Module 29 : Physique Nucléaire

Chapitre 1 : Introduction à la relativité restreinte
Chapitre 2 : Structure du noyau
Chapitre 3 : Radioactivité et applications
Chapitre 4 : Interaction rayonnement-matière
Chapitre 5 : Réactions Nucléaires et Applications

Rid 1

FS Agadir

Ridouane KHAFFOU

INTRODUCTION À LA RELATIVITÉ RESTREINTE

Applicable aux particules **libres** de vitesse v constante proche à la vitesse de propagation de la lumière c ($c = 299\,792\,458\ \mathrm{m/s} \cong 3\ 10^8 \mathrm{m/s}$)

Si $v \ll c \Rightarrow$ mécanique classique
Sinon $\Rightarrow$ mécanique relativiste

Rq : Si la particule est non libre ⇒ relativité générale

I- Généralités

1- Principe de la relativité

Sur l'expérience de Michelson(1887) qui a voulu mesurer la vitesse de translation d'un référentiel galiléen (la Terre), sur cela, Einstein a énoncé le principe de la relativité restreinte (1905) :

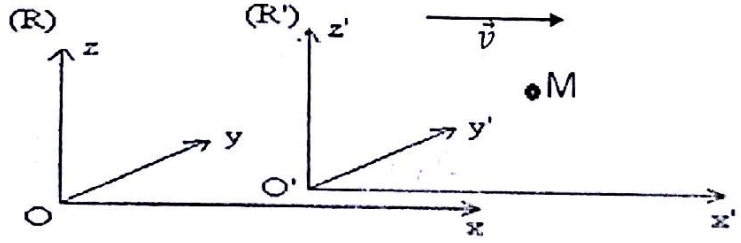
Les lois physiques sont invariantes dans tous les référentiels galiléens.

Résultat : La propagation de la lumière dans le vide s'effectue à la même vitesse dans tous les référentiels galiléens c.

2- Transformations de Galilée

R'*(x',y',z')* un réf. galiléen en translation suivant l'axe *Ox* /R*(x,y,z)*. $\vec{v}$ constante

M(x,y,z)/ R et *M(x',y',z')*/ R'



En méc. classique on utilise les TG pour passer d'un réf à l'autre : $x = x' + vt$; $y = y'$; $z = z'$; $t = t'$ (le temps est absolu).

En méc. classique, ces éq donnent l'invariance des lois physiques en accord avec le PR.

Ex1 : Invariance des distances :

/R, $M_1(x_1, y_1, z_1)$; $M_2(x_2, y_2, z_2)$: $d^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$

/R', $M_1(x'_1, y'_1, z'_1)$; $M_2(x'_2, y'_2, z'_2)$: $d'^2=(x'_2-x'_1)^2+(y'_2-y'_1)^2+(z'_2-z'_1)^2$

⇒ $d^2 = d'^2$ La distance est invariable par changement de réf.

Ex2 : Invariance des éq de la méc newtonienne :

$$\left.\begin{array}{l} /\mathrm{R}: \overrightarrow{F} = m\,\overrightarrow{\gamma} \\ /\mathrm{R}': \overrightarrow{F'} = m\overrightarrow{\gamma'} \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{\gamma} = \overrightarrow{\gamma'} \text{ et } \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F'} \text{ puisque } \overrightarrow{v} \text{ est constante.}$$

Appliquons la TG (loi de composition des vitesses) à la vitesse de propagation de la lumière. Pour cela, considérons une source lumineuse ∈ au réf R' dans lequel la vitesse de la lumière est égale à c. Par rapport à R, elle devrait égale à $v + c \Longrightarrow$ contradiction avec le principe de la relativité.

Autre contre-exemple : Les équations de Maxwell ne vérifient pas les TG.

Les TG sont inapplicables à la propagation de la lumière et aux mobiles animés de vitesses proches de c ⟹Transformations de Lorentz.

3- Transformations de Lorentz

On suppose qu'à l'origine du temps $t = t' = 0$ les deux réf coïncident.

Les coordonnées sont liées par les relations de Lorentz :

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \; y = y' \; ; \; z = z' \; ; \; t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Le temps n'est plus absolu.

Les coordonnées (x, y, z, t) constituent un espace de 4 dimensions (Espace-temps). Dans cet espace on ne parle plus d'un point M de coordonnées (x, y, z) mais d'un événement de coordonnées (x, y, z, t).

Rq1 : Pour passer à la transformation réciproque on remplace v par $-v$:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \quad y' = y \; ; \quad z = z' \; ; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Rq2 : Si $v \ll c$ TL→TG

4- Notion d'intervalle

Définition : **Considérons 2 événements M_1 et M_2**

/R : $M_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$; $M_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$

On appelle intervalle d'espace-temps entre M_1 et M_2 la quantité :$\Delta S^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$

Rq : **Si M_1 et M_2 sont le départ et l'arrivée d'un signal lumineux, l'intervalle ΔS^2 est nul.**

Pp :/R' : $M_1(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)$; $M_2(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)$

On peut montrer que $\Delta S^2 = \Delta S'^2$

Invariance de l'intervalle espace-temps. Le carré de l'intervalle entre deux évts quelconques est un scalaire invariant dans tout changement de référentiel galiléen.

Pour deux évts très proches l'intervalle élémentaire : $dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$

4- Résultats qui découlent des TL

***a)* Localisation : Soient 2 évts M_1 et M_2 se produisant au <u>même point</u> dans R et à des instants différents : $x_1 = x_2$ et $t_1 \neq t_2$**

Pour un observateur lié à R' :

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{-v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \neq 0$$

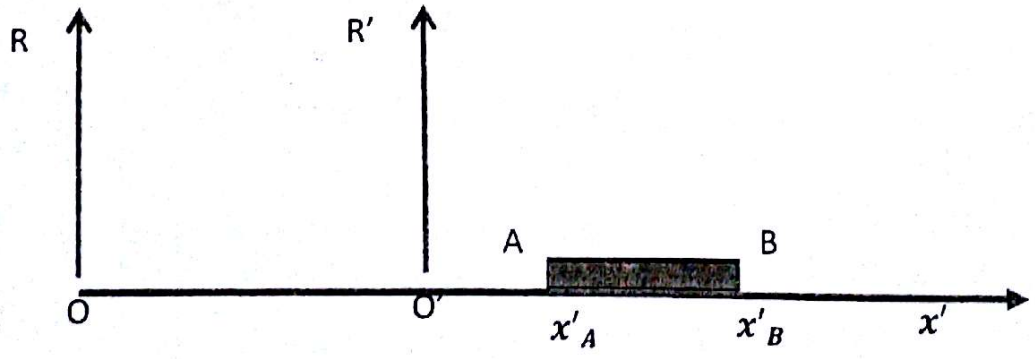
Les 2 évts n'ont pas la même localisation /R'.

b) Simultanéité : **Si les 2 évts se produisent simultanément en deux endroits différents dans R : $t_1 = t_2$ et $x_1 \neq x_2$. Pour un observateur lié à R' :**

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{-v(x_2 - x_1)}{c^2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \neq 0$$

/R' ces 2 évts ne sont plus simultanés.

c) Contraction de la longueur



Considérons une règle fixe dans R' d'une longueur propre $L_0 = x'_B - x'_A$. Pour mesurer la longueur de la règle à partir de R, il faut repérer les points *A* et *B* au même instant :

$$L_0 = x'_B - x'_A = \frac{x_B - x_A - c(t_B - t_A)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{et} \quad t_B = t_A$$

$$\Rightarrow L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{ou} \quad L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < L_0$$

La longueur de la règle est inférieure à sa longueur propre.

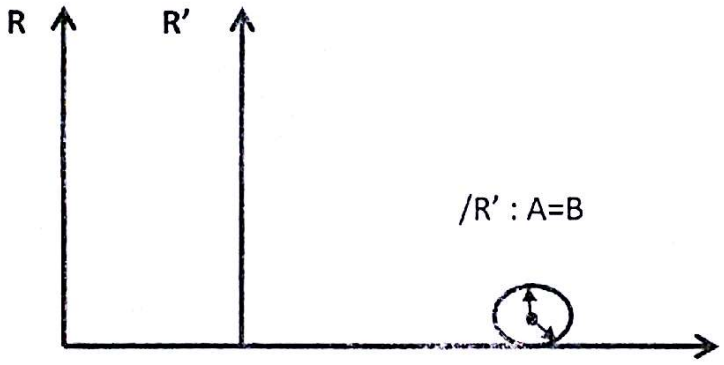
Il y a donc contraction des longueurs dans le sens du mouvement.

d) Dilatation des durées

Une horloge fixe dans R' permet de mesurer la durée Δt_0 entre deux évts qui se produisent au même point $x'_A = x'_B$. Δt_0 est la durée propre $\Delta t_0 = t'_B - t'_A$.

Pour un observateur dans R, la durée entre ces deux évts sera :

$$\Delta t = \frac{(t'_B - t'_A) + \frac{v}{c^2}(x'_A - x'_B)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t_0$$



$\Rightarrow$Le temps dans un réf fixe s'écoule plus rapidement que dans un réf mobile.

Ex1 : Considérons 2 observateurs : A immobile sur terre, et B se déplace avec une vitesse $v = 0.8c$. Si pour B le voyage a duré 3ans, l'observateur A constaté que le départ et l'arrivée de B a duré$\frac{3}{\sqrt{1-0.8^2}} = 5$ans. Cet écart est d'autant plus important si v est proche de c.

Ex2 : Le lepton μ (muon) est une particule instable de durée de vie propre $\tau_0 = 2.2\ 10^{-6}$s. μ se déplace avec une vitesse $v = 0.994c$.

Ces particules sont créées par des chocs de rayons cosmiques avec les hautes couches de l'atmosphère terrestre (10 km de la terre).

En mec classique, ce muon parcourt une distance $d = v\tau_0 = 655$ m $\Rightarrow$Il doit disparaitre avant son arrivée sur terre or on l'observe.

Pour un observateur terrestre $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 9.1\tau_0$

Dans ce cas la distance parcourue : $d = v\tau = 6\ \text{km}$

$\Longrightarrow$Possibilité de les détecter sur terre.

Rq : Paradoxe des jumeaux de Langevin !

Après un voyage aller-retour à une vitesse proche de c, B revient plus « jeune » que A car le temps s'écoule moins vite à bord de la fusée, vu de A. Le demi-tour de B « brise » la symétrie : trajet dans l'espace-temps différent pour A et B.
Le trajet le plus court dans l'espace-temps est effectué avec la durée la plus longue. Invariant entre les deux évènements départ et arrivée : $\Delta S^2 = c^2 \Delta t_A{}^2 - \Delta x_A{}^2 = c^2 \Delta t_B{}^2 - \Delta x_B{}^2$
Or $\Delta x_B > \Delta x_A$ d'où $\Delta t_A > \Delta t_B$

Ecoulement du temps plus lent pour B par rapport à A.

Ex2 : Le lepton μ (muon) est une particule instable de durée de vie propre $\tau_0 = 2.2\ 10^{-6}$s. μ se déplace avec une vitesse $v = 0.994c$.

Ces particules sont créées par des chocs de rayons cosmiques avec les hautes couches de l'atmosphère terrestre (10 km de la terre).

En mec classique, ce muon parcourt une distance $d = v\tau_0 = 655$ m $\Rightarrow$Il doit disparaitre avant son arrivée sur terre or on l'observe.

Pour un observateur terrestre $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 9.1\tau_0$

Dans ce cas la distance parcourue : $d = v\tau = 6$ km

$\Rightarrow$ Possibilité de les détecter sur terre.

II- Notion de quadrivecteur (4-vecteur)

1- Quadrivecteur position

Espace à 3 dimensions, à $M\ (x, y, z) \xrightarrow{\text{on associe}}$ le vecteur position $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

On définit aussi dans l'espace-temps (Univers de Minkowski) :

Pour chaque évt $M(x, y, z, t) \longrightarrow$ 4-vecteur position $\overrightarrow{R}\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = y \\ x_3 = z \\ x_4 = ict \end{cases}$

Ces coordonnées sont prises par rapport à un évt origine.

Notation :

$$\overrightarrow{R} = (\overrightarrow{r}, ix_0)$$

Coordonnées spatiales — Coordonnées temporelles

Pour un repère R' en translation par rapport à R avec une vitesse $\vec{v}$, les équations de TL s'écrivent : en posant $\beta = \frac{v}{c}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\begin{cases} x'_1 = x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma(x_1 + i\beta x_4) \\ x'_2 = y' = y = x_2 \\ x'_3 = z' = z = x_3 \\ x'_4 = ict' = ic\dfrac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{ict - i\dfrac{v}{c}x}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma(x_4 - i\beta x_1) \end{cases}$$

Dans l'espace-temps on peut associer une matrice au TL :

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x \\ x_4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{R'} \quad = \quad (L) \qquad\qquad \vec{R}$$

Pour la transformation réciproque : $\vec{R} = (L^{-1})\ \vec{R'}$

Résultat : **La norme du 4-vect position est invariante par TL :** $\vec{R'^2} = \vec{R}^2$

Définition : **En général on appelle 4-vecteur** $\vec{A}$ **la collection** $(a_1, a_2, a_3, a_4 = ia_0)$ **qui se transforment comme les composantes du 4-vecteur position :**

$$a'_1 = \gamma(a_1 + i\beta a_4)\ ;\ a'_2 = a_2\ ;\ a'_3 = a_3\ ;\ a'_4 = \gamma(a_4 - i\beta a_1)$$

En représentation matricielle : $\vec{A'} = (L)\ \vec{A}$ *et* $\vec{A} = (L^{-1})\ \vec{A'}$

Propriétés :

- **La norme d'un 4-vecteur est invariante dans tout changement de référentiel galiléen et donc invariante par TL :** $\vec{A}^2 = \vec{A'^2}$ = scalaire invariant.
- **Produit scalaire : Soient** $\vec{A} \begin{cases} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ ia_0 \end{cases}$ et $\vec{B} \begin{cases} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ ib_0 \end{cases}$

  Le produit scalaire est défini par la relation :

$$\vec{A}\ \vec{B} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 - a_0b_0$$

Le produit scalaire de deux 4-vecteurs a la propriété d'être invariant dans tout changement de référentiel galiléen.

2- Quadrivecteur vitesse propre (4-vitesse) :

Le 4-vecteur vitesse $\vec{V}$ **caractérise l'évolution instantanée, dans l'univers de Minkowski, du déplacement spatio-temporel d'un événement M quelconque. Il est défini par :**

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt^*} \; ; \; dt^* = \text{temps propre}$$

Soit R^* le repère propre à M, $R^*_{\vec{v}}/R \Longrightarrow$ les coordonnées de $\vec{V}$:

$$\vec{V} = \begin{cases} v_1 = \dfrac{dx_1}{dt^*} = \gamma \dfrac{dx}{dt} = \gamma v_x \\ v_2 = \dfrac{dx_2}{dt^*} = \gamma v_y \\ v_3 = \dfrac{dx_3}{dt^*} = \gamma v_z \\ v_4 = \dfrac{dx_4}{dt^*} = \gamma \dfrac{dict}{dt} = i\gamma c \end{cases}$$

Notation : En regroupant les 3 composantes spatiales : $\vec{V} = (\gamma\vec{v}, i\gamma c)$

Norme du 4-vect vitesse :

$$\vec{V}^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 = \gamma^2\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - c^2\right) = \frac{v^2 - c^2}{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} = -c^2$$

$$\vec{V}^2 = -c^2$$

Rq : Le 4-vitesse se transforme comme tout 4-vecteur à l'aide de la matrice de Lorentz : $\vec{V}' = (L)\vec{V}$

3- Quadrivecteur Impulsion-Energie

Postulat du principe fondamental de la dynamique :

Les variations du vecteur impulsion $d\vec{p}$ et de l'énergie relativiste dE d'un point matériel soumis à une force $\vec{F}$ pendant le temps dt du référentiel R sont égales à :

$$d\vec{p} = \vec{F}\, dt$$
$$dE = (\vec{F}.\vec{v})dt = \vec{F}.d\vec{r}$$

$\vec{r}$ est le vecteur position du point matériel.

$\Longrightarrow$

$dE = \dfrac{d\vec{p}}{dt} d\vec{r} \Longrightarrow d\vec{p}.d\vec{r} - dE\, dt = 0$

qui peut s'écrire aussi : $d\vec{p}.d\vec{r} + \left(i\frac{dE}{c}\right)(ic\, dt) = 0$ constituant la différentielle du vecteur position $d\vec{R} = (d\vec{r}, icdt)$

$\Longrightarrow d\vec{p} = (d\vec{p}, i\frac{dE}{c})$ est un quadrivecteur puisque le produit scalaire est invariant $d\vec{P}.d\vec{R} = 0$.

Donc $\vec{P}$ et $i\frac{E}{c}$ forment le quadrivecteur impulsion-énergie de la particule : $\vec{P} = (\vec{p}, i\frac{E}{c})$ et $\vec{P}' = (L)\vec{P}$

4- Relations entre $E, \vec{p}, m, \vec{v}$:

Soit R* : repère propre d'une particule de masse non nulle $(\vec{p}^* = \vec{0}\; ;\; E^* = m_0c^2)$.

Les TL entre R et R* du quadrivecteur impulsion $\vec{P}$.

$$\begin{cases} p_x = \gamma\left(p_x^* + \beta\dfrac{E^*}{c}\right) = \dfrac{\gamma\beta}{c}E^* \\ p_y = p_y^* = 0 \\ p_z = p_z^* = 0 \\ \dfrac{E}{c} = \gamma\left(\dfrac{E^*}{c} + \beta p_x^*\right) = \dfrac{\gamma}{c}E^* \end{cases}$$

On a : Le vecteur impulsion $\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$

L'énergie relativiste $E = \gamma m_0 c^2$

Puisque $\vec{P} = (\vec{p}, i\frac{E}{c})$ **et le 4-vitesse** $\vec{V} = (\gamma\vec{v}, i\gamma c)$

$$\Longrightarrow \vec{P} = m_0\vec{V}$$

✓ **Relation entre** $\vec{p}, E$ **: Comme** $\vec{V}^2 = -c^2 \Longrightarrow \vec{P}^2 = -{m_0}^2\, c^2$

$$\Longrightarrow \vec{p}^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m_0^2c^2 \Longrightarrow E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

✓ **Relation entre** $\vec{v}, \vec{p}, E$ **:** $\vec{v} = \frac{c^2\vec{p}}{E}$

Exercice : Une particule libre relativiste de masse au repos m_0**, est animée d'une vitesse** v**. Soient** p **sa quantité de mouvement,** T **son énergie cinétique, montrer la relation suivante :**

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T + 2m_0c^2)}$$ **(relation entre** p **et** T**)**

SMP6

Chapitre 2 : STRUCTURE DU NOYAU ATOMIQUE

Introduction

✓ Noyau atomique : ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}_{N}$ est constitué de Z protons (lui donnant la charge $Z|e|$) et de N neutrons. $A = N+Z$ est le nombre de nucléons.

✓ 3179 isotopes radioactifs (naturel ou artificiel) ont pu être identifiés dont 275 isotopes stables.

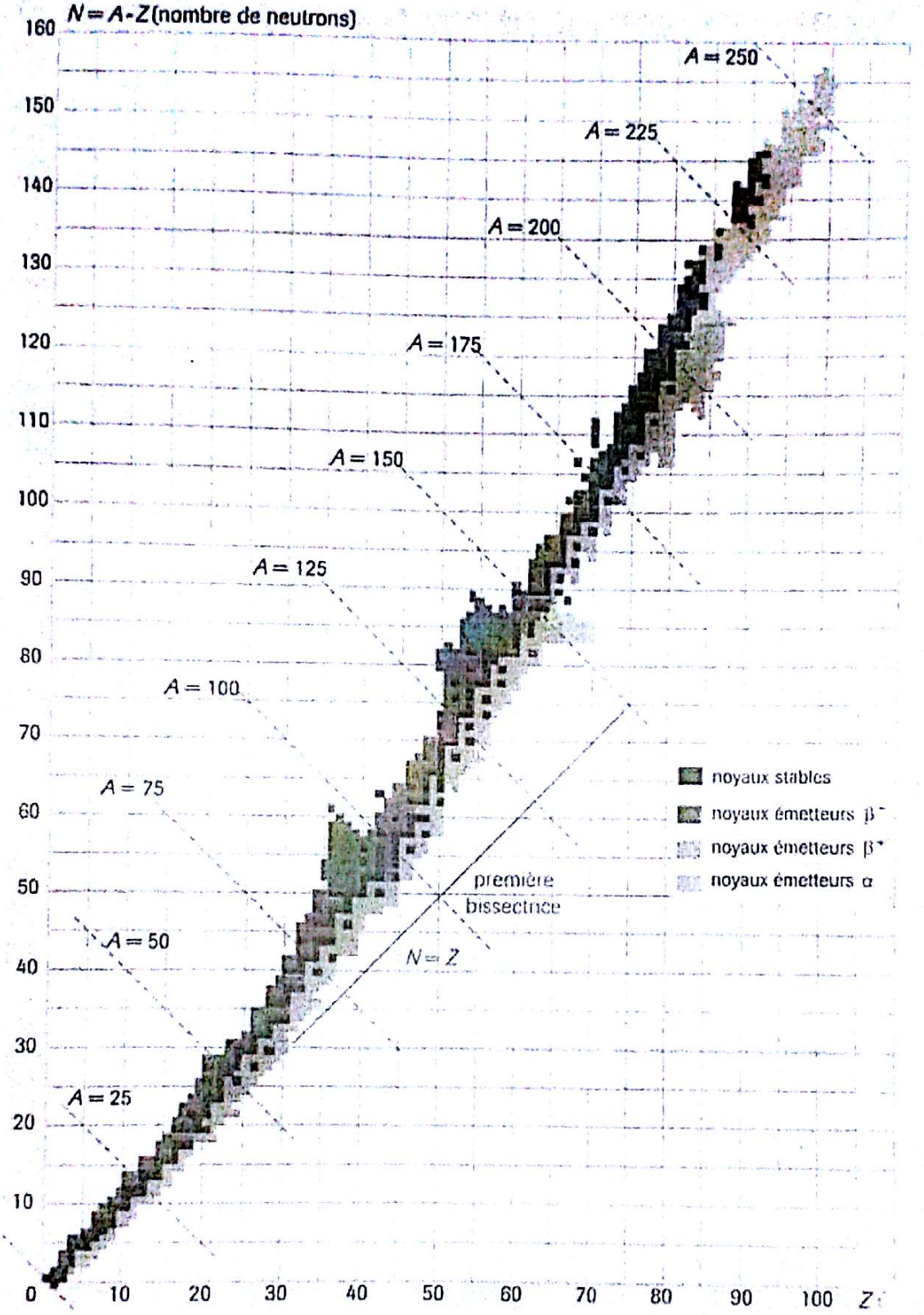


Figure : Distribution des isotopes dans le plan (*N*, *Z*), les isotopes stables sont marqués en couleur noire

Isotopes = Noyaux de même *Z*. *Ex :* ${}^{8}_{6}C$, ${}^{9}_{6}C$, ${}^{10}_{6}C$,.. ${}^{12}_{6}C$ ..... ${}^{22}_{6}C$

Isobares = Noyaux de même *A*; Ex : ${}^{8}_{2}He$, ${}^{8}_{3}Li$, ${}^{8}_{4}Be$, ${}^{8}_{5}B$, ${}^{8}_{6}C$

Isotones =Noyaux de même N ; Ex : $^{14}_{6}C_8$ et $^{16}_{8}O_8$

II- Énergies mises en jeu dans le noyau

1- L'équivalent énergétique de la masse

✓ La masse et l'énergie sont reliées par la relation d'Einstein (1905) : $E = m\,c^2$, c=3 10^8m/s est la vitesse de la lumière dans le vide

✓ L'unité de l'énergie est l'électron volt et ses multiples. 1 eV est l'énergie acquise par un électron soumis à une ddp de 1 volt : 1 eV = 1.602 10^{-19} J.

✓ en φv, l'unité de la masse atomique (uma) est le 1/12 de la masse d'un atome de carbone ^{12}C, auquel est attribué par définition 12.000 grammes comme valeur de l'atome-gramme.

$\Longrightarrow$1uma=1.661 10^{-27}kg

✓ L'énergie correspondante : 1uma c^2=931.5MeV

L'énergie contenue :

dans 1 neutron= $m_n c^2$=939,6 MeV

dans 1 proton= $m_p c^2$=938,3 MeV

dans un électron=$m_0 c^2$=0.511 MeV

2- Énergie de liaison nucléaire B

a) Les interactions fondamentales qui existent dans la nature

✓ *L'interaction forte entre nucléon-nucléon (portée~1fm)*

✓ *L'interaction faible transforme p en n ou n en p (~10^{-3}fm ; Intensité~10^{-4})*

✓ *L'interaction électromagnétique (~∞ ; Intensité~10^{-2})*

✓ *L'interaction gravitationnelle (~∞ ; Intensité~10^{-38})*

b) Énergie de liaison

✓ C'est l'énergie à fournir pour briser le noyau en ses constituants. Pour un noyau $^{A}_{Z}X$ de masse M :

$$M(A, Z)\,c^2 = (A-Z)\,m_n\,c^2 + Z m_p\,c^2 - B(A, Z)\ ;$$

La masse d'un noyau stable est < à la masse de ses constituants $\Longrightarrow$ B>0 pour système liée

✓ B est déterminée à partir de la masse atomique M_a qui se mesure par des méthodes de spectroscopie de masse.

$$M_a(A, Z)\,c^2 = (A-Z)m_n\,c^2 + Z M_a(H)\,c^2 - B(A, Z)$$

✓ Pour des raisons pratiques, on utilise souvent l'excès de masse δ défini par la relation :

$$\delta\ (A, Z) = M_a\ (A, Z) - A\times \text{uma}$$
$$\Longrightarrow\ B\ (A, Z) = Z\delta\,(H) + (A\text{-}Z)\ \delta_n - \delta(A, Z)$$

Avec $\delta(H)$ = 7.289 MeV et δ_n = 8.071 MeV

c)Energie de liaison moyenne B_m

B_m=B/A renseigne sur le degré de cohésion dans le noyau

Etude systématique des noyaux naturels:

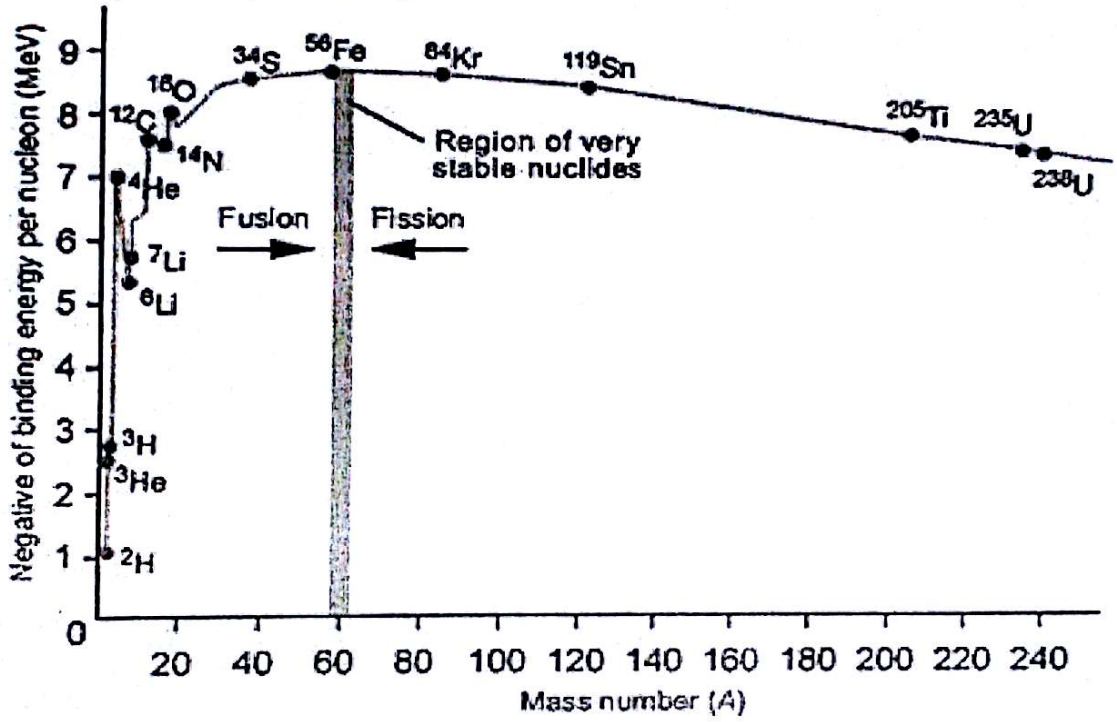


Figure : Variation de l'énergie de liaison moyenne en fonction de *A*

- B_m augmente jusqu'à A = 56
- Puis ≡ constant (~8MeV) due à la saturation de l'interaction forte (de courte portée).
- Puis B_m décroit (répulsion colombienne)
- *B_m est faible pour les noyaux légers donc l'énergie peut être libérée par fusion des noyaux légers.*
- B_m est faible pour les noyaux lourds donc l'énergie peut être libérée par fission d'un noyau lourd.

III- Modèle de la goutte liquide (Formule de Bethe et Von Weizsäcker, 1935)

Suppose que:

- ✓ Le noyau est assimilé à une goutte liquide incompressible chargée uniformément positive.
- ✓ Chacun de ses constituants n'interagit qu'avec ses proches voisins
- ✓ L'interaction forte entre les nucléons est constante.

➢ Formule de Bethe & Weizsacker :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm E_{app}$$

(Une formule semi-empirique)

a_V : *terme de volume (énergie volumique due à l'interaction forte).* Identique pour tout noyau

a_S : *perte d'énergie pour les nucléons près de la surface*

a_C : *répulsion électrostatique entre protons*

a_a : asymétrie

$$E_{app} = \begin{cases} +\delta & \text{pour les noyaux pair-pair} \\ 0 & \text{pour les noyaux impairs} \\ -\delta & \text{pour les noyaux impair-impair} \end{cases}$$

$\delta = 12\, A^{-1/2}$ (MeV)

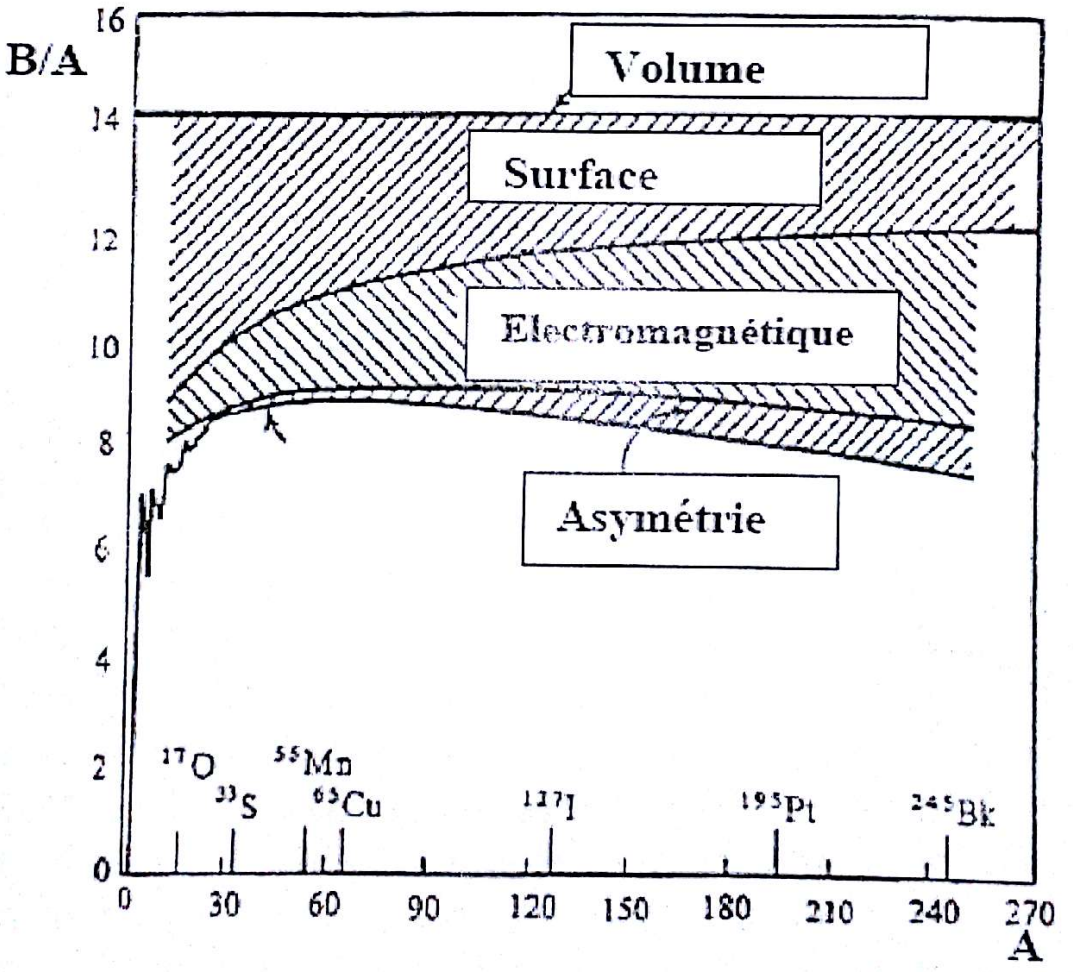


Figure : Contribution des différents effets dans l'énergie de liaison.

Conclusion sur ce modèle :

Permet de prévoir:

- ✓ L'Énergie de liaison, la masse et le rayon
- ✓ Le mode et les produits de désintégration
- ✓ La fission nucléaire

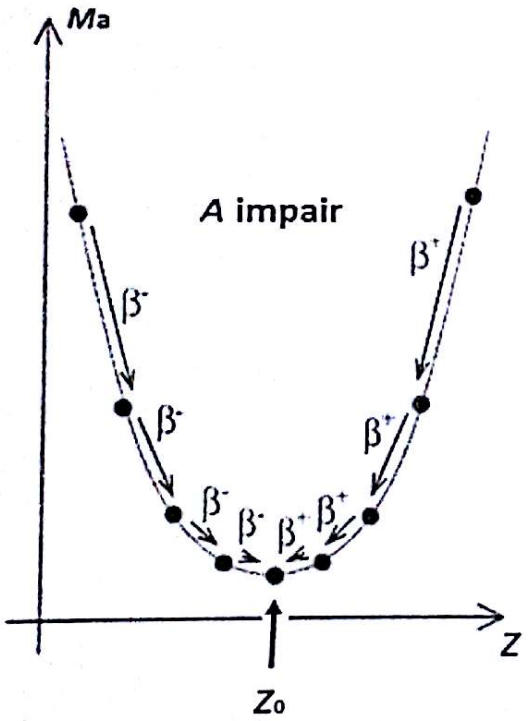
IV-Applications élémentaires : Paraboles de stabilité

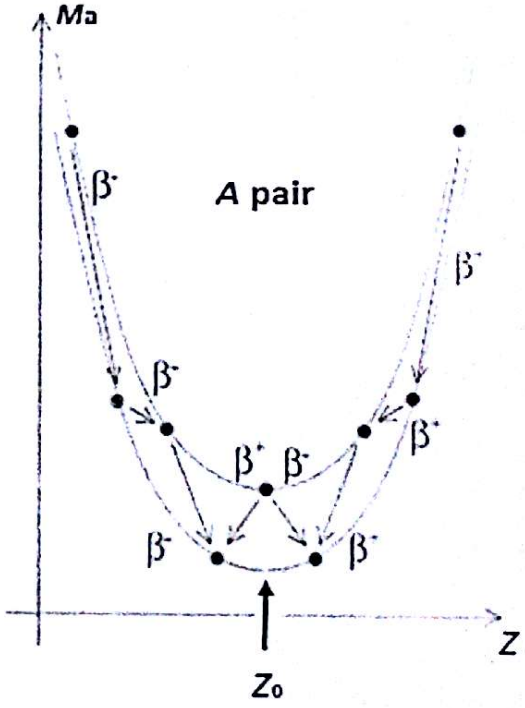
Etudier la stabilité nucléaire dans une chaine isobarique (A=Constante)

Masse atomique : $M_a(A,Z)c^2 = \alpha Z^2 + \beta Z + \gamma \pm \delta$

$\alpha = 4a_a/A + a_c A^{-1/3} > 0$; $\beta = (M_a(H) - m_n)\,c^2 - 4a_a$; $\gamma = (m_n c^2 - a_v + a_a)A + a_s A^{2/3}$

- ✓ Pour A impair ($\delta=0$) $\Longrightarrow$ une parabole
- ✓ Pour A pair ($+\delta$ ou $-\delta$) $\Longrightarrow$ deux paraboles





L'isobare le plus stable est obtenu lorsque :

$$\left(\frac{\partial M_a}{\partial Z}\right)_{A=cte} = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_0 = \frac{-\beta}{2\alpha}$$

V- Modes de désintégration

Un noyau instable (radioactif) se transforme spontanément en noyau plus stable (se désintègre) en émettant un rayonnement β, β^+, α, γ.

1- Transitions isobariques

Par émission de β, β^+ ou par capture d'un é (CE).

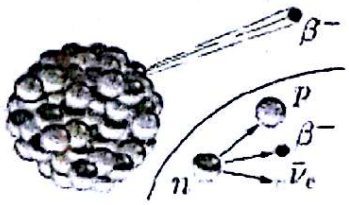
Se font entre isobares (sans changement de A).

Origine : L'interaction faible (Théorie de Fermi 1934)

➢ Désintégration β : noyaux ayant un excès de neutrons

Emission d'un électron par interaction faible :

$$^1_0n \longrightarrow {}^1_1p + \beta^- + \bar{\nu}$$
$$^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z+1}Y + \beta^- + \bar{\nu}$$



Antineutrino : $m_{\bar{\nu}}c^2 \lesssim 2eV \rightarrow 0$ particule n'interagit pas

β a les mêmes propriétés que l'électron.

β et ν particules légères s'éjectent en dehors du noyau.

Energie de désintégration :

$$Q_\beta = M_X c^2 - M_Y c^2 - m_0 c^2 - m_{\bar{\nu}} c^2 = T_Y + T_\beta + T_\nu = T_{\beta max} > 0$$

$$Q_\beta = M_a(X)c^2 - M_a(Y)c^2 > 0$$

Q_β est libérée sous forme d'énergie cinétique des produits.

➢ Désintégration β^+ :

Emission d'un positron par interaction faible :

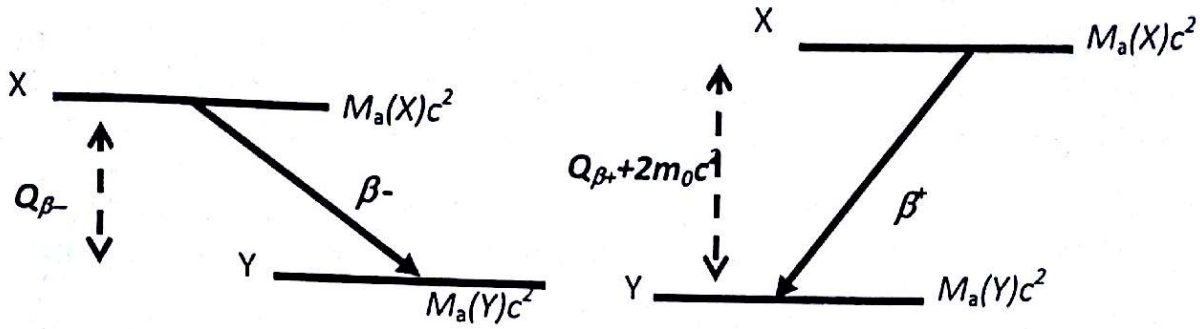
$$^1_1p \longrightarrow {}^1_0n + \beta^+ + \nu$$
$$^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z-1}Y + \beta^+ + \nu$$

Energie de désintégration :

$$Q_\beta = M_X c^2 - M_Y c^2 - m_0 c^2 - m_\nu c^2 = T_Y + T_\beta + T_\nu = T_{\beta max} > 0$$

$$Q_\beta = M_a(X)c^2 - M_a(Y)c^2 - 2m_0c^2 > 0 \ (2m_0c^2 = 1.02 \text{ MeV})$$

Schémas de désintégration :



➢ La capture électronique (CE) :

Un proton interagit avec un é ∈ couches profondes :

$${}^1_1p + é \longrightarrow {}^1_0n + \nu \Longrightarrow {}^A_ZX + é \longrightarrow {}^A_{Z-1}Y + \nu$$

Energie de désintégration :

$$Q_{CE} = M_X c^2 + m_0 c^2 - M_Y c^2 - m_\nu c^2 = T_Y + T_\nu > 0$$

$$Q_{CE} = M_a(X)c^2 - M_a(Y)c^2 > 0 \text{ condition de désintégration}$$

✓ CE et β+ sont en compétition :

Si $0 < M_a(X)c^2 - M_a(Y)c^2 < 1.02$ CE seule

Si $M_a(X)c^2 - M_a(Y)c^2 \geq 1.02$ CE avec β+

✓ CE est suivie par : Emission d'un photon X ou d'un é Auger(effet photoélectrique de X sur é).

➢ Spectre d'énergie β:

$T_{\beta max} = T_\beta + T_\nu = Q_\beta$ L'énergie libérée est partagée entre les deux particules :

$\Longrightarrow$ Spectre d'énergie continu

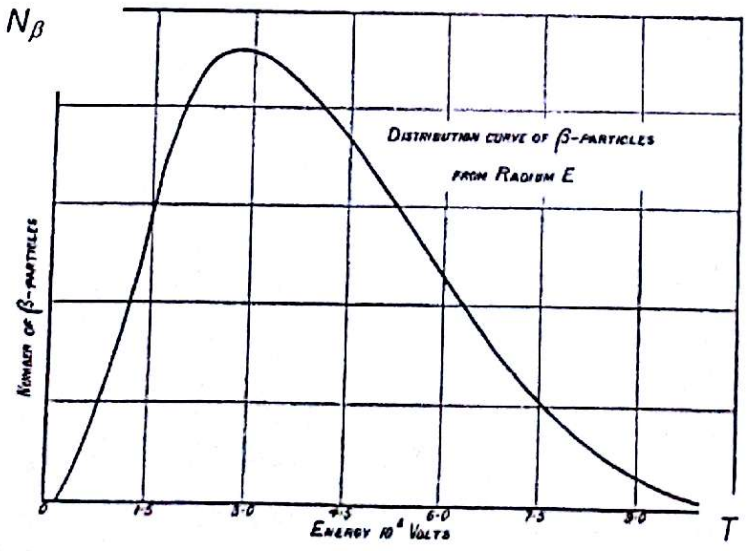


Figure : Spectre d'énergie continu de β

Remarques :

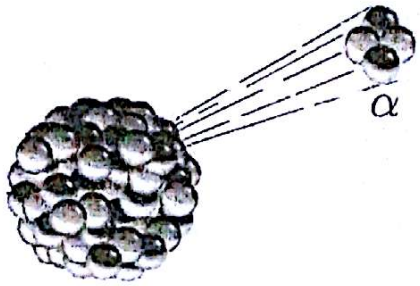
- ✓ T_β est calculée à partir des lois de conservation de l'énergie totale et de la quantité de mouvement (voir TD).
- ✓ T_β est mesurée à partir du nombre d'ionisations que crée β sur un détecteur.

2- Désintégration alpha

C'est l'émission par un noyau d'une particule α (≡He^{++})

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}\alpha$$

Ex : $^{226}_{88}Ra \longrightarrow ^{222}_{86}Rn + \alpha$



*a)*Energie de désintégration :

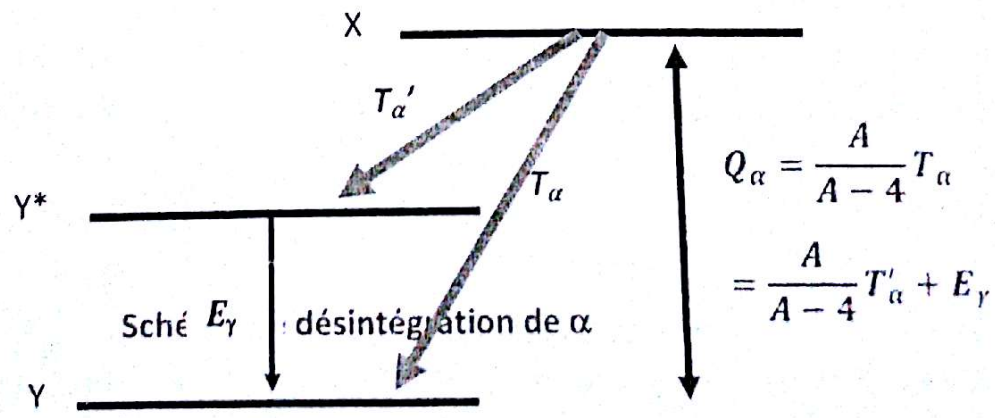
$Q_\alpha = M(A, Z)c^2 - [M(A-4, Z-2) + M(He)]c^2 = B(A-4, Z-2) + B(He) - B(A, Z) > 0$

Energie partagée entre α, Y et l'énergie d'excitation de Y.

Bilan énergétique : $Q_\alpha = T_\alpha + T_Y$ et $\overrightarrow{P_Y} + \overrightarrow{P_\alpha} = \overrightarrow{0} \Longrightarrow$

$$T_\alpha = \frac{M_Y}{M_\alpha + M_Y} Q_\alpha \approx \frac{A-4}{A} Q_\alpha = \left(1 - \frac{4}{A}\right) Q_\alpha$$

- ✓ Désintégration à deux corps ⟹ Le spectre d'énergie de α est un spectre de raies
- ✓ Plusieurs valeurs de T_α correspondants aux transitions vers l'état fondamental et des états excités.



b) Systématique de la désintégration α

Comparaison avec le modèle de la goutte liquide :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}\alpha$$

$$Q_\alpha = B_\alpha + B(A-4, Z-2) - B(A,Z) \; ; B_\alpha = 28.3 \text{ MeV}$$

Avec : $B(A,Z) \simeq a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm E_{app}$

Approximation :

$$B(A-4, Z-2) - B(A,Z) = B(A + dA, Z + dZ) - B(A,Z)$$

$$= \frac{\partial B}{\partial A} dA + \frac{\partial B}{\partial Z} dZ = \frac{\partial B}{\partial A}(-4) + \frac{\partial B}{\partial Z}(-2)$$

D'où :

$$Q_\alpha = 28.3 - 4a_v + \frac{8}{3} a_s \frac{1}{A^{\frac{1}{3}}} + 4a_c \frac{Z}{A^{\frac{1}{3}}}\left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_a \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2$$

(La variation de E_{app} étant négligeable)

➢ Q_α **est toujours** > 0 **pour** $A > 150 \implies$

L'émission α apparait chez les noyaux lourds.

➢ $\left(\frac{\partial Q_\alpha}{\partial A}\right)_Z < 0 \implies Q_\alpha \searrow$ **quand** $A \nearrow \implies$

Dans une chaine isotopique, l'adjonction d'un neutron tend à stabiliser le noyau.

c) Théorie de l'émission α (Gamow)

L'émission α ne peut être expliquée que dans le cadre de la mécanique quantique :

À l'intérieur du noyau α est soumise au potentielle nucléaire attractif (~10 MeV). À l'extérieur, α est soumise au seul potentiel coulombien répulsif.

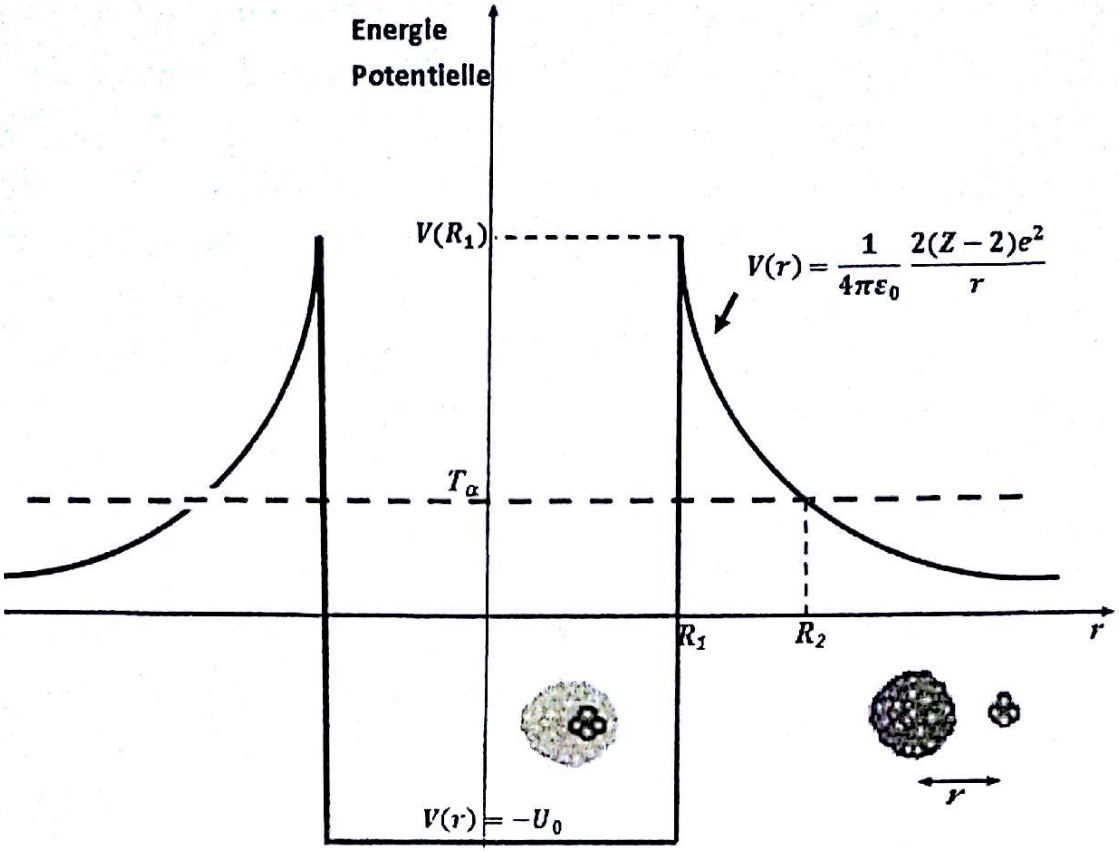


Figure : Variation de l'énergie potentielle du système α-noyau résiduel, en fonction des distances séparant les centres.

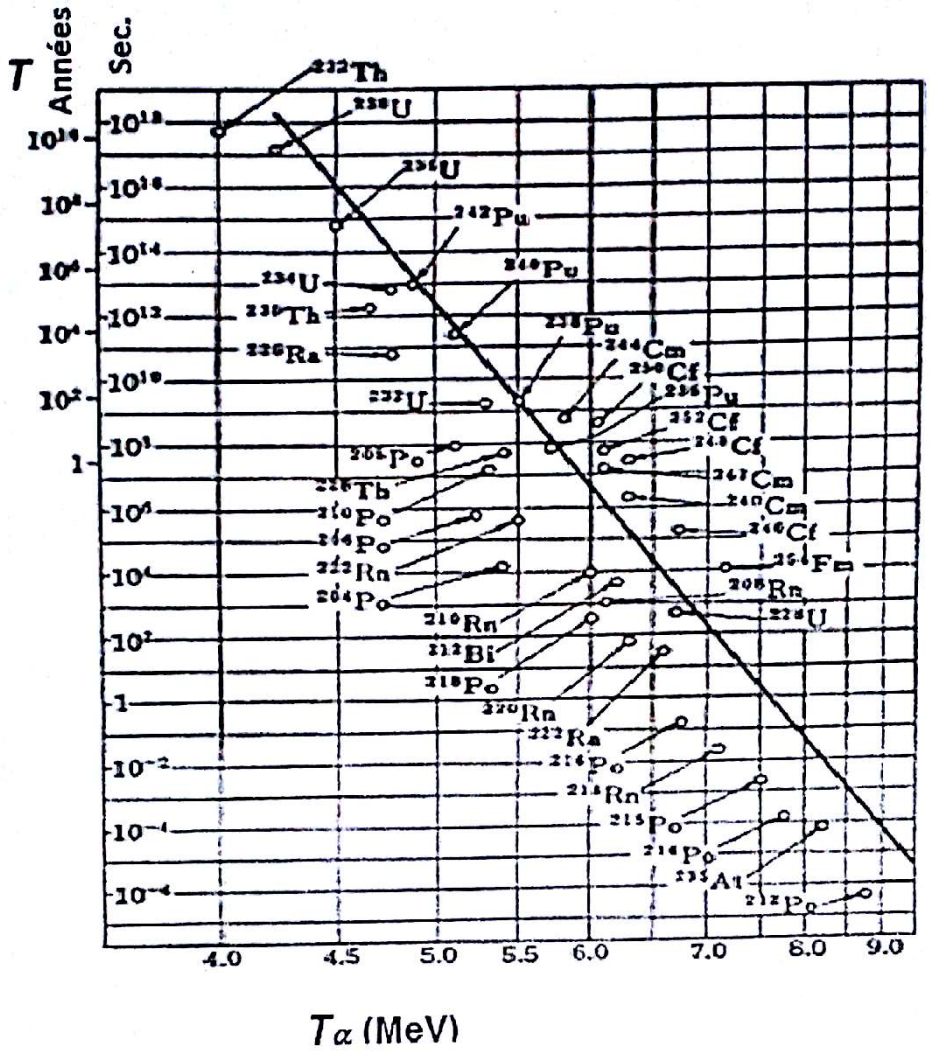
Comme $T_\alpha < V(R_1)$ barrière coulombienne du noyau :

Possibilité de Franchir la barrière par effet tunnel.

➢ **L'effet tunnel explique aussi l'observation expérimentale que la durée de vie T du noyau émetteur et l'énergie T_α sont fortement liées :**

$$\ln T = a + \frac{b}{\sqrt{T_\alpha}}$$ **(Loi de Geiger et Nuttall)**

Les émetteurs α de courte durée de vie émettent des α les plus énergétiques et réciproquement. La variation T est très rapide pour de petites variations de l'énergie T_α.



3- Emission Gamma (γ)

C'est un processus de désexcitation du noyau, excité par exemple à la suite d'une désintégration.

$$X^* \longrightarrow X + \gamma$$

Bilan énergétique de la transition :

$$M_{X^*}\, c^2 = M_X c^2 + T_r + E_\gamma \text{ ou bien } Q_{ex} = T_r + E_\gamma$$

$E_\gamma = h\nu$ **est l'énergie du photon.**

On montre qu'à partir des lois de conservation :

$$E_\gamma = -M_X c^2 + \sqrt{M_X^2 c^4 + 2M_X c^2 Q_{ex}} = Q_{ex} - \frac{1}{2}\frac{Q_{ex}^2}{M_X c^2} \approx Q_{ex}$$

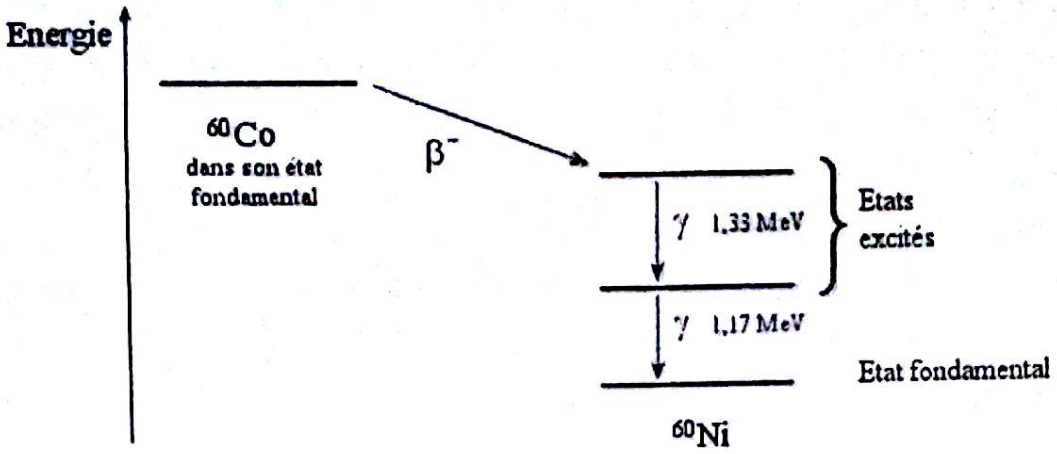


Figure : Emission de deux photons gamma à la suite de la désintégration du cobalt 60 vers le noyau de nickel 60

Le spectre d'énergie γ est un spectre de raies.

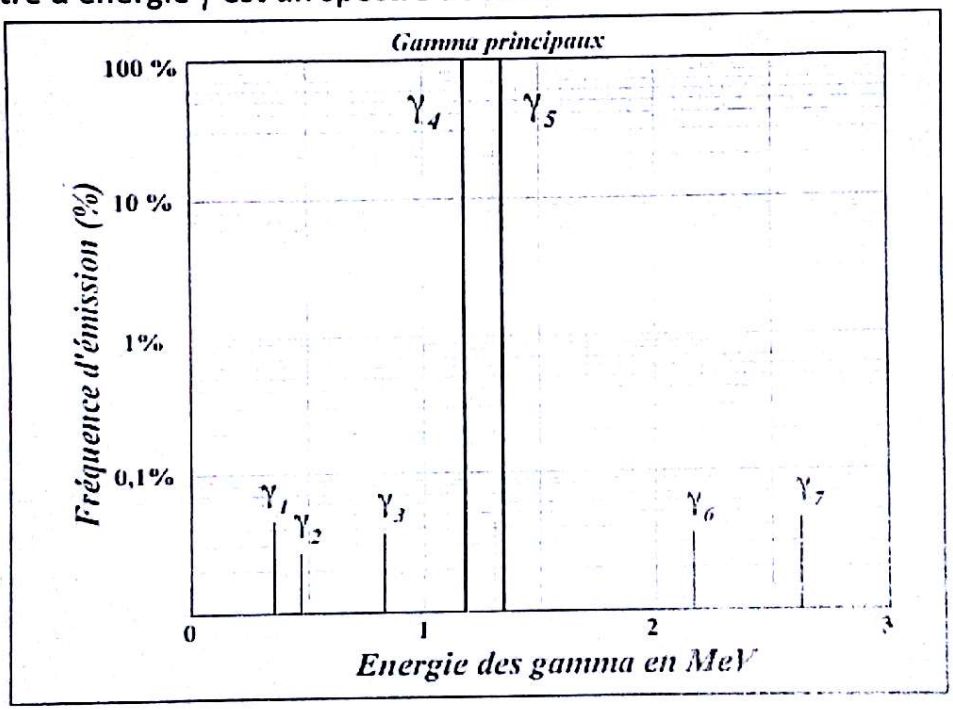


Figure : Spectre gamma du cobalt 60

Chapitre 3
RADIOACTIVITÉ ET APPLICATIONS

I- Lois de la décroissance radioactive

Déterminent l'évolution d'une population de noyaux.

Hypothèse :

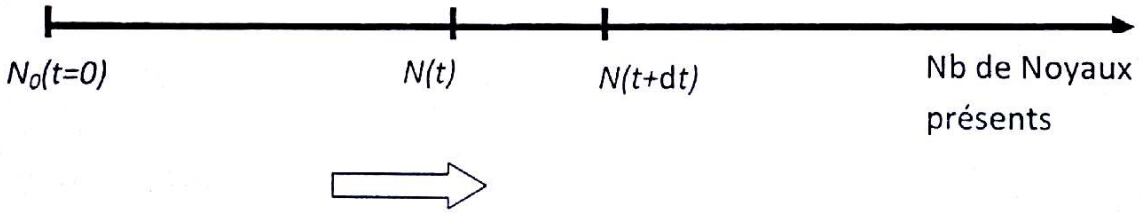
La désintégration est un processus aléatoire (dû à la nature probabiliste des effets quantiques).

1- *Cas d'une désintégration simple*

Étude : Considérons une substance radioactive contenant à l'instant t, $N(t)$ noyaux de A.

Soit λ la probabilité de désintégration du noyau par unité de temps Le nombre de désintégrations entre t et $t+dt$ est $\lambda N(t)dt$, c'est-à-dire :

$$N(t+dt) - N(t) = -\lambda N(t)dt \text{ ou } dN/dt = -\lambda N$$



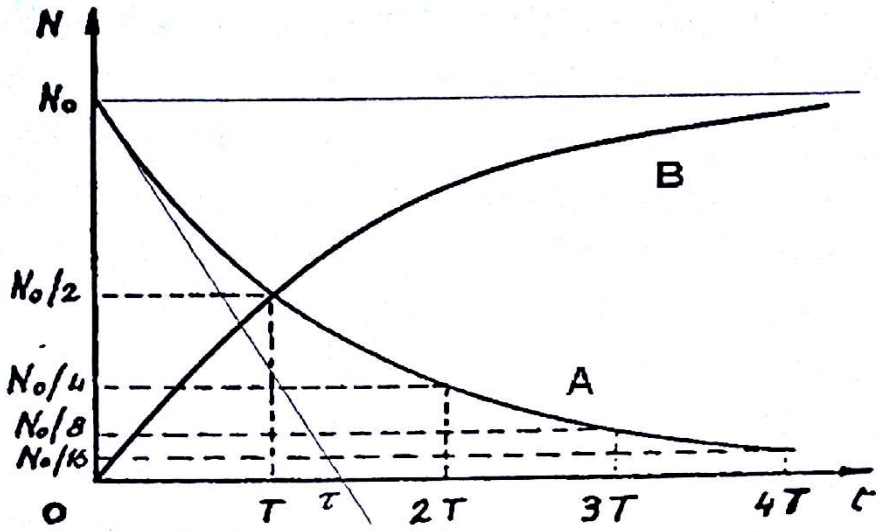


Figure : Décroissance radioactive en fonction du temps

La suit une loi exponentielle : $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_A$

Et $N_B = N_0 - N_A = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

λ est une constante qui caractérise l'espèce donnée (s^{-1}).

Loi statistique qui donne une valeur moyenne de *N* qui est la valeur la plus probable du nombre de noyaux présents instant *t*.

2- Durée de Vie moyenne d'un noyau τ

C'est le temps moyen de survie d'un noyau :

$\lambda N(t)dt$ = noyaux qui vont se désintégrer dans dt Chacun de ces noyaux a une durée de vie égale à *t*

Leur durée de vie cumulée est $t\lambda N(t)dt = t\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$

La durée de vie de tous les noyaux est donc :

$$\int_0^\infty \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \frac{N_0}{\lambda} \qquad \tau = \frac{1}{\lambda}$$

Interprétation : pour $t=\tau$ $N=N_0/e$

3- Demi-vie (ou période)

C'est le temps au bout duquel le nombre de noyaux présents est réduit de moitié :

À $t=T$ $N=N_0/2=N_0e^{-\lambda T}$ $\qquad T = \ln 2/\lambda$

Remarques :

✓ Pour un noyau isolé, la période est la durée à l'issue de laquelle le noyau a une chance sur deux de se désintégrer.

✓ Au bout de 10*T* les noyaux sont pratiquement tous désintégrés.

4- Activité d'une source radioactive

C'est le nombre de désintégrations qui se produisent par seconde : $A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

Unité usuelle : 1 Becquerel (Bq) = 1 des/sec

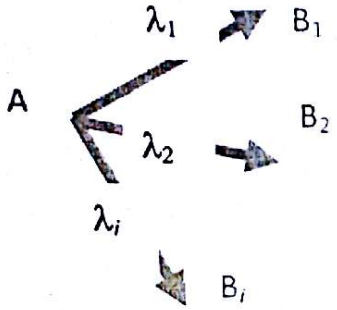
Autre unité : 1 Curie (Ci) = 3.7 10^{10} des/sec

Ci est une activité très intense : sources utilisées sont de qq μCi.

C'est l'activité *A* et non *N* qu'on mesure en fonction du temps.

5- Désintégration composé (ou en embranchement)

Certains noyaux peuvent avoir plusieurs modes de désintégration ($\alpha, \beta, ...$)



À chaque mode correspond λ_i *dite* constante de désintégration partielle.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\sum_i \lambda_i N \Longrightarrow \lambda = \sum_i \lambda_i$$

L'activité totale : $A(t) = \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

L'activité partielle : $A_i(t) = \lambda_i N(t) = \frac{\lambda_i}{\lambda} A(t) = k_i A(t)$

$k_i = \frac{\lambda_i}{\lambda}$ est le rapport d'embranchement (s'exprime en %)

Remarque : A_i décroit en $e^{-\lambda t}$ et non en $e^{-\lambda_i t}$!!

6- Désintégration en chaîne (filiation)

a) Filiation à 3 corps

Le produit B est lui-même radioactif

À *t=0* : N_{10} 0 0

L'évolution des populations est régit par des ED :

À *t* : N_1 N_2 N_3

$\frac{dN_2}{dt} = +\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$ accroissement provenant de la de A et d'une diminution par de B

$$\frac{dN_3}{dt} = +\lambda_2 N_2$$

Solutions :

- $N_1 = N_{10}e^{-\lambda_1 t} \quad \Longrightarrow \quad A_1 = \lambda_1 N_1 = A_{10}e^{-\lambda_1 t}$
- $N_2 = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right); \Longrightarrow \quad A_2 = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{10}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$
- $N_3 = N_{10} - N_1 - N_2$

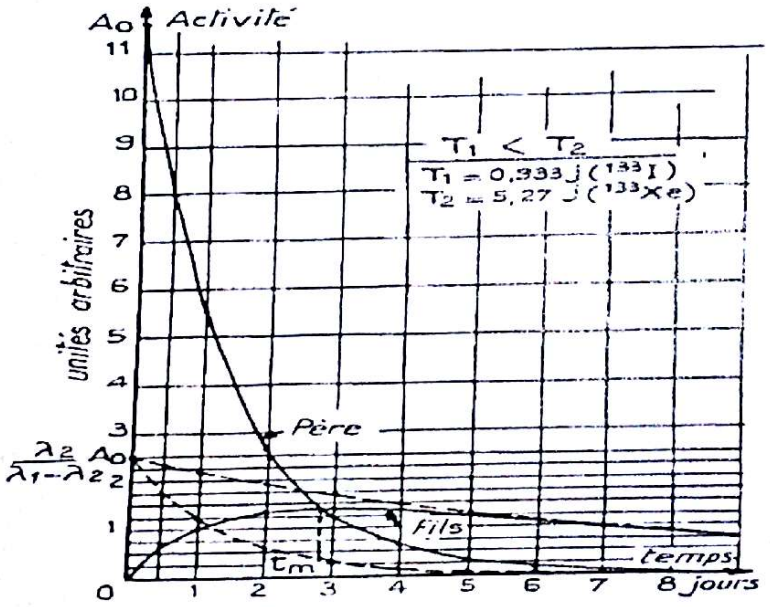
-L'activité de B est maximale à l'instant $t_m = \frac{\ln \lambda_2/\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$, lorsque les deux activités de A et B sont égales.

-L'allure des courbes dépend des périodes :

Deux cas sont à distinguer :

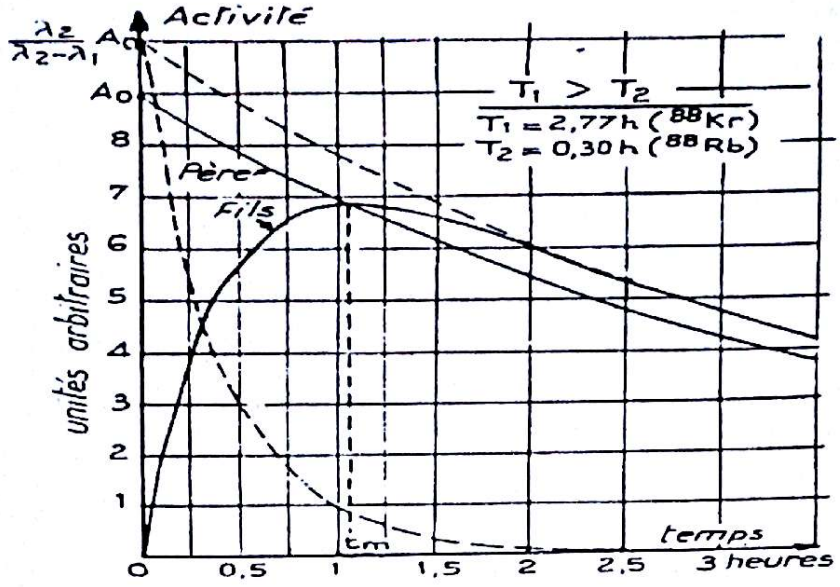
→ Si $T_1 < T_2$ ($\lambda_1 > \lambda_2$) : Au bout d'un certain temps (>10 T_1), il n'y a plus pratiquement de substance A, comme si le père n'avait jamais existé; seul B avec une activité initiale A_{20}:

$$A_2 \approx \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_{10}e^{-\lambda_2 t} \approx A_{20}e^{-\lambda_2 t}$$



→ Si $T_1 > T_2$ ($\lambda_1 < \lambda_2$) : Au bout d'un certain temps, le second terme de A_2 devient négligeable devant le premier et on aura :

$$A_2 \approx \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_0 e^{-\lambda_1 t} \Longrightarrow \frac{A_2}{A_1} \approx \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > 1$$



L'activité du fils reste en rapport constant avec celle du père : c'est l'équilibre de régime ou transitoire.

b) Cas général : filiation à *n* corps

C'est une filiation radioactive longue. Exemple :

$^{228}Ra \longrightarrow {}^{228}Ac \longrightarrow {}^{228}Th \longrightarrow {}^{224}Ra \longrightarrow {}^{220}Rn \longrightarrow \ldots {}^{208}Pb$(stable)

6.7ans 6h 1.9an 3.6j 55s

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} = +\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{dN_{n-1}}{dt} = +\lambda_{n-2} N_{n-2} - \lambda_{n-1} N_{n-1} \\ \frac{dN_n}{dt} = +\lambda_{n-1} N_{n-1} \end{cases}$$

$$A_i = \lambda_i N_i = \sum_{j=1}^{i} a_j e^{-\lambda_j t}$$

avec a_j fonction des λ_j.

- ✓ **Le problème est simplifié en considérant des approximations.**
- ✓ **Il existe des méthodes numériques pour résoudre ce SED comme la méthode de Runge-Kutta (Cf cours d'analyse numérique).**

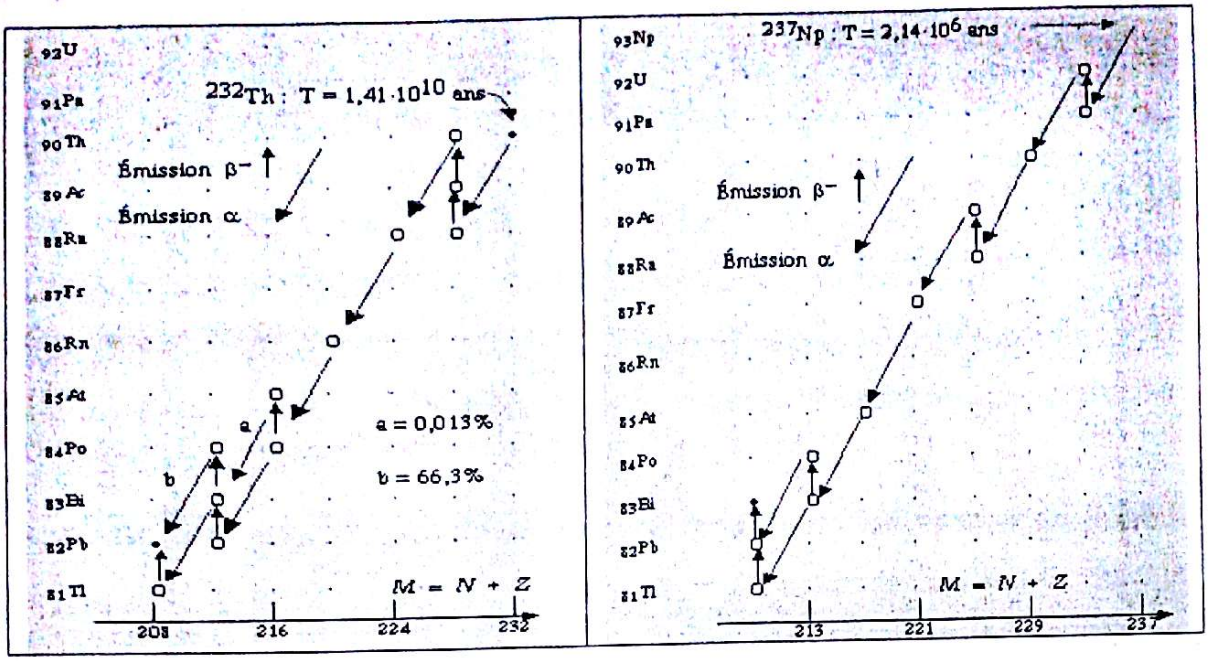
II- La radioactivité naturelle

Elle provient des noyaux radioactifs qui existent dans la nature. On distingue essentiellement :

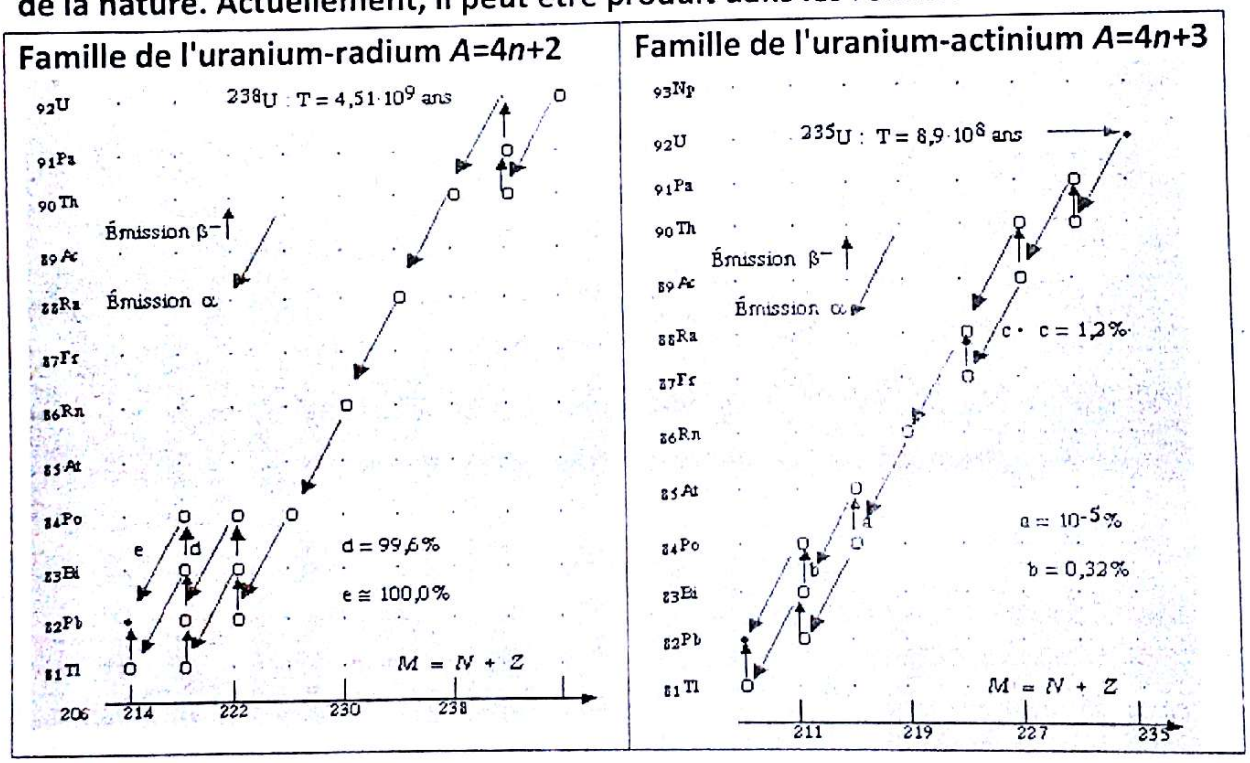
1- Les familles radioactives :

Le noyau précurseur est de très grande période, proche à l'âge de l'univers. Il existe 4 familles radioactives. Elles aboutissent toutes à des isotopes stables du plomb. On peut les classer selon leur nombre de masse *A* :

Famille de thorium $A = 4n$	Famille de neptunium $A=4n+1$



Vu la période du neptunium relativement courte, il a complètement disparu de la nature. Actuellement, il peut être produit dans les réacteurs nucléaires.



Remarque : Toutes les désintégrations se font par émission β^- ou α.

2-Il existe des noyaux plus légers de très grande période mais ne donnent pas de série radioactive : rhénium ^{187}Re ($4.1\ 10^{10}$ans) ; lutétium ^{167}Lu ($3.9\ 10^{10}$ans) ; rubidium ^{87}Rb ($4.9\ 10^{10}$ ans) ; potassium ^{40}K ($1.3\ 10^{9}$ ans).

3- Certains noyaux ont des périodes relativement courtes mais existent toujours dans la nature suite aux interactions des rayons cosmiques avec l'atmosphère. Citons par exemple : ^{14}C (5730 ans) ; ^{3}H (12.3 ans) ; ^{22}Na (2.6 ans).

✓ **Ordres de grandeur de la radioactivité naturelle moyenne de quelques produits courants :**

Eau de pluie	0.5 becquerel par litre
Eau de mer	10 becquerels par litre
Terre	900 becquerels par kilogramme (quelques centaines à quelques milliers selon qu'il s'agit d'un sol sédimentaire ou granitique)
Pommes de terre	150 becquerels par kilogramme
Lait	40 becquerels par litre
Viande ou poisson	100 becquerels par kilogramme
(L'organisme humain contient environ 4500 becquerels de potassium 40 et 3700 de carbone 14).	

4- Application : La datation radioactive

✓ Datation par le carbone ^{14}C : **pour déterminer l'âge d'un fossile archéologique et préhistorique composé de matière organique. La détermination de l'âge se fait en mesurant la teneur en carbone ^{14}C d'un fossile et celle d'un échantillon actuel de même nature.**

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t} \Longrightarrow t = \frac{T}{\ln 2} \ln \frac{N_t}{N_0} \quad ; T = 5700 \text{ ans}$$

✓ Datation par la mesure des concentrations N_1/N_2 : **des roches aussi anciennes que la terre, des coraux, des laves volcaniques, en mesurant les concentrations $^{206}Pb/^{238}U$ pour les éléments contenant l'uranium ou $^{40}Ar/^{40}K$ pour les éléments contenant du potassium. Les intervalles de temps à mesurer vont de la centaine d'années à quelques milliards d'années.**

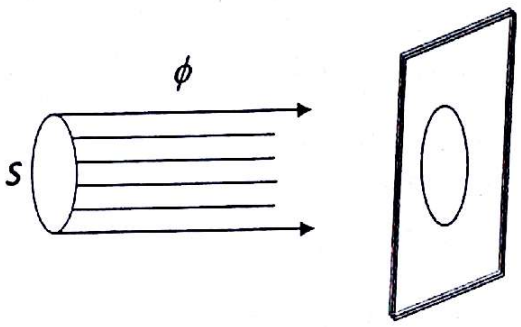
Comme : $N_1 = N_{10} e^{-\lambda t}$; $N_2 = N_{10}(1 - e^{-\lambda t})$

$$\Longrightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{e^{-\lambda t}} - 1 \Longrightarrow t = \frac{T}{0.69} \ln\left(1 + \frac{N_2}{N_1}\right)$$

III- La radioactivité artificielle

C'est la radioactivité provenant des éléments radioactifs fabriqués artificiellement par irradiation d'une cible par un faisceau de projectiles (n, p, α ...).

- ✓ Flux φ : nombre de particules incidentes par unité de temps et par unité de surface.
- ✓ N_1 : nombre de noyaux cibles qui sont à la portée du faisceau.



✓ σ : Chaque projectile possède une probabilité d'interagir avec la cible. Pour cela, on associe à chaque cible une surface σ tel que si le projectile passe à travers cette surface il y aura interaction et s'il passe en dehors il n'y aura pas d'interaction.

✓ N':nombre de réactions se produisant par unité de temps.

⇒La probabilité pour qu'un projectile donne lieu à une réaction :

$$P = \frac{\text{surface utile}}{\text{surface totale}} = \frac{N_1\sigma}{S}$$

$$= \frac{\text{nombre d'interactions par unité de temps}}{\text{nombre de particules incidentes par unité de temps}} = \frac{N'}{\phi S}$$

Donc le nombre de réactions produites par sec.: $N' = N_1\sigma\phi$

σ est une constante qui caractérise une réaction donnée. Elle dépend de la nature de la cible et de la nature et de l'énergie du projectile. L'unité de σ est le cm^2, l'unité usuelle est le barn : 1barn = 10^{-24} cm^2.

⇒ N_1 subit pendant l'intervalle de temps dt une diminution dN_1 :

$$dN_1/dt = -N_1\,\sigma\,\phi \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = N_{10}\,e^{-\sigma\phi t} \cong N_{10},$$

$\Rightarrow dN_2/dt = N_1\,\sigma\phi - \lambda_2 N_2 = N_{10}\,\sigma\phi - \lambda_2 N_2$

d'où $N_2 = \frac{N_{10}\sigma\phi}{\lambda_2}\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$ et $A_2 = N_{10}\sigma\phi\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$

Deux cas à considérer :

✓ Si la durée d'irradiation est beaucoup plus longue que la période ($\lambda_2 t >> 1$), l'activité finale est égale aux taux de formation : $A_2 \cong N_{10}\,\sigma\phi$

✓ Si la durée d'irradiation est beaucoup plus courte que la période ($\lambda_2 t << 1$), la décroissance pendant l'irradiation est négligeable : $A_2 \cong N_{10}\,\sigma\phi\lambda_2 t$, $e^{-\lambda 2t} \cong 1 - \lambda_2 t$

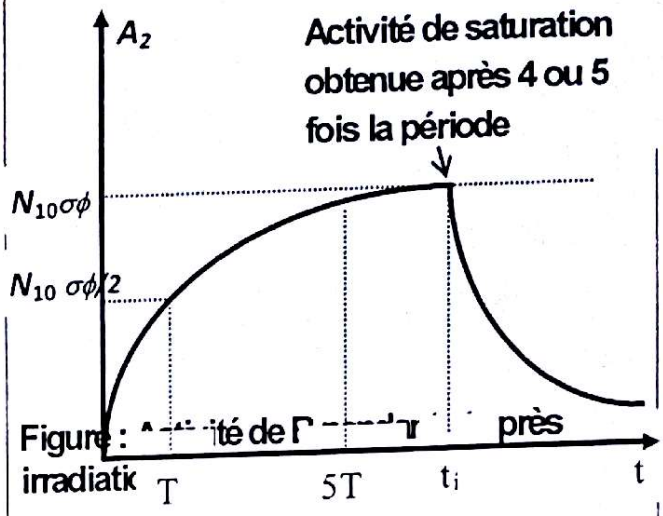


Figure : Activité de B pendant et après irradiation

L'activité de B après un temps d'irradiation t_i :

$$A_2 = N_{10}\sigma\phi\left(1 - e^{-\lambda_2 t_i}\right)e^{-\lambda_2 t}$$

****

****

Chapitre 4 : RÉACTIONS NUCLÉAIRES ET APPLICATIONS

I- Généralités

1- Définition

Une réaction nucléaire est le passage en temps court ($<10^{-3}$s) d'une espèce nucléaire à une autre. Au laboratoire, les réactions sont produites en utilisant des accélérateurs de particules.

1ère RN (Rhuterford -1919) : $^{4}_{2}He + ^{14}_{7}N \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$

Notation : X + a → Y + b ou bien X(a, b)Y,
X est la cible, au repos dans SL ;
a est le projectile (nucléon, photon ou noyau léger) ;
Y est le noyau résiduel ; b est la particule éjectée.

2- Types de réactions nucléaires

a) **Diffusion élastique X(a, a)X.**

b) **Diffusion inélastique X(a, a) X^* = X(a, a, γ)X, le noyau résiduel est produit dans un état excité.**

c) **Réaction de transmutation X(a, b)Y, on distingue :**

- ✓ **Capture radiative X(a, γ)Y**
- ✓ **Réaction de fission : X +a → Y_1 + Y_2 +b +c+...,**
  X est un noyau lourd (A > 220) ; Y_1 et Y_2 sont des noyaux plus légers et plus stables.
- ✓ **Réaction de fusion : a et X sont deux noyaux légers (A<10) sui se fusionnent en donnant Y plus lourd et plus stable.**

d) **Réaction de spallation : Si l'énergie de a est très grande (>50 MeV), X peut se partager en un grand nombre de particules.**

3- Grandeurs physiques conservées dans une RN

a) Grandeurs classiques

- ✓ **La charge** $\sum Z_i = \sum Z_f$
- ✓ **Le nombre de nucléons (Baryons) :** $\sum A_i = \sum A_f$.
- ✓ **L'énergie totale.**
- ✓ **La quantité de mouvement :**
  (SL) : $\overrightarrow{P_a} = \overrightarrow{P_Y} + \overrightarrow{P_b}$
  (SCM) : $\sum \overrightarrow{P_i} = \vec{0}$, **avant et après la réaction.**
- ✓ **Moment cinétique**

b) Grandeurs quantiques

Citons en particulier :

✓ Conservation du moment cinétique : le moment cinétique total est la somme du spin propre de la particule et du moment angulaire relatif.

✓ Conservation de la parité de la fonction d'onde qui décrit chaque membre de la réaction :

$$\Pi_a . \Pi_X (-1)^{l_{a,X}} = \Pi_b . \Pi_X (-1)^{l_{b,Y}}, \text{ avec}$$

$$\Pi_X = +1 \text{ si } \psi_X(-r) = \psi_X(r) \text{ et } \Pi_X = -1 \text{ si } \psi_X(-r) = -\psi_X(r)$$

✓ Conservation des statistiques :

Les fermions ne peuvent apparaitre ou disparaitre que par multiple de 2.

La statistique du système reste continuellement celle de Fermi ($\sum A$ impair) ou de Bose ($\sum A$ pair).

Remarque : Les grandeurs non conservées sont les moments magnétiques dipolaires nucléaires et les moments électriques quadripolaires.

✓ Conservation du spin isotopique

II- Cinématique d'une réaction nucléaire

1- Bilan énergétique

$$X + a \rightarrow Y + b$$

$$Q = \sum M_i c^2)_{\text{initial}} - \sum M_i c^2)_{\text{final}} = \sum T_i)_{\text{final}} - \sum T_i)_{\text{initial}}$$

Dans SL, la cible est au repos : $T_X = 0 \Longrightarrow \sum T_i)_{\text{initial}} = T_a$

✓ *Q>0* réaction exoénergétique : la réaction libère Q sous forme d'énergie cinétique des particules produites Y et b. L'énergie T_a est très faible mais nécessaire pour induire la réaction (Ex. neutrons thermiques T_a=0.025eV).

✓ *Q<0* réaction endoénergétique : la réaction n'a lieu que si le projectile possède une énergie cinétique suffisante.

✓ *Q = 0* interaction élastique.

Q est déterminée à partir des masses, des excès de masses ou des énergies de liaison :

$Q=(M_x+M_a)c^2-(M_Y+M_b)c^2=(\delta_x+\delta_a)-(\delta_Y+\delta_b)=(B_Y+B_b)-(B_x+B_a)$

2- Energie seuil d'une réaction endoénergétique

C'est l'énergie cinétique minimale du projectile pour produire la réaction nucléaire. On montre que :

$$T_{a,\text{seuil}} = \frac{M_X + M_a}{M_X} |Q|$$

Puisque : $T_a = T_{SL} = T_{SCM} + T_{SCM/SL}$

$T_{SCM/SL}$ est l'énergie emportée par la translation du SCM/SL qui est la fraction de l'énergie T_a utilisée dans la translation du noyau composé (X+a). À cette

énergie seuil, les produits de la réaction ont des énergies cinétiques nulles dans SCM.

Exercice : Démontrer la relation ci-dessus.

III- Section efficace d'interaction

1- Définition (Cf chap.2)

$\sigma = \frac{N'}{N_c \phi}$, L'unité de σ est le barn : 1barn = 10^{-24} cm^2

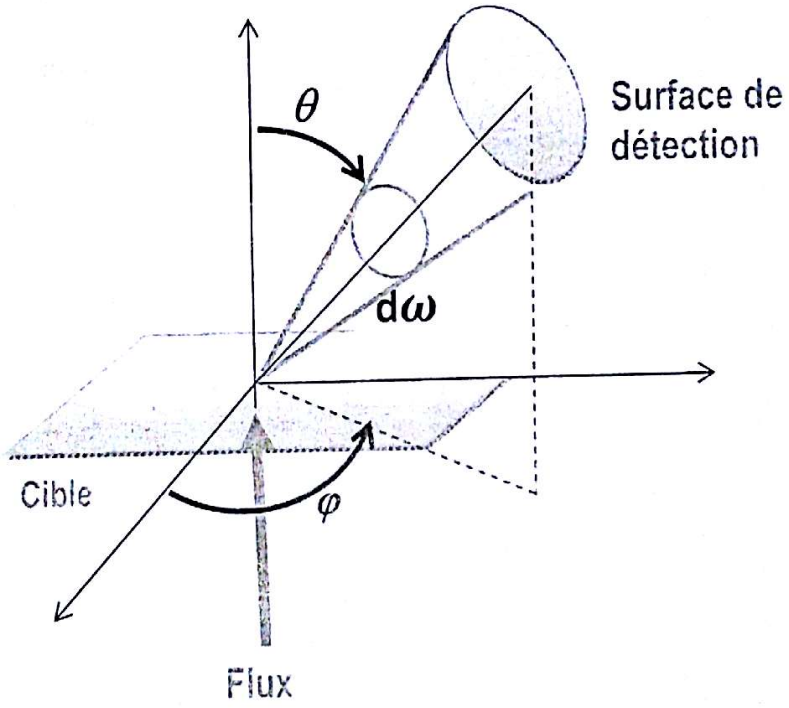
Remarque : La SE est différente de la section géométrique du noyau (πR^2!)

2- Section efficace différentielle

Si on s'intéresse à la distribution de particules émises dans une direction donnée on utilise la SE différentielle $d\sigma = \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) d\omega$, $\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) = f(\theta, \varphi)$;

$d\omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

est l'angle solide d'émission repéré par les angles θ et φ.



θ et φ sont définis par rapport à la direction du faisceau incident.

En pratique, $d\omega$ définit la surface du détecteur. Le nombre d'événements émis à travers cette surface est :

$$dN' = N_c \phi \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) d\omega = N_c \phi f(\theta, \varphi) d\omega$$

Connaissant $\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) = f(\theta, \varphi)$ pour une émission anisotrope, on peut déterminer la section efficace totale :

$$\sigma = \int_{\text{espace}} \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) d\omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} f(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta$$

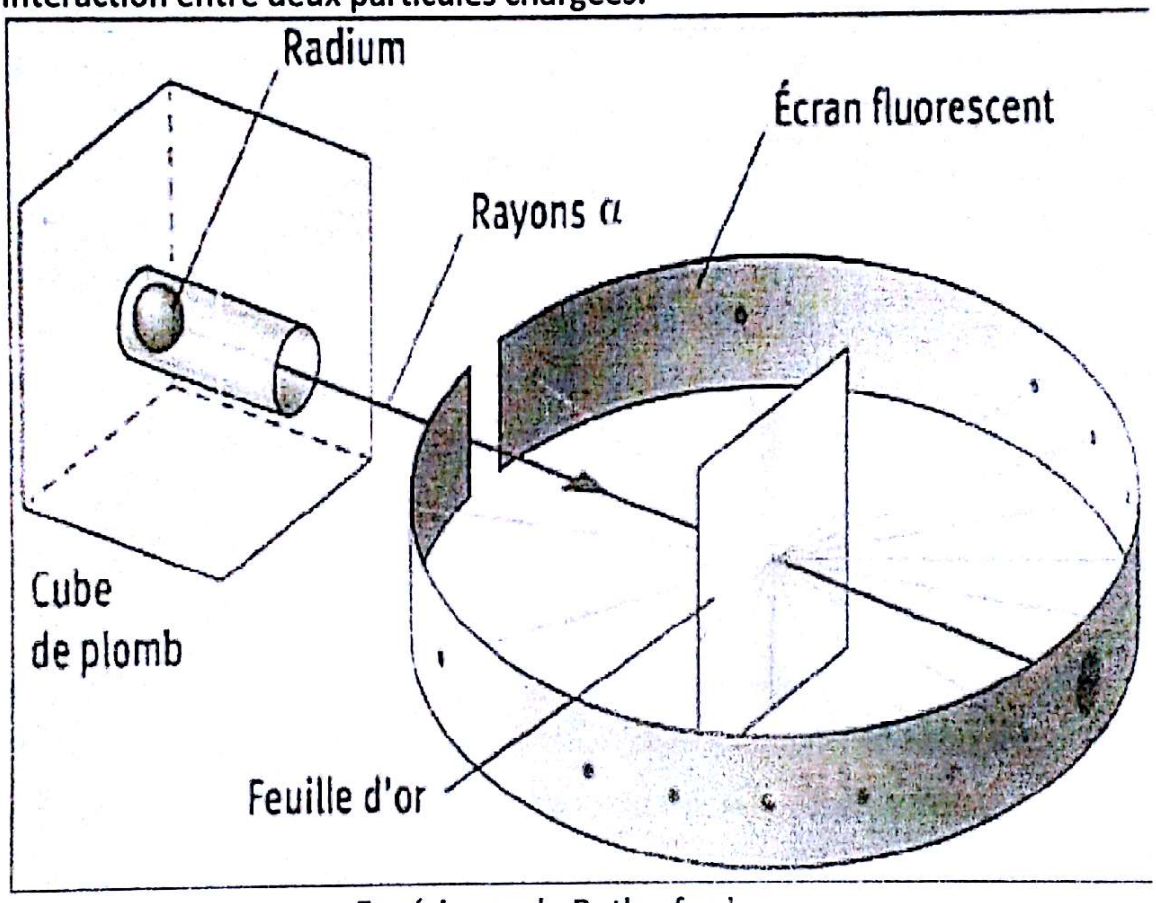
qui correspond à l'émission des événements dans tout l'espace.

3- Section efficace partielle

S'il y a plusieurs types d'interactions. On définit pour chacun des types une SE partielle σ_i et une SE totale $\sigma_t = \sum\sigma_i$.

IV- Diffusion colombienne ou diffusion de Rutherford

✓ **Interaction entre deux particules chargées.**



Expérience de Rutherford

✓ **Référentiel d'étude est le système centre de masse (SCM)**

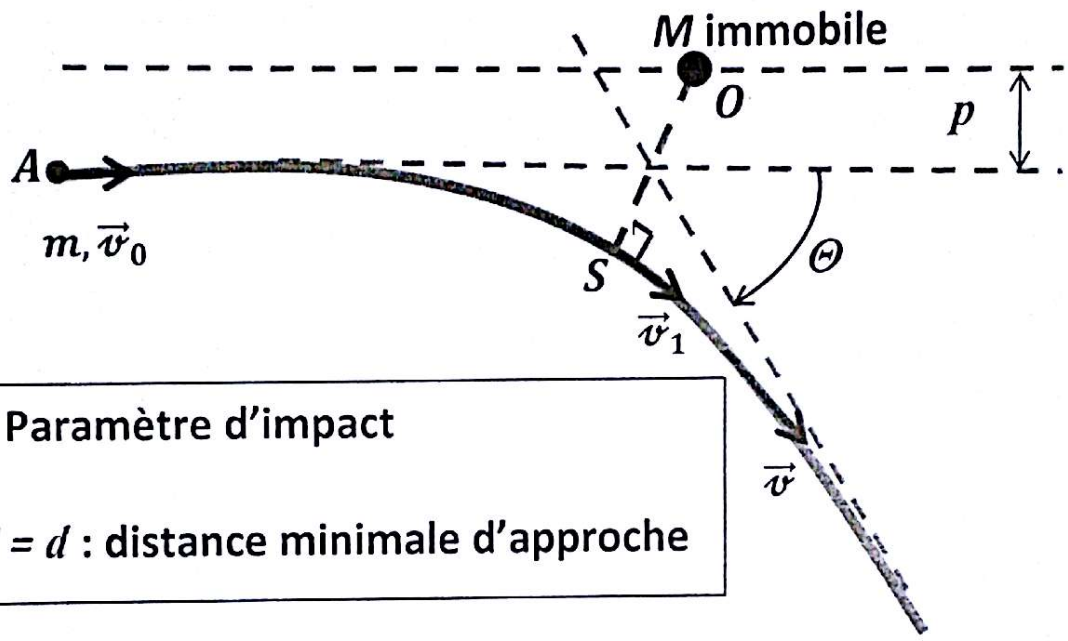
Le SCM transforme tout problème à deux corps (*m* et *M*) en un problème à un corps de masse μ soumis à un potentiel colombien.

✓ La trajectoire suivie par chaque particule est une hyperbole dont l'un des foyers est le centre de gravité des deux particules.

Notre étude se limite à la diffusion d'un projectile léger par un noyau beaucoup plus lourd (*M>> m*).

➡ SCM coïncide avec le SL ($\theta = \Theta$ et $d\omega = d\Omega$)

1-Paramètre d'impact et distance minimale d'approche
Projectile de charge (*m, ze,* $\vec{v}_0$ vitesse initiale connue)
Cible (*M, Ze*, immobile) , *M>> m*



p : Paramètre d'impact

OS = d : distance minimale d'approche

✓ Conservation de l'énergie totale :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zZe^2}{d} \quad (1)$$

✓ Conservation du moment cinétique / O :

$$\overrightarrow{OA} \wedge m\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{OS} \wedge m\overrightarrow{v_1} \Leftrightarrow mv_0 p = mv_1 d \quad (2)$$

$$(1), (2) \Longrightarrow \left(\frac{p}{d}\right)^2 + \frac{b}{d} = 1 \Leftrightarrow d^2 - bd - p^2 = 0$$

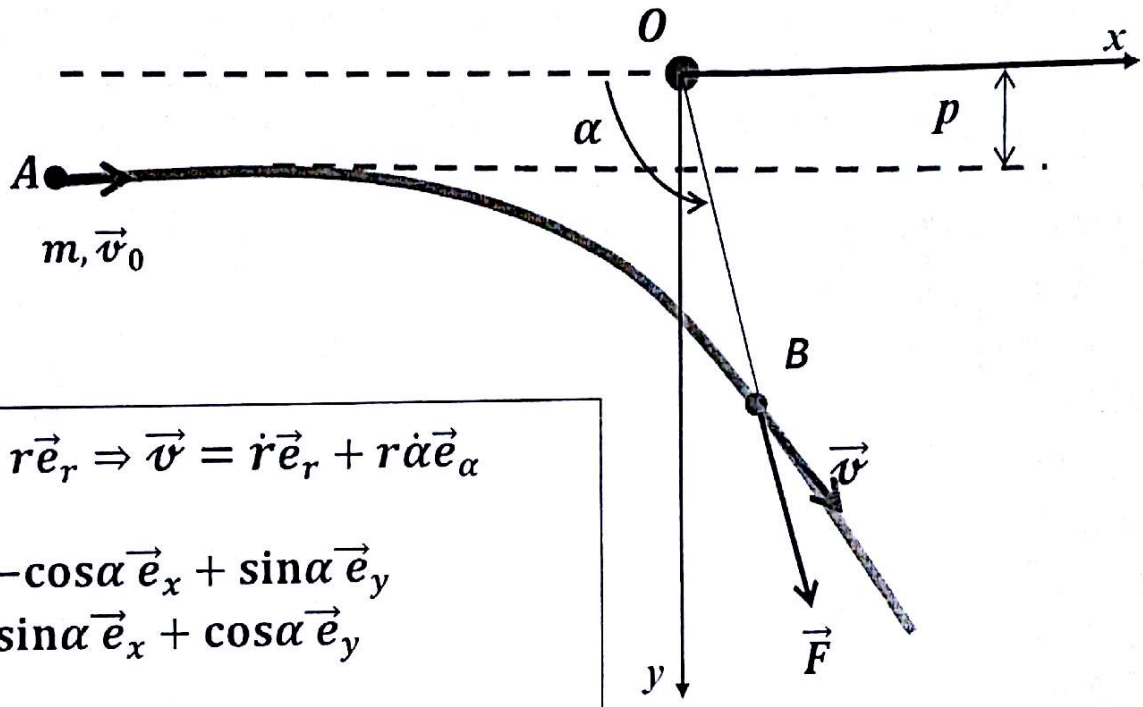
avec $b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2zZe^2}{mv_0^2}$ = constante

dont la solution peut s'écrire $d = f(b, p)$

Signification de b : Si $p=0$ (interaction frontale) $\Longrightarrow d=b$

b est appelé diamètre de collision

3- Relation entre p et Θ



$$\overrightarrow{OB} = r\vec{e}_r \Rightarrow \vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\alpha}\vec{e}_\alpha$$

$$\vec{e}_r = -\cos\alpha\,\vec{e}_x + \sin\alpha\,\vec{e}_y$$
$$\vec{e}_\alpha = \sin\alpha\,\vec{e}_x + \cos\alpha\,\vec{e}_y$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zZe^2}{r^2}\vec{e}_r = \frac{k}{r^2}\vec{e}_r$$

B :

1)

- Principe fondamental de la dynamique :

$$\vec{F} = \frac{k}{r^2}\vec{e}_r = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Par projection suivant l'axe Oy :

$$F_y = \frac{k}{r^2}\sin\alpha = m\frac{dv_y}{dt} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{k}{mv_0p}\sin\alpha\,d\alpha = dv_y$$

En intégrant sur toute l'intéraction :

$$\frac{k}{mv_0p}\int_0^{\pi+\theta}\sin\alpha\,d\alpha = \int_0^{v_0\sin\theta} dv_y$$

d'où $p = \frac{b}{2}\text{cotg}\frac{\Theta}{2}$ avec $b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2zZe^2}{mv_0^2}$

<u>Lorsque $m \not\ll M$ on obtient la même expression en remplaçant m la masse réduite $\mu = \frac{mM}{m+M}$</u>

Pour $p = 0 \Rightarrow \Theta = \pi$, donc tout projectile ayant un paramètre d'impact compris entre 0 et p sera diffusé avec un angle compris entre π et Θ.

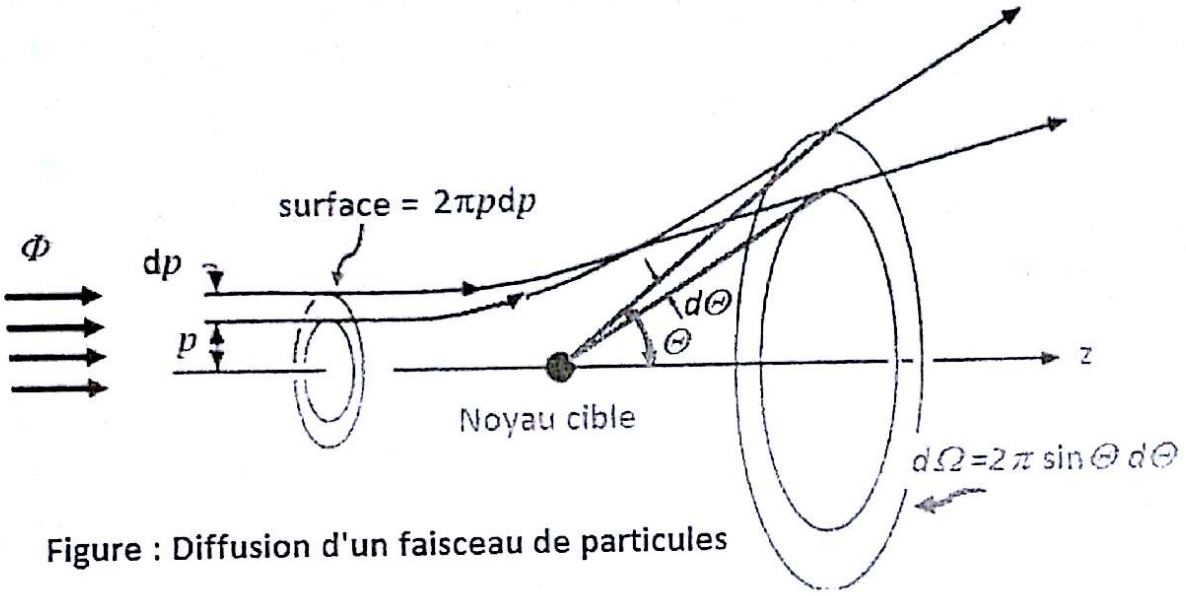


Figure : Diffusion d'un faisceau de particules

4- Section efficace de diffusion dans SCM

$$\sigma = \pi p^2 = \pi\frac{b^2}{4}\text{cotg}^2\frac{\Theta}{2} = \sigma(\geq \Theta)$$

Qui correspond aux particules ayant un paramètre d'impact compris entre 0 et p et qui seront diffusées à des angles supérieurs à Θ.
La SE des particules contenues dans une couronne comprise entre p et p+dp est : $\mathrm{d}\sigma = 2\pi p\ \mathrm{d}p$
Qui correspond aux diffusions à des angles compris entre Θ et $\Theta + \mathrm{d}\Theta$.

D'où la SED par unité d'angle solide dans SCM :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{b^2}{16}\frac{1}{\sin^4\frac{\Theta}{2}} \text{ avec } b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2zZe^2}{mv_0^2}$$

5- Section efficace de diffusion dans SL

Particules diffusées dans dΩ du SCM : $\mathrm{d}N'_{CM} = N_c\phi\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)d\Omega$

Particules diffusées dans dω du SL : $\mathrm{d}N'_{SL} = N_c\phi\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)d\omega$

Comme $\mathrm{d}N'_{CM} = \mathrm{d}N'_{SL} \Rightarrow$

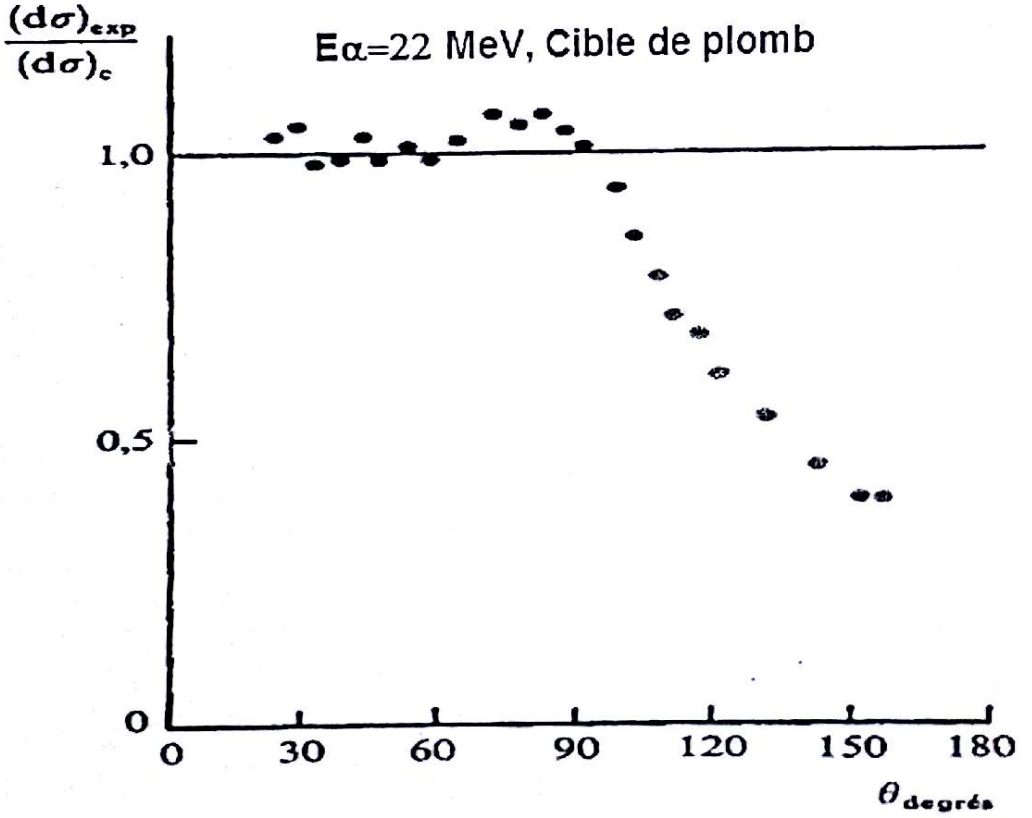
$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\frac{d\Omega}{d\omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\frac{\sin\Theta\, d\Theta}{\sin\theta\, d\theta} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\frac{d\cos\Theta}{d\cos\theta}$$

Sachant $\text{cotg}\theta = \text{cotg}\Theta + \frac{m}{M\sin\Theta}$ (*) $\Longrightarrow$

Résultat : SED par unité d'angle solide dans SL :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right) = \frac{b^2}{16}\frac{1}{\sin^4\frac{\Theta}{2}}\frac{(1+\gamma^2+2\gamma\cos\Theta)}{1+\gamma\cos\Theta}$$

$\gamma = \frac{m}{M}$; $b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2zZe^2}{\mu v_0^2}$; Θ est déduite de θ à partir de (*)



Divergence de la SE mesurée par rapport à la SE coulombienne pour des angles de diffusion importants. Effet de l'interaction forte pour les petits paramètres d'impact.

SMPS

Chapitre 5 : INTERACTION DU RAYONNEMENT NUCLÉAIRE AVEC LA MATIÈRE

Rayonnement ionisant (α, β,n, γ , X, é...) (<10 MeV)
Comment perd et transfère t-il son énergie dans la matière ?

Selon le processus de son interaction, le rayonnement ionisant peut être classé en trois catégories :

1- Particules chargées : **leur perte d'énergie se fait par interaction coulombienne.**
On distingue :
- Particules lourdes (protons, deutérons, alphas, ions)
- Particules légères (électrons, Béta).
C'est un rayonnement directement ionisant

2- Particules électriquement neutres : **Le neutron, interagit essentiellement avec les noyaux. Par choc élastique ou par réaction nucléaire.**

3- Rayonnement électromagnétique : γ, X
X, γ, neutrons sont indirectement ionisants. Le transfère d'énergie se fait à une autre particule chargée (secondaire) qui ionisera le milieu.

Ces processus d'interaction seront étudiés en suivant le passage du rayonnement dans la matière et en examinant la perte progressive de l'énergie dans le milieu considéré.

I-INTERACTION DES PARTICULES CHARGEES LOURDES AVEC LA MATIERE

Origine = radioactivité ou accélérateurs
Particules non relativistes (gamme d'énergie 4-9 MeV)

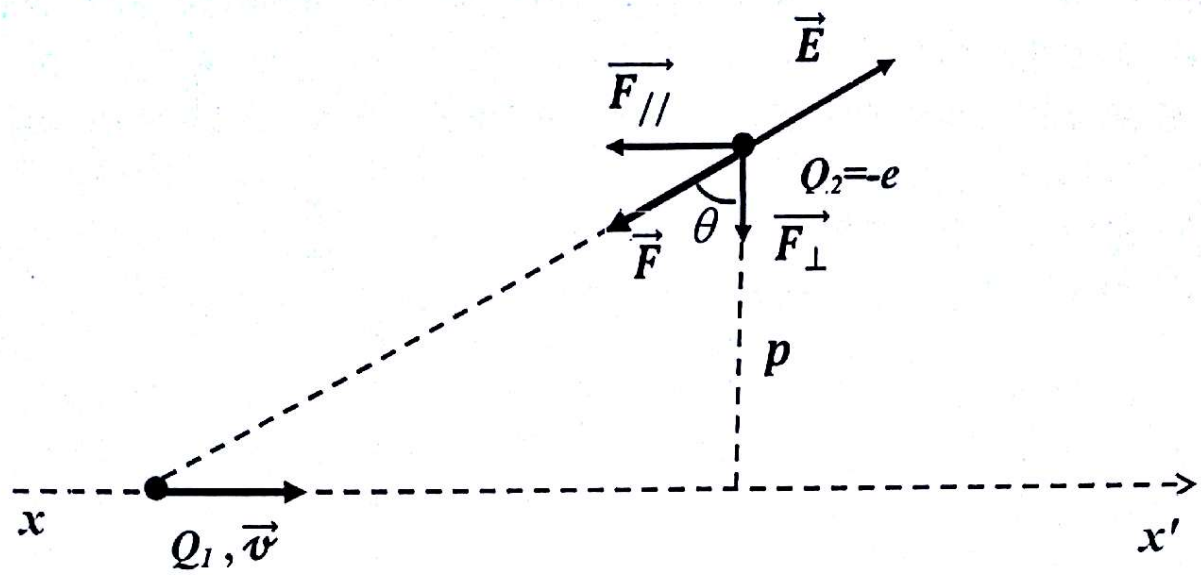
L'interaction dominante est la force coulombienne = Action du champ électrique du projectile sur les électrons atomiques ou le sur le noyau se trouvant au voisinage de sa trajectoire.

- ✓ **Avec les électrons → le projectile perd son énergie par ionisations et excitations des atomes. La perte d'énergie associée est appelée perte d'énergie électronique (PEE).**
- ✓ **Avec les noyaux atomiques → diffusions multiples. La perte d'énergie est appelée perte d'énergie nucléaire (PEN).**

PEN<<PEE

1- Perte d'énergie électronique *(Formule de Bethe)*

Evaluer l'énergie transmise aux électrons atomiques.
Hypothèse : Dans chaque interaction, la trajectoire et la vitesse du projectile sont peu modifiées (projectile plus lourd que l'électron).
Projectile (masse M, charge Q_1, *vitesse* $\vec{v}$) ; Cible = électron (m_0, Q_2=-e) , M>> m_0 ; p = Paramètre d'impact



L'impulsion communiquée à l'électron :

$$\vec{P} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{\parallel}\,dt + \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{\perp}\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{\perp}\,dt$$

La composante $\vec{F}_{\parallel}$ s'annule avant et après interaction.

$$P = \int F_{\perp}\,dt = \int F\,cos\theta\,dt = \int F\,\frac{cos\theta}{v}\,dx = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{v}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos\theta}{r^2}\,dx$$

$$\text{tg}\theta = \frac{x}{p} \Rightarrow dx = \frac{p}{cos^2\theta}\,d\theta \text{ et } r^2 = x^2 + p^2 = \frac{p^2}{\cos^2\theta} \Longrightarrow \frac{dx}{r^2} = \frac{d\theta}{p}$$

d'où

$$P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{v\,p}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta\,d\theta = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{v\,p} \qquad \left(= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{p^2}\times\frac{2p}{v}\right)$$

Req : $\boldsymbol{P = F_{max} \times \Delta t}$ **avec** $\boldsymbol{\Delta t}$ **la durée de l'interaction avec la force maximale.**

$\Longrightarrow$**L'énergie cédée à la charge :** $\boldsymbol{Q_2 = -e\ ;\ Q_1 = ze}$

$$\boldsymbol{W = \frac{P^2}{2m_0} = \frac{z^2e^4}{8\pi^2{\varepsilon_0}^2p^2v^2m_0}} \quad \textbf{(dans } \boldsymbol{S.I.}\textbf{)}$$

Soit N la densité des atomes de numéro atomique Z et ZN la densité des électrons.

$\Longrightarrow$Le nombre d'électrons rencontrés par le projectile sur le parcours $\mathrm{d}x$, présentant des paramètres d'impact compris entre p et p+dp : $dn = ZN \times d\tau = ZN \times 2\pi p \, \mathrm{d}p \, \mathrm{d}x$

L'énergie perdue par le projectile sur le parcours $\mathrm{d}x$:

$$dE = \int_n W \, dn = \int_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{z^2 e^4}{8\pi^2 {\varepsilon_0}^2 p^2 v^2 m_0} ZN \times 2\pi p \, \mathrm{d}p \, \mathrm{d}x$$

$$= \frac{z^2 e^4}{4\pi {\varepsilon_0}^2 v^2 m_0} ZN \, \mathrm{d}x \int_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{\mathrm{d}p}{p}$$

$\Longrightarrow$ La perte d'énergie par unité de parcours :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{z^2 e^4}{4\pi {\varepsilon_0}^2 v^2 m_0} ZN \ln \frac{\mathrm{p_{max}}}{\mathrm{p_{min}}}$$

Le signe – exprime la perte d'énergie du projectile $E \searrow$ quand $x \nearrow$.

p_{min} et p_{max} sont déterminés à partir des conditions aux limites de l'énergie transférée:

p_{min} : L'énergie transférée est maximale, c'est la cas où l'interaction est frontale (voir TD) :

vitesse de la cible après le choc : $v_2 = \frac{2M}{m_0+M} v cos\varphi$, Pour $\varphi = 0$

$$v_{2max} = \frac{2M}{m_0 + M} v \cong 2v \Rightarrow P_{max} = m_0 v_{2max} = 2m_0 v$$

D'autre part, la valeur de p_{min} est limitée par la relation d'incertitude de Heisenberg : $P_{max} \cdot p_{min} \cong \hbar \Longrightarrow \boxed{p_{min} \cong \frac{\hbar}{2m_0 v}}$

p_{max}: L'énergie transférée est minimale qui est la valeur moyenne de l'énergie d'excitation des atomes I : $\Delta E_{min} = I$

Relation d'incertitude de Heisenberg : $\Delta E_{min}.\Delta t_{max} \cong \hbar$

Δt_{max} est le temps d'interaction nécessaire pour transférer l'énergie ΔE_{min}. On admet que $\Delta t_{max} = p_{max}/v$.

$$\Rightarrow \boxed{p_{max} \cong \frac{\hbar v}{I}}$$

D'où la formule de Bethe simplifiée de la perte d'énergie :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{4\pi z^2 e^4}{v^2 m_0} NZ \left[\ln\left(\frac{2m_0 v^2}{I}\right)\right]$$

Unité usuelle MeV/cm

- m_0 , e : masse et charge de l'électron,

- v, z : vitesse et charge de la particule incidente,

- N, Z : densité et numéro atomique des atomes du milieu,

- I : Energie moyenne d'excitation et d'ionisation des atomes du milieu.

$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$ est appelé aussi le pouvoir d'arrêt du milieu.

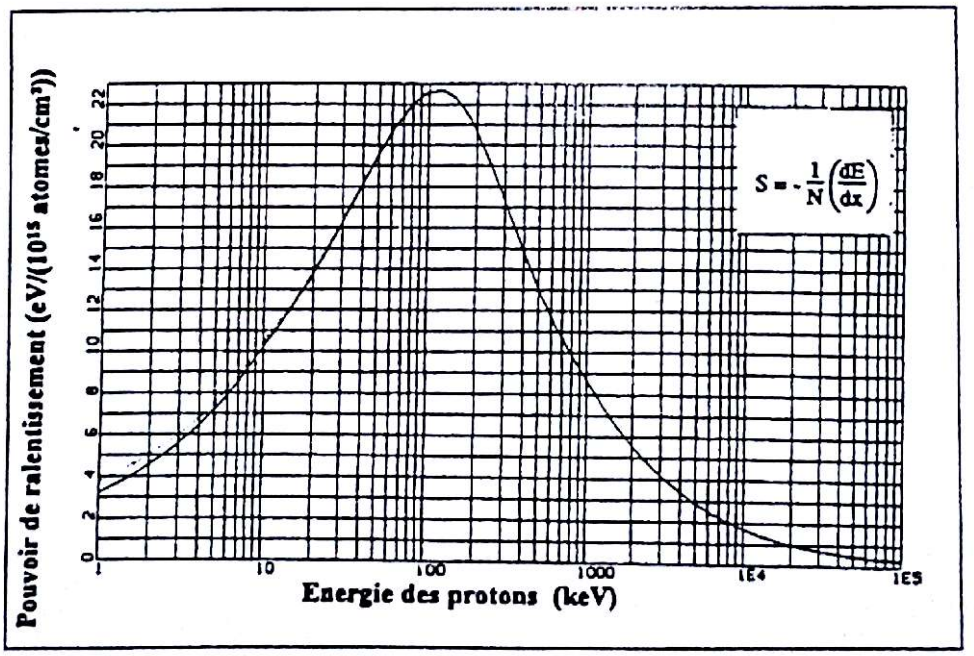


Figure: Pouvoir d'arrêt atomique en fonction de l'énergie des protons

2- Notion de parcours :

Le parcours moyen $\bar{R}$ du projectile est la distance moyenne que peut franchir la particule avant d'être arrêtée dans le milieu :

$$\bar{R} = \int_0^{\bar{R}} \mathrm{d}x = \int_{E_0}^{0} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}E}\mathrm{d}E = \int_0^{E_0} \left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)^{-1} \mathrm{d}E$$

Mesure de $\bar{R}$:

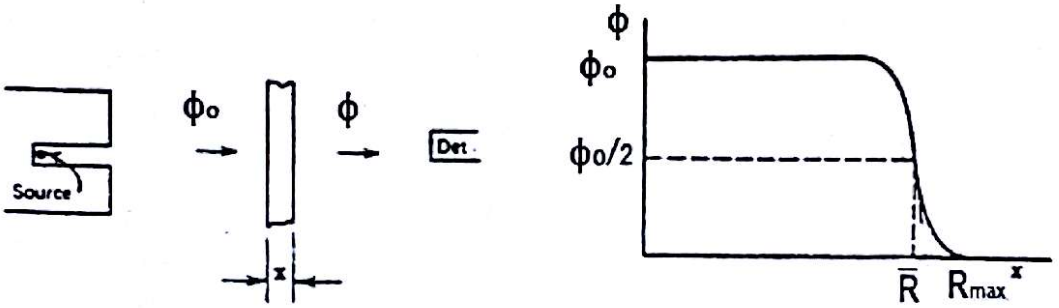


Figure : Courbe d'absorption des particules chargées en fonction de l'épaisseur de l'absorbeur

$\bar{R}$ représente l'épaisseur de l'absorbeur qui diminue de moitié le nombre de particules incidentes.

On constate que le nombre de particules reste pratiquement constant jusqu'à ce que l'épaisseur de l'écran atteigne une valeur suffisante pour les arrêter complètement.

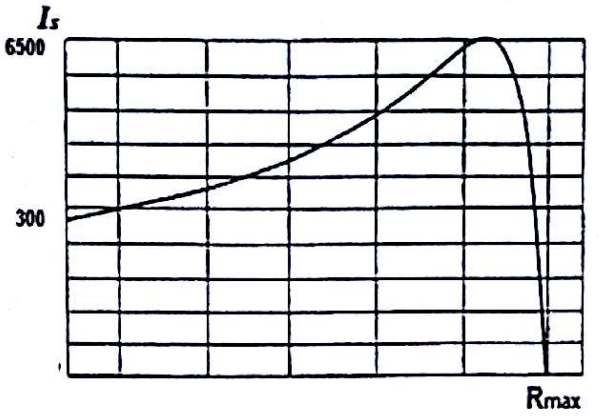
3- Ionisation de spécifique - courbe Bragg

Soit $\mathrm{d}I$ le nombre de paires d'ions crées le long du parcours $\mathrm{d}x$, l'ionisation spécifique est définie par $I_s = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}x}$

crée sur tout le parcours.

Courbe de Bragg : représente la variation de I_s en fonction du parcours.

Exemple : α dans l'air



Il existe un maximum montrant que α sont très ionisantes à la fin du parcours.

Req : Sachant $\frac{dE}{dx}$ et $\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dx}}$ on déduit $\frac{dE}{dI}$ qui est l'énergie nécessaire pour former une paire d'ions.

II- INTERACTION DES ÉLECTRONS AVEC LA MATIÈRE

La perte d'énergie se fait aussi par ionisation et excitation du milieu. Cependant la formule de Bethe n'est applicable que dans le cas d'électrons de basse énergie (< 30 keV). Au delà, on doit tenir compte des corrections relativistes.

De plus, lors de leur interaction avec les électrons ou les noyaux du milieu traversé, les phénomènes de diffusion sont importants et, de ce fait, la notion de parcours est mal définie.
Les électrons perdent une partie de leur énergie par rayonnement.

1- Rayonnement de freinage (Bremsstrahlung)

Toute charge accélérée (ou décélérée) émet un rayonnement électromagnétique, en particulier un électron passant dans le champ électrique du noyau
La perte d'énergie par rayonnement :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rayt}} = K\frac{z^2Z^2}{m^2}\frac{E}{A}\ln\frac{183}{Z^{1/3}}$$

La fraction de l'énergie de l'électron émise sous forme de rayonnement de freinage (Bremsstrahlung) augmente avec l'énergie de l'électron et est favorisée dans les milieux absorbeurs de numéro atomique élevé (dépendance en Z^2).
Ce processus affecte essentiellement ls particules légères et moins important pour les particules lourdes (p, α).
La perte d'énergie totale : $\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ionis}} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rayt}}$

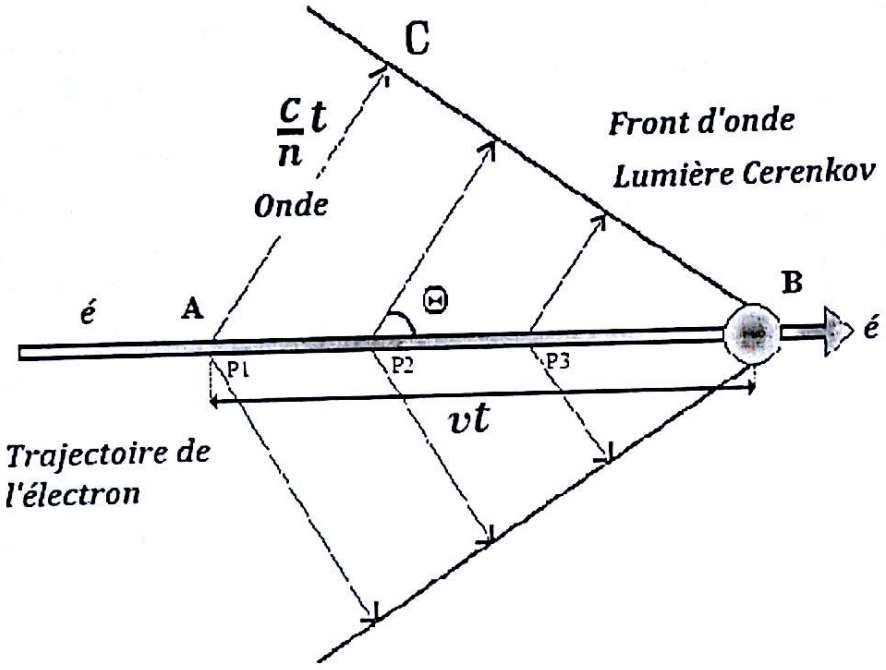
La perte d'énergie par freinage est négligeable à des énergies faibles alors qu'à haute énergie : $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rayt}} \approx E$ et $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ionis}} \approx \frac{\ln E}{E}$

Le spectre de photons émis est un spectre continu, dont l'énergie maximale est égale à l'énergie cinétique des électrons.

Cependant, l'énergie rayonnée par l'électron est surtout rayonnée en photons X de faible énergie.

2- Rayonnement Cerenkov

C'est un rayonnement électromagnétique du domaine visible, émis par l'électron traversant un milieu transparent d'indice de réfraction *n* avec une vitesse $v > c/n$ dans ce milieu



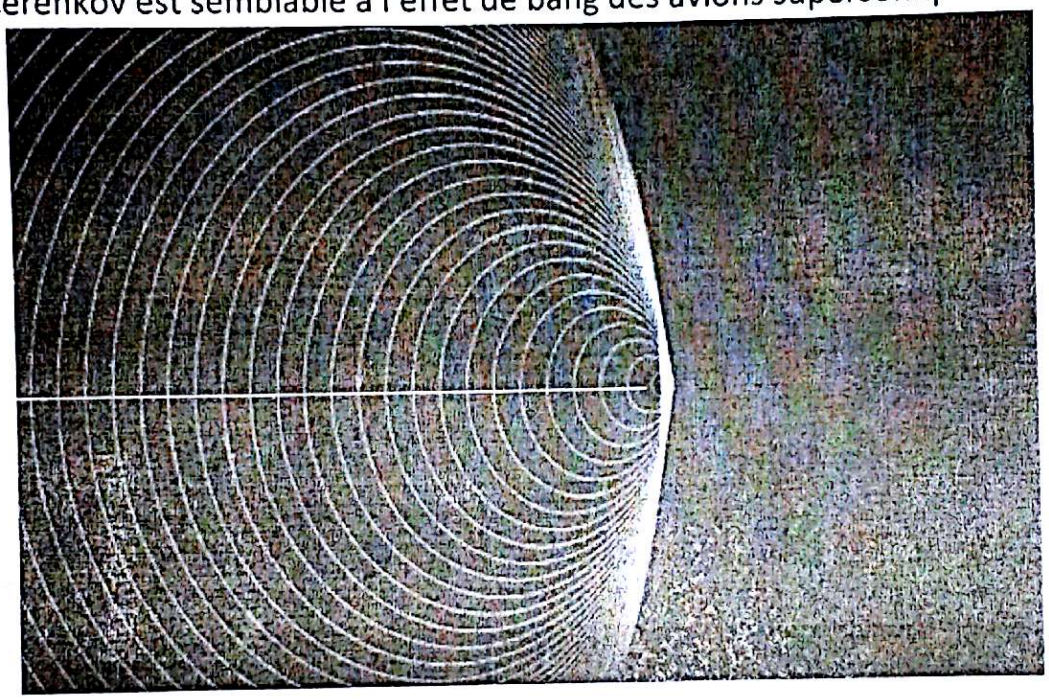
Polarisation des atomes qui existent sur la trajectoire de l'électron rapide ; par dépolarisation, les atomes libèrent de l'énergie sous forme d'onde. Chaque point de la trajectoire émet un rayonnement électromagnétique de dépolarisation.

Si $v > c/n$, l'ensemble des émissions va se trouver en phase pour donner une onde résultante conique dont la particule est le sommet :ondes émises dans un cône d'angle cos $\Theta = c / nv$.

Si $v < c/n$ les ondes sont émises en désordre et s'annulent par interférence sans émission de lumière.

On peut montrer que l'énergie cinétique seuil de l'effet Cerenkov est : $E_s = m_0c^2(-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} - 1})$

où m_0c^2 est l'énergie de masse au repos de la particule.
On voit donc que, dans la gamme des énergies de l'ordre du MeV, seuls les électrons peuvent donner lieu à l'effet Cerenkov (*Exemple :* Dans un milieu d'indice $n = 3/2$, $E_s = 0.175$ MeV pour les électrons et 1600 MeV pour les particules α)
La perte de l'énergie par ce processus est toutefois négligeable.
L'effet Cerenkov est semblable à l'effet de bang des avions supersoniques.



III- INTERACTION DES RAYONNEMENTS ÉLECTROMAGNÉTIQUES AVEC LA MATIÈRE

Les rayonnements électromagnétiques auxquels nous nous intéressons peuvent être classés, suivant leur origine, en quatre catégories :
- rayonnements X émis lors de la désexcitation de l'atome;
- rayonnements γ qui accompagnent la désexcitation du noyau;
- photons d'annihilation d'un positon avec un électron;
- photons de freinage.

Leur interaction avec la matière se fait par trois processus :

- ✓ L'effet photoélectrique;
- ✓ L'effet de production de paire;

✓ L'effet Compton

À énergie égale, les photons ont dans la matière un pouvoir de pénétration bien supérieur à celui des particules chargées.

1- Effet photoélectrique

C'est l'interaction d'un photon d'énergie $E = h\nu$ avec un atome.

Le photon cède complètement son énergie à un électron lié à l'atome, appelé photoélectron, qui est éjecté avec une énergie cinétique :

$$E_{cin} = h\nu - E_l \qquad h\nu \geq E_l$$

E_l est l'énergie de liaison de l'é $(\in K, L)$; $5\text{eV} < E_l < 80\text{KeV}$

L'effet photoélectrique est suivi par émission de rayon X ou d'é Auger qui emportent l'énergie de désexcitation.

La section efficace par atome : $\sigma_{phot} \sim \frac{Z^5}{(h\nu)^{7/2}}$

L'effet photoélectrique est très présent dans les milieux de Z élevé et à faible énergie.

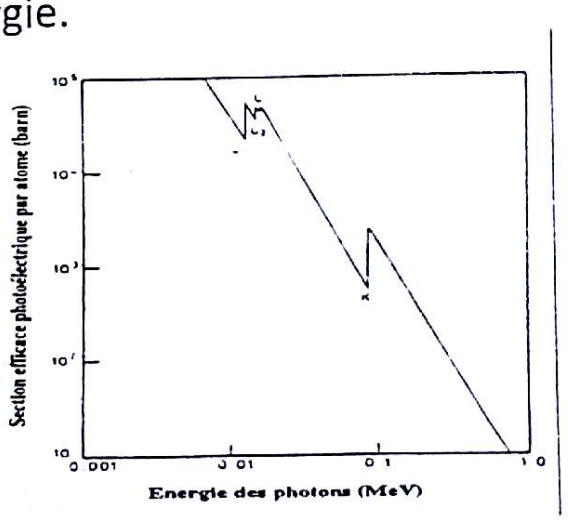


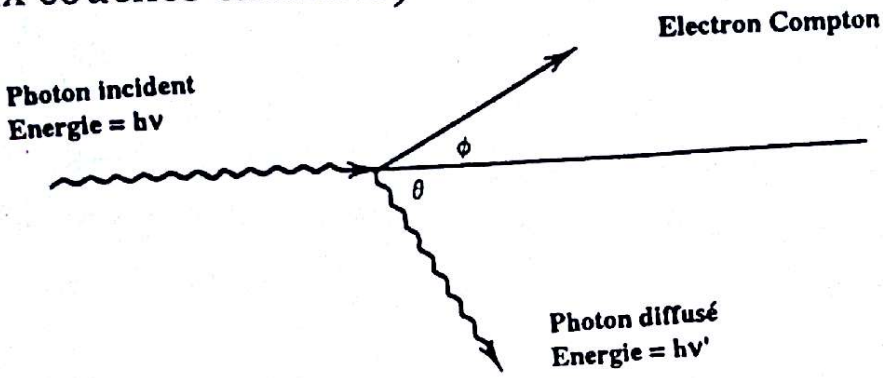
Figure : Section efficace photoélectrique par atome pour le plomb

σ_{phot} représente des discontinuités lorsque l'énergie $h\nu = E_l$; la discontinuité traduit l'augmentation du nombre d'électrons susceptibles de participer à l'effet.

L'effet photoélectrique est le mode d'interaction prédominant des rayonnements γ ou X de faible énergie ($\leq$ 100 keV).

3- Effet Compton

Le photon cède partiellement son énergie à un électron peu lié (∈ aux couches externes)



Pour déterminer l'énergie du photon diffusé et de l'électron Compton, on considère que l'interaction s'effectue avec un électron initialement au repos. C'est une bonne approximation puisque l'énergie du photon est généralement grande par rapport à l'énergie de liaison des électrons orbitaux, faiblement liés.
Les trajectoires du photon incident et du photon diffusé définissent le plan de diffusion; la trajectoire de l'électron Compton doit se situer dans ce plan pour satisfaire au principe de la conservation de l'impulsion dans la collision.
La conservation de l'énergie s'écrit :

$h\nu = h\nu' + m_0 c^2 (\gamma - 1)$

$h\nu$: énergie du photon incident,

$h\nu'$: énergie du photon diffusé,

$m_0 c^2 (\gamma - 1)$: énergie cinétique de l'électron Compton,

$m_0 c^2$: énergie de masse au repos de l'électron,

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et $\beta = v/c$ v : vitesse de l'électron, c : vitesse de la lumière.

La conservation de l'impulsion projetée sur la direction incidente et la direction perpendiculaire donne :

$$h\nu = h\nu' \cos\theta + m_0 c^2 \sqrt{\gamma^2 - 1} \cos\phi$$

$$h\nu = h\nu' \sin\theta + m_0 c^2 \sqrt{\gamma^2 - 1} \sin\phi$$

En éliminant l'angle ϕ de ce système d'équations, l'énergie du photon diffusé est :

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)}$$

En détection X ou γ, si, à la suite d'un effet Compton le photon diffusé s'échappe du détecteur, l'énergie cédée à l'électron lors de l'interaction est de première importance puisque c'est elle qui est à l'origine du signal délivré par le détecteur.
L'énergie de l'électron Compton T_e qui est égale à la différence d'énergie du photon incident et du photon diffusé s'écrit :

$$T_e = \frac{h\nu\, 2\gamma \cos^2\phi}{(1+\gamma)^2 - \gamma^2 \cos\phi} \qquad \text{avec } \gamma = \frac{h\nu}{m_0 c^2}$$

La figure représente l'allure du spectre d'énergie des électrons Compton; l'énergie de l'électron T_e (MeV) varie de façon continue de $T_e \approx 0$ pour $\theta \approx 0$ à une valeur maximale pour $\theta = 180°$: $T_{emax} = \frac{h\nu\, 2\gamma}{1+2\gamma}$.

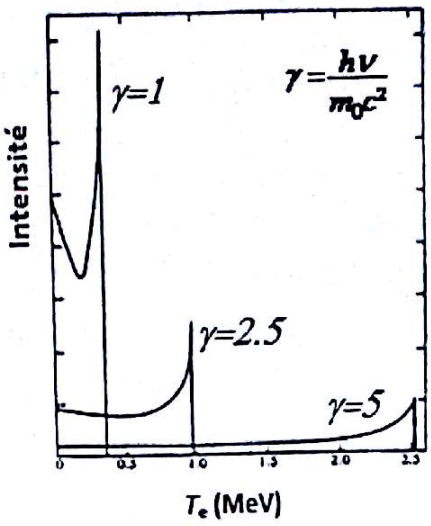


Figure : Spectre d'énergie des électrons Compton

La distribution angulaire des photons diffusés dans un angle solide dω est obtenue à partir de la section efficace différentielle de Klein-Nishina :

$$\frac{d\sigma_c}{d\omega} = \frac{r_0^2}{2}\left(\frac{E'}{E}\right)^2\left(\frac{E}{E'}+\frac{E'}{E}-\sin^2\theta\right) \quad \text{avec } r_0 = e^2/m_0c^2 = 2.818\,\text{fm}\,;\; E' = h\nu'\,;\; E = h\nu$$

On peut montrer que la section efficace de diffusion des photons dans tout l'espace :

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\omega}d\omega = \int \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)\left(\frac{d\omega}{dE'}\right)dE'$$

$$= 2\pi r_0^2\left\{\frac{1+\gamma}{\gamma^2}\left[\frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma}-\frac{1}{\gamma}\ln(1+2\gamma)\right]\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2\gamma}\ln(1+2\gamma)-\frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2}\right\};\quad \gamma = \frac{h\nu}{m_0c^2}$$

Req: En général, l'effet compton est suivi par l'effet photoélectrique.

3- Effet de création de paire

C'est la production d'une paire électron-positon (matérialisation) lorsqu'un photon pénètre dans le champ électrique d'un noyau (ou d'un é). Le photon disparaît et son énergie est utilisée pour créer la paire et communiquer de l'énergie cinétique à l'électron et au positon.

La matérialisation ne peut se produire dans le vide car les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion ne seraient pas satisfaites.

Démonstration : selon cette hypothèse : $h\nu \longrightarrow e^+ + e^-$

$$h\nu = 2m_0c^2 + T_1 + T_2 = E_1 + E_2$$

$$\frac{\overrightarrow{h\nu}}{c} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow h\nu = p_1c\cos\theta_1 + p_2c\cos\theta_2 < p_1c + p_2c$$

$\Rightarrow E_1 + E_2 < p_1c + p_2c$ or $E_1 = \sqrt{p_1^2c^2 + m_1^2c^4} > p_1c$ et $E_1 + E_2 > p_1c + p_2c$

Incompatibilité entre les deux relations !

Donc : $h\nu$ + noyau $\longrightarrow e^+ + e^-$ + noyau

Ce processus n'est possible que si l'énergie du photon est au moins égale à une énergie seuil :

On montre que pour une réaction nucléaire (dans le domaine relativiste) : $(1) + (2) \rightarrow (3) + (4) + ..$

(1)=projectile ; (2)= cible au repos dans SL

$$T_s = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + ..}{2m_2}|Q| \quad \Rightarrow$$

✓ **Si la matérialisation se fait au voisinage d'un noyau :**

$$T_s = \frac{2M + 2m_0}{2M}|Q| \quad et \quad Q = -2m_0c^2$$

$$\text{D'où } T_s = h\nu_{\min} = 2m_0c^2\left(1 + \frac{m}{M}\right) \gtrsim 1.02 \text{ MeV}$$

✓ **Si la matérialisation se fait au voisinage d'un électron :**

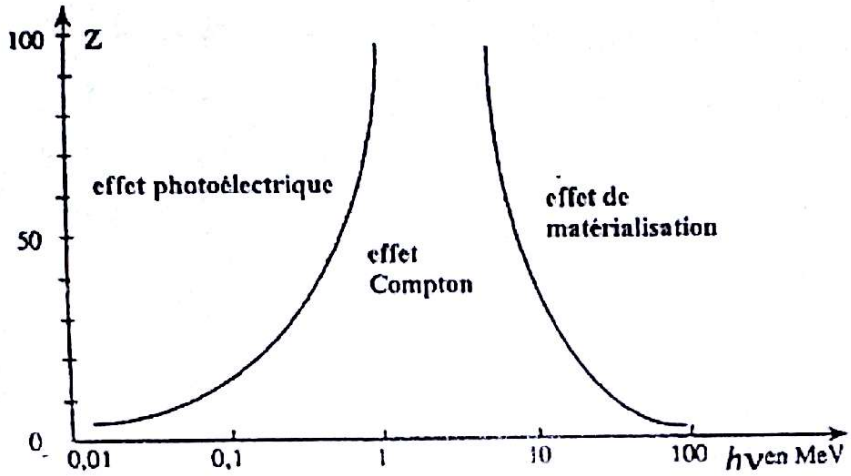
$$T_s = h\nu_{\min} = 4m_0c^2 = 2.04 \text{ MeV}$$

Ce processus est suivi par émission de rayonnements secondaires. En effet, à la fin du ralentissement, le positon s'annihile avec un électron au repos du milieu, avec émission de deux photons d'annihilation d'énergie 0,511 MeV.

Section efficace : $\sigma_p = 0$, si $h\nu < 2m_0.c^2$. Au delà de cette énergie seuil, elle augmente avec l'énergie et avec le numéro atomique du milieu comme $\sigma_p \sim Z^2 \ln h\nu$.

4- Importance relative des trois effets

La figure montre l'importance relative des trois effets en fonction de l'énergie du photon $h\nu$ et du numéro atomique du milieu Z.

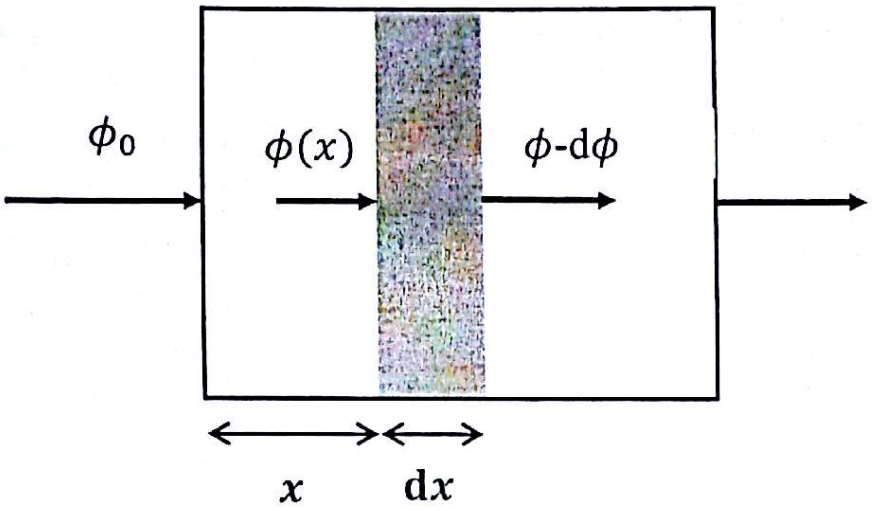


Le long de la 1ère courbe l'effet photoélectrique et l'effet Compton sont également probables ; tandis que le long de la deuxième courbe l'effet Compton et la production de paire ont la même probabilité. L'effet photoélectrique est dominant à basse énergie. Dans les matériaux lourds, il cesse de l'être à partir de 500 keV.

A haute énergie, c'est l'effet de création de paire qui est prédominant : il commence à le devenir à partir de 5 MeV dans les matériaux de Z élevé. Entre les deux, se situe un domaine où c'est l'effet Compton qui domine. Pour les milieux de faible Z (carbone, air, eau, tissus humains), ce domaine est extrêmement large (de $\approx$ 20 keV à $\approx$ 30MeV).

5- Loi d'atténuation

Soit un faisceau de photons monoénergétiques d'énergie d'intensité ϕ_0 frappant normalement un écran absorbeur d'épaisseur x et de densité atomique N.



Dans une tranche d'épaisseur dx, la variation du nombre de photons ϕ est :

$$d\phi = -\,\phi\,\sigma_T\,N\,dx$$

où $\sigma_T = \sigma_{ph} + \sigma_c + \sigma_p$

En intégrant l'équation sur le parcours, on obtient :

$$\phi = \phi_0 e^{-N\sigma_T x} = \phi_0 e^{-\mu x}$$

L'atténuation des photons dans la matière suit une loi exponentielle.

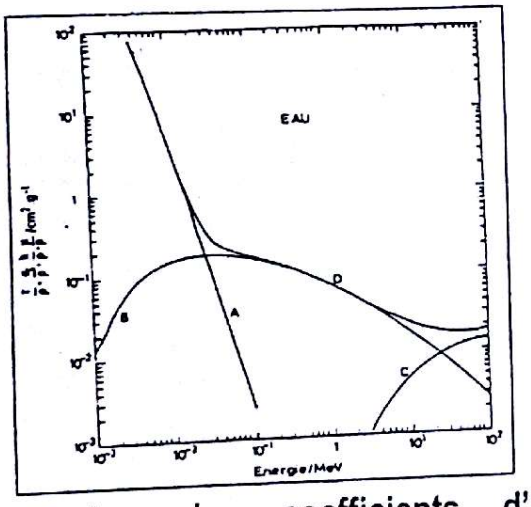
$\mu = N\,\sigma_T$ est le coefficient d'atténuation linéaire des photons s'exprime en cm^{-1}.

$\mu = \tau$ (photoélectrique) + σ (Compton)+ κ (production de paire)

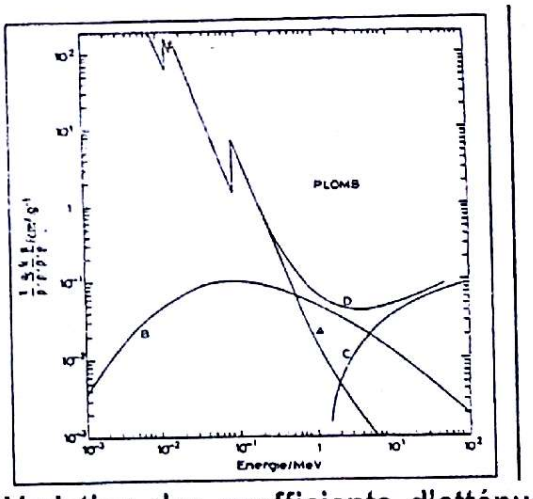
où τ, σ, κ sont les coefficients d'atténuation linéaire correspondant à chacun des effets.

Le coefficient $\lambda = 1/\mu$ est le libre parcours moyen des photons dans l'écran : c'est la distance moyenne parcourue dans

l'écran avant que ne se produise une interaction. Dans les solides λ varie de quelques millimètres à des dizaines de centimètres.
L'inconvénient du coefficient d'atténuation linéaire est qu'il dépend de la densité du milieu. Pour s'en affranchir, on introduit le coefficient d'atténuation massique μ/ρ où ρ est la masse volumique du milieu.
La loi d'atténuation s'écrit alors : $\phi = \phi_0 e^{-(\mu/\rho)\rho x}$
$\rho x = m/s$ est la masse surfacique de l'écran et s'exprime en g cm^{-2}.
Les figures représentent la variation de μ/ρ dans l'eau et dans le plomb en fonction de l'énergie des photons. Ces milieux sont représentatifs des milieux de Z faible et de Z élevé. La comparaison des deux courbes fait bien apparaître la différence notable quant à l'étendue de la zone de prépondérance de l'effet Compton qui est beaucoup plus restreinte dans les matériaux de Z élevé.



Variation des coefficients d'atténuation massiques de l'eau avec l'énergie des photons.



Variation des coefficients d'atténuation massiques du plomb avec l'énergie des photons.

Courbe A : effet photoélectrique τ/ρ Courbe B : effet Compton σ_c/ρ
Courbe C : production