons et de neutrons et un rayon égal au 2/3 de celui du noyau ^{27}Al

$$R(A)=\frac{2}{3}R(27)=\frac{2}{3}r_0\times 27^{1/3}=2r_0=r_0A^{1/3}\Rightarrow A=8$$

$$A=N+Z=2Z\Rightarrow Z=4\Rightarrow {}^{8}_{4}Be$$

$$B(8,4)=Z\Delta(1,1)+N\Delta(1,0)-\Delta(8,4)$$

$$B(8,4)=4\times 7.2889705+4\times 8.0713171-\ 4.941672=56.49949\,MeV$$

$$\boxed{B(8,4)=56.50\,MeV}$$

   b. Calculer l'énergie de liaison par nucléon dans les noyaux ^{6}Li, ^{40}Ar, ^{107}Ag et ^{208}Pb

$$B(6,3)=Z\Delta(1,1)+N\Delta(1,0)-\Delta(6,3)$$

$$B(6,3)=3\times 7.2889705+3\times 8.0713171-\ 14.086793=31.9941$$

$$E_L(6,3)=\frac{B(6,3)}{6}=5.3323\,MeV$$

$$\boxed{\begin{array}{l}E_L(40,18)=8.59526\,MeV\\ E_L(107,47)=8.55385\,MeV\\ E_L(208,82)=7.86745\,MeV\end{array}}$$

   c. Calculer l'énergie de séparation d'un neutron, d'une particule α de $^{21}_{10}Ne$

L'énergie pour séparer une particule x(a,z) d'un noyau X(A,Z) est :

$$S_x(A,Z)=\left[M(A-a,Z-z)+m_x(a,z)-M(A,Z)\right]c^2$$

$$S_x(A,Z)=\Delta(A-a,Z-z)+\Delta(a,z)-\Delta(A,Z)$$

$$S_n(21,10)=\Delta(20,10)+\Delta_n-\Delta(21,10)=-7041.93131+8071.3171-\left(-5731.776\right)=6761.162\ keV$$

$$S_\alpha(21,10)=\Delta(17,8)+\Delta_\alpha-\Delta(21,10)=-808.813+2424.91565-\left(-5731.776\right)=7347.879\ keV$$

$$\boxed{\begin{array}{l}S_n(21,10)=6.76\ MeV\\ S_\alpha(21,10)=7.35\ MeV\end{array}}$$

   d. Quelle est l'énergie nécessaire pour casser un noyau de $^{16}_{8}O$ en une particule α et un noyau de $^{12}_{6}C$

$$S_x(A,Z)=\Delta(A-a,Z-z)+\Delta(a,z)-\Delta(A,Z)$$

$$S_\alpha(16,8)=\Delta(12,6)+\Delta(4,2)-\Delta(16,8)=0+2424.91565-\left(-4737.00141\right)=7161.9171\ keV$$

$$\boxed{S_\alpha(16.8)=7.162\ MeV}$$

Exercice III:

1. Si le noyau est considéré comme sphérique de rayon R et ayant une densité de charge ρ(r) uniforme, montrer que l'énergie coulombienne des protons est donnée par : $E_c = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2}{R}$

   La répulsion électrostatique entre protons tend à diminuer l'énergie de liaison. Le noyau étant sphérique par hypothèse, la diminution sera égale a l'énergie électrostatique d'une sphére uniformément chargée, de charge totale la charge totale des protons.

   - Soit ρ la densité volumique de charge : $\rho = \frac{Ze}{V} = \frac{3Ze}{4\pi r_0^3 A}$,
   - Soit une sphère de rayon r qui porte la charge $q'' = 4\pi r^3 \rho/3$,
   - soit une couche sphérique de rayon r et d'épaisseur dr. Le volume de cette couche est $4\pi r^2 dr$ et porte la charge $dq' = (4\pi r^2 dr)\rho$.

   Pour calculer E_c, calculons le travail dW nécessaire pour créer la couche sphérique. Il faut ammener de l'infini (potentiel 0) jusqu'à une distance r de O (le centre de la sphére) la charge dq'. Cette charge se trouve soumise a l'action de la charge q '', que l'on peut considérer comme ponctuelle (voir le Th. de Gauss), située au centre O de la sphére, et qui crée en tout point de la sphére de rayon r le potentiel

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q'' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(4\pi r^3 \rho/3\right)$$

   alors l'énergie électrostatique due à la charge dq' et à la charge q'' est

$$dW = Vdq' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q''}{r}dq' = \frac{(4\pi r^2 dr\rho)(4\pi r^3/3)}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\rho^2 r^4 dr$$

$$U = \int_0^R \frac{4\pi}{\varepsilon_0}\rho^2 r^4 dr = \frac{4\pi}{5\varepsilon_0}\rho^2 R^5 = \frac{4\pi}{5\varepsilon_0} R^5 \left(\frac{3Ze}{4\pi R^3}\right)^2$$

$$U = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2}{R} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2}{r_0 A^{1/3}} = a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

   Comme pour Z=1 U=0 alors $E_c = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z(Z-1)}{r_0 A^{1/3}}$

2. Calculer la différence d'énergie de liaison des noyaux miroirs ${}^{33}_{16}S$ et ${}^{33}_{17}Cl$ sachant que la masse de ${}^{33}_{17}Cl$ excède celle de ${}^{33}_{16}S$ de 0.00599 uma.

   $B(33,17) = \left(17m_H + 16m_n - M(33,17)\right)c^2$

   $B(33,16) = \left(16m_H + 17m_n - M(33,16)\right)c^2$

   $M(33,17) - M(33,16) = 0.00599$

   $B(33,17) - B(33,16) = (m_H - m_n)c^2 - \left(M(33,17) - M(33,16)\right)c^2$

   $B(33,17) - B(33,16) = \left(1.007825 - 1.008665 - 0.00599\right)c^2 = -6.362 MeV$

3. Comparer la valeur obtenue à la différence d'énergie coulombienne dans ces noyaux sachant que $R = 1.4 \times A^{1/3} \times 10^{-13}\,(cm)$. Conclure.

$$\left.\begin{aligned} E_c(33,16) &= \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{16\times 15}{1.4\times 33^{1/3}} = 46.177\,MeV \\ E_c(33,17) &= \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{17\times 16}{1.4\times 33^{1/3}} = 52.333\,MeV \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_c(33,16) - E_c(33,17) = -6.156\,MeV$$

   $E_c(33,16) - E_c(33,17) \approx B(33,17) - B(33,16)$

La différence d'énergie de liaison entre noyaux miroirs est due uniquement à l'interraction nucléaire. Les forces nucléaire ne dépendantes pas de la charge.

4. De ce qui précède, déterminer pour A=33 la valeur du rayon nucléaire r_0.

$$B(33,16) - B(33,17) = E_c(33,16) - E_c(33,17) = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0 \times 33^{1/3}}[16\times 15 - 17\times 16]$$

$$\Rightarrow \qquad 6.362 = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{32}{r_0 \times 33^{1/3}} \qquad \Rightarrow \qquad r_0 = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{32}{6.362\times 33^{1/3}} = 1.355\, fm$$

Exercice IV:

On rappelle la formule semi-empirique donnant l'énergie de liaison B(A,Z) d'un noyau de nombre de masse A contenant Z protons:

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_a A^{-1}(A-2Z)^2 + a_p \delta(A)$$

Où a_v, a_s, a_c et a_a sont des coefficients constants (en première approximation) et ayant pour valeur respectivement 14 MeV, 13 MeV, 0.60 MeV et 19 MeV; $a_p = 34\times A^{-3/4}$; δ(A) = 0 si A est impair δ(A) = +1 pour A et Z pairs ; δ(A) = -1 pour A pair et Z impair.

1. Calculer l'énergie de liaison B(A,Z), l'énergie moyenne de liaison et la masse atomique des noyaux ${}^{45}_{21}Sc$ et ${}^{70}_{30}Zn$ en utilisant la formule semi empirique.

$$B(45,21) = 45\times 14 - 13\times 45^{2/3} - 0.6\times 21^2\times 45^{-1/3} - 19\times 45^{-1}(45-2\times 21)^2 + a_p\times 0 = 387.34\, MeV$$

$$E_L(45,21) = B(45,21)/45 = 8.61\, MeV/nucl$$

$$M(45,21) = 21 m_H + (45-21)m_n - B(45,21)/c^2 = 44.95645\, uma$$

$$B(70,30) = 70\times 14 - 13\times 70^{2/3} - 0.6\times 30^2\times 70^{-1/3} - 19\times 70^{-1}(70-2\times 30)^2 + 34\times 70^{-3/4} = 602.43\, MeV$$

$$E_L(70,30) = B(70,30)/70 = 8.606\, MeV/nucl$$

$$M(70,30) = 30 m_H + (70-30)m_n - B(45,21)/c^2 = 69.9362\ uma$$

2. En supposant que l'énergie de liaison des électrons est négligeable, montrer que la masse de l'atome $\mathcal{M}(A,Z)$ est donnée par la relation suivante:

$$\mathcal{M}(A,Z) = \alpha A + \beta Z + \gamma Z^2 - a_p \delta(A)$$

a. Expliciter les coefficients α, β et γ ; Comment varient ces coefficients en fonction de Z lorsque A est constant.

$$\alpha = A m_n c^2 - a_v A + a_s A^{2/3} + a_a A$$

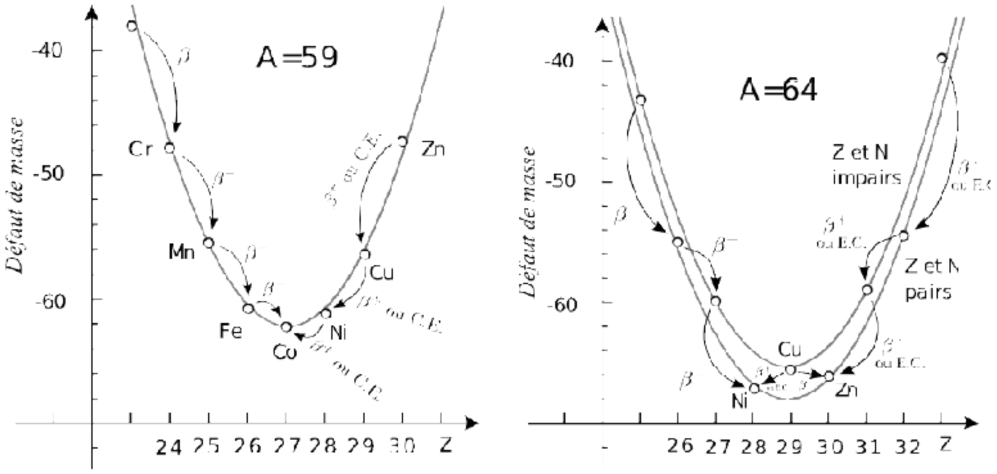
$$\beta = (m_H - m_n)c^2 - 4a_a$$

$$\gamma = \frac{a_c}{A^{1/3}} + \frac{4a_a}{A}$$

b. Pour A constant, discuter l'allure de $\mathcal{M}$(A,Z)=f(Z), et tracer les courbes relatives à A=59 et A=64.

Pour A impair

δ = 0 et on a une seule parabole. Un noyau sur la branche de droite se désintègre par émission β+ et/ou C.E. puisqu'on a diminution de Z ; sur la branche de gauche, la désintégration se fait par émission β-. Il y a un seul isobare stable, celui d'énergie de liaison maximale, c'est à dire de masse minimale.



Pour A pair

δ peut prendre deux valeurs opposées, il y a deux paraboles de masse suivant son signe. La parabole supérieure correspond aux noyaux impair-impair, la parabole inférieure aux noyaux pair-pair.
On voit que pour A pair, les isobares **impair-impair** sont tous instables vis à vis des noyaux **pair-pair** voisins.
Ainsi pour A pair, l'isotope stable sera pair-pair. Dans la nature, seuls 4 noyaux impair-impair sont stables H(2,1),Li(6,3),B(10,5) et N(14,7) qui sont des éléments légers avec N = Z et pour lesquels le modèle de la goutte liquide n'est pas adapté.

c. Pour une chaine isobarique déterminer l'expression de la charge Z_0 (A) de l'isobare (le plus stable) ayant la plus petite masse.

$$\left.\frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z}\right|_{A=C^{te}} = 0$$

$$Z_0 = -\frac{\beta}{2\gamma} = -\frac{(m_H - m_n)c^2 - 4a_a}{2\left(\frac{a_c}{A^{1/3}} + \frac{4a_a}{A}\right)}$$

$$Z_0 = \frac{A}{2}\left(\frac{1+(m_n - m_H)c^2/4a_a}{1+a_c A^{2/3}/4a_a}\right)$$

d. Quel est l'isobare le plus stable pour A=208.

$$Z_0 = \frac{A}{2}\left(\frac{1+(m_n - m_H)c^2/4a_a}{1+a_c A^{2/3}/4a_a}\right)$$

$$a_c = 0.60 \text{ MeV et } a_a = 19 \text{ MeV } A=208$$

$$Z_0 = 82.26 \Rightarrow Z_0 = 82 \Rightarrow {}^{208}_{82}Pb$$

Exercice V :

En général seulement les noyaux lourds ont tendance à décroitre par émission alpha. Pour un nombre de masse A très grand, l'énergie de liaison par nucléon varie comme $E_L(A,Z) = 9.402 - 7.7\times10^{-3}A$. Sachant que l'énergie de liaison d'une particule alpha est 28.3 MeV, montrer que la désintégration alpha est énergétiquement possible pour A>150.

Pour que la désintégration alpha soit possible, il faut que

$$\mathcal{M}(X) \geq \mathcal{M}(\alpha) + \mathcal{M}(Y) \Rightarrow B(\alpha) + B(Y) - B(X) \geq 0$$

$$4E_L(\alpha) + (A-4)E_L(Y) - AE_L(X) > 0$$

$$28.3 + (A-4)E_L(Y) - AE_L(X) > 0$$

Or

$$E_L(A,Z) = 9.402 - 7.7\times10^{-3}A$$

$$E_L(A) = a - bA$$

donc

$$28.3 + a\times(A-4) - b(A-4)^2 - a\times A + bA^2 \geq 0$$

$$28.3 - 4a - 16b + 8Ab \geq 0$$

$$A \geq \frac{4a + 16b - 28.3}{8b} = \frac{4\times9.402 + 16\times7.7\times10^{-3} - 28.3}{8\times7.7\times10^{-3}} = 153$$

Exercice VI :

En considérant les conditions énergétiques de stabilité d'un noyau, quel sera le mode de décroissance du noyau $^{229}_{90}Th$. On désignera par $\delta(X) = \left[\mathcal{M}(X) - A\right]c^2$ l'excès de masse.

Comme A> 150 il est fort probable que $^{229}_{90}Th \rightarrow {}^{225}_{88}Ra + \alpha$, l'énergie libérée dans la désintégration est :

$$Q_\alpha = \left[\mathcal{M}(Th) - \mathcal{M}(Ra) - \mathcal{M}(\alpha)\right]c^2 = \delta(Th) - \delta(Ra) - \delta(\alpha)$$
$$Q_\alpha = 29.586 - 21.994 - 2.4249 = 5.16\,MeV \Rightarrow oui$$

Désintégration β- :

$$^{229}_{90}Th \rightarrow {}^{229}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e^- + \bar{\nu} \Rightarrow Q_\beta = \left[\mathcal{M}(Th) - \mathcal{M}(Pa)\right]c^2$$
$$Q_\beta = \delta(Th) - \delta(Pa) = 29.586 - 29.898 < 0 \Rightarrow Non$$

Désintégration CE ; β+ :

$$^{229}_{90}Th \rightarrow {}^{229}_{89}Ac + {}^{0}_{1}e + \nu \Rightarrow Q_{CE} = \left[\mathcal{M}(Th) - \mathcal{M}(Ac)\right]c^2$$
$$Q_\beta = \delta(Th) - \delta(Ac) = 29.586 - 30.750 < 0 \Rightarrow Non$$

Exercice VI:

Discuter les différentes possibilités de décroissance entre les noyaux isobariques $^{53}_{25}Mn$ et $^{53}_{24}Cr$.

Dans cette transformation, nous avons A qui est constante la désintégration est soit β+ ou β- :

Désintégration β- :

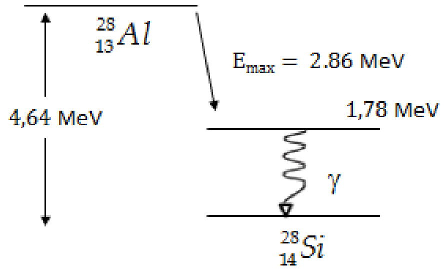
$$^{53}_{24}Cr \rightarrow {}^{53}_{25}Mn + {}^{0}_{-1}e^- + \bar{\nu} \Rightarrow Q_\beta = \left[\mathcal{M}(Cr) - \mathcal{M}(Mn)\right]c^2$$
$$Q_\beta = \delta(Cr) - \delta(Mn) = -55.284 + 54.688 < 0 \Rightarrow non$$

Désintégration CE ; β+ :

$$^{53}_{25}Mn \rightarrow {}^{53}_{24}Cr + {}^{0}_{1}e^+ + \nu \Rightarrow Q_{\beta+} = \left[\mathcal{M}(Mn) - \mathcal{M}(Cr) - 2m_e\right]c^2$$
$$Q_{\beta+} = \delta(Mn) - \delta(Cr) - 2m_ec^2 = -54.688 + 55.284 - 1.022 < 0 \Rightarrow non$$
$$^{53}_{25}Mn + {}^{0}_{-1}e^- \rightarrow {}^{53}_{24}Cr + \nu \Rightarrow Q_{ce} = \left[\mathcal{M}(Mn) - \mathcal{M}(Cr)\right]c^2$$
$$Q_{ce} = \delta(Mn) - \delta(Cr) = -54.688 + 55.284 > 0 \Rightarrow oui$$

Exercice VII:

Le noyau $^{28}_{13}Al$ décroit vers le $^{28}_{14}Si$ par émission beta avec $E_{\beta,\max}$ = 2.86 MeV. Le noyau $^{28}_{14}Si$ est formé dans un état excité et se désexcite vers le fondamental par gamma. Etablir un schéma de niveau et en déduire l'énergie du rayonnement gamma émis.



$$^{28}_{13}Al \to {}^{18}_{14}Si + {}^{0}_{-1}e^{-} + \bar{\nu} \Rightarrow Q^{*}_{\beta} = \left[\mathcal{M}(Al) - \mathcal{M}^{*}(Si)\right]c^{2} = E_{\beta,\max}$$

$$\mathcal{M}^{*}(Si)c^{2} = \mathcal{M}(Si)c^{2} + E_{\gamma}$$

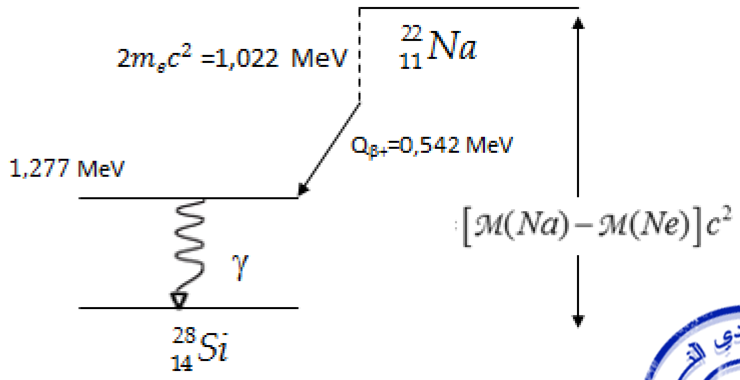
Désintégration β-: $E_{\beta,\max} = \left[\mathcal{M}(Al) - \mathcal{M}(Si)\right]c^{2} - E_{\gamma}$

$$Q_{\beta} = \left[\mathcal{M}(Al) - \mathcal{M}(Si)\right]c^{2} = -16.850 + 21.493 = 4.64\,MeV$$

$$E_{\beta,\max} = Q_{\beta} - E_{\gamma} \Rightarrow E_{\gamma} = Q_{\beta} - E_{\beta,\max} = 4.64 - 2.86 = 1.78\,MeV$$

Exercice VIII:

Le noyau de $^{22}_{11}Na$ décroit vers le $^{22}_{10}Ne$ par émission β^{+} avec un $Q_{\beta+}$ = 0.542 MeV suivi d'une émission γ d'énergie E_γ = 1.277 MeV. Etablir un schéma de niveau et déterminer la masse de $^{22}_{11}Na$ en uma.



$$^{22}_{11}Na \to {}^{22}_{10}Ne + {}^{0}_{1}e^{+} + \nu$$

D'après le schéma

$$\left[\mathcal{M}(Na) - \mathcal{M}(Ne)\right]c^{2} = Q_{\beta+} + 2m_e c^{2} + E_{\gamma}$$

$$\mathcal{M}(Na) = \mathcal{M}(Ne) + \left(Q^{*}_{\beta+} + 2m_e c^{2} + E_{\gamma}\right)/c^{2}$$

$$\mathcal{M}(Na) = 22 + \left(0.542 + 1.022 + 1.277 - 8.0247\right)/931.5 = 21.994435\,uma$$

Travaux dirigés de Radioactivité

1. *Quelle fraction du nombre initial de noyaux ^{90}Sr ($T_{1/2}$=28.79 ans)*
   - a. *restera après 10 et 100 ans*
   - b. *Sera désintégrée durant une journée*
   - c. *Sera désintégrée durant 15 ans*

Si on considère qu'au temps t = 0, il y avait N_0 noyaux radioactifs, le nombre de noyaux radioactifs présents à l'instant t est $N_p(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$. Donc $f(t) = \dfrac{N_p(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \begin{cases} f(10\, ans) = 78.6\% \\ f(100\, ans) = 9\% \end{cases}$

Le nombre de noyaux désintégrés pendant le temps t est $N_d(t) = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ $:\Rightarrow$

$$f(t) = \frac{N_d(t)}{N_0} = \left(1 - e^{-\lambda t}\right) \Rightarrow \begin{cases} f(1\, j) = 0.007\% \\ f(15\, ans) = 30\% \end{cases}$$

2. *Soit un faisceau de neutron d'énergie 0.025 eV. Quelle fraction de neutron décroit sur une distance de 2 m. On rappelle que le neutron ($T_{1/2}$=613.9 s) se désintègre par β^- et a un excès de masse égal à 8071 keV.*

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = c\sqrt{\frac{2T}{mc^2}} = 3.10^8\sqrt{\frac{2\times 0.025\times 10^{-6}}{1.008665\times 931.5}} = 2.18\times 10^3\, m/s$$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{2}{2.18\times 10^3} = 9.14\times 10^{-4}\, s$$

$$f(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \left(1 - e^{-\lambda t}\right) = 10^{-6}$$

3. *On considère une préparation de 1.4 µg du radionucléide ^{24}Na ($T_{1/2}$=14.99 h). Quelle est son activité en Curie après un jour ?*

Le nombre de noyaux initial dans la préparation est :

$$N_0 = \frac{N_a \times m}{A} = \frac{6.02\times 10^{23}\times 1.4\times 10^{-6}}{24} = 3.51\times 10^{16}\, noyaux$$

$$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow A(t) = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \lambda N_0\, e^{-\lambda t} = 1.48\times 10^{11}\, Bq = \frac{1.48\times 10^{11}}{3.7\times 10^{10}} = 4\, Ci$$

4. *Dans le sang d'un homme d'une petite quantité de solution a été injecté, contenant un radionucléide ^{24}Na ($T_{1/2}$=14.99 h). d'activité A = $2.0.10^{-3}$ Bq. L'activité de 1 cm^3 de prise de sang après t = 5,0 heures est a(t) = 16 désintégrations par minute. Trouver le total le volume sanguin de l'homme.*

$$a(t) = \frac{16}{60}\, Bq \Rightarrow a(t) = a_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow a_0 = \frac{a(t)}{e^{-\lambda t}} \Rightarrow a_0 = 0.336\, Bq$$

$$\left.\begin{aligned} 1\,cm^3 &\rightarrow a(t) = 0.336\, Bq \\ V\, cm^3 &\rightarrow A(t) = 2\times 10^3\, Bq \end{aligned}\right\} \Rightarrow V = 5.95\times 10^3\, cm^3 \approx 6\, l$$

Comme

$$T_2 \ll T_1 \Rightarrow \text{ on atteint un équilibre} \Rightarrow \frac{A_1(t)}{A_2(t)} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_2}$$

$$R = \frac{N_2(t)}{N_1(t)} = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1 = \frac{T_1}{T_2} - 1 \Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 \times \left(1 + \frac{1}{R}\right)}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{N_1(t)}{N_2(t)} = \frac{2.8\times 10^6}{1} \Rightarrow T_1 = 4.53\times 10^9 \ ans$$

6. *Sachant que le noyau de ^{112}Pd ($T_{1/2}$=21 h) se transforme en ^{112}Ag ($T_{1/2}$=3.2 h) par β. On considère une préparation ne contenant initialement que les noyaux de ^{112}Pd, trouver le rapport R de l'activité la plus élevée de ^{112}Ag à l'activité initiale de la préparation.*

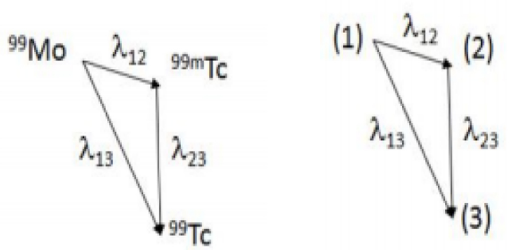
$$(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2} (3)$$

$$On\, a\, T_2 < T_1 \Rightarrow \text{ on atteint un équilibre}$$

$$\begin{cases} A_1(t) = A_{10} e^{-\lambda_1 t} \\ A_2(t) = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{10}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right] \end{cases} \Rightarrow \left.\frac{dA_2(t)}{dt}\right|_{t_{max}} = 0 \Rightarrow t_{max} = \frac{\ln\left[\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\right]}{\lambda_2 - \lambda_1} = 10.24\, h$$

$$R(t_{max}) = \frac{A_2(t_{max})}{A_{10}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t_m} - e^{-\lambda_2 t_m}\right] = 0.71$$

7. *Sachant que le ^{99}Mo ($T_{1/2}$=67 h) se transforme en ^{99}Tc (stable) par β-. Cette transformation se fait dans 79% des cas par ^{99m}Tc ($T_{1/2}$= 6.04 h), déterminer la fraction de noyaux stables dans la préparation 5 heures après, si on suppose qu'au temps t=0 la préparation contient uniquement du ^{99}Mo*



$$\begin{aligned}
&N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t} \\
&\frac{dN_2}{dt} + \lambda_{23} N_2 = \lambda_{12} N_{10} e^{-\lambda_1 t} \\
&\frac{dN_3}{dt} = \lambda_{13} N_1 + \lambda_{23} N_2
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{cases}
N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t} \\
N_2(t) = \dfrac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_1} N_{10} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_{23} t} \right] \\
\dfrac{dN_3}{dt} = \lambda_{13} N_{10} e^{-\lambda_1 t} + \dfrac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_1} N_{10} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_{23} t} \right]
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t} \\
N_2(t) = \dfrac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_1} N_{10} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_{23} t} \right] \\
N_3(t) = N_{10} \dfrac{(1 - e^{-\lambda_1 t})}{\lambda_1} \left(\lambda_{13} + \dfrac{\lambda_{12}\lambda_{23}}{\lambda_{23} - \lambda_1} \right) - \dfrac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_1} N_{10} (1 - e^{-\lambda_{23} t})
\end{cases}$$

on pose :

$$\lambda_{12} = F_{12}\lambda_1 = 0.79\lambda_1$$
$$\lambda_{13} = F_{13}\lambda_1 = 0.21\lambda_1$$

$$\begin{cases}
N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t} \\
N_2(t) = F_{12} \dfrac{\lambda_1}{\lambda_{23} - \lambda_1} N_{10} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_{23} t} \right] \\
N_3(t) = N_{10} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \left(F_{13} + \dfrac{F_{12}\lambda_{23}}{\lambda_{23} - \lambda_1} \right) - \dfrac{F_{12}\lambda_1}{\lambda_{23} - \lambda_1} N_{10} (1 - e^{-\lambda_{23} t})
\end{cases}$$

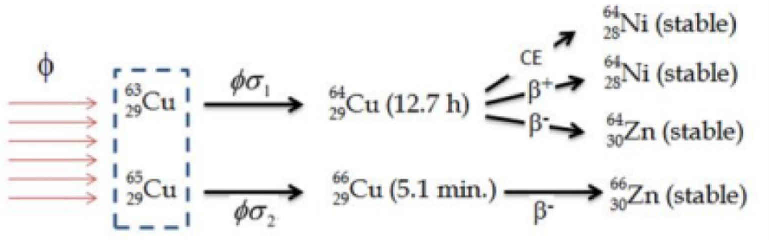
$$\frac{N_3(t)}{N_{10}} = F_{13}(1 - e^{-\lambda_1 t}) + F_{12} \frac{\lambda_1 \lambda_{23}}{\lambda_{23} - \lambda_1} \left[\frac{(1 - e^{-\lambda_1 t})}{\lambda_1} - \frac{(1 - e^{-\lambda_{23} t})}{\lambda_{23}} \right] = 2\%$$

8. *Le cuivre naturel comporte deux isotopes stables, $^{63}_{29}Cu$ et $^{65}_{29}Cu$, avec les abondances isotopiques 69.1 % et 30.9 % respectivement. L'irradiation par des neutrons thermiques, d'une feuille de cuivre de masse m=2 mg, permet donc la fabrication d'une source radioactive contenant deux radio-isotopes $^{64}_{29}Cu$ (12.7 h) et $^{66}_{29}Cu$ (5.1 min.). Les sections efficaces de capture neutronique des réactions $^{63}Cu\,(n,\gamma)\,^{64}Cu$ et $^{65}Cu\,(n,\gamma)\,^{66}Cu$ sont respectivement σ_1= 4.60 barns et σ_2 = 2.17 barns. Le flux des neutrons thermiques est $\phi = 10^{11}$ neutrons/cm^2/s; la masse atomique du cuivre est $m(Cu)$ = 63.547 g*

1) Déterminer l'évolution de l'activité de ces deux radio-isotopes en fonction du temps d'irradiation.

2) Sachant que les rapport d'embranchement des décroissances β^-, β^+ et capture électronique du ^{64}Cu sont 38% , 19% et 43% , calculer la constante radioactive totale λ , ainsi que les constantes partielles des trois types de décroissance.

3) Quel est le nombre de noyaux $N_{\_}(t_i,t_d)$ de ^{64}Zn formé après un temps d'irradiation t_i et un temps de décroissance t_d.



Le nombre de noyaux de ^{63}Cu présents dans l'échantillon est: $N_{0,63} = \dfrac{mN_a}{M_{at}}\eta_{63} = 1.301\times10^{19}$ noyaux

Le nombre de noyaux de ^{65}Cu présents dans l'échantillon est: $N_{0,65} = \dfrac{mN_a}{M_{at}}\eta_{65} = 5.855\times10^{18}$ noyaux

Si on note par (63) les noyaux de ^{63}Cu, on a: $\dfrac{dN_{63}}{dt} = -\phi\sigma_1 N_{63}$

La variation par unité de temps les noyaux de ^{64}Cu s'écrit: $\dfrac{dN_{64}}{dt} = \phi\sigma_1 N_{0,63} - \lambda_{64}N_{64}$

La résolution de des équations conduit à:

$N_{63}(t) = N_{0,63}\, e^{-\phi\sigma_1 t}$ *or* $\phi\sigma_1 = 4.6\times10^{-13}\ n/\sec \Rightarrow N_{63}(t) \approx N_{0,63}$

$N_{64}(t) = \dfrac{\phi\sigma_1 N_{0,63}}{\lambda_{64}}\left(1-e^{-\lambda_{64}t}\right)$

Donc l'activité de ^{64}Cu à la fin de l'irradiation est: $A(^{64}Cu) = \lambda_{64}N_{64}(t)$

En appliquant le même raisonnement au ^{65}Cu, on obtient $N_{66}(t) = \dfrac{\phi\sigma_2 N_{0,65}}{\lambda_{66}}\left(1-e^{-\lambda_{66}t}\right)$

Donc l'activité de ^{66}Cu à la fin de l'irradiation est $A(^{66}Cu) = \lambda_{66}N_{66}(t)$

2) La constante radioactive totale λ_{64} du ^{64}Cu vaut: $1.516\ 10^{-5}\ \sec^{-1}$.
Sachant que les rapports d'embranchement des décroissances β^-, β^+ et capture électronique du ^{64}Cu sont 38%, 19% et 43%, les constantes partielles des trois types de décroissance se calculent comme:

$\lambda_{\beta-} = 0.38\ \lambda_{64}$ $\quad\lambda_{\beta+} = 0.19\ \lambda_{64}$ $\quad\lambda_{CE} = 0.43\ \lambda_{64}$

$\Rightarrow$

$\lambda_{\beta-} = 5.761\ 10^{-6}\ \sec^{-1}$ $\quad\lambda_{\beta+} = 2.881\ 10^{-6}\sec^{-1}$ $\quad\lambda_{CE} = 6.519\ 10^{-6}\ \sec^{-1}$

3) Pendant l'irradiation, il y a eu formation des noyaux de ^{64}Zn:

Après l'irradiation, le nombre de noyaux de ^{64}Cu formé est: $N_{64}(t_i) = \dfrac{\phi\sigma_1 N_{0,63}}{\lambda_{64}}\left(1-e^{-\lambda_{64}t_i}\right)$

Quand on arrête l'irradiation, l'évolution des noyaux de ^{64}Cu est régit par:

$$\frac{dN_{64}}{dt} = -\lambda_{64}N_{64} \Rightarrow N_{64}(t_i,t) = N_{64}(t_i)\times e^{-\lambda_{64}t}$$

Le nombre de noyaux, $N_{zn}(t_i,t)$, de ^{64}Zn formé est dû uniquement à la désintégration β^-.

$$\frac{dN_{Zn}}{dt} = \lambda_\beta N_{64}(t_i, t)$$

Entre la fin de l'irradiation et un temps t_d s'obtient en résolvant l'équation différentielle:
Ce qui conduit à:

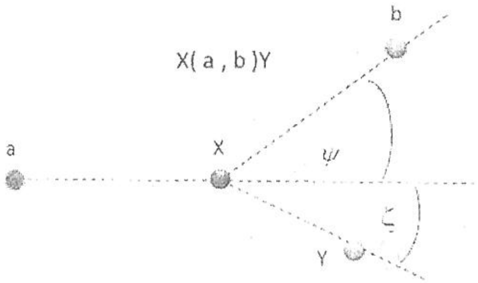
$$\frac{dN_{Zn}}{dt} = \lambda_\beta N_{64}(t_i) \times e^{-\lambda_{64}t}$$

$$N_{Zn}(t_i, t_d) = \frac{\lambda_\beta}{\lambda_{64}} N_{64}(t_i)\left(1 - e^{-\lambda_{64}t_d}\right)$$

En remplaçant $N_{64}(t_i)$ par son expression et $\lambda_\beta = F_\beta \lambda_{64} = 0.38 \times \lambda_{64}$, on obtient le nombre de noyaux, $N_{Zn}(t_i,t_d)$, de ^{64}Zn formé

$$N_{Zn}(t_i, t_d) = \frac{\phi\sigma_1 N_{0,63}}{\lambda_{64}} \times F_\beta \left(1 - e^{-\lambda_{64}t_i}\right)\left(1 - e^{-\lambda_{64}t_d}\right)$$

Correction



C4.1 - La conservation de l'énergie conduit à : $m_1c^2 + m_2c^2 = m_3c^2 + m_4c^2 + Q$

En remplaçant les masses par leur expression en fonction de l'énergie de liaison

$Q = \left(m_1 + m_2 - m_3 - m_4\right)c^2$

$Q = 2B(^4He) - B(^7Li)$

$Q = 2\times 4E_L(^4He) - 7\times E_L(^7Li) = 17.30\,MeV$

C4.2 - On considère la diffusion élastique X (a, a) X (Q=0) et ζ connue $\Rightarrow$ éliminer ψ.

La conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement conduit à :

$Q = 0 \Rightarrow T_a = T_a^{'} + T_b^{'}$

$$\vec{p}_a = \vec{p}_a^{\,'} + \vec{p}_b^{\,'} \Rightarrow \begin{cases} m_av_a = m_av_a^{'}\cos\psi + m_bv_b^{'}\cos\zeta \\ 0 = m_av_a^{'}\sin\psi - m_bv_b^{'}\sin\zeta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_av_a - m_bv_b^{'}\cos\zeta = m_av_a^{'}\cos\psi \\ m_bv_b^{'}\sin\zeta = m_av_a^{'}\sin\psi \end{cases}$$

$$\left(m_av_a - m_bv_b^{'}\cos\zeta\right)^2 + \left(m_bv_b^{'}\sin\zeta\right)^2 = \left(m_av_a^{'}\right)^2$$

$$m_aT_a + m_bT_b^{'} - m_av_am_bv_b^{'}\cos\zeta - m_aT_a^{'} = 0$$

$$\cancel{m_a}T_a + m_b\cancel{T_b^{'}} - m_av_am_bv_b^{'}\cos\zeta + m_a\left(T_a - T_b^{'}\right) = 0 \Rightarrow \left(m_a + m_b\right)T_b^{'} - 2\sqrt{m_aT_am_bT_b^{'}}\cos\zeta = 0$$

$$\sqrt{T_b^{'}} = \frac{2\sqrt{m_aT_am_b}}{\left(m_b + m_a\right)}\cos\zeta \Rightarrow T_b^{'} = \frac{4m_am_b}{\left(m_b + m_a\right)^2}T_a\cos^2\zeta \Rightarrow T_b^{'} \approx \frac{4\times 4\times 6}{(4+6)^2}\times 1\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0.72\,MeV$$

C4.3 - On considère la diffusion élastique X (a, a) X (Q=0) et $\psi = \psi_{max}$ connue $\Rightarrow$ éliminer ζ.

$$(m_1 + m_2)T_3 - 2(m_1m_2T_1\cos^2\psi)^{1/2}T_3^{1/2} + (m_1 - m_2)T_1 = 0$$

On pose

$$k = \frac{m_1}{m_2} \quad r = \frac{\left(m_1T_1m_1\right)^{1/2}}{\left(m_1 + m_2\right)} \quad s = \frac{\left(m_2 - m_1\right)T_1}{\left(m_1 + m_2\right)} \Rightarrow \quad r = \frac{k}{\left(1+k\right)}\left(T_1\right)^{1/2} \qquad s = \frac{\left(1-k\right)}{\left(1+k\right)}T_1$$

En résolvant l'équation,

$$\left(T_3\right)^{1/2} = \frac{1}{\left(1+k\right)}\left(T_1\right)^{1/2}\left(k\cos\psi \pm \sqrt{1 - k^2\sin^2\psi}\right)$$

Cette expression n'est valable que si $1 - k^2\sin^2\psi \geq 0 \Rightarrow \psi \leq Arc\sin(1/k)$

$\Rightarrow \psi \leq \psi_{\max} = 30°$

$$(T_3)^{1/2} = \frac{1}{(1+k)}(T_1)^{1/2}\left(k\cos\psi_{\max}\right) \Rightarrow T_3 = 0.1\,MeV$$

C4.4 - On considère la réaction $^{14}N(\alpha,p)^{17}O$. Si l'énergie cinétique des alphas vaut $T_\alpha = 4.00$ MeV, et celle des protons émis à 60°, par rapport à la direction incidente des particules α, est $T_p = 2.09$ MeV.

a) Calculer l'énergie libérée.

$$m_\alpha c^2 + m_N c^2 = m_p c^2 + m_O c^2 + Q$$

$$T_\alpha + m_\alpha c^2 + m_N c^2 = T_p + m_p c^2 + T_O + m_O c^2 \Rightarrow Q = T_p + T_O - T_\alpha$$

Connaissant T_α , T_p et $\psi = 60°$ on en déduit Q en utilisant les lois de conservation d'énergie et de quantité de mouvement.

$$T_\alpha - 2\frac{(m_\alpha T_\alpha m_O)^{1/2}}{(m_H + m_O)}(T_\alpha)^{1/2}\cos\psi - \frac{m_O Q + (m_O - m_\alpha)T_\alpha}{(m_H + m_O)} = 0$$

On prend les masses atomiques voisines des nombres de masse.

$$(m_H + m_O)T_p - 2(m_\alpha T_\alpha m_O)^{1/2}(T_p)^{1/2}\cos\psi = m_O Q + (m_O - m_\alpha)T_\alpha$$

$$(m_H + m_O)T_p - 2(m_\alpha T_\alpha m_O)^{1/2}(T_p)^{1/2}\cos\psi - (m_O - m_\alpha)T_\alpha = m_O Q$$

$$Q = \frac{18}{17}T_p - \frac{13}{17}T_\alpha - 2\sqrt{\frac{2}{17}}(T_\alpha)^{1/2}(T_p)^{1/2}\cos 60°$$

$$Q = -2.24\,MeV$$

b) Dans le centre de masse, l'énergie cinétique de la voie d'entrée est

$$U_{\alpha,N} = U_\alpha + U_N \;,$$

$$U_\alpha = T_\alpha\frac{1}{(1+k_i)^2} \quad U_N = T_\alpha\frac{k_i}{(1+k_i)^2}$$

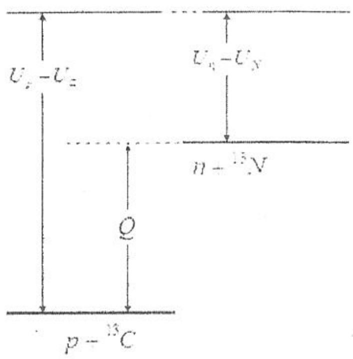
$$\Rightarrow U_{\alpha,N} = U_\alpha + U_N = T_\alpha\frac{1}{1+k_i} = 3.11\,MeV$$

c) Dans le centre de masse, l'énergie cinétique de la voie de sortie si ^{17}O est formé dans l'état fondamental.

$$Q = (U_p + U_O) - (U_\alpha + U_N) \Rightarrow Q = U_{p,O} - U_{\alpha,N}$$

$$\Rightarrow U_{p,O} = Q + U_{\alpha,N} = -2.24 + 3.11 = 0.87\,MeV$$

C4.5 - On considère la réaction $^{13}C(p,n)^{13}N$.



On nous demande l'énergie seuil, donc il faut que Q soit négatif.

$$m_H c^2 + m_C c^2 = m_n c^2 + m_N c^2 + Q$$

$$Q = (m_H - m_n)c^2 + (m_C - m_N)c^2$$

Or l'énergie libérée dans la décroissance du noyau ^{13}N par β^+ est :

$$\mathcal{M}(^{13}N)c^2 = \mathcal{M}(^{13}C)c^2 + 2m_e c^2 + Q_{\beta+}$$

$$\mathcal{M}(^{13}N)c^2 - \mathcal{M}(^{13}C)c^2 = 2m_e c^2 + Q_{\beta+}$$

$Q = -(m_n - m_H)c^2 - 2m_e c^2 - Q_{\beta+} = -3.00\,MeV$

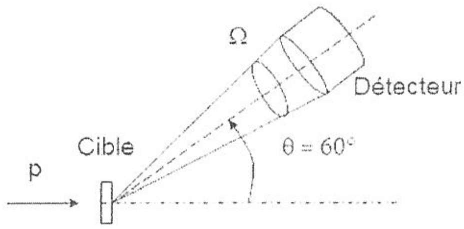
L'énergie seuil correspond à l'énergie de la particule incidente pour que les noyaux produits aient une énergie cinétique $U_{n,N}$ nulle dans le centre de masse.

$U_{n,N} - U_{p,C} = Q \Rightarrow U_{p,C} = -Q$

$T_{p,s}\dfrac{1}{1+k} = -Q \qquad k = \dfrac{m_p}{m_C} \approx \dfrac{1}{13}$

$\Rightarrow T_{p,s} = -Q(1+k) = 3.23\,MeV$

C4.6 - : Le nombre de particules que l'on détecte N_d (noyaux/s), suivant l'angle θ, est proportionnel au nombre de particules incidentes N_i (noyaux/s) et au nombre de noyaux cible N_c (noyaux/cm²). La relation de proportionnalité s'exprime par :



$$N_d = N_i \times N_c \times \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} \times \Omega$$

Avec $\left(\dfrac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} = \sigma(\theta) = \left(\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{z_p Z_c}{4T_p}\right)^2 \dfrac{1}{\sin^4(\theta/2)} = 5.18\times10^{-24}\,cm^2$ la section efficace différentielle de Rutherford (cm²/sr), $\Omega = \dfrac{S}{d^2} = \dfrac{0.5}{10^2} = 5\times10^{-3}(sr)$ l'angle solide de détection (S ouverture du détecteur et d la distance cible-détecteur). Si on désigne par e_p l'épaisseur de la cible (cm) et par n_c le nombre d'atomes cible par unité de volume,

$$n_c = \rho\frac{N_{av}}{M_{at}} = 19.3\times\frac{6.02\times10^{23}}{197} = 5.90\times10^{22}(noyaux/cm^3)$$

la relation de N_d conduit à

$$N_d = N_i \times e_p \times n_c \times \sigma(\theta)_{Ruth} \times \Omega$$

Donc l'épaisseur recherchée est :

$$e_p = R\frac{1}{n_c \times \sigma(\theta)_{Ruth} \times \Omega} = 2\times10^{-7} \times \frac{1}{5.90\times10^{22}\times5.18\times10^{-24}\times5\times10^{-3}} = 1.31\times10^{-4}\,cm$$

$e_p = 1.3\,\mu m$