
Cours de Béton Armé

IUP GCI3 option OS

Année 2004/05

OLIVIER GAGLIARDINI
IUP GÉNIE CIVIL ET INFRASTRUCTURES,
UJF-GRENOBLE I

Table des matières

Liste des Figures	7
1 Avant-propos	11
1.1 Notations (Annexe C)	11
1.1.1 Majuscules Romaines	11
1.1.2 Minuscules Romaines	11
1.1.3 Minuscules Grecs	12
1.2 Unités	13
1.3 Conventions de signes en BA	13
1.4 Domaine d'application du BAEL	14
2 Caractéristiques des matériaux	15
2.1 Le béton	15
2.1.1 Comportement expérimental	15
2.1.2 Modélisation - Calculs réglementaires	17
2.2 Les aciers d'armature	21
2.2.1 De quel type ?	21
2.2.2 Sous quelle forme ?	22
2.2.3 Modélisation du comportement	22
2.2.4 Façonnage des aciers	23
2.3 L'adhérence acier-béton	25
2.3.1 Aspect expérimental	26
2.3.2 Approche théorique	27
2.3.3 Ancrage rectiligne	27
2.3.4 Ancrage courbe	29
2.3.5 Poussée au vide	31
3 Dispositions constructives diverses	33
3.1 Protection des armatures	33
3.2 Possibilités de bétonnage correct	33
3.2.1 Diamètre maximal des aciers	33
3.2.2 Espacement minimum	34
4 Dimensionnement des sections en flexion simple	35
4.1 Généralités	35
4.1.1 Domaine d'application	35
4.1.2 Portées des poutres	35
4.2 Flexion simple à l'ELU	35
4.2.1 Hypothèses	35
4.2.2 Notations	36
4.2.3 Droites de déformation - Pivots	37
4.2.4 Equations de l'équilibre	38
4.2.5 Compatibilité des déformations	38
4.2.6 Adimensionnement :	38
4.2.7 Calcul des sections d'acier	38
4.2.8 Pré-dimensionnement	39
4.3 Flexion simple à l'ELS	39

4.3.1	Hypothèses	39
4.3.2	Notations	40
4.3.3	Equations de l'équilibre	40
4.3.4	Compatibilité des déformations	41
4.3.5	Contraintes limites dans les matériaux	41
4.3.6	Dimensionnement et vérification	41
4.4	Section en T	41
4.4.1	Pourquoi des sections en T ?	41
4.4.2	Fonctionnement des sections en T	42
4.4.3	Calcul des vrais sections en T	45
4.5	Condition de non fragilité	47
4.6	Choix du dimensionnement	47
5	Sollicitation d'effort tranchant	48
5.1	Dimensionnement des sections sous sollicitation d'effort tranchant (A.5.1,2)	48
5.1.1	Contrainte tangente conventionnelle (A.5.1,1)	48
5.1.2	ELU des armatures d'âme (A.5.1,23)	48
5.1.3	ELU du béton de l'âme (A.5.1,21)	48
5.1.4	Dispositions constructives	49
5.1.5	Justification des sections d'appuis (A.5.1,3)	49
5.1.6	Répartition des armatures transversales	50
5.2	Vérifications diverses liées à l'existence de l'effort tranchant	51
5.2.1	Entraînement des armatures (A.6.1,3)	51
5.2.2	Décalage de la courbe du moment fléchissant (A.4.1,5)	52
5.3	Règles des coutures généralisées (A.5.3)	53
5.3.1	Règle généralisée	53
5.3.2	Section d'acier de couture	53
5.3.3	Liaison hourdis/âme	54
5.3.4	Liaison talon/âme	56
6	Dalles sur appuis continus (A.8.2 ; B.7 ; E.3)	57
6.1	Définitions et Notations	57
6.2	Domaine d'application (A.8.2)	57
6.3	Dalle articulée sur ces contours	57
6.3.1	Cas des charges réparties	57
6.3.2	Autres types de charges	58
6.4	Prise en compte de la continuité	58
6.5	Ferraillage des dalles	61
6.5.1	Sections d'acier	61
6.5.2	Arrêt de barres	61
6.6	Sollicitation d'effort tranchant	61
6.7	Ouvertures et trémies	62
6.8	Etat limite de déformation	62

7	Poutres et Planchers continus	64
7.1	Particularités liées au Béton Armé	64
7.1.1	Rappel de Résistance des Matériaux	64
7.1.2	Adaptation du Béton Armé	65
7.1.3	Phénomène d'amortissement	67
7.2	Domaines d'application des méthodes propres aux BA	67
7.3	Méthode forfaitaire (<i>Annexe E.1</i>)	69
7.3.1	Domaine d'application <i>B.6.210</i>	69
7.3.2	Application de la méthode	69
7.3.3	Armatures longitudinales	70
7.3.4	Effort tranchant	70
7.4	Méthode de Caquot (<i>Annexe E.2</i>)	71
7.4.1	Domaine d'application <i>B.6.220</i>	71
7.4.2	Principe de la méthode	71
7.4.3	Evaluation des moments sur appui	71
7.4.4	Moments en travée	72
7.4.5	Effort tranchant	73
7.4.6	Tracé des Moments fléchissants	74
7.4.7	Tracé de l'épure d'arrêt de barres	75
7.5	Déformation des poutres (<i>BAEL B.6.5,1</i>)	78
8	Déformation des éléments fléchis	81
8.1	Valeurs limites des flèches (<i>B.6.5,3</i>)	81
8.2	Evaluations des flèches	81
8.2.1	Influence de la fissuration	81
8.2.2	Influence de la durée d'application des charges	81
8.2.3	Flèches pour la section fissurée	82
8.2.4	Calcul des flèches	82
8.2.5	Flèche nuisible	83
9	Poteaux en compression simple	84
9.1	Définition	84
9.2	Elancement d'un poteau	84
9.3	Justification des poteaux (<i>B.8.4</i>)	85
9.3.1	Effort normal résistant théorique	85
9.3.2	Effort normal résistant ultime	86
9.4	Dispositions constructives et recommandations diverses	86
9.4.1	Evaluation des charges verticales (<i>B.8.1,1</i>)	86
9.4.2	Coffrage minimal	87
9.4.3	Section d'acier de calcul	87
9.4.4	Ferraillage minimal	88
9.4.5	Armatures transversales <i>A.8.1,3</i>	88
10	Fondations superficielles	89
10.1	Généralités et définitions	89
10.1.1	Notations	89
10.1.2	Profondeur hors-gel	89
10.1.3	Dimensions minimales-maximales	89

10.1.4 Solutions en fonction du type de porteurs	89
10.2 Condition de portance du sol	90
10.3 Semelle sous mur non-armée transversalement	91
10.4 Semelle en béton armé, continue sous mur	91
10.4.1 Domaine d'application de la méthode des bielles :	91
10.4.2 Principe de la méthode des bielles :	92
10.5 Semelle isolée sous poteau	93
10.6 Semelles équilibrant un effort normal et un moment fléchissant .	94
10.7 Semelles excentrées	94
11 Eléments soumis à de la flexion composée	96
11.1 Notations et données du problème	96
11.2 Section entièrement tendue	97
11.3 Section partiellement comprimée (tendue)	98
11.4 Section entièrement comprimée	100
11.5 Diagrammes d'interaction	101
12 Ouvrages de référence	104

Liste des figures

1	Définition des conventions de signe et notations (cas plan).	13
2	Courbe contrainte-déformation d'un essai de compression.	16
3	Essai Brésilien sur éprouvette cylindrique.	16
4	Contrainte appliquée et déformation engendrée en fonction du temps pour un essai de fluage d'éprouvette de béton.	17
5	Evolution de la résistance f_{c_j} en fonction de l'âge du béton.	18
6	Evolution de la résistance à la traction f_{t_j} en fonction de celle à la compression f_{c_j}	19
7	Evolution du module de Young différé E_{vj} en fonction de la résistance caractéristique à la compression du béton f_{c_j}	20
8	Définition du diagramme contrainte-déformation de calcul à l'ELU.	21
9	Diagrammes contrainte-déformation d'essais de traction sur les différents types d'acier d'armature.	22
10	Section en cm^2 de 1 à 20 armatures de diamètre ϕ en mm	23
11	Treillis Soudés standards distribués par l'ADETS.	24
12	Diagramme contrainte-déformation de calcul de l'acier à l'ELU.	25
13	Longueur développée des cadres, étriers et épingles.	25
14	Principe du dispositif expérimental pour réaliser un essai d'arrachement.	26
15	Courbes caractéristiques obtenues pour des essais d'arrachement sur un acier HA et un rond lisse.	26
16	Modélisation d'un essai d'arrachement : la barre dans le béton, la barre isolée avec les contraintes résultantes de l'action du béton, l'effort dans la barre.	27
17	Evolution de la longueur de scellement droit en fonction de f_{c_j}	28
18	Définition d'un ancrage courbe.	29
19	Equilibre d'un tronçon élémentaire d'un ancrage courbe.	30
20	Définition de l'ancrage normal (A.6.1,253).	31
21	Dispositions constructives à mettre en œuvre pour se prémunir des désordres dus à la poussée au vide.	32
22	Protection des armatures et conditions de bétonnage correct.	33
23	Nombre de barres en fonction de la largeur de béton.	34
24	Définition de la portée d'une poutre selon qu'elle repose sur des appareils d'appuis, des éléments en maçonnerie ou en béton armé.	36
25	Définition des diagrammes contrainte-déformation parabole-rectangle Figure (8) et rectangulaire simplifié dans la section de béton comprimé	36
26	Notations utilisées pour les calculs de flexion simple à l'ELU.	37
27	Définitions des différentes droites de déformation possibles en flexion simple à l'ELU et des Pivots.	37
28	Valeurs de α_u , du pivot et des la contrainte dans les aciers tendus σ_{st} en fonction de la valeur du moment ultime réduit μ_u	39
29	Notations utilisées pour les calculs en flexion simple à l'ELS.	40
30	Etapas du dimensionnement des sections d'acier et de la vérification des contraintes en flexion simple à l'ELS.	42

31	Abaques de Dimensionnement et de vérification en flexion simple à l'ELS.	43
32	Dimensions des débords à prendre en compte pour le calcul d'une poutre en T.	44
33	Notations utilisées pour le calcul d'une poutre en T.	44
34	Principe du calcul de la section d'acier pour une poutre en T à l'ELU : le moment ultime est repris d'une part par les débords de la table et d'autre part par la partie de l'âme au dessus de l'axe neutre.	45
35	Principe du calcul de la section d'acier pour une poutre en T à l'ELS : la résultante des contraintes de compression est calculée comme la différence des contraintes s'appliquant sur une surface $b \times y_1$ en $2y_1/3$ et celles s'appliquant sur une surface $(b - b_0) \times (y_1 - h_1)$ en $2(y_1 - h_1)/3$	46
36	Choix de l'état limite dimensionnant.	47
37	Définition de la largeur a de la bielle de compression au niveau d'un appui.	50
38	Exemple de tracé de la répartition des cadres dans une poutre en fonction de la courbe enveloppe de l'effort tranchant.	51
39	Définition du périmètre utile d'un paquet de barres.	52
40	Fonctionnement de la section de béton armé selon un treillis de Ritter-Mörsch.	52
41	Equilibre d'une surface élémentaire du plan $[P]$	53
42	Notations et équilibre d'un demi-hourdis d'une poutre en T.	55
43	Notations pour le calcul des aciers de couture à la liaison talon/âme.	56
44	Abaques de Mougin pour le calcul des moments dans une dalle de dimensions $l_x/l_y = 0.5$ supportant une charge uniforme sur un rectangle de dimensions $a \times b$. Voir le texte pour l'utilisation.	59
45	Exemple de valeurs pour les moments en travée et sur appuis.	60
46	Exemple de calepinage des TS de la nappe inférieure d'une dalle.	62
47	a : notations utilisées pour l'étude d'une poutre continue. b : définition de la travée isostatique de référence. c décomposition du chargement sur la travée isostatique de référence en trois chargements simples.	64
48	a : Définition des trois poutres de portée l , de même section de béton et armée chacune par une section d'acier A_0 . b : Allure de la fissuration dans les trois poutres pour en début chargement. c Allure de la fissuration à la rupture.	66
49	Forme du ferrailage à adopter dans une poutre continue	67
50	Comparaison du moment fléchissant obtenu dans une poutre continue par application d'une force ponctuelle sur la travée de rive, dans le cas de la théorie de la RdM et dans le cas du béton armé.	67
51	Conditions données par la méthode forfaitaire à vérifier par les moments sur appui et en travée pour des poutres à deux travées et plus de deux travées.	69
52	Arrêt des barres forfaitaire.	70

53	Valeur forfaitaire de l'effort tranchant dans des poutres continues à deux travées et plus de deux travées.	70
54	Notations pour le calcul des moments sur appui par la méthode de Caquot dans le cas de charges réparties.	72
55	Notations pour le calcul des moments sur appui par la méthode de Caquot dans le cas de charges ponctuelles.	72
56	Définition des trois cas de charge à prendre en compte. Chacun de ces trois cas correspond à une valeur extrême des moments de la deuxième travée et des appuis 2 et 3. A l'ELU $C = 1.35g + 1.5q$ et $D = 1.35g$ et à l'ELS $C = g + q$ et $D = g$	73
57	Cas de charge conduisant à la valeur maximale de l'effort tranchant sur l'appui i	74
58	Forme du tableau à remplir pour appliquer la méthode de Caquot	74
59	Tracé des moments fléchissants des trois cas de charge et de la courbe enveloppe.	75
60	Méthode graphique pour tracer une parabole et trouver la valeur maximale.	76
61	Méthode pour tracer une parabole sous AutoCAD.	77
62	Définition de la valeur du moment résistant en fonction de l'arrêt des barres du ferrailage longitudinal.	77
63	Définition de l'ordre d'arrêt des barres en fonction de leur position dans la section.	78
64	Epure d'arrêt des barres.	79
65	Epure d'arrêt de barres de l'exemple traité.	80
66	Courbes enveloppes de la flèche <i>réelle</i> d'un élément soumis à de la flexion.	82
67	Définition de la longueur de flambement pour différentes conditions de liaison du poteau.	84
68	Valeurs des longueurs de flambement des poteaux d'un bâtiment.	85
69	Variation du coefficient α en fonction de l'élancement λ	86
70	Effort normal à prendre en compte dans les poteaux supportant une poutre continue.	87
71	Acier à prendre en compte pour le calcul de N_u	87
72	Espacement maximal des armatures longitudinales d'un poteau.	88
73	Notations pour les fondations superficielles.	89
74	Dimensions minimales d'une fondation superficielle.	90
75	Définitions d'une semelle filante et d'une semelle isolée.	90
76	Valeur de la contrainte à prendre en compte pour vérifier la condition de portance du sol, en fonction de la répartition des contraintes sous la semelle.	90
77	Semelle filante en gros béton.	91
78	Définition des excentricités e_s et e_p et des notations définissant la géométrie de la fondation.	91
79	Transmission de l'effort normal selon des bielles de béton comprimées. Equilibre d'un tronçon élémentaire d'armature.	92
80	Arrêt forfaitaire des barres lorsque $l_s \leq b'/8$	93
81	Evolution de l'effort normal dans les aciers $F(x)$ et de l'effort normal résistant N_{Rs} des barres en fonction du rapport l_s/b'	93

82	Fonctionnement d'une semelle excentrée avec longrine.	94
83	Chargement à prendre en compte pour le calcul d'une poutre de redressement (longrine) et allure du ferrailage à mettre en place.	95
84	Notations utilisées pour définir la géométrie de la section en flexion composée.	96
85	Droites de déformation en flexion composée dans le cas où la section est entièrement tendue.	97
86	Droites de déformation en flexion composée dans le cas où la section est partiellement tendue/comprimée.	98
87	Droites de déformation en flexion composée dans le cas où la section est entièrement comprimée.	101
88	Droites de déformation limites qui correspondent au passage du comportement élastique au comportement plastique des aciers tendus ou comprimé.	102
89	Exemple de diagramme d'interaction.	103

1 Avant-propos

1.1 Notations (Annexe C)

1.1.1 Majuscules Romaines

A (ou A_s ou A_l)	: Aire d'une section d'acier (longitudinal)
A_t	: Somme des aires des sections droites d'un cours d'armatures transversales
B	: Aire d'une section de béton
E_s	: Module de Young de l'acier
E_{ij}	: Module de Young instantané à l'âge de j jours
E_{vj}	: Module de Young différé à l'âge de j jours
F	: Force ou action en général
I_1	: Moment d'inertie de la section homogénéisée par rapport au béton (ELS)
M_{ser}	: Moment fléchissant de calcul de service
M_u	: Moment fléchissant de calcul ultime
N_{ser}	: Effort normal de calcul de service
N_u	: Effort normal de calcul ultime
P	: Action permanente
Q	: Action d'exploitation
S_n	: Résultante des charges de neige
V_u	: Effort tranchant de calcul ultime
W	: Résultante des actions du vent

1.1.2 Minuscules Romaines

a	: Largeur d'un poteau
a' (et b')	: Dimension d'une fondation
b	: Largeur d'une poutre (table), d'un poteau
b_0	: Largeur de l'âme d'une poutre
d (et d')	: Position des armatures tendues (et comprimées) par rapport à la fibre la plus comprimée de la section de béton
e	: Excentricité de l'effort normal, Epaisseur d'une dalle
f_e	: Limite d'élasticité de l'acier
f_{cj}	: Résistance caractéristique à la compression du béton âgé de j jours
f_{tj}	: Résistance caractéristique à la traction du béton âgé de j jours
g	: Charge permanente unitaire
h	: Hauteur d'une poutre, d'une fondation
h_0	: Hauteur du talon d'une poutre
h_1	: Hauteur du hourdis d'une poutre
i	: Rayon de giration d'une section
j	: Nombre de jours de maturité du béton

l	: Portée d'une poutre ou d'une dalle, hauteur d'un poteau
l_s	: Longueur de scellement droite
l_f	: Longueur de flambement
n	: Coefficient d'équivalence acier-béton
q	: Charge permanente unitaire
s_t	: Espacement des armatures transversales
u	: Périmètre
x	: Abscisse
y	: Ordonnée
y_1	: Profondeur de l'axe neutre calculée à l'ELS
y_u	: Profondeur de l'axe neutre calculée à l'ELU
z (ou z_b)	: Bras de levier du couple de flexion

1.1.3 Minuscules Grecs

α	: Angle d'une armature avec la fibre moyenne, coefficient sans dimension en général (très utilisé!) (<i>alpha</i>)
α_u	: Profondeur de l'axe neutre adimensionnée à l'ELU
γ_s	: Coefficient partiel de sécurité sur l'acier (<i>gamma</i>)
γ_b	: Coefficient partiel de sécurité sur le béton
$\epsilon_{bc_{max}}$: Déformation maximale du béton comprimé (<i>epsilon</i>)
ϵ_{st}	: Déformation des armatures tendues
ϵ_{sc}	: Déformation des armatures comprimées
η	: Coefficient de fissuration relatif à une armature (<i>eta</i>)
λ	: Elancement mécanique d'une pièce comprimée (<i>lambda</i>)
μ_{ser}	: Moment ultime réduit à l'ELS (<i>mu</i>)
μ_u	: Moment ultime réduit à l'ELU
ν	: Coefficient de poisson (<i>nu</i>)
ρ	: Rapport de la section d'acier sur celle du béton (<i>rho</i>)
σ	: Contrainte normale (<i>sigma</i>)
$\sigma_{bc_{max}}$: Contrainte maximale du béton comprimé
σ_{st}	: Contrainte dans les aciers tendus
σ_{sc}	: Contrainte dans les aciers comprimés
τ	: Contrainte tangente (<i>tau</i>)
τ_u	: Contrainte tangente conventionnelle
τ_s	: Contrainte d'adhérence
τ_{se}	: Contrainte d'adhérence d'entraînement
φ	: Coefficient de fluage (<i>phi</i>)
ϕ_l	: Diamètre d'une armature longitudinale
ϕ_t	: Diamètre d'une armature transversale
ψ_s	: Coefficient de scellement relatif à une armature (<i>psi</i>)

1.2 Unités

Les unités utilisées en béton armé sont celles du système international (USI) et leurs multiples :

$m, (cm, mm)$: Longueur, dimension, portée
cm^2	: Section d'acier
m^2	: Section
$kN, (N, MN)$: Charge ponctuelle
$kNm^{-1}, (Nm^{-1}, MNm^{-1})$: Charge linéique
$kNm^{-2}, (Nm^{-2}, MNm^{-2})$: Charge surfacique
$kNm^{-3}, (Nm^{-3}, MNm^{-3})$: Charge volumique
$kNm, (Nm, MNm)$: Moment
$MPa, (Pa, kPa)$: Contrainte

Une conversion bien utile : $1 MPa = 1 MNm^{-2} = 1 Nmm^{-2} = 10^6 Pa$.

On rencontre encore parfois le *bar* comme unité de contrainte : $1 bar = 1 kgcm^{-2}$ et $10 bar \approx 1 MPa$.

1.3 Conventions de signes en BA

Par convention, les sollicitations sont égales aux efforts et moments à **droite** de la section (selon x^+). Dans le cas particulier d'un chargement plan, ces conventions de signe et notations sont présentées sur la Figure 1, où

- N_x est l'effort normal,
- V_y l'effort tranchant,
- M_z le moment fléchissant.

Avec cette convention, on a :

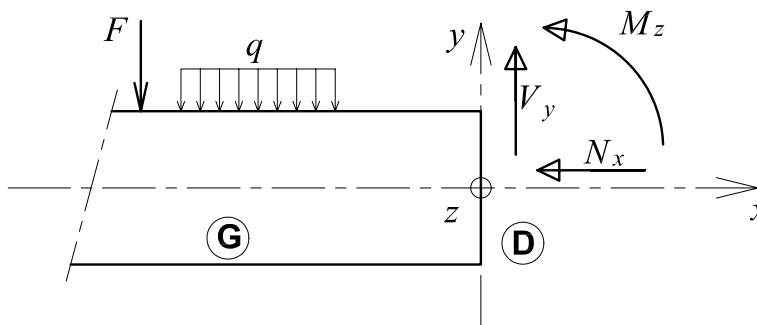


Fig. 1: Définition des conventions de signe et notations (cas plan).

$$V_y(x) = -\frac{dM_z(x)}{dx}.$$

On remarquera que contrairement aux conventions RdM classiques, un effort normal positif correspond à une compression. De même, on adopte une convention particulière pour les contraintes : les contraintes de compression sont positives.

On pourra retenir qu'une valeur positive du moment fléchissant ($M_z > 0$)

implique que les fibres inférieures (du côté de y^-) sont tendues (déformation positive et contrainte négative).

Avec ces conventions, la contrainte normale dans la section droite est donnée par :

$$\sigma_{xx}(x, y) = \frac{M_z(x)}{I_{zz}}y + \frac{N}{S}.$$

où I_{zz} est le moment quadratique de la section par rapport à Gz et S sa surface.

1.4 Domaine d'application du BAEL

Les règles BAEL91 modifiées 99 sont applicables à tous les ouvrages en béton armé, dont le béton est constitué de granulats naturels normaux, avec un dosage en ciment au moins égal à 300 kg/m^3 de béton mis en œuvre (A.1.1).

On distingue :

- **les constructions courantes** ayant une charge d'exploitation Q modérée $Q < 2G$ ou $Q < 5 \text{ kNm}^{-2}$.
- **les constructions industrielles** à charge d'exploitation relativement élevée : $Q > 2G$ ou $Q > 5 \text{ kNm}^{-2}$.
- **les constructions spéciales** pour lesquelles certaines parties sont assimilées à des éléments de construction courante, d'autres à des éléments de construction industrielle et d'autres relèvent de l'application des règles générales (par exemple un parking de voitures couvert par un plancher sous chaussée).

Les constructions suivantes restent en dehors du domaine d'application :

- les constructions en béton non armé,
- les constructions en béton léger,
- les constructions mixtes acier-béton,
- les constructions en béton de résistance caractéristique supérieure à 80 MPa (pour les résistances de 60 à 80 MPa se reporter à l'Annexe F des règles modifiées en 99),
- les éléments soumis à des températures s'écartant de celles qui résultent des seules influences climatiques.

2 Caractéristiques des matériaux

L'objectif de cette partie est de présenter les principales caractéristiques des matériaux utilisés en Béton Armé, puis les modèles adoptés pour conduire les calculs réglementaires.

Concept du Béton Armé Le béton de ciment présente des *résistances à la compression assez élevées*, de l'ordre de 25 à 40 MPa, mais sa *résistance à la traction est faible*, de l'ordre de 1/10 de sa résistance en compression. De plus, le béton de ciment a un comportement *fragile*.

L'acier présente une *très bonne résistance à la traction* (et aussi à la compression pour des élancements faibles), de l'ordre de 500 MPa, mais si aucun traitement n'est réalisé, il subit les effets de la *corrosion*. De plus, son comportement est *ductile*, avec des déformations très importantes avant rupture (de l'ordre de la dizaine de %).

Pour pallier à la faible résistance du béton en traction et à sa fragilité, on lui associe des armatures en acier : c'est le béton armé.

2.1 Le béton

On se limitera ici aux aspects relatifs au comportement mécanique du béton. Pour les aspects relatifs à sa composition et à sa mise en œuvre, on se référera au cours sur les bétons.

2.1.1 Comportement expérimental

Essais de compression Le béton présente une relative bonne résistance à la compression. Les résistances obtenues dépendent de la composition. En général, les essais sont réalisés sur des éprouvettes normalisées, appelées 16×32, de forme cylindrique de hauteur 32 cm et de diamètre 16 cm (Aire de 200 cm²).

A partir d'une courbe contrainte-déformation d'un essai de compression (Figure 2), on peut tirer les grandeurs suivantes :

- le module de Young instantané $E_{ij} \approx 30\,000 \text{ MPa}$,
- la contrainte maximale $\sigma_{max} \approx 20 \sim 40 \text{ MPa}$,
- la déformation maximale à la rupture $\approx 2\text{‰} = 2 \cdot 10^{-3}$.

Essais de traction Il est beaucoup plus difficile de faire des essais en traction. On distingue :

- Les essais de traction directe avec des éprouvettes collées,
- Les essais de traction indirecte tels que l'essai Brésilien ou l'essai en flexion quatre points.

Pour les essais en traction indirecte, la déduction du comportement en traction nécessite une interprétation de l'essai via un modèle. Par exemple, pour l'essai Brésilien qui consiste à fendre une éprouvette cylindrique comme indiqué sur la Figure 3, la résistance à la traction est donnée par :

$$R_t = \frac{2F}{\pi D h}$$

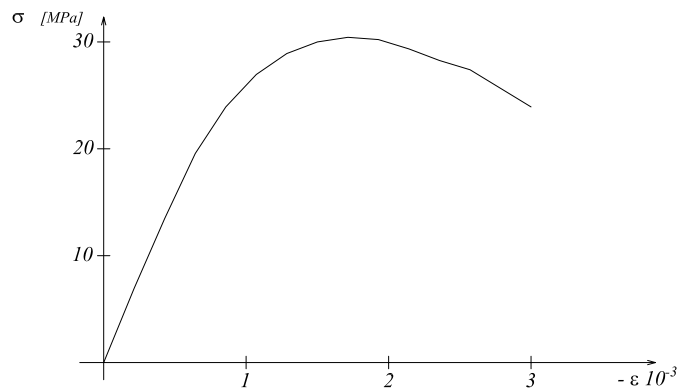


Fig. 2: Courbe contrainte-déformation d'un essai de compression.

où F est l'effort à la rupture.

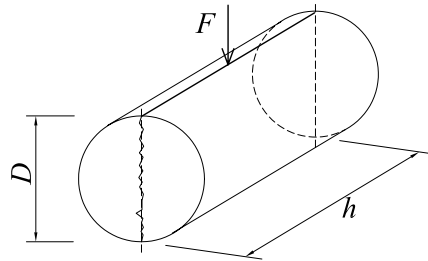


Fig. 3: Essai Brésilien sur éprouvette cylindrique.

On retiendra que la résistance à la traction du béton est beaucoup plus faible que celle à la compression :

$$R_t \approx \frac{R_c}{10}$$

Fluage du béton Sous chargement constant, la déformation du béton augmente continuellement avec le temps (voir Figure 4). Pour le béton, les déformations de fluage sont loin d'être négligeables puisqu'elles peuvent représenter jusqu'à deux fois les déformations instantanées : $\epsilon_v = \epsilon_\infty \approx 3\epsilon_i$.

Phénomène de retrait Après coulage, une pièce de béton conservée à l'air tend à se raccourcir. Ceci est dû à l'évaporation de l'eau non-liée avec le ciment et peut entraîner des déformations de l'ordre de $1.5 \cdot 10^{-4}$ à $5 \cdot 10^{-4}$ selon l'humidité de l'environnement. On notera que des pièces de béton conservées dans l'eau subissent, au contraire, un gonflement. Le retrait commence dès le premier jour de vie de la pièce en béton et on observe que 80% du retrait est atteint au bout de deux ans. La principale conséquence du retrait est l'apparition de contraintes internes de traction, contraintes dont la valeur peut facilement dépasser la limite de fissuration.

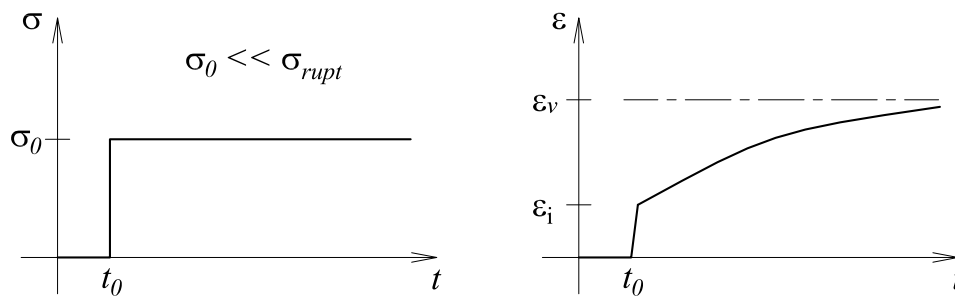


Fig. 4 : Contrainte appliquée et déformation engendrée en fonction du temps pour un essai de fluage d'éprouvette de béton.

Pour se protéger des désordres liés au retrait, on adoptera les dispositifs constructifs suivants :

- utiliser des bétons à faible chaleur d'hydratation,
- maintenir les parements en ambiance humide après coulage,
- disposer des armatures de peaux de faible espacement pour bien répartir les fissures de retrait,
- éviter de raccorder des pièces de tailles très différentes,
- utiliser des adjuvants limitant les effets du retrait.

Dilatation thermique Le coefficient de dilatation du béton vaut de 9 à 12 10^{-6} , et on adoptera une valeur forfaitaire de 10^{-5} pour le béton armé. On notera que la valeur du coefficient de dilatation de l'acier ($11 \cdot 10^{-6}$) est très proche de celle du béton. Une variation de température de $10^{\circ}C$ induit une déformation de 10^{-4} , c'est à dire qu'un élément de 10 m de long verra son extrémité libre se déplacer de 1 mm. Dans la pratique, les éléments ne sont pas libres, et les variations de température entraînent des contraintes internes de traction. Pour éviter des désordres, on placera régulièrement sur les éléments (dalle, voile de façade) ou bâtiments de grandes dimensions des joints de dilatation espacés de 25 à 50 mètres selon la région (B.5.1). Notons que ces joints de dilatation sont aussi un moyen de lutter contre les désordres dus au retrait.

2.1.2 Modélisation - Calculs réglementaires

Résistance caractéristique à la compression (A.2.1,11) La résistance caractéristique à la compression du béton f_{c_j} à j jours d'âge est déterminée à partir d'essais sur des éprouvettes 16×32 . Elle est définie comme la valeur de la résistance en dessous de laquelle on peut s'attendre à rencontrer 5% au plus de l'ensemble des ruptures des essais de compression. En pratique, comme le nombre d'essais réalisés ne permet pas un traitement statistique suffisant, on adopte la relation simplifiée suivante :

$$f_{c_j} = \frac{\sigma_j}{1.15},$$

où σ_j est la valeur moyenne des résistances obtenues sur l'ensemble des essais réalisés.

On utilise le plus souvent la valeur à 28 jours de maturité : f_{c28} . Pour des calculs en phase de réalisation, on adoptera les valeurs à j jours, définies à partir de f_{c28} , par :

✓ Pour des résistances $f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$:

$$\begin{cases} f_{c_j} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} & \text{si } j < 60 \text{ jours} \\ f_{c_j} = 1.1 f_{c28} & \text{si } j > 60 \text{ jours} \end{cases}$$

✓ Pour des résistances $f_{c28} > 40 \text{ MPa}$:

$$\begin{cases} f_{c_j} = \frac{j}{1.40 + 0.95j} f_{c28} & \text{si } j < 28 \text{ jours} \\ f_{c_j} = f_{c28} & \text{si } j > 28 \text{ jours} \end{cases}$$

La Figure 5 donne l'allure de la variation de la résistance f_{c_j} en fonction de l'âge du béton pour les deux types de béton. Attention, ces courbes sont adimensionnées par rapport à f_{c28} , et sur un dessin à l'échelle, il est évident que la courbe de résistance d'un béton tel que $f_{c28} > 40 \text{ MPa}$ serait au dessus de celle d'un béton de résistance $f_{c28} < 40 \text{ MPa}$. Sur cette figure, on observe

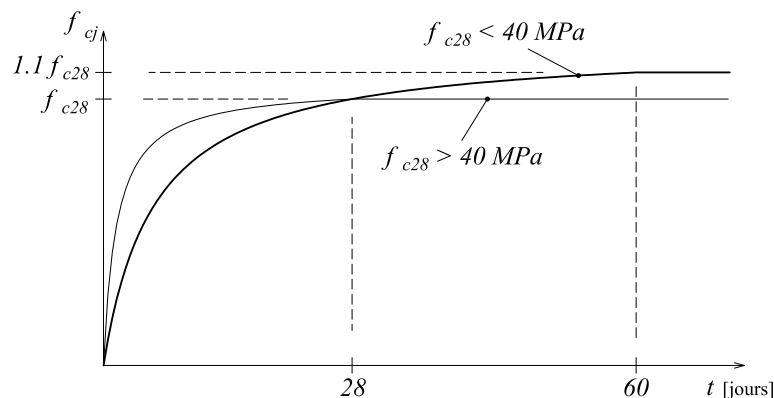


Fig. 5: Evolution de la résistance f_{c_j} en fonction de l'âge du béton.

que la montée en résistance des bétons à performances élevées est plus rapide que pour les bétons classiques. Cette propriété rend les bétons à performances élevées très intéressants en phase de construction.

Résistance caractéristique à la traction La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours, notée f_{t_j} , est conventionnellement définie par les relations :

$$\begin{cases} f_{t_j} = 0.6 + 0.06 f_{c_j} & \text{si } f_{c28} \leq 60 \text{ MPa (A.2.1,12)} \\ f_{t_j} = 0.275 f_{c_j}^{2/3} & \text{si } f_{c28} > 60 \text{ MPa (Annexe F)} \end{cases}$$

La Figure 6 présente l'évolution de la résistance caractéristique à la traction f_{t_j} en fonction de celle à la compression f_{c_j} .

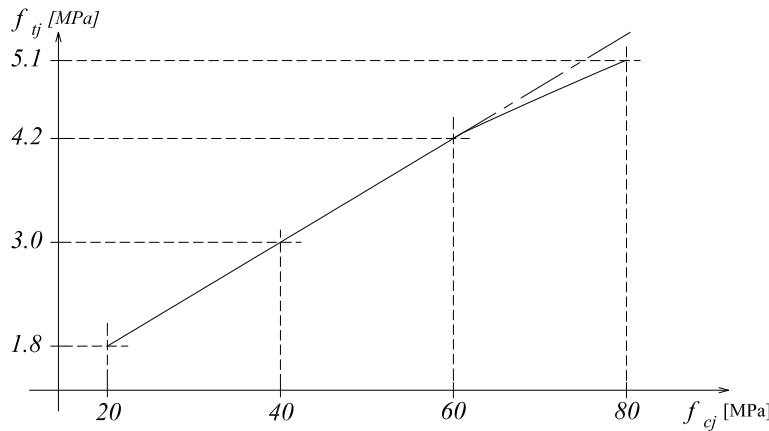


Fig. 6 : Evolution de la résistance à la traction f_{t_j} en fonction de celle à la compression f_{c_j} .

Dans la plupart des calculs réglementaires des pièces soumises à des contraintes normales, la résistance mécanique du béton tendu sera négligée. Pour les calculs relatifs aux contraintes de cisaillement et à l'adhérence, on adoptera les valeurs données ci-dessus.

Modules de déformation longitudinale On distingue les module de Young instantané E_{ij} et différé E_{vj} . Le module instantané est utilisé pour les calculs sous chargement instantané de durée inférieure à 24 heures. Pour des chargements de longue durée (cas courant), on utilisera le module différé, qui prend en compte *artificiellement* les déformations de fluage du béton. Celles-ci représentant approximativement deux fois les déformations instantanées, le module différé est pris égal à trois fois le module instantané.

$$E_{ij} = 3E_{vj}.$$

Il est évident que cette approche est simplificatrice et que le fluage d'un matériau ne vérifie pas la loi de Hooke d'un matériau élastique (la loi de fluage est une relation entre les contraintes et les vitesses de déformation). Néanmoins, cette approche permet d'estimer les déformations cumulées dues à la déformation instantanée élastique et au fluage à un temps infini.

Le module de Young différé du béton dépend de la résistance caractéristique à la compression du béton :

$$\begin{cases} E_{vj} = 3700f_{c_j}^{1/3} & \text{si } f_{c_{28}} \leq 60 \text{ MPa (A.2.1,2)} \\ E_{vj} = 4400f_{c_j}^{1/3} & \text{si } f_{c_{28}} > 60 \text{ MPa, sans fumée de silice (annexe F)} \\ E_{vj} = 6100f_{c_j} & \text{si } f_{c_{28}} > 60 \text{ MPa, avec fumée de silice (annexe F)} \end{cases}$$

Pour les bétons à performances élevées, la part des déformations de fluage est plus faible, de 1.5 à 0.8 fois les déformations instantanées pour des bétons sans ou avec fumée de silice, respectivement. La Figure 7 présente l'évolution de E_{vj} en fonction de la résistance caractéristique à la compression du béton.

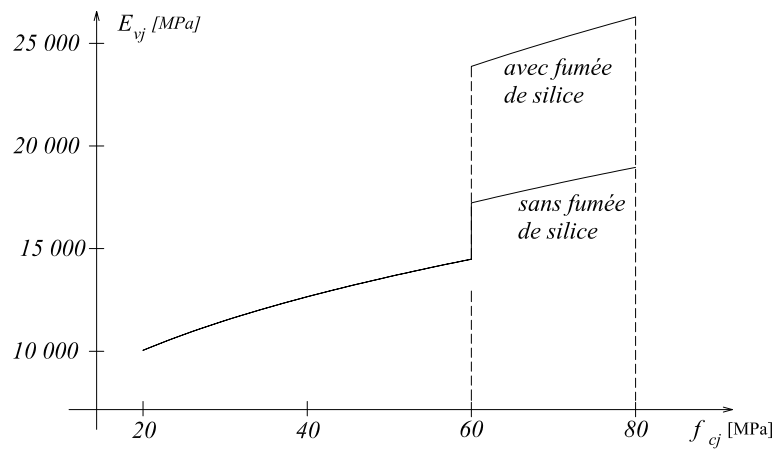


Fig. 7 : Evolution du module de Young différé E_{vj} en fonction de la résistance caractéristique à la compression du béton f_{c_j} .

Coefficients de poisson Le coefficient de poisson sera pris égal à $\nu = 0$ pour un calcul de sollicitations à l'ELU et à $\nu = 0.2$ pour un calcul de déformations à l'ELS (A.2.1,3).

Modèle de calcul à l'ELS Les déformations nécessaires pour atteindre l'ELS sont relativement faibles et on suppose donc que le béton reste dans le domaine élastique. On adopte donc la loi de Hooke de l'élasticité pour décrire le comportement du béton à l'ELS, avec pour des charges de longue durée $E_b = E_{vj}$ et $\nu = 0.2$. La résistance mécanique du béton tendu est négligé (A.4.5,1). De plus, on adopte en général une valeur forfaitaire pour le module de Young du béton égale à 1/15 de celle de l'acier ($E_b \approx 13\,333\text{ MPa}$)

Modèle de calcul à l'ELU Pour les calculs à l'ELU, le comportement réel du béton est modélisé par la loi *parabole-rectangle* sur un diagramme contraintes-déformations donné sur la Figure 8, avec sur cette figure

$$- \epsilon_{bc1} = 2\text{‰}$$

$$- \epsilon_{bc1} = \begin{cases} 3.5\text{‰} & \text{si } f_{c_j} \leq 40\text{ MPa} \text{ (A.4.3,41)} \\ (4.5 - 0.025f_{c_j})\text{‰} & \text{si } f_{c_j} > 40\text{ MPa} \text{ (A.4.3,41)} \end{cases}$$

- la valeur de calcul de la résistance en compression du béton f_{bu} est donnée par :

$$f_{bu} = \frac{0.85f_{c_j}}{\theta\gamma_b},$$

où

- le coefficient de sécurité partiel γ_b vaut 1.5 pour les combinaisons fondamentales et 1.15 pour les combinaisons accidentelles,
- θ est un coefficient qui tient compte de la durée d'application des charges : $\theta = 1$ si la durée est supérieure à 24h, $\theta = 0.9$ si la durée est comprise entre 1h et 24h et $\theta = 0.85$ sinon.

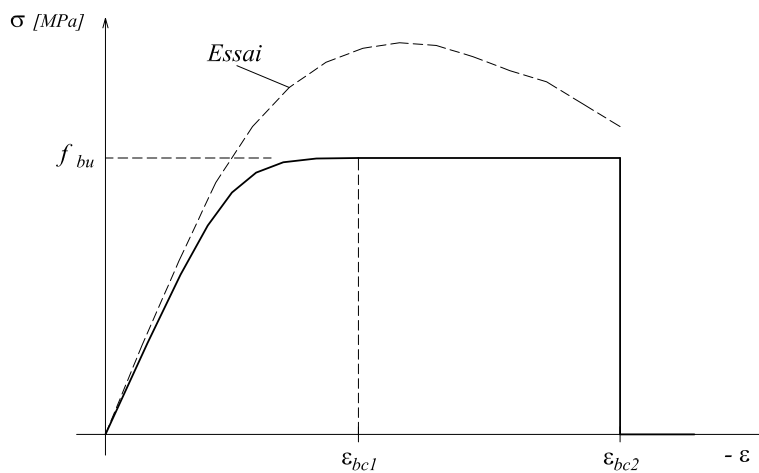


Fig. 8: Définition du diagramme contrainte-déformation de calcul à l'ELU.

2.2 Les aciers d'armature

2.2.1 De quel type ?

On distingue quatre types d'acier pour armature (voir Figure 9), du moins au plus écroui :

1. Les aciers doux, sans traitement thermique ayant une valeur caractéristique de la limite élastique garantie de 125 ou 235 MPa. Ce sont les ronds lisses (noté ϕ), qui ne sont plus utilisés que pour faire des crochets de levage en raison de leur très grande déformation à la rupture (allongement de 22%).
2. Les aciers laminés à chaud, naturellement durs, dit aciers à haute adhérence de type I. Ce type d'acier a une limite d'élasticité garantie de 400 MPa et un allongement à la rupture de 14%.
3. Les aciers laminés à chaud et écrouis avec faible réduction de section (par traction-torsion), dits aciers à haute adhérence de type II. Ce type d'acier a une limite d'élasticité garantie de 500 MPa et un allongement à la rupture de 12%.
4. Les aciers laminés à chaud par tréfilage (forte réduction de section), fortement écrouis, utilisés pour fabriquer les treillis soudés et fils sur bobines. Ce type d'acier a une limite d'élasticité garantie de 500 MPa et un allongement à la rupture de 8%.

On pourra retenir que l'action de l'écrouissage est d'augmenter la limite d'élasticité en faisant disparaître le palier de plasticité, et de diminuer l'allongement à la rupture (plus fragile). Les quatre types d'acier ont le même comportement élastique, donc un même module de Young de $E_s = 210\,000\text{ MPa}$. La déformation à la limite élastique est voisine de 0.2%, en fonction de la valeur de la limite d'élasticité.

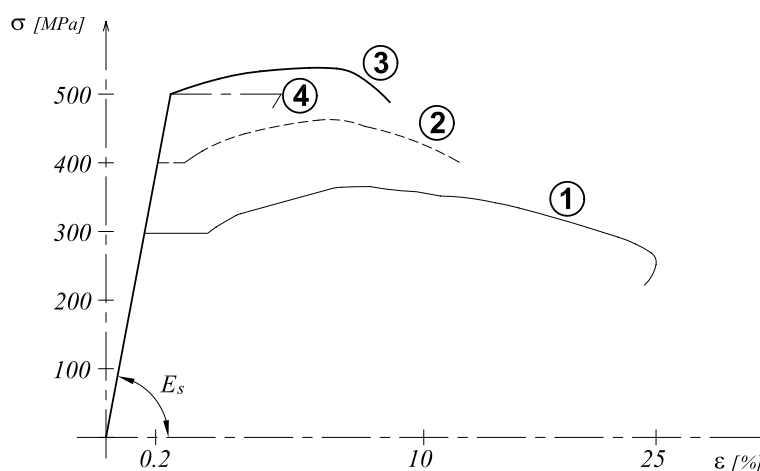


Fig. 9 : Diagrammes contrainte-déformation d'essais de traction sur les différents types d'acier d'armature.

2.2.2 Sous quelle forme ?

Les barres On trouve des barres de longueur variant de 6.00 m à 12.00 m, lisses ou à haute adhérence, pour les diamètres normalisés suivants (en mm) :

5 - 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 - 40

Le tableau de la Figure 10 aide à choisir le diamètre et le nombre de barres à mettre en place pour une largeur de section de béton donnée.

Les fils Les armatures sous forme de fils sont stockées sur des bobines. Les fils servent principalement à la réalisation de treillis soudés, de cadres, d'épingles et d'étriers en usine de façonnage d'armatures, ou pour le ferrailage d'éléments préfabriqués tels que les prédalles BA ou BP. On trouve des diamètres de 5 à 12 mm et se sont généralement des aciers à haute adhérence.

Les treillis soudés Les TS sont utilisés pour ferrailer rapidement des éléments plans, tels que les voiles, dalles et dallages. Ils sont disponibles en rouleaux ou en panneaux et sont composés d'aciers à haute adhérence. L'association technique pour le développement et l'emploi du TS (ADETS) propose 5 treillis antifissuration et 11 treillis de structure standards (voir Figure 11). On peut imaginer de faire fabriquer un TS spécial si aucun des TS standards proposés par l'ADETS ne correspond (réservé à des gros chantiers pour de grandes quantités).

2.2.3 Modélisation du comportement

On notera qu'un seul modèle est utilisé pour décrire le comportement des quatre types d'acier, ce modèle étant fonction de la limite d'élasticité garantie f_e .

Section en cm^2 de 1 à 20 armatures de diamètre ϕ en mm

ϕ	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
1	0,20	0,28	0,50	0,79	1,13	1,54	2,01	3,14	4,91	8,04	12,57
2	0,39	0,57	1,01	1,57	2,26	3,08	4,02	6,28	9,82	16,08	25,13
3	0,59	0,85	1,51	2,36	3,39	4,62	6,03	9,42	14,73	24,13	37,70
4	0,79	1,13	2,01	3,14	4,52	6,16	8,04	12,57	19,64	32,17	50,27
5	0,98	1,41	2,51	3,93	5,65	7,70	10,05	15,71	24,54	40,21	62,83
6	1,18	1,70	3,02	4,71	6,79	9,24	12,06	18,85	29,45	48,25	75,40
7	1,37	1,98	3,52	5,50	7,92	10,78	14,07	21,99	34,36	56,30	87,96
8	1,57	2,26	4,02	6,28	9,05	12,32	16,08	25,13	39,27	64,34	100,5
9	1,77	2,54	4,52	7,07	10,18	13,85	18,10	28,27	44,18	72,38	113,1
10	1,96	2,83	5,03	7,85	11,31	15,39	20,11	31,42	49,09	80,42	125,7
11	2,16	3,11	5,53	8,64	12,44	16,93	22,12	34,56	54,00	88,47	138,2
12	2,36	3,39	6,03	9,42	13,57	18,47	24,13	37,70	58,91	96,51	150,8
13	2,55	3,68	6,53	10,21	14,70	20,01	26,14	40,84	63,81	104,6	163,4
14	2,75	3,96	7,04	11,00	15,83	21,55	28,15	43,98	68,72	112,6	175,9
15	2,95	4,24	7,54	11,78	16,96	23,09	30,16	47,12	73,63	120,6	188,5
16	3,14	4,52	8,04	12,57	18,10	24,63	32,17	50,27	78,54	128,7	201,1
17	3,34	4,81	8,55	13,35	19,23	26,17	34,18	53,41	83,45	136,7	213,6
18	3,53	5,09	9,05	14,14	20,36	27,71	36,19	56,55	88,36	144,8	226,2
19	3,73	5,37	9,55	14,92	21,49	29,25	38,20	59,69	92,27	152,8	238,8
20	3,93	5,65	10,05	15,71	22,62	30,79	40,21	62,83	98,17	160,8	251,3

Fig. 10: Section en cm^2 de 1 à 20 armatures de diamètre ϕ en mm.

Modèle de calcul à l'ELS Comme le béton, à l'ELS on suppose que les aciers travaillent dans le domaine élastique. On utilise donc la loi de Hooke de l'élasticité. On adopte une valeur du module de Young forfaitaire $E_s = 200\,000\text{ MPa}$.

Modèle de calcul à l'ELU Le comportement des aciers pour les calculs à l'ELU vérifie une loi de type élasto-plastique parfait, comme décrit sur le diagramme contrainte-déformation de la Figure 12 (A.4.3,2), où la valeur de calcul de la limite d'élasticité garantie f_{su} est définie par :

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

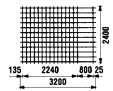
et γ_s est un coefficient de sécurité partiel qui vaut 1.15 sauf pour les combinaisons accidentelles où il vaut 1.

2.2.4 Façonnage des aciers

Afin de ne pas trop plastifier les aciers, il convient d'adopter des mandrins de façonnage dont les diamètres ne soient pas trop petits. On admet qu'un cadre, un étrier ou une épingle soit plus plastifié au niveau des coudes que les ancrages d'une barre longitudinale.

Les ancrages courbes Les rayons de courbure R des ancrages courbes de barres longitudinales doivent vérifier :

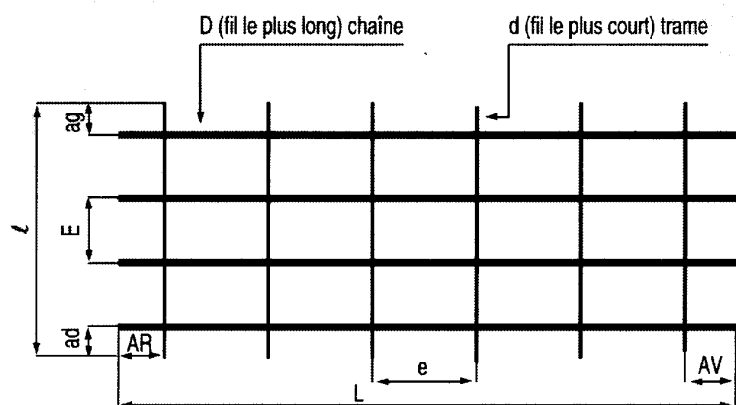
$$\begin{cases} R \geq 3\phi & \text{pour un rond lisse de diamètre } \phi \\ R \geq 5.5\phi & \text{pour un HA de diamètre } \phi \end{cases}$$

PRODUITS STANDARDISÉS SUR STOCK										
Caractéristiques nominales										
TREILLIS ANTIFISSURATION (NFA 26-024)										
Désignation ADETS	Section S cm ² /m	S cm ² /m	E mm	D mm	Abouts AV AR ad ag mm / mm	Nombre de fils N n	Longueur Largeur L l m	Masse nominale kg/m ²	Surface 1 rouleau ou 1 panneau m ²	Masse 1 rouleau ou 1 panneau kg
RAF R	0,80	0,80 0,53	200 300	4,5	100 / 100 100 / 100	12 167	50,00* 2,40	1,043	120,00	125,10
PAF R	0,80	0,80 0,53	200 300	4,5	150 / 150 100 / 100	12 12	3,60 2,40	1,042	8,64	9,00
RAF C	0,80	0,80 0,80	200 200	4,5	100 / 100 100 / 100	12 200	40,00* 2,40	1,250	96,00	120,00
PAF C	0,80	0,80 0,80	200 200	4,5	100 / 100 100 / 100	12 18	3,60 2,40	1,250	8,64	10,80
PAF V	0,99	0,80 0,99	200 160	4,5 4,5	135 / 25 100 / 100	12 16			7,68	9,60

* Rouleaux : diamètre extérieur minimum autorisé = 500 mm.

TREILLIS DE STRUCTURE (NFA 35-016)										
Désignation ADETS	Section S cm ² /m	S cm ² /m	E mm	D mm	Abouts AV AR ad ag mm / mm	Nombre de fils N n	Longueur Largeur L l m	Masse nominale kg/m ²	Surface 1 rouleau ou 1 panneau m ²	Masse 1 panneau kg
ST 10	1,19	1,19 1,19	200 200	5,5	100 / 100 100 / 100	12 24	4,80 2,40	1,870	11,52	21,54
ST 20	1,89	1,88 1,28	150 300	6 7	150 / 150 75 / 75	16 20	6,00 2,40	2,487	14,40	35,81
ST 25	2,57	2,57 1,28	150 300	7 7	150 / 150 75 / 75	16 20	6,00 2,40	3,020	14,40	43,49
ST 30	2,83	2,83 1,28	100 300	6 7	150 / 150 50 / 50	24 20	6,00 2,40	3,326	14,40	46,46
ST 35	3,85	3,85 1,28	100 300	7 7	150 / 150 50 / 50	24 20	6,00 2,40	4,026	14,40	57,98
ST 45	4,24	4,24 1,68	150 300	9 8	150 / 150 75 / 75	16 20	6,00 2,40	4,643	14,40	66,86
ST 50	5,03	5,03 1,68	100 300	8 8	150 / 150 50 / 50	24 20	6,00 2,40	5,267	14,40	75,84
ST 60	6,36	6,36 2,51	100 200	9 8	100 / 100 50 / 50	24 30	6,00 2,40	6,965	14,40	100,3
ST 25 C	2,57	2,57 1,50	150 150	7 7	75 / 75 75 / 75	16 40	6,00 2,40	4,026	14,40	57,98
ST 40 C	3,85	3,85 1,00	100 100	7 7	50 / 50 50 / 50	24 60	6,00 2,40	6,040	14,40	86,98
ST 65 C	6,36	6,36 1,00	100 100	9 9	50 / 50 50 / 50	24 60	6,00 2,40	9,980	14,40	143,71

Les colisages sont propres à chaque membre de l'ADETS. Chaque colis est fermé par des liens qui ne sont en aucun cas prévus pour la manutention.



- L : Longueur du panneau
 l : Largeur unique 2,40 m
 D : Diamètre du fil de chaîne
 d : Diamètre du fil de trame
 E : Espacement fil de chaîne
 e : Espacement fil de trame
 AR : About arrière
 AV : About avant
 ad = av : About de rive

Fig. 11: Treillis Soudés standards distribués par l'ADETS.

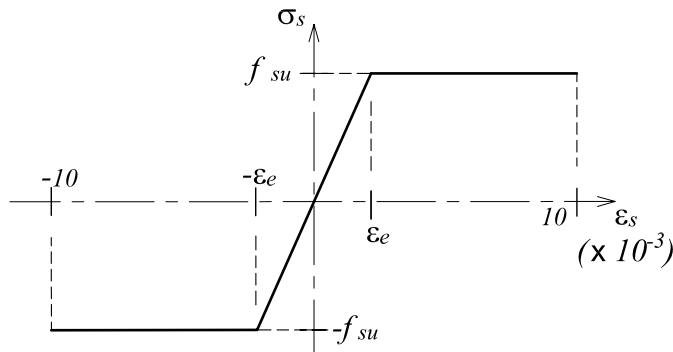


Fig. 12: Diagramme contrainte-déformation de calcul de l'acier à l'ELU.

Le rayon de courbure étant défini sur la fibre moyenne de la barre, le diamètre du mandrin à utiliser est $D = 2R - \phi$.

Les cadres, épingles et étriers Pour les cadres, étriers et épingles, les rayons de courbures r sont :

$$\begin{cases} r \geq 2\phi & \text{pour un rond lisse de diamètre } \phi \\ r \geq 3\phi & \text{pour un HA de diamètre } \phi \end{cases}$$

La Figure 13 permet de calculer les longueurs développées des cadres, étriers et épingles en acier à haute adhérence, définis à partir de leurs cotes d'encombrement a et b .

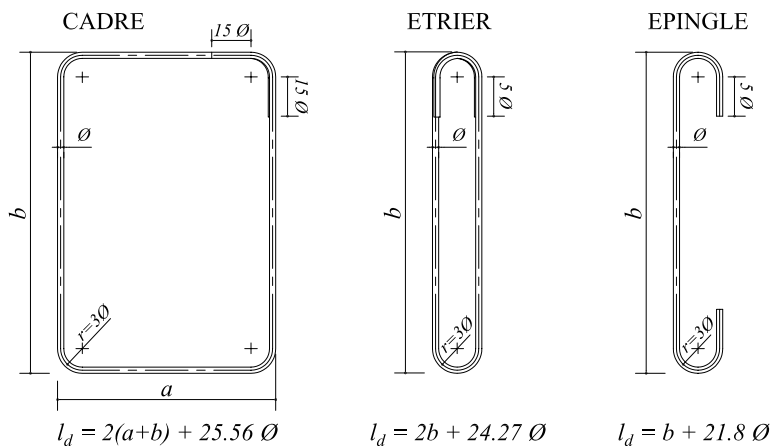


Fig. 13: Longueur développée des cadres, étriers et épingles.

2.3 L'adhérence acier-béton

Comme nous venons de le voir, le comportement de l'acier est très bien connu et celui du béton est bien connu. Le béton armé étant une structure composite - béton et acier - il est nécessaire de bien connaître aussi le comportement de

l'interface entre les deux matériaux. L'objectif de l'étude est :

- de bien connaître les différents paramètres qui influencent le comportement de l'interface (f_{c28} , HA, rond lisse, ?),
- de justifier une des hypothèses importantes des calculs en béton armé, à savoir qu'il n'y a pas de glissement des barres d'acier ($\epsilon_b = \epsilon_s$).

2.3.1 Aspect expérimental

L'adhérence de l'acier et du béton peut être mesurée sur un essai d'arrachement, dont le principe est présenté sur la Figure 14.

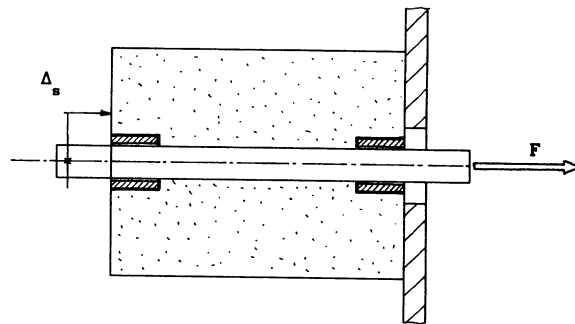


Fig. 14 : Principe du dispositif expérimental pour réaliser un essai d'arrachement.

A partir de ces essais, on obtient des courbes reliant le déplacement Δ_s du bout de l'acier à l'effort de traction appliqué F . La Figure 15 donne un exemple de courbes obtenues, pour un HA et un rond lisse de même diamètre $\phi = 14\text{ mm}$.

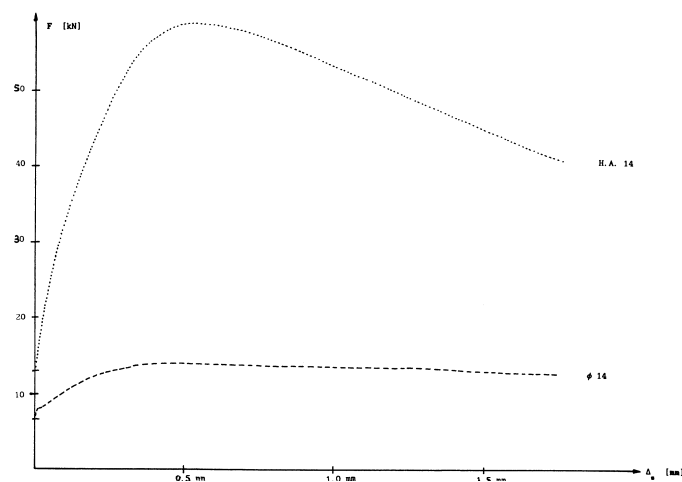


Fig. 15 : Courbes caractéristiques obtenues pour des essais d'arrachement sur un acier HA et un rond lisse.

Ces essais permettent de mettre en évidence l'influence :

- de la longueur ancrée,

- du type d'acier (HA et rond lisse, comme on le voit clairement d'après les courbes de l'essai ci-dessus),
 - de la qualité du béton,
 et ainsi de déterminer la valeur de la contrainte d'adhérence en fonction des conditions de l'essai.

On observe plusieurs types de rupture :

- rupture par traction de l'acier (ancrage parfait),
- glissement de la barre dans le béton,
- destruction du béton par arrachement d'un cône de béton.

On définit un *bon ancrage* comme un ancrage où lorsque la barre commence à glisser celle-ci vient d'atteindre la limite d'élasticité ($\epsilon_s \geq \epsilon_e$ ou $F/A_s \geq f_e$)

2.3.2 Approche théorique

L'action du béton sur la barre peut-être remplacée par une contrainte normale (serrage) et une contrainte tangentielle (adhérence). Si par ailleurs on suppose que cette contrainte d'adhérence τ_s est constante le long de la barre, on obtient la modélisation présentée sur la Figure 16. Si il n'y a pas de glissement,

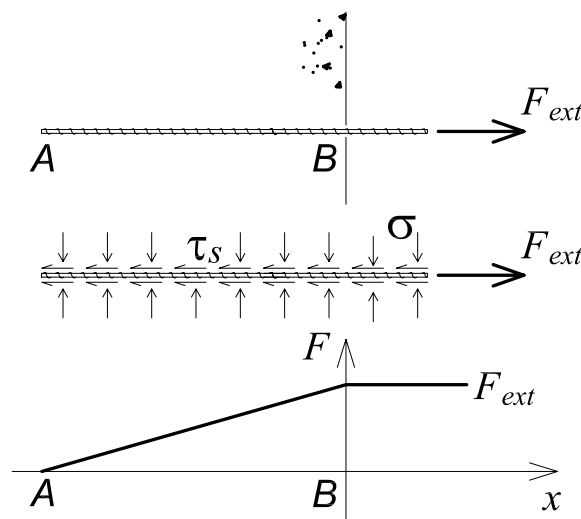


Fig. 16 : Modélisation d'un essai d'arrachement : la barre dans le béton, la barre isolée avec les contraintes résultantes de l'action du béton, l'effort dans la barre.

l'équilibre selon x conduit à l'équation :

$$F_{ext} = \int_{x_A}^{x_B} \tau_s u dx = \tau_s u l_{AB},$$

où u est le périmètre utile de la barre et l_{AB} la longueur de l'ancrage.

2.3.3 Ancrage rectiligne

On définit la *longueur de scellement droit* l_s comme la longueur à mettre en œuvre pour avoir un *bon ancrage* droit. Le *bon ancrage* étant un ancrage pour

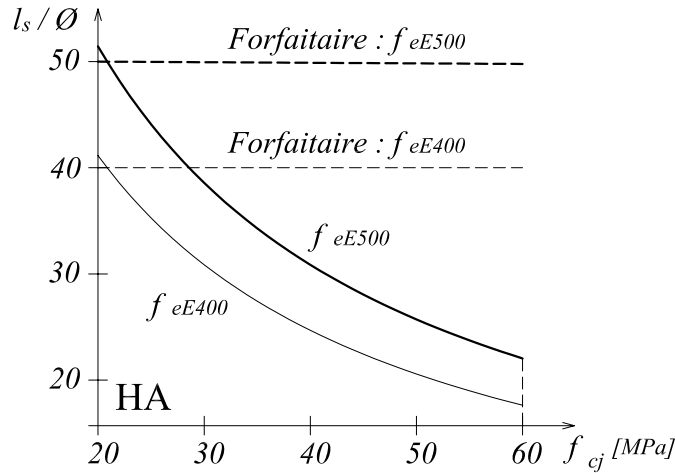


Fig. 17: Evolution de la longueur de scellement droit en fonction de f_{c_j} .

lequel le glissement a lieu au moment où le comportement de la barre entre dans le domaine plastique, on a : $F_{ext} = A_s f_e$ au moment où la barre commence à glisser. En notant que $l_{AB} = l_s$, $u = \pi \phi$ et $A_s = \pi \phi^2 / 4$, on obtient :

$$l_s = \frac{\phi f_e}{4\tau_s}$$

Dans la pratique les calculs d'ancrage sont réalisés à l'ELU et la valeur de la contrainte d'adhérence est donnée de façon forfaitaire (A.6.1,21) par :

$$\tau_{su} = 0.6\psi_s^2 f_{t_j},$$

où le coefficient de scellement ψ_s vaut 1 pour des ronds lisses et 1.5 pour des aciers HA. On retiendra que la longueur de scellement droit l_s dépend du type d'acier (via f_e et ψ_s) et de la qualité du béton (via f_{t_j}).

Le BAEL propose d'adopter les valeurs forfaitaires suivantes (A.6.1,22, déconseillé) :

$$l_s = \begin{cases} 40\phi & \text{pour un HA feE400} \\ 50\phi & \text{pour un HA feE500 ou un rond lisse} \end{cases}$$

Pour des aciers HA, on utilisera le tableau ci-dessous pour calculer la longueur de scellement droit l_s ou la Figure 17.

	f_{c_j} [MPa]	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f_e E 400$	$l_s / \Phi_l =$	41	35	31	27	25	22	21	19	18
$f_e E 500$	$l_s / \Phi_l =$	51	44	39	34	31	28	26	24	22

Chaque barre d'un paquet de barres sera ancrée individuellement. Pour ancrer les barres d'un paquet de deux barres il faudra prévoir $2 \times l_s$ et pour un paquet de trois barres $(2 + 1.5) \times l_s$, puisque la troisième barre a un périmètre utile de seulement $2\pi\phi/3$.

2.3.4 Ancrage courbe

Par manque de place, comme aux appuis de rives par exemple, on est obligé d'avoir recourt à des ancrages courbes afin de diminuer la longueur d'encombrement de l'ancrage. On pourrait aussi penser au gain d'acier, mais celui-ci est plus faible que le coût de la main d'œuvre nécessaire au façonnage de l'ancrage. Donc, quand il n'y a pas de problème pour placer un ancrage droit, c'est cette solution qu'il faut adopter.

Un ancrage courbe est composé de deux parties droites AB et CD de longueurs μ et λ , respectivement, et d'une partie courbe BC de rayon de courbure R et d'angle θ (voir Figure 18).

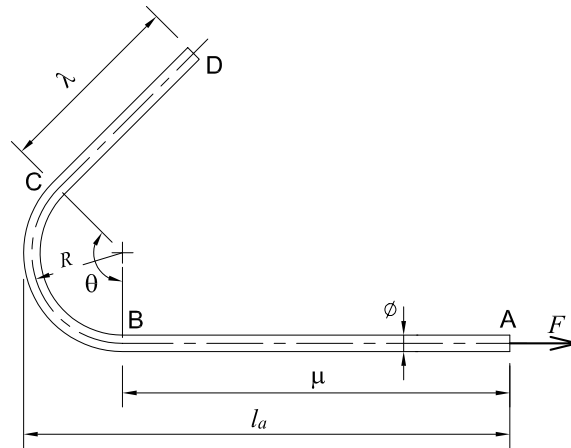


Fig. 18: Définition d'un ancrage courbe.

Efforts repris par les parties droites Par analogie à la partie précédente, on en déduit que $F_A - F_B = \mu\pi\phi\tau_{su}$ et $F_C - F_D = F_C = \mu\pi\phi\tau_{su}$. $F_D = 0$ car au bout de l'ancrage l'effort est nul.

Effort repris par la partie courbe On s'intéresse ici à l'effort repris par la partie courbe. Pour cela, isolons un tronçon élémentaire d'ancrage $d\theta$, comme indiqué sur la Figure 19.

On distingue :

- F l'effort axial dans l'armature au point N ,
- $F + dF$ l'effort axial au point M ,
- dT et dN les efforts de contact entre l'armature et le béton, tels que $dT = \varphi dN$, où φ est le coefficient de frottement acier-béton ($\varphi \approx 0.4$),
- dA l'action due à l'adhérence le long de $ds = R d\theta$, soit $dA = \tau_{su}\pi\phi R d\theta$ en supposant que la contrainte d'adhérence est constante le long de l'ancrage.

L'équilibre du tronçon élémentaire conduit aux deux équations suivantes en

Effort total de l'ancrage courbe L'effort total repris par l'ancrage courbe vaut donc :

$$F = F_A = \alpha \pi \phi \tau_{su} \lambda + \beta \pi \phi \tau_{su} R + \pi \phi \tau_{su} \mu.$$

Si cet ancrage est un *bon* ancrage, on doit avoir $F = F_A = \pi \phi^2 f_e / 4$, d'où la formule permettant de calculer les dimensions d'un ancrage courbe λ , μ , R et θ :

$$\alpha \lambda + \beta R + \mu = \frac{\phi f_e}{4 \tau_{su}} = l_s,$$

où l_s est la longueur de scellement droit de l'ancrage droit équivalent. On ne confondra pas l_s à la longueur développée de l'ancrage courbe l_d donnée par :

$$l_d = \mu + \lambda + R\theta = \begin{cases} \mu + \lambda + 5.5\phi & \text{pour un HA} \\ \mu + \lambda + 3\phi & \text{pour un rond lisse} \end{cases}$$

Le BAEL propose d'adopter le crochet normal à 180° (A.6.1,253) de longueur d'encombrement de l'ancrage $l_a = 0.4l_s$ pour des aciers HA (voir Figure 20).

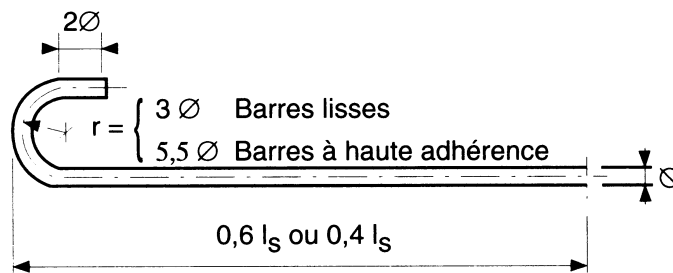


Fig. 20: Définition de l'ancrage normal (A.6.1,253).

Pour un HA feE500 et un Béton B20, la longueur d'ancrage droit équivalent pour ce crochet est $l_a = 56\phi$, ce qui est légèrement supérieure à $l_s = 51\phi$ pour une longueur développée de seulement $l_d = 34\phi$.

2.3.5 Poussée au vide

Il convient d'adopter un mode constructif qui permette d'éviter tout désordre engendré par la poussée au vide des armatures (A.7.4). On adoptera les dispositions présentées sur la Figure 21.

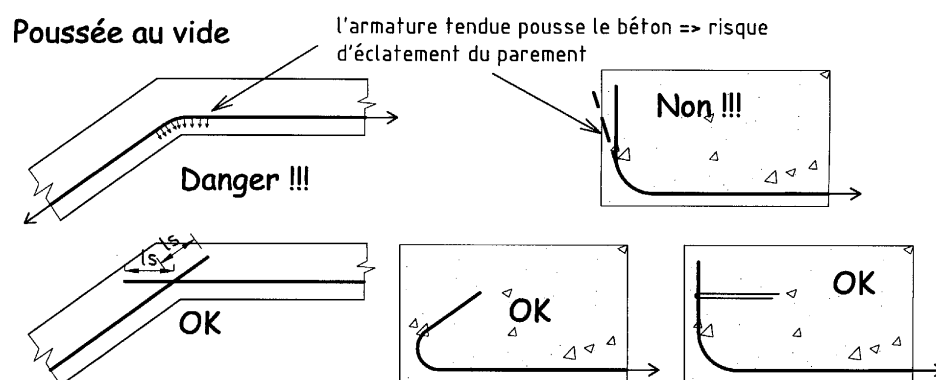


Fig. 21 : Dispositions constructives à mettre en œuvre pour se prémunir des désordres dus à la poussée au vide.

3 Dispositions constructives diverses

3.1 Protection des armatures

Afin d'éviter les problèmes de corrosion des aciers, il convient de les enrober par une épaisseur de béton suffisante. Cette épaisseur, l'enrobage, dépend des conditions d'exposition de l'ouvrage. On adoptera les valeurs suivantes (A.7.1) :

- 5 cm : pour les ouvrages exposés à la mer, aux embruns ou aux atmosphères très agressives (industries chimiques),
- 3 cm : pour les parois soumises à des actions agressives ou à des intempéries ou des condensations,
- 1 cm : pour des parois situées dans un local couvert et clos et qui ne seraient pas exposées aux condensations.

En outre, l'enrobage de chaque armature est au moins égale à son diamètre si elle est isolée ou à la largeur du paquet dont elle fait partie (A.7.2,4), comme indiqué sur la Figure 22.

Afin de permettre le passage de l'aiguille vibrante, il convient de laisser des espacements d'au moins 5 cm (A.7.2,8).

Paquets d'armatures

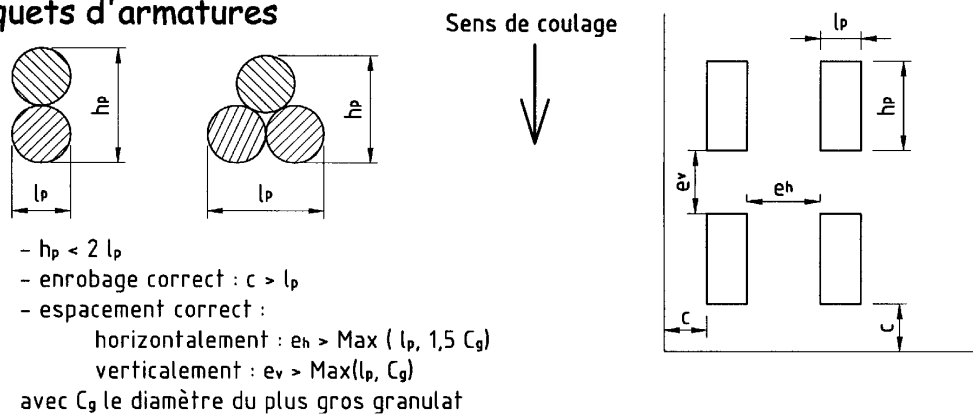


Fig. 22: Protection des armatures et conditions de bétonnage correct.

3.2 Possibilités de bétonnage correct

3.2.1 Diamètre maximal des aciers

Aciers longitudinaux Pour les dalles et voiles d'épaisseur h , afin d'améliorer l'adhérence acier-béton, on limite le diamètre des aciers longitudinaux à :

$$\phi_l \leq \frac{h}{10}.$$

Aciers transversaux Pour les poutres de hauteur h on limite le diamètre des aciers transversaux à :

$$\phi_t \leq \text{Min}\left(\frac{h}{35}, \phi_l, \frac{b_0}{10}\right),$$

où b_0 est la largeur de l'âme.

3.2.2 Espacement minimum

La Figure 23 permet de déterminer le nombre maximum de fils d'armatures d'un diamètre donné en fonction de la largeur de la poutre.

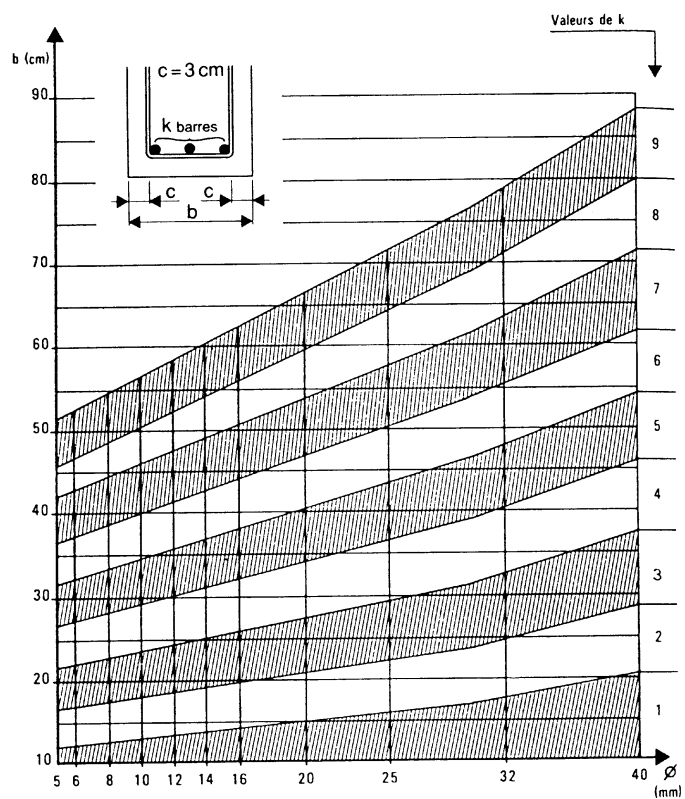


Fig. 23: Nombre de barres en fonction de la largeur de béton.

4 Dimensionnement des sections en flexion simple

4.1 Généralités

4.1.1 Domaine d'application

Un élément est soumis à de la flexion simple si les sollicitations se réduisent à un moment fléchissant M_z et un effort tranchant V_y . Si l'effort normal N_x n'est pas nul, alors on parle de flexion composée (voir la partie 11). En béton armé on distingue l'action du moment fléchissant qui conduit au dimensionnement des aciers longitudinaux de l'action de l'effort tranchant qui concerne le dimensionnement des aciers transversaux (cadres, épingles ou étriers). Ces deux calculs sont menés séparément, et dans cette partie on se limitera aux calculs relatifs au moment fléchissant. La partie 5 traitera des calculs relatifs à l'effort tranchant.

Les éléments d'une structure soumis à de la flexion simple sont principalement les poutres, qu'elles soient isostatiques ou continues. Pour une poutre isostatique, le calcul des sollicitations M_z et V_y est simple et il est conduit en utilisant les méthodes de la résistance de matériaux (RdM). Pour une poutre continue, l'hyperstaticité rend les calculs plus compliqués et le BAEL propose deux méthodes qui permettent d'évaluer les sollicitations dans les poutres continues en béton armé. Ces deux méthodes sont présentées dans la partie 7 ainsi que la construction de l'épure d'arrêt de barres à partir de la connaissance de la courbe enveloppe du moment fléchissant.

Ce qui suit est limité au calcul des sections rectangulaires et en T sans acier comprimé. Pour ce qui est des sections en T on se reportera au paragraphe 4.4. S'il apparaît nécessaire de placer des aciers comprimés dans une section de béton, c'est que son coffrage est mal dimensionné et il est préférable pour des raisons économiques, mais aussi de fonctionnement, de le modifier.

4.1.2 Portées des poutres

En béton armé, la portée des poutres à prendre en compte est (voir Figure 24) :

- la portée entr'axe d'appuis lorsqu'il y a des appareils d'appui ou que la poutre repose sur des voiles en maçonnerie,
- la portée entre nus d'appuis lorsque les appuis sont en béton armé (poutre principale, poteau ou voile).

4.2 Flexion simple à l'ELU

4.2.1 Hypothèses

Les principales hypothèses du calcul des sections en BA soumises à de la flexion simple aux ELU sont les suivantes :

- ✓ les sections planes restent planes,
- ✓ il n'y a pas de glissement à l'interface béton-armatures,
- ✓ le béton tendu est négligé,
- ✓ l'aire des aciers n'est pas déduite de celle du béton,
- ✓ l'aire des aciers est concentrée en son centre de gravité,
- ✓ le comportement de l'acier est défini par le diagramme contrainte-déformation

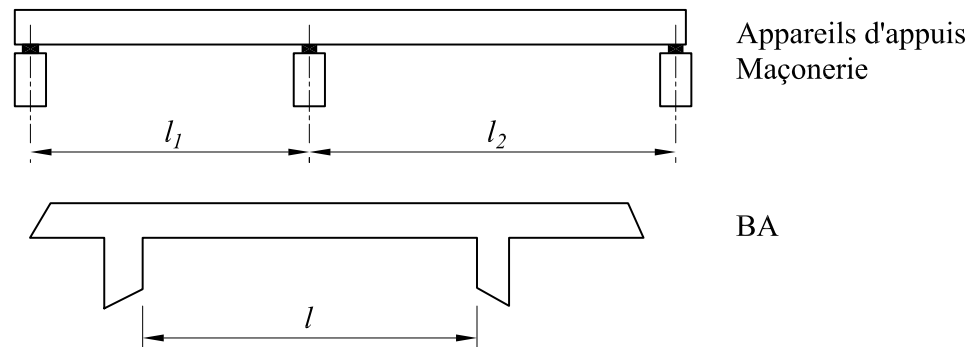


Fig. 24 : Définition de la portée d'une poutre selon qu'elle repose sur des appareils d'appuis, des éléments en maçonnerie ou en béton armé.

de calcul de la Figure 12.

✓ pour le comportement du béton, on adoptera le diagramme rectangulaire simplifié (car la section n'est que partiellement comprimée), défini sur la Figure 25, où la contrainte de calcul à l'ELU du béton est donnée par :

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{cj}}{\theta \gamma_b},$$

avec

- f_{cj} la résistance caractéristique requise en compression à j jours du béton,
- θ un coefficient qui tient compte de la durée d'application des charges.
- $\gamma_b = 1.5$ dans les cas courants.

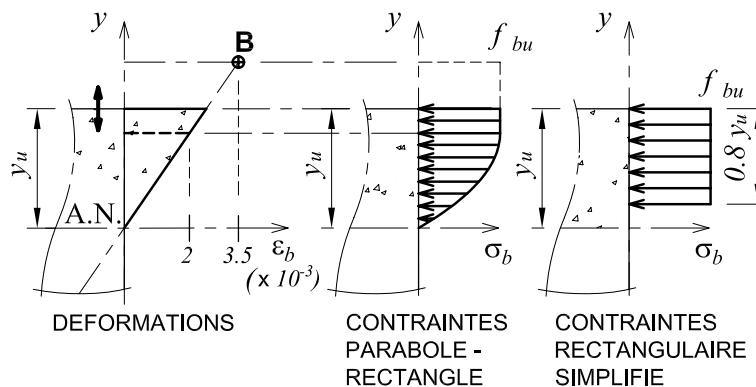


Fig. 25 : Définition des diagrammes contrainte-déformation parabolé-rectangle Figure (8) et rectangulaire simplifié dans la section de béton comprimé

4.2.2 Notations

Pour les calculs aux ELU, on utilise les notations de la Figure 26, où:

- ✓ b et h sont la largeur et la hauteur de la section de béton.
- ✓ A_s est la section d'acier, dont le centre de gravité est positionné à d de la

fibre la plus comprimée du coffrage.

✓ y_u est la position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée du coffrage.

✓ σ_{st} est la valeur de la contrainte de calcul des aciers, limitée à f_{su} .

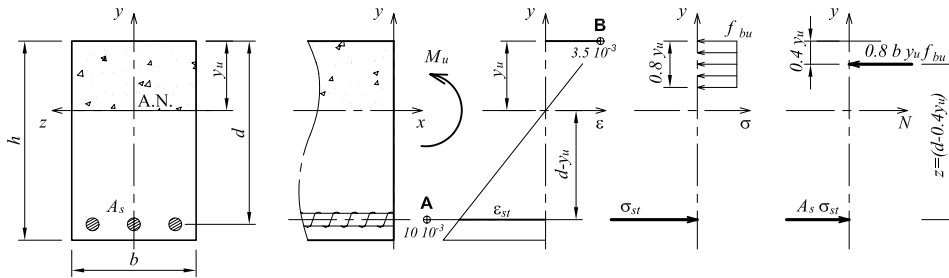


Fig. 26: Notations utilisées pour les calculs de flexion simple à l'ELU.

4.2.3 Droites de déformation - Pivots

Pour les calculs à l'ELU, on suppose qu'un point de la droite de déformation dans la section est fixé. Ce point s'appelle le *pivot*. Soit il correspond à la déformation limite de traction dans les aciers $\epsilon_{st} = 10\text{‰}$: c'est le Pivot A, soit il correspond à la déformation limite en compression du béton $\epsilon_{bc_{max}} = 3.5\text{‰}$: c'est le Pivot B. Toutes les droites de déformation comprises entre la droite (Pivot A, $\epsilon_{bc_{max}} = 0$) et ($\epsilon_{st} = 0\text{‰}$, Pivot B) sont possibles, comme le montre la Figure 27. Le bon fonctionnement de la section de Béton Armé se situe aux alentours de la droite AB, car les deux matériaux - acier et béton - travaillent *au mieux*.

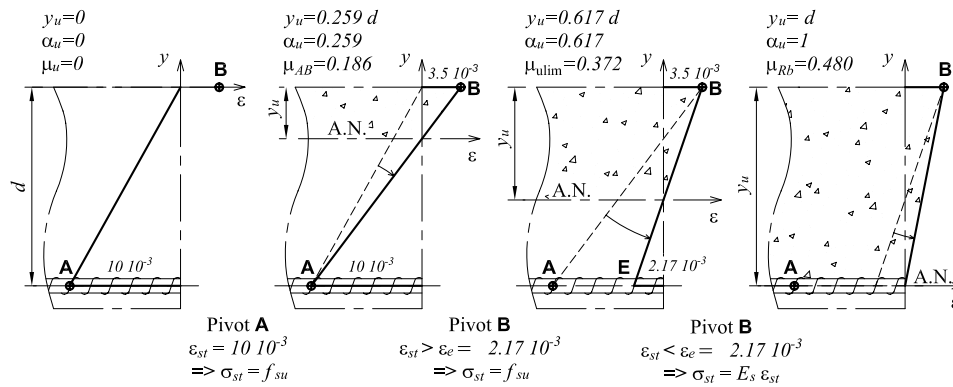


Fig. 27 : Définitions des différentes droites de déformation possibles en flexion simple à l'ELU et des Pivots.

4.2.4 Equations de l'équilibre

L'équilibre de la section vis à vis de l'effort normal et du moment fléchissant conduit aux deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{selon N : } N_u &= 0.8by_u f_{bu} - A_s \sigma_{st} = 0 \\ \text{selon M : } M_u &= 0.8by_u f_{bu} (d - 0.4y_u) && \text{en } y = -(d - y_u) \\ &= A_s \sigma_{st} (d - 0.4y_u) && \text{en } y = 0.6y_u \\ &= 0.8by_u f_{bu} 0.6y_u + A_s \sigma_{st} (d - y_u) && \text{en } y = 0 \end{aligned}$$

4.2.5 Compatibilité des déformations

L'hypothèse de continuité des déformations dans la section (pas de glissement des armatures par rapport au béton) conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\epsilon_{bc_{\max}}}{y_u} = \frac{\epsilon_{st}}{d - y_u},$$

d'où si la droite de déformation passe par le pivot A, la déformation maximale du béton comprimé vaut :

$$\text{Pivot A: } \epsilon_{bc_{\max}} = \frac{y_u}{d - y_u} 10 \text{‰},$$

et si la droite de déformation passe par le pivot B, la déformation des aciers vaut :

$$\text{Pivot B: } \epsilon_{st} = \frac{d - y_u}{y_u} 3.5 \text{‰}.$$

4.2.6 Adimensionnement :

On définit les quantités adimensionnées suivantes : $\alpha_u = \frac{y_u}{d}$ la hauteur réduite

et $\mu_u = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}}$ le moment ultime réduit.

Il vient d'après les équations de l'équilibre :

$$\mu_u = 0.8\alpha_u(1 - 0.4\alpha_u).$$

La hauteur réduite est solution de l'équation du second degré précédente :

$$\alpha_u = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}).$$

4.2.7 Calcul des sections d'acier

Dans la phase de calcul des aciers, les inconnues sont : A_s , σ_{st} , d et y_u .

Afin d'éliminer une inconnue, on fait l'hypothèse complémentaire $d \approx 0.9h$.

On calcule le moment ultime réduit μ_u , puis α_u . Le Pivot et la contrainte dans les aciers σ_{st} sont déterminés à partir de l'abaque de la Figure 28, en fonction de la valeur de α_u .

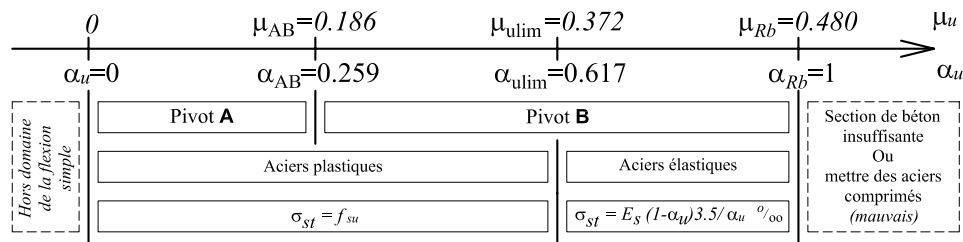


Fig. 28 : Valeurs de α_u , du pivot et des la contrainte dans les aciers tendus σ_{st} en fonction de la valeur du moment ultime réduit μ_u .

La section d'acier est ensuite obtenue par :

$$A_s = \frac{M_u}{\sigma_{st} d (1 - 0.4\alpha_u)}.$$

Après ce calcul, il est bon de calculer la valeur exacte de d en fonction du ferrailage mis en place et de vérifier qu'elle est supérieure à $0.9h$, ce qui va dans le sens de la sécurité. On peut éventuellement itérer afin d'optimiser le ferrailage.

4.2.8 Pré-dimensionnement

Pour un pré-dimensionnement rapide de la hauteur du coffrage, on se place sur la droite de déformation AB ($\mu_u \approx 0.2$), d'où

$$bd^2 \approx \frac{M_u}{0.2f_{bu}},$$

avec $d \approx 0.9h$ et $b \approx 0.3h$.

4.3 Flexion simple à l'ELS

Ce qui suit est limité au calcul des sections rectangulaires sans acier comprimé. L'ELS est dimensionnant par rapport à l'ELU lorsque la fissuration est considérée comme très préjudiciable à la tenue de l'ouvrage dans le temps (FTP) et parfois lorsqu'elle est préjudiciable (FP). Dans ce dernier cas, on dimensionnera à l'ELU et on vérifiera que la section d'acier est suffisante pour l'ELS. En FTP, il faut faire le calcul de la section d'acier directement à l'ELS.

4.3.1 Hypothèses

Les principales hypothèses du calcul des sections en BA soumises à de la flexion simple aux ELS sont les suivantes :

- ✓ les sections planes restent planes,
- ✓ il n'y a pas de glissement à l'interface béton-armatures,
- ✓ le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux élastiques,
- ✓ le béton tendu est négligé,
- ✓ l'aire des aciers n'est pas déduite de celle du béton,

- ✓ l'aire des aciers est concentrée en son centre de gravité,
- ✓ le coefficient d'équivalence $n = E_s/E_{\nu_j}$ est fixé forfaitairement à $n = 15$.

4.3.2 Notations

Pour les calculs aux ELS, on utilise les notations définies sur la Figure 29, où :

- ✓ b et h sont la largeur et la hauteur de la section de béton.
- ✓ A_s est la section d'acier, dont le centre de gravité est positionné à d de la fibre la plus comprimée du coffrage.
- ✓ y_1 est la position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée du coffrage.
- ✓ $\sigma_{st} = E_s \epsilon_{st}$ est la contrainte de calcul des aciers, définie à partir du module d'Young de l'acier E_s et de la déformation dans les aciers ϵ_{st} .
- ✓ $\sigma_{bc_{max}} = E_b \epsilon_{bc_{max}}$ est la contrainte de calcul du béton comprimé, définie à partir du module d'Young du béton E_b et de la déformation maximale du béton comprimé $\epsilon_{bc_{max}}$.

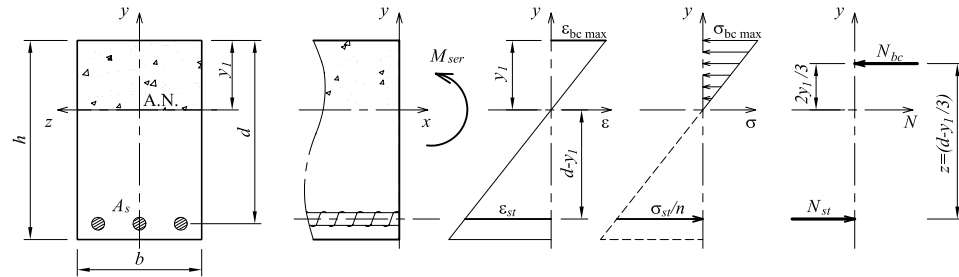


Fig. 29: Notations utilisées pour les calculs en flexion simple à l'ELS.

4.3.3 Equations de l'équilibre

L'équilibre de la section vis à vis de l'effort normal et du moment fléchissant conduit aux deux équations suivantes :

$$\text{selon N : } N_{ser} = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc_{max}} - A_s \sigma_{st} = 0$$

$$\text{selon M : } M_{ser} = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc_{max}} \left(d - \frac{y_1}{3} \right) \quad \text{en } y = -(d - y_1)$$

$$= A_s \sigma_{st} \left(d - \frac{y_1}{3} \right) \quad \text{en } y = \frac{2}{3} y_1$$

$$= \frac{1}{3} b y_1^2 \sigma_{bc_{max}} + A_s \sigma_{st} (d - y_1) \quad \text{en } y = 0$$

Notons que les trois expressions du moment fléchissant en trois points différents de la section sont rigoureusement identiques puisque l'effort normal est nul (solllicitation de flexion simple).

4.3.4 Compatibilité des déformations

L'hypothèse de continuité des déformations dans la section (pas de glissement des armatures par rapport au béton) conduit à l'équation suivante entre les déformations :

$$\frac{\epsilon_{bc_{\max}}}{y_1} = \frac{\epsilon_{st}}{d - y_1}$$

L'acier et le béton ayant un comportement élastique, on en déduit une relation entre les contraintes :

$$\frac{\sigma_{bc_{\max}}}{y_1} = \frac{\sigma_{st}}{n(d - y_1)}$$

4.3.5 Contraintes limites dans les matériaux

L'ELS consiste à vérifier que les contraintes maximales dans la section la plus sollicitée restent inférieures à des valeurs limites fixées réglementairement. On distingue :

✓ **l'ELS de compression du béton :**

$$\sigma_{bc_{\max}} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6f_{c_j}$$

✓ **l'ELS d'ouverture de fissures :**

$$\sigma_{st} \leq \bar{\sigma}_{st}$$

où

$\bar{\sigma}_{st} = f_e$ si la fissuration est considérée peu préjudiciable (FPP) à la tenue de l'ouvrage dans le temps,

$\bar{\sigma}_{st} = \text{Min}\{2f_e/3; \text{Max}\{0.5f_e; 110\sqrt{\eta f_{t_j}}\}\}$ si la fissuration est préjudiciable (FP),

$\bar{\sigma}_{st} = 0.8 \text{Min}\{2f_e/3; \text{Max}\{0.5f_e; 110\sqrt{\eta f_{t_j}}\}\}$ si la fissuration est très préjudiciable (FTP).

Dans ces formules η est un coefficient qui dépend du type d'acier : $\eta = 1.6$ pour des HA $> 6 \text{ mm}$, $\eta = 1.0$ pour des ronds lisses et $\eta = 1.3$ pour des HA $< 6 \text{ mm}$.

4.3.6 Dimensionnement et vérification

Pour le calcul de la section d'acier (dimensionnement) ou de calcul des contraintes maximales (vérification), on adoptera la démarche présentée dans le tableau de la Figure 30. Pour un calcul rapide, on pourra utiliser l'abaques de la Figure 31.

4.4 Section en T

4.4.1 Pourquoi des sections en T ?

Les poutres en béton armé d'un bâtiment supportent souvent des dalles. Il est alors loisible de considérer que la dalle supportée par la poutre reprend une partie des contraintes de compression induites par la flexion de la poutre. Attention, ceci n'est vrai que si la dalle est comprimée, c'est-à-dire si la poutre subit un

	Dimensionnement	Vérification
Données	$M_{ser}, b, h, f_{c_j}, f_e$	$M_{ser}, A_s, b, h, d, f_{c_j}, f_e$
Inconnues	$A_s, y_1, \sigma_{bc_{max}}, \sigma_{st}, d$	$y_1, \sigma_{bc_{max}}, \sigma_{st}$
Equations comp.	$d \approx 0.9h$ $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$	
Résolution	$M'_{ser} = \frac{1}{2} b y_{1lim} \bar{\sigma}_{bc} (d - y_{1lim}/3)$ <p>avec $y_{1lim} = d \frac{n \bar{\sigma}_{bc}}{n \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_{st}}$</p> <p>✓ si $M_{ser} \leq M'_{ser}$ continuer</p> <p>✓ si $M_{ser} > M'_{ser}$ augmenter b et/ou h ou placer des aciers comprimés (<i>mauvais</i>)</p> <p>on pose $\alpha = \frac{y_1}{d}$</p> <p>calcul de $\mu_{ser} = \frac{n M_{ser}}{b d^2 \bar{\sigma}_{st}}$</p> <p>$\alpha$ solution de</p> $\alpha^3 - 3\alpha^2 - 6\mu_{ser}(\alpha - 1) = 0$ <p>section d'acier :</p> $A_s = \frac{M_{ser}}{\bar{\sigma}_{st} d (1 - \alpha/3)}$	<p>y_1 solution de</p> $\frac{1}{2} b y_1^2 - n A_s (d - y_1) = 0$ <p>calcul de :</p> $I_1 = \frac{1}{3} b y_1^3 + n A_s (d - y_1)^2$ <p>Vérifier :</p> <p>✓ $\sigma_{bc_{max}} = \frac{M_{ser}}{I_1} y_1 \leq \bar{\sigma}_{bc}$</p> <p>✓ $\sigma_{st} = \frac{n M_{ser}}{I_1} (d - y_1) \leq \bar{\sigma}_{st}$</p>

Fig. 30 : Etapes du dimensionnement des sections d'acier et de la vérification des contraintes en flexion simple à l'ELS.

moment positif. Donc, pour une poutre continue, seule la partie en travée est concernée et sur appui il faudra considérer une poutre rectangulaire de largeur la largeur de l'âme.

Le BAEL (A.4.1,3) définit la largeur du débord à prendre en compte de façon forfaitaire (voir la Figure 32), comme au plus égale à :

- le dixième de la portée de la poutre,
- les deux tiers de la distance de la section considérée à l'axe de l'appui le plus proche,
- la moitié de la distance entre deux poutres supportant la même dalle.

On peut aussi rencontrer des poutres en béton armé de sections en T (ou en I) sur des charpentes industrielles. Dans ce cas, la largeur du débord est donné par la géométrie de la section de béton.

4.4.2 Fonctionnement des sections en T

On utilise les notations définies sur la Figure 33. Que l'on soit à l'ELU ou à l'ELS, la façon de traiter le calcul est identique (en gardant bien sûr les hypothèses de l'état limite considéré). On traitera donc ici les deux états limites en parallèle.

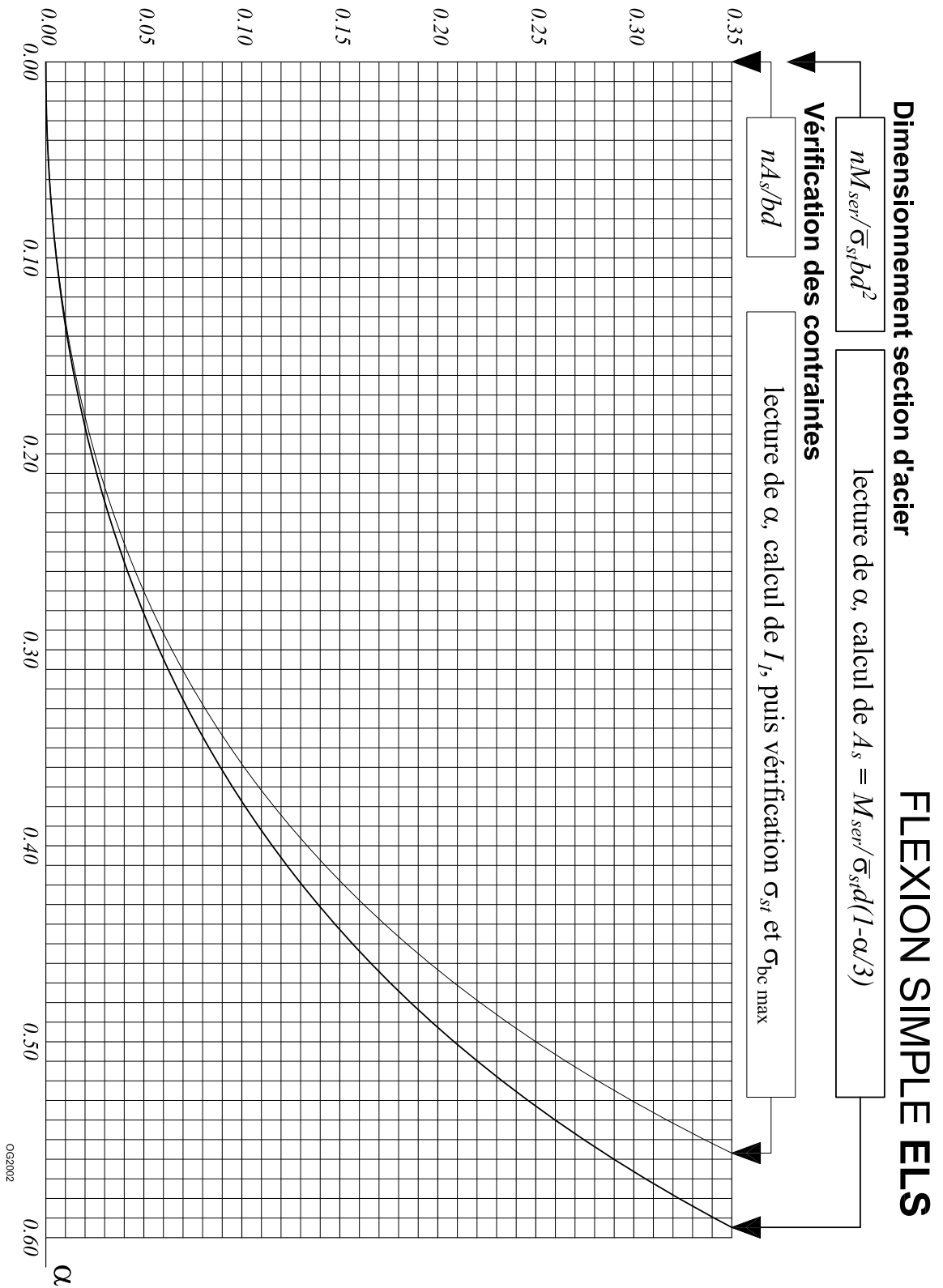


Fig. 31 : Abaques de Dimensionnement et de vérification en flexion simple à l'ELS.

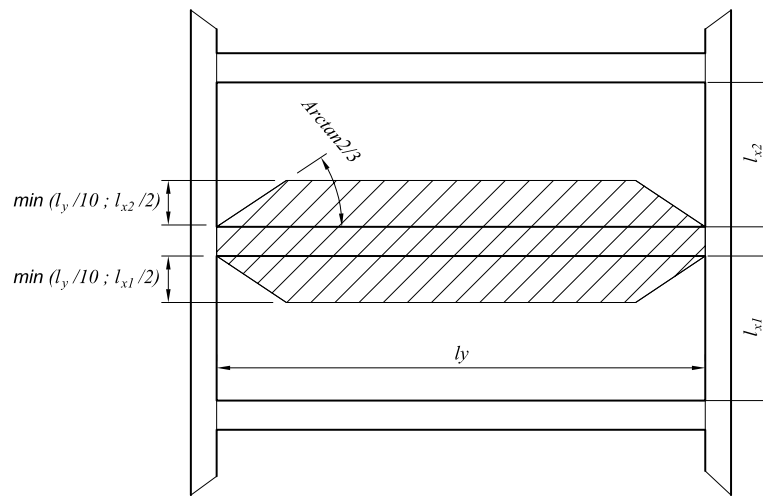


Fig. 32 : Dimensions des débords à prendre en compte pour le calcul d'une poutre en T.

On distinguera deux cas, selon que l'axe neutre est compris dans la table de compression ou non :

✓ L'axe neutre est dans la table de compression. On a donc $y_u \leq h_1$ (ou $y_1 \leq h_1$ à l'ELS). Le béton tendu étant négligé, la poutre en T se calcule exactement comme une poutre rectangulaire de largeur b , à l'ELU ou à l'ELS.

✓ L'axe neutre est sous la table de compression. On a donc $y_u > h_1$ (ou $y_1 > h_1$ à l'ELS). Une partie de la contrainte normale est reprise par la table de compression de largeur b , l'autre par une partie de l'âme de largeur b_0 et de hauteur $0.8y_u - h_1$ à l'ELU ($y_1 - h_1$ à l'ELS).

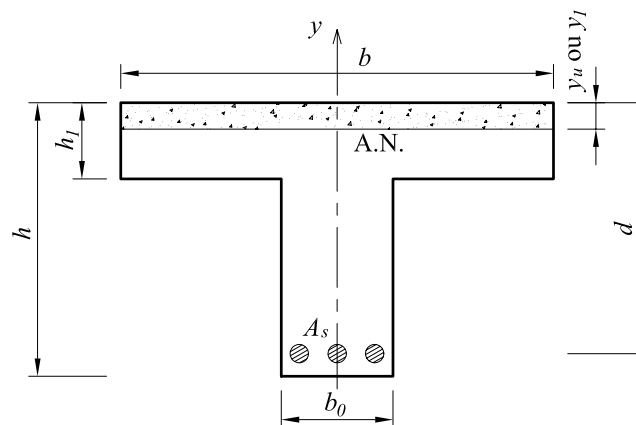


Fig. 33: Notations utilisées pour le calcul d'une poutre en T.

Détermination a posteriori C'est le calcul recommandé. En effet dans 99% des cas, une poutre en T se calcule comme une poutre rectangulaire. On fera donc le calcul de la poutre en T comme si c'était une poutre rectangulaire de

largeur b . On vérifiera a posteriori que $y_u \leq h_1$ (ou $y_1 \leq h_1$ à l'ELS). Si cette condition n'est pas vérifiée, il faut refaire le calcul avec les hypothèses d'une poutre en T (voir plus loin).

Détermination a priori Ce n'est pas le calcul recommandé, pour les raisons données plus haut. On calculera en préambule le *moment résistant de la table* défini comme le moment que peut reprendre la table si elle est entièrement comprimée ($0.8y_u = h_1$ à l'ELU ou $y_1 = h_1$ à l'ELS). Ce moment vaut :

$$\begin{cases} M_{tu} = bh_1f_{bu}\left(d - \frac{h_1}{2}\right) & \text{à l'ELU} \\ M_{tser} = b\frac{h_1}{2}\bar{\sigma}_{bc}\left(d - \frac{h_1}{3}\right) & \text{à l'ELS} \end{cases}$$

4.4.3 Calcul des vrais sections en T

Avant d'entamer ce calcul on regardera s'il n'est pas possible de modifier le coffrage de la poutre (h et/ou h_1) de telle sorte que l'axe neutre se retrouve dans la table de compression. C'est de loin la meilleure solution, car si l'axe neutre est en dessous de la table, cela veut dire que la poutre risque de ne pas vérifier les conditions de flèches maximales.

A l'ELU Les calculs à l'ELU sont conduits en soustrayant au moment fléchissant à reprendre M_u le moment fléchissant repris par les débords du hourdis M_{utable} , comme indiqué sur la Figure 34. On se ramène donc au calcul de deux sections rectangulaires, l'une de largeur $b - b_0$ et l'autre de largeur b_0 .

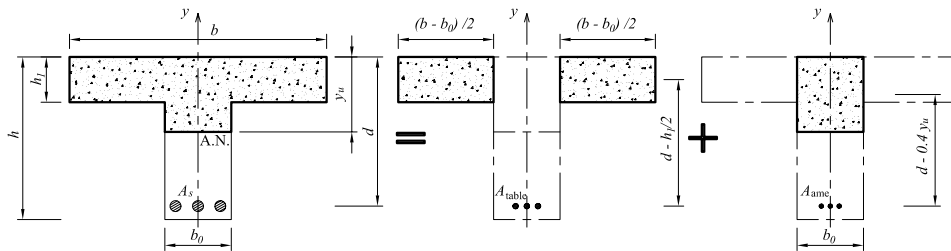


Fig. 34 : Principe du calcul de la section d'acier pour une poutre en T à l'ELU : le moment ultime est repris d'une part par les débords de la table et d'autre part par la partie de l'âme au dessus de l'axe neutre.

Les étapes du calcul sont les suivantes :

1. calcul de la part de moment repris par les débords de la table :
 $M_{utable} = (b - b_0)h_1f_{bu}\left(d - \frac{h_1}{2}\right).$
2. calcul de la part de moment que doit reprendre l'âme :
 $M_{uame} = M_u - M_{utable}.$
3. calcul classique de la section d'acier à prévoir pour reprendre M_{uame} (calcul du moment ultime réduit μ_u , de α_u et de σ_{st}).

4. calcul de la section d'acier à mettre en place $A_s = A_{ame} + A_{table}$, avec

$$A_{table} = \frac{M_{utable}}{\sigma_{st}(d - h_1/2)} \quad \text{et} \quad A_{ame} = \frac{M_u - M_{utable}}{\sigma_{st}d(1 - 0.4\alpha_u)}$$

A l'ELS A l'ELS le problème est un peu plus complexe puisque les contraintes dans le béton varient linéairement. Ainsi, on ne peut pas connaître a priori la valeur de la résultante du béton comprimé qui dépend de la position de l'axe neutre y_1 . Pour résoudre ce problème, on décompose la résultante des contraintes de compression du béton en deux résultantes fictives : N_{bc1} et N_{bc2} comme indiqué sur la Figure 35. N_{bc1} est la résultante de la poutre fictive rectangulaire équivalente et N_{bc2} est la partie reprise par le béton fictif sous la table de compression. En notant K la pente de la droite des contraintes dans la section $\sigma(y) = Ky$, on a :

$$\begin{cases} N_{bc1} = \frac{1}{2}Kby_1^2 & \text{s'appliquant en } \frac{2}{3}y_1 \\ N_{bc2} = \frac{1}{2}K(b - b_0)(y_1 - h_1)^2 & \text{s'appliquant en } \frac{2}{3}(y_1 - h_1) \end{cases}$$

Les équations de l'équilibre s'écrivent alors :

$$\begin{cases} N_{bc1} - N_{bc2} - A_s\sigma_{st} = 0 & \text{selon } N \\ \frac{2}{3}y_1N_{bc1} - \frac{2}{3}(y_1 - h_1)N_{bc2} + (d - y_1)A_s\sigma_{st} = M_{ser} & \text{selon } M \text{ sur l'AN} \end{cases}$$

De plus, comme pour le calcul d'un section rectangulaire, on adoptera $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$ pour minimiser la section d'acier. Comme pour les sections rectangulaires, l'équation de compatibilité des déformations fournit une équation supplémentaire reliant les contraintes via la pente K de la droite des contraintes $\sigma_{st} = nK(d - y_1)$ et $\sigma_{bc_{max}} = Ky_1$. On a donc trois inconnues y_1 , $\sigma_{bc_{max}}$ et A_s pour trois équations, et on peut résoudre ce système. On prendra garde de vérifier en fin de calcul que $\sigma_{bc_{max}} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6f_{cj}$.

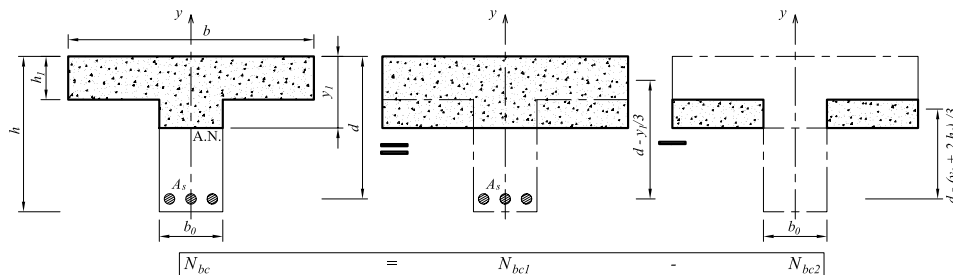


Fig. 35 : Principe du calcul de la section d'acier pour une poutre en T à l'ELS : la résultante des contraintes de compression est calculée comme la différence des contraintes s'appliquant sur une surface $b \times y_1$ en $2y_1/3$ et celles s'appliquant sur une surface $(b - b_0) \times (y_1 - h_1)$ en $2(y_1 - h_1)/3$.

4.5 Condition de non fragilité

La condition de non fragilité conduit à placer une section minimum d'armatures tendues pour une dimension de coffrage donnée. Une section de béton armé est considérée comme non fragile si le moment fléchissant entraînant la fissuration de la section de béton conduit à une contrainte dans les aciers au plus égale à leur limite d'élasticité garantie (A.4.2). On évalue la sollicitation de fissuration en considérant la section de béton seul soumise à une contrainte normal variant de façon linéaire sur toute la section et en limitant les contraintes de traction à f_{tj} .

En flexion simple, pour une poutre rectangulaire de dimension $b \times h$, la contrainte maximale de traction vaut :

$$\sigma_{bt_{max}} = \sigma_b \left(\frac{h}{2} \right) = - \frac{M_{fiss}}{I_b} \frac{h}{2} = -f_{tj},$$

où $I_b = bh^3/12$ est le moment quadratique de la section de béton non armé non fissuré. On en déduit :

$$M_{fiss} = \frac{f_{tj}bh^2}{6}.$$

La condition de non fragilité suppose que lorsque la section de béton armé soumise à M_{fiss} , alors la contrainte dans les aciers vaut au plus f_e , soit comme le moment dans la section est égale à :

$$M = A_s f_e z_b,$$

on obtient la relation suivante donnant la section minimale d'acier vérifiant la condition de non fragilité :

$$\frac{f_{tj}bh^2}{6} = A_{min} f_e z_b.$$

Si, de plus, on suppose que $z_b \approx 0.9d \approx 0.9^2h$, la condition de non fragilité s'écrit (A.4.2,2) :

$$\frac{A_{min}}{bd} = 0.23 \frac{f_{tj}}{f_e}.$$

4.6 Choix du dimensionnement

Le choix entre ELU et ELS pour dimensionner la section d'acier dépend du type de fissuration, comme indiqué sur la Figure 36.

Type de fissuration	Fissuration Peu Préjudiciable	Fissuration Préjudiciable	Fissuration Très Préjudiciable
Dimensionnement	ELU	ELU (ou ELS)	ELS
Vérification	ELS	ELS (ou ELU)	inutile

Fig. 36: Choix de l'état limite dimensionnant.

5 Sollicitation d'effort tranchant

5.1 Dimensionnement des sections sous sollicitation d'effort tranchant (A.5.1,2)

Tous les calculs sont menés à l'ELU.

5.1.1 Contrainte tangente conventionnelle (A.5.1,1)

La contrainte tangente conventionnelle utilisée pour les calculs relatifs à l'effort tranchant est définie par :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d},$$

où V_u est l'effort tranchant à l'ELU dans la section, b_0 la largeur de l'âme et $d \approx 0.9h$ la position des aciers tendus.

5.1.2 ELU des armatures d'âme (A.5.1,23)

Le rapport de la section A_t sur l'espacement s_t des armatures transversales doit vérifier l'inégalité suivante:

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} \geq \frac{\gamma_s (\tau_u - 0.3 f_{tj} k)}{0.9 f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)},$$

où

- ✓ b_0 est la largeur de l'âme,
- ✓ f_e est la limite d'élasticité garantie des armatures transversales,
- ✓ γ_s le coefficient de sécurité partiel sur les armatures (en général $\gamma_s = 1.15$),
- ✓ α est l'angle d'inclinaison des armatures transversales ($\alpha = 90^\circ$ si elles sont droites),
- ✓ f_{tj} est la résistance caractéristique du béton à la traction à j jours,
- ✓ k est un coefficient qui vaut: - $k = 1$ en flexion simple,
- $k = 1 + 3\sigma_{cm}/f_{cj}$ en flexion composée avec compression (σ_{cm} contrainte moyenne),
- $k = 1 - 10\sigma_{tm}/f_{cj}$ en flexion composée avec traction (σ_{tm} contrainte moyenne),
- $k = 0$ si la fissuration est considérée très préjudiciable ou si il y a une reprise de bétonnage non traités,
- $k \leq 1$ si la reprise de bétonnage est munie d'indentations dont la saillie atteint au moins 5 mm.

En flexion simple, on utilise souvent la formule simplifiée (armatures droites, participation du béton en traction négligée) :

$$\boxed{\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{V_U}{0.9 d f_{su}} = \frac{V_U}{z_b f_{su}}},$$

5.1.3 ELU du béton de l'âme (A.5.1,21)

La contrainte tangente conventionnelle τ_u doit vérifier :

- dans le cas où les armatures sont droites :

$$\left| \begin{array}{l} \text{en FPP : } \tau_u \leq \text{Min}\left\{\frac{0.2f_{cj}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa}\right\} \\ \text{en FP et FTP : } \tau_u \leq \text{Min}\left\{\frac{0.15f_{cj}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa}\right\} \end{array} \right.$$

- dans le cas où les armatures sont inclinées à 45° :

$$\tau_u \leq \text{Min}\left\{\frac{0.27f_{cj}}{\gamma_b}; 7 \text{ MPa}\right\}$$

Si les armatures sont disposées de façon intermédiaire ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), il est loisible de procéder à une interpolation linéaire pour fixer la valeur de τ_u .

5.1.4 Dispositions constructives

Pourcentage minimal d'armatures transversales (A.5.1,22)

Il faut vérifier : $s_t \leq \text{Min}\{0.9d; 40 \text{ cm}\}$ et $\frac{A_t f_c}{b_0 s_t} \geq 0.4 \text{ MPa}$.

Diamètre des aciers transversaux (A.7.2,2)

Il faut vérifier : $\phi_t \leq \text{Min}\left\{\phi_l; \frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}\right\}$.

5.1.5 Justification des sections d'appuis (A.5.1,3)

Appui de rive

Effort de traction dans l'armature inférieure :

On doit prolonger les armatures inférieures au delà du bord de l'appui et y ancrer une sections d'armatures longitudinales suffisantes pour équilibrer l'effort tranchant sur l'appui V_{u0} , soit :

$$A_{st \text{ ancrée}} \geq V_{u0} / f_{su}$$

Ancrage des armatures inférieures :

On doit déterminer le type d'ancrage des armatures inférieures (droit ou par crochet). Pour cela, on calcule la longueur de l'ancrage droit nécessaire

$$l = V_{u0} / (n_s \pi \phi \tau_{su})$$

où n_s est le nombre de barres ancrées. Si $l \leq a$ alors un ancrage droit est suffisant, sinon il faut prévoir des crochets (voir la Figure 37 pour la définition de a).

Dimension de l'appui :

La contrainte de compression dans la bielle doit vérifier :

$$\sigma_{bc} = \frac{2V_{u0}}{ab_0} \leq 0.8 \frac{f_{cj}}{\gamma_b},$$

où la grandeur a est définie sur la Figure ??.

Appui intermédiaire

Ancrage et bielle d'appui :

Il convient d'ancrer une section $A_{st} \geq (V_u + \frac{M_u}{0.9d}) / f_{su}$ (à vérifier de chaque coté de l'appui ; M_u en valeur algébrique)

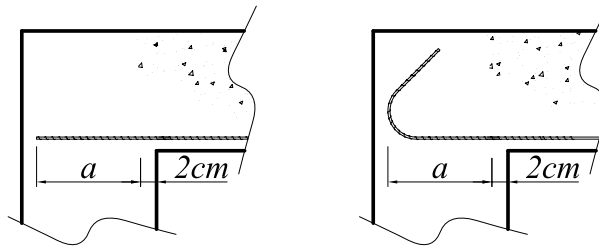


Fig. 37 : Définition de la largeur a de la bielle de compression au niveau d'un appui.

Pour la contrainte de compression, il faut effectuer la même vérification que pour un appui simple mais de chaque côté de l'appui (V_u à gauche et à droite de l'appui).

Surface de l'appui :

Si R_u est la réaction totale d'appui, il faut vérifier :

$$\frac{R_u}{\text{section d'appui}} \leq \frac{1.3f_{cj}}{\gamma_b}$$

5.1.6 Répartition des armatures transversales

Pour déterminer la section d'acier transversale et l'espacement des cadres, il faut procéder de la manière suivante (voir Figure 38) :

- Pour des raisons de mise en œuvre, les espacements s_t sont choisis dans la suite de Caquot (non obligatoire, conseillé) :

7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 13 - 16 - 20 - 25 - 35 - 40

- On se fixe la valeur de la section d'armature transversale A_t , ce qui revient dans les faits à choisir le diamètre des armatures transversales (avec $\phi_t \approx \phi_l/3 < \text{Min}\{h/35, b_0/10, \phi_l\}$). Pour des facilités de mise en œuvre, on placera des cadres identiques sur toute la travée.
- On détermine l'espacement $s_{t_0} = z_b f_{su} A_t / V_u$ sur l'appui, et le premier cadre est placé à $s_{t_0}/2$ du nu de l'appui.
- On détermine la répartition des armatures transversales suivantes de façon à avoir un effort tranchant résistant $V_{uR}(x)$ qui enveloppe la courbe de l'effort tranchant à reprendre $V_u(x)$. Pour cela, on peut procéder graphiquement sur le diagramme de l'effort tranchant en reportant les valeurs des efforts tranchants résistants $V_{uR_i} = z_b f_{su} A_t / s_{t_i}$ pour les différents espacements s_{t_i} de la suite de Caquot supérieurs à s_{t_0} . On répète autant de fois que nécessaire l'espacement s_{t_i} , jusqu'à pouvoir adopter l'espacement suivant $s_{t_{i+1}}$ dans la suite de Caquot (voir exemple ci-dessous). On doit par ailleurs vérifier que l'espacement maximal reste inférieur à $\text{Min}\{0.9d; 40\text{cm}; A_t f_e / (0.4b_0)\}$.

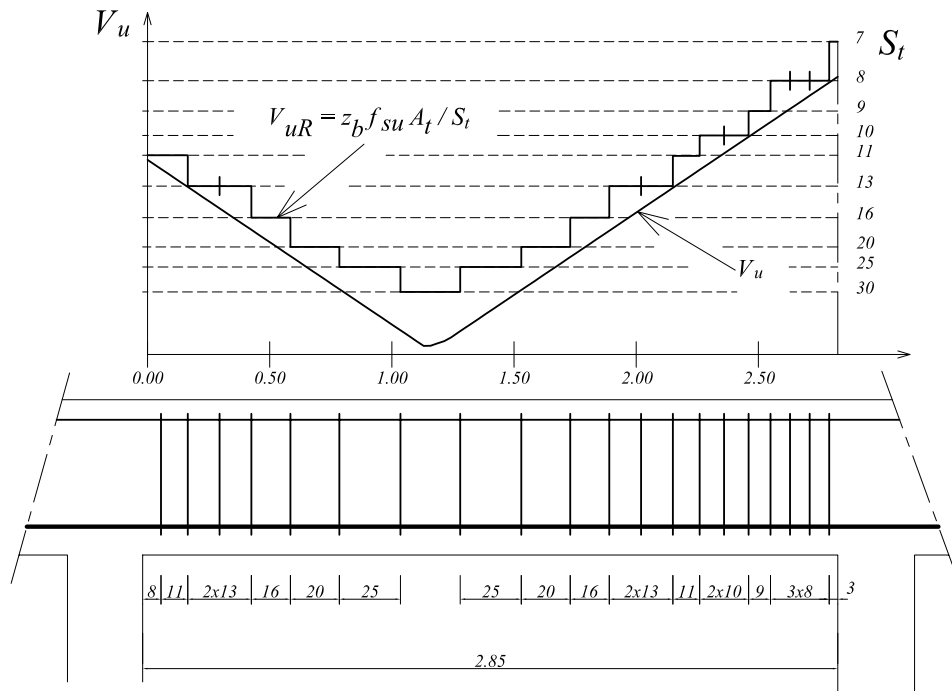


Fig. 38 : Exemple de tracé de la répartition des cadres dans une poutre en fonction de la courbe enveloppe de l'effort tranchant.

- Pour une travée, la cotation de l'espacement des cadres se fait à partir des deux nus d'appui, ce qui permet de ne pas coté l'espacement central qui, a priori, peut ne pas comporter un nombre entier de centimètres.

5.2 Vérifications diverses liées à l'existence de l'effort tranchant

5.2.1 Entraînement des armatures (A.6.1,3)

La brusque variation de la contrainte de cisaillement longitudinal au niveau de l'armature tendue peut conduire à un glissement de la barre par rapport au béton. Il convient donc de s'assurer que l'effort tranchant résultant V_u est équilibré par l'adhérence se développant au contact acier-béton pour les différentes armatures isolées ou paquets d'armatures.

Chaque armature isolée (ou paquet d'armatures) d'aire A_{si} et de périmètre utile u_i reprend une fraction A_{si}/A_s de l'effort tranchant, avec A_s la section totale des aciers longitudinaux tendus. L'effort normal dans l'armature i vaut donc :

$$N_{sti} = \frac{A_{si}}{A_s} V_u.$$

Cet effort de traction N_{sti} doit être équilibré par la contrainte d'adhérence d'entraînement τ_{se} entre l'armature et le béton sur une longueur z_b (hypothèse

du fonctionnement selon un treillis de Ritter-Mörsch), soit :

$$\tau_{se} z_b u_i = \frac{A_{si}}{A_s} V_u,$$

où le périmètre utile u_i est défini sur la Figure 39.

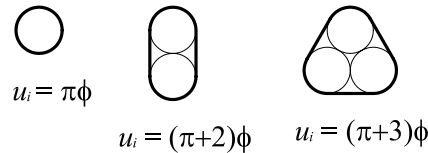


Fig. 39: Définition du périmètre utile d'un paquet de barres.

Il faut vérifier pour chaque paquet de barres que la contrainte d'adhérence τ_{se} reste inférieure à la valeur limite ultime $\tau_{se,u}$ (A.6.1,3):

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0.9d} \frac{A_{si}}{A_s} \leq \tau_{se,u} = \Psi_s f_{tj}, \quad \text{avec} \quad \left| \begin{array}{l} - \Psi_s = 1 \text{ pour les ronds lisses,} \\ - \Psi_s = 1.5 \text{ pour les aciers HA.} \end{array} \right.$$

5.2.2 Décalage de la courbe du moment fléchissant (A.4.1,5)

La règle du décalage tient compte de l'inclinaison à $\approx 45^\circ$ des bielles de béton comprimée : l'effort de traction N_s dans les aciers est constant sur une longueur z_b (fonctionnement simplifié selon un treillis de Ritter-Mörsch comme décrit sur la Figure 40). Par conséquent, l'effort agissant dans l'armature doit être évalué en prenant en compte le moment fléchissant agissant à une distance z_b de la section considérée.

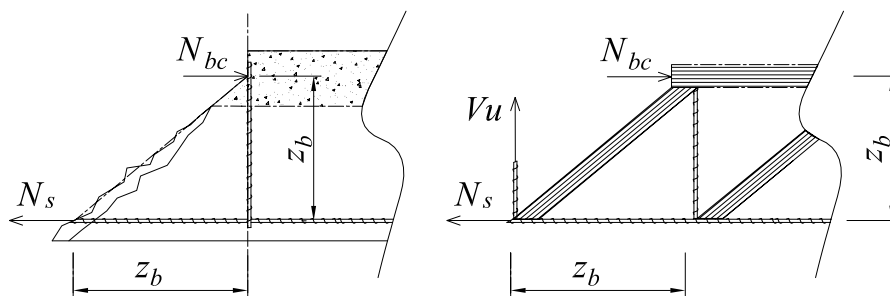


Fig. 40 : Fonctionnement de la section de béton armé selon un treillis de Ritter-Mörsch.

Pour tenir compte de ce décalage, le BAEL propose de décaler horizontalement de $0.8h$ ($z_b \approx 0.9d$ et $d \approx 0.9h$) dans le sens défavorable la courbe des moments fléchissants, ce qui revient à rallonger de $0.8h$ les deux cotés des aciers longitudinaux.

5.3 Règles des coutures généralisées (A.5.3)

5.3.1 Règle généralisée

Tout plan soumis à un effort de cisaillement doit être traversé par des **armatures de couture** totalement ancrées de part et d'autre de ce plan, faisant un angle d'au moins 45° avec lui et inclinées en sens inverse de la direction probable des fissures du béton. Si les actions tangentes sont susceptibles de changer de sens, les armatures de couture doivent être normales au plan sur lequel s'exercent les actions.

5.3.2 Section d'acier de couture

Considérons un élément d'aire $dP = p \cdot dx$ du plan $[P]$, de largeur dx et de profondeur p , situé entre deux fissures et traversé par une armature de couture. Le plan $[P]$ est supposé soumis à un effort de cisaillement g par unité de longueur et à une contrainte uniforme de compression (ou traction) σ_u perpendiculairement à $[P]$ (voir Figure 41).

L'élément d'aire dP est donc soumis aux efforts suivants :

- un effort de cisaillement $g \cdot dx$ contenu dans $[P]$,
- un effort de compression $p \cdot dx \cdot \sigma_u$ normal à $[P]$,
- un effort de compression dF_{bc} incliné de β par rapport à $[P]$ provenant des bielles de béton comprimé,
- un effort de traction dF_{st} incliné de α par rapport à $[P]$ provenant des armatures de couture.

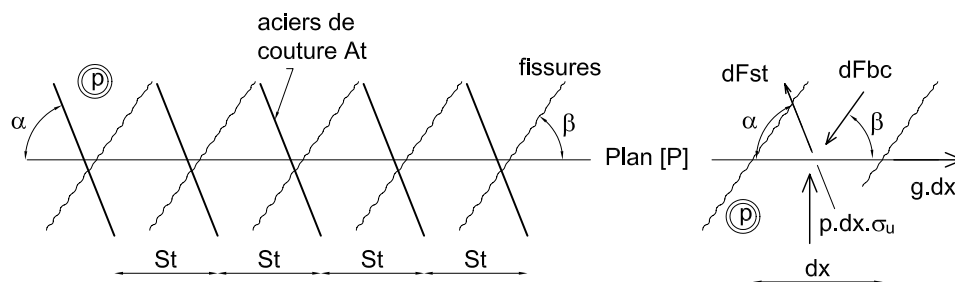


Fig. 41: Equilibre d'une surface élémentaire du plan $[P]$.

La projection de ces efforts sur $[P]$ et perpendiculairement à $[P]$ conduit aux deux équations suivantes :

$$\begin{cases} dF_{st} \sin(\alpha + \beta) = g \cdot dx \cdot \sin \beta - p \cdot \sigma_u \cdot dx \cdot \cos \beta \\ dF_{bc} \sin(\alpha + \beta) = g \cdot dx \cdot \sin \alpha + p \cdot \sigma_u \cdot dx \cdot \cos \beta \end{cases}$$

Les armatures de couture doivent équilibrer par mètre de longueur du plan $[P]$ un effort :

$$\frac{dF_{st}}{dx} = \frac{A_t}{s_t} \sigma_{st} = \frac{A_t}{s_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Compte tenu du fait que $g = \tau_u \cdot p$, la résolution du système d'équations (5.3.2) conduit à :

$$\frac{A_t f_e}{p s_t \gamma_s} \frac{\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta}{\cos \beta} = \tau_u \tan \beta - \sigma_u$$

Pour $\beta = 45^\circ$, on obtient la même formule que celle proposée par le BAEL en A.5.3,12. Dans les cas habituellement rencontrés en BA, on a aussi $\alpha = 90^\circ$ (armatures de couture perpendiculaires au plan $[P]$), ce qui conduit à la formule simplifiée (commentaire du A.5.3,12) :

$$\boxed{\frac{A_t f_e}{p s_t \gamma_s} = \tau_u - \sigma_u}$$

Connaissant la contrainte de cisaillement τ_u , il est donc possible d'en déduire la section A_t et l'espacement s_t des aciers de couture. La valeur de τ_u dépend du type de plan $[P]$ que l'on considère (plan de l'âme, liaison hourdis/âme, liaison talon/âme, ...).

5.3.3 Liaison hourdis/âme

Considérons une poutre en T , dont la table de compression de largeur b est supposée symétrique. Il se produit dans cette table des contraintes de cisaillement parallèlement et perpendiculairement aux faces verticales de l'âme. Il y a donc un risque de séparation entre la table de compression et l'âme de la poutre. Les armatures de coutures (droites) doivent reprendre l'effort de cisaillement ($\sigma_u = 0$) :

$$\frac{A_t f_e}{h_1 s_t \gamma_s} = \tau_u,$$

où h_1 est l'épaisseur du hourdis.

Hypothèse : Les calculs suivants sont menés en supposant que les matériaux travaillent dans le domaine élastique (hypothèse des calculs aux ELS), puis transposés aux ELU sans modifications.

Isolons un demi-hourdis. Comme indiqué sur la Figure 42, ce demi-hourdis est en équilibre sous :

- des contraintes normales sur ses faces $MNPQ$ et $M'N'P'Q'$
- des contraintes de cisaillement sur sa face $MNM'N'$

Les contraintes normales en x sur $MNPQ$ ont pour résultante :

$$\int_{b_0/2}^{b/2} \int_{y_1-h_1}^{h_1} \sigma_{bc}(y) \cdot dy dz = \frac{M_{ser}}{I_1} \int_{b_0/2}^{b/2} \int_{y_1-h_1}^{h_1} y dy dz = \frac{M_{ser}}{I_1} m'_G$$

où m'_G est le moment statique de la section $MNPQ$ par rapport à l'axe neutre. Son expression est :

$$m'_G = \frac{b - b_0}{2} h_1 \left(y_1 - \frac{h_1}{2} \right)$$

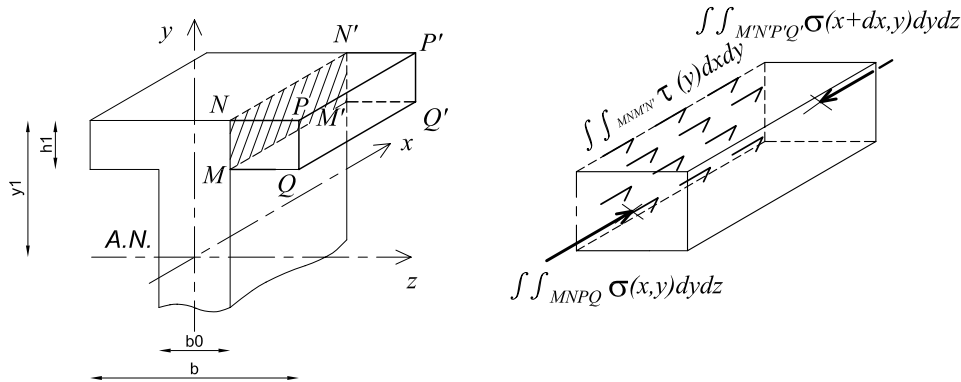


Fig. 42: Notations et équilibre d'un demi-hourdis d'une poutre en T.

Dans la section située en $x+dx$, de façon identique la résultante des contraintes normales sur $M'N'P'Q'$ vaut :

$$\frac{M_{ser} + dx M_{ser}'}{I_1} m'_G$$

En faisant l'**hypothèse complémentaire** que les contraintes de cisaillement sont uniformes sur le plan $MNM'N'$, l'équilibre du demi-hourdis conduit à :

$$\frac{M_{ser} + dx M_{ser}'}{I_1} m'_G - \frac{M_{ser}}{I_1} m'_G + \tau h_1 dx = 0$$

Hors, $dM_{ser}/dx = -V$, et l'expression précédente se simplifie :

$$\frac{V}{I_1} m'_G = \tau h_1$$

Dans le cas particulier où $y_1 = h_1$ (**Hypothèse** d'axe neutre confondu avec le nu inférieur du hourdis), la définition du bras de levier z_b peut s'écrire $z_b = I_1/m'_1$, où m'_1 est le moment statique du hourdis ($m'_1 = bh_1(y_1 - h_1/2)$) et il vient (en remplaçant τ par τ_u et V par V_u) :

$$\tau_u = \frac{V_u}{h_1} \frac{m'_G}{I_1} = \frac{V_u}{h_1} \frac{m'_G}{m'_1} \frac{m'_1}{I_1} = \frac{V_u}{h_1} \frac{b - b_0}{2b} \frac{1}{z_b}$$

qui correspond à la formule du BAEL (commentaire de l'article A.5.3,2). On obtient alors la section d'acier de couture à mettre en place :

$$A_t \geq \frac{V_u}{z_b} \frac{b - b_0}{2b} \frac{s_t}{f_{su}}$$

Comme pour tous les calculs à l'effort tranchant, on adopte comme bras de levier $z_b = 0.9d$. L'espacement s_t des aciers de couture est généralement identique à celui des cadres de l'âme.

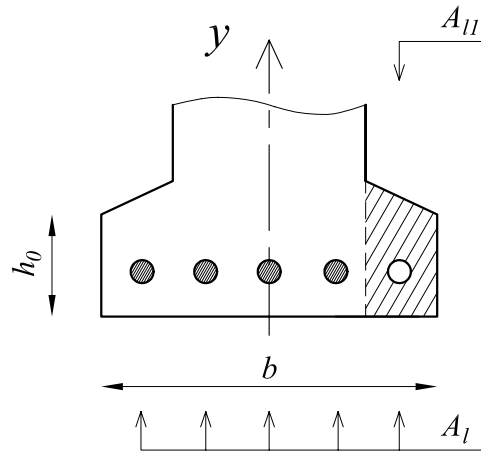


Fig. 43: Notations pour le calcul des aciers de couture à la liaison talon/âme.

5.3.4 Liaison talon/âme

Les notations utilisées sont définies sur la Figure 43. Le calcul est mené de façon identique à celui du hourdis, mais ici, comme le béton tendu est négligé, les moments statiques se réduisent à :

$m'_G = A_{l1}(d - y_1)$ pour un demi-talon contenant une section d'aciers longitudinaux A_{l1} ,

$m'_1 = A_l(d - y_1)$ pour le talon entier contenant la section d'aciers longitudinaux A_l .

En notant h_0 l'épaisseur du talon, l'équation (5.3.3) conduit à :

$$\tau_u = \frac{V_u m'_G m'_1}{h_0 m'_1 I_1} = \frac{V_u A_{l1}}{h_0 A_l} \frac{1}{z_b}$$

Cette formule est celle donnée dans le commentaire de l'article A.5.3,2 du BAEL. La section d'acier de couture à mettre en place pour la liaison talon/âme est donnée par :

$$A_t \geq \frac{V_u A_{l1}}{z_b} \frac{s_t}{A_l f_{su}}$$

6 Dalles sur appuis continus (A.8.2 ; B.7 ; E.3)

6.1 Définitions et Notations

Une dalle est un élément horizontal, généralement de forme rectangulaire, dont une des dimensions (l'épaisseur h) est petite par rapport aux deux autres (les portées l_x et l_y). On désigne par l_x la plus petite des portées. On s'intéresse au rapport des portées $l_x/l_y \leq 1$. Dans le cas courant où il n'y a pas d'appareil d'appuis, les portées sont définies entre nus intérieurs des poutres ou des voiles porteurs.

6.2 Domaine d'application (A.8.2)

On désigne par dalles sur appuis continus, les dalles dont le rapport des portées l_x/l_y est supérieur à 0.4 (on a $0.4 \leq l_x/l_y \leq 1$). Lorsque le rapport des portées est inférieur à 0.4, la dalle est calculée comme une poutre-dalle de largeur unitaire, soit isostatique soit continue (dans ce cas, on appliquera la méthode forfaitaire ou la méthode de Caquot pour déterminer les moments de continuité).

6.3 Dalle articulée sur ces contours

6.3.1 Cas des charges réparties

La théorie des plaques minces fournit les équations (différentielles) qui permettent de déterminer les moments fléchissants dans une plaque mince. La flèche $u(x, y)$ d'une plaque supportant une charge répartie p est solution de l'équation:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = p/D,$$

où $D = Eh^3/(12(1 - \nu^2))$ est la rigidité de la plaque. Les moments sont alors donnés par

$$M_{0x} = -D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \text{et} \quad M_{0y} = -D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

La résolution de ces équations nécessite une intégration numérique et c'est pour cette raison que le BAEL propose des méthodes approchées sous formes d'abaques.

Pour cela, on pose

$$M_{0x} = \mu_x p l_x^2 \quad \text{et} \quad M_{0y} = \mu_y M_{0x}.$$

où les coefficients μ_x et μ_y sont des fonctions du rapport des portées l_x/l_y et du type d'état limite considéré (puisque la valeur du coefficient de Poisson n'est pas identique à l'ELU et à l'ELS). La valeur de la charge surfacique dépend aussi de l'état limite considéré ($p = p_u$ à l'ELU et $p = p_{ELS}$ à l'ELS).

En raison de l'article A.8.2.41, qui stipule que le rapport de la section des aciers armant la direction la moins sollicitée sur celle armant la direction la plus sollicitée doit être supérieur à 1/4, la valeur du coefficient μ_y est limitée à 0.25.

Le tableau suivant donne les valeurs de μ_x et μ_y pour l'ELU ($\nu = 0$) et l'ELS ($\nu = 0.2$).

l_x/l_y	ELU $\nu = 0$		ELS $\nu = 0.2$	
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y
0.40	0.1101	0.2500	0.1121	0.2854
0.45	0.1036	0.2500	0.1063	0.3234
0.50	0.0966	0.2500	0.1000	0.3671
0.55	0.0894	0.2500	0.0936	0.4150
0.60	0.0822	0.2948	0.0870	0.4672
0.65	0.0751	0.3613	0.0805	0.5235
0.70	0.0684	0.4320	0.0743	0.5817
0.75	0.0621	0.5105	0.0684	0.6447
0.80	0.0561	0.5959	0.0628	0.7111
0.85	0.0506	0.6864	0.0576	0.7794
0.90	0.0456	0.7834	0.0528	0.8502
0.95	0.0410	0.8875	0.0483	0.9236
1.00	0.0368	1.0000	0.0441	1.0000

Comme le montre ce tableau, $\mu_y \leq 1$, ce qui signifie que le moment le plus important est dans le sens de la petite portée et par conséquent, la direction parallèle aux petits cotés sera la plus armée. Ce résultat qui peut paraître surprenant (on a tendance à vouloir mettre plus d'acier si la portée est plus grande) vient du fait que la part des charges transmise dans la direction de la petite portée est plus importante que celle transmise dans la direction de la grande portée.

6.3.2 Autres types de charges

On calcule les moments en travée M_{0_x} et M_{0_y} de la dalle articulée sur son contour par la théorie des plaques minces. Ceci nécessite souvent un calcul numérique, de type éléments finis ou l'aide d'Abaques.

Par exemple, pour une dalle chargée par une charge répartie q sur une surface rectangulaire centrée de côté u selon l_x et v selon l_y , on pourra utiliser un abaque de Mougins. En entrée, il faut donner $\alpha = u/l_x$ et $\beta = v/l_y$, ce qui permet de déterminer M_1 et M_2 , puis les moments en travée par :

$$M_{0_x} = (M_1 + \nu M_2)quv \quad \text{et} \quad M_{0_y} = (\nu M_1 + M_2)quv,$$

où le coefficient de poisson ν vaut 0 à l'ELU et 0.2 à l'ELS. Un abaque est valable pour un rapport l_x/l_y . L'abaque donné en exemple sur la Figure 44 est valable dans le cas particulier où $l_x/l_y = 0.5$.

6.4 Prise en compte de la continuité

Dans la réalité, les dalles en BA ne sont pas articulées sur leurs contours. On prend en compte un moment d'encastrement, qui permet de diminuer dans une certaine mesure la valeur des moments en travée déterminés pour la dalle articulée. L'article A.8.2,32 stipule que :

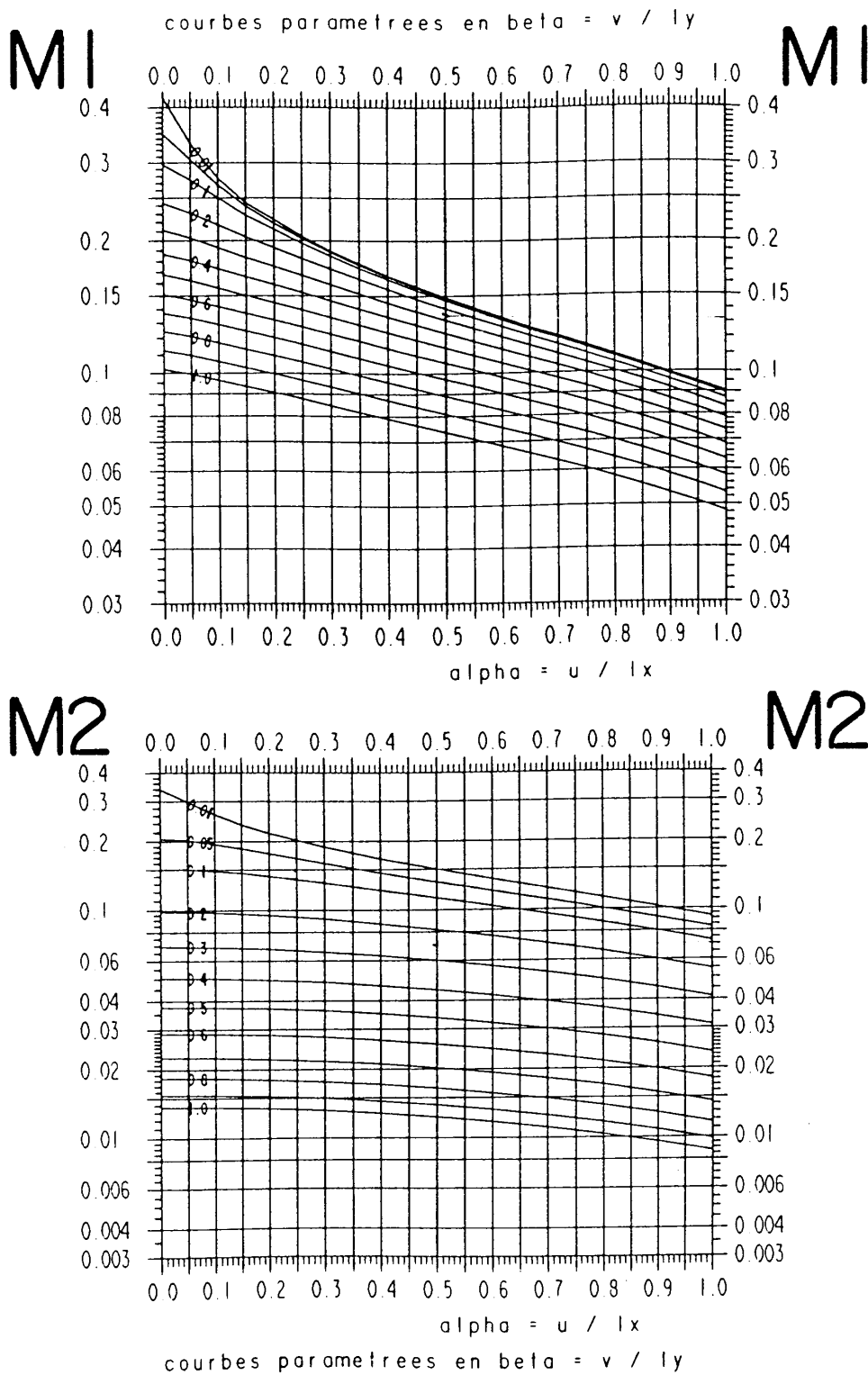


Fig. 44 : Abaques de Mougins pour le calcul des moments dans une dalle de dimensions $l_x/l_y = 0.5$ supportant une charge uniforme sur un rectangle de dimensions $a \times b$. Voir le texte pour l'utilisation.

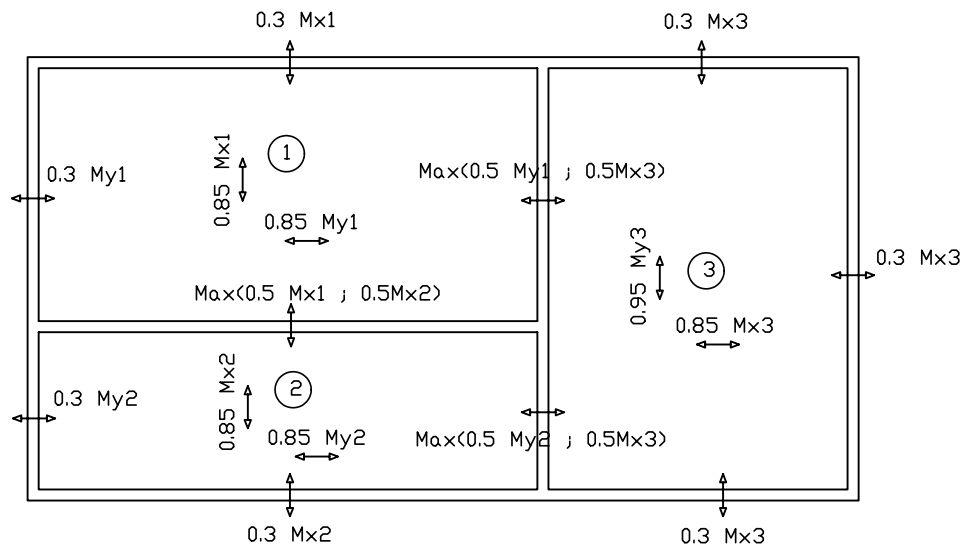


Fig. 45: Exemple de valeurs pour les moments en travée et sur appuis.

- les moments en travée peuvent être réduits de 25% au maximum par rapport aux moments de la dalle articulée, selon les conditions de continuité aux appuis,
- les moments d'encastrement sur les grands cotés sont évalués à au moins 40 ou 50% du moment de la dalle articulée M_{0x} ,
- les moments d'encastrement sur les petits cotés prennent des valeurs du même ordre que sur les grands cotés,
- dans la portée principale l_x , on doit respecter :

$$M_{t_x} + \frac{M_{w_x} + M_{w_y}}{2} > 1.25M_{0_x} \quad \text{et} \quad M_{t_x} \leq M_{0_x}$$

Ce qui conduit à adopter les valeurs suivantes pour le moment en travée M_{t_x} , en fonction des valeurs des moments sur appuis :

	0	$0.15M_{0_x}$	$0.30M_{0_x}$	$0.50M_{0_x}$
Appui simple 0	M_{0_x}	M_{0_x}	M_{0_x}	M_{0_x}
Encastrement faible $0.15M_{0_x}$	M_{0_x}	M_{0_x}	M_{0_x}	$0.925M_{0_x}$
Encastrement partiel $0.30M_{0_x}$	M_{0_x}	M_{0_x}	$0.95M_{0_x}$	$0.85M_{0_x}$
Continuité $0.50M_{0_x}$	M_{0_x}	$0.925M_{0_x}$	$0.85M_{0_x}$	$0.75M_{0_x}$

Ce même tableau est utilisé pour déterminer les moments dans la direction y .

- lorsque deux dalles ont un appui commun, on garde la plus grande des deux valeurs des moments calculés sur l'appui, sans changer la valeur des moments en travée.

La Figure 45 présente, à partir d'un exemple, les moments en travée et sur appui à adopter.

6.5 Ferrailage des dalles

6.5.1 Sections d'acier

Connaissant les moments maximaux, le ferrailage est calculé comme pour une poutre, en considérant une largeur de dalle de $1.00m$, dans les directions x et y . Le ferrailage est réalisé avec des Treillis Soudés (TS) standardisés (voir les TS proposés par l'ADETS), quelques barres pouvant être ajoutées pour compléter le ferrailage. On doit avoir (A.8.2,41):

- $A_y \geq A_x/3$ si les charges appliquées comprennent des efforts concentrés,
- $A_y \geq A_x/4$ si les charges sont uniquement réparties.

La condition de non-fragilité (A.4.2) et de ferrailage minimal conduit à (B.7.4):

Nuance d'armatures	A_x/h	A_y/h
HA fe400 ou TS $\geq 6mm$	$\geq 0.0004(3 - l_x/l_y)$	≥ 0.0008
HA fe500 ou TS $< 6mm$	$\geq 0.0003(3 - l_x/l_y)$	≥ 0.0006

Lorsque la fissuration est considérée peu préjudiciable, l'écartement maximal des armatures d'une même nappe est donnée par (A.8.2,42):

Directions	Charges réparties	Charges concentrées
la plus sollicitée (sens x)	Min($3h, 33cm$)	Min($2h, 25cm$)
la moins sollicitée (sens y)	Min($4h, 45cm$)	Min($3h, 33cm$)

Pour la FP et la FTP, on adopte les valeurs suivantes:

FP	Min($2h, 25cm$)
FTP	Min($1.5h, 20cm$)

Notons que les TS proposés par l'ADETS vérifient ces conditions.

6.5.2 Arrêt de barres

Les aciers de la nappe inférieure sont prolongés jusqu'aux appuis et ancrés au delà du contour théorique de la dalle, sur $l_s/3$ pour les barres indépendantes et sur au moins une soudure pour les TS.

La longueur des chapeaux sur les petits et grands cotés peut être déterminée de façon forfaitaire, en fonction du type d'encastrement sur l'appui, à

- $\text{Max}(l_s, 0.20l_x)$ si il y a continuité,
- $\text{Max}(l_s, 0.15l_x)$ si l'encastrement est partiel,
- $\text{Max}(l_s, 0.10l_x)$ si l'encastrement est faible,

La Figure 46 présente un exemple de dessin de ferrailage de dalle et le calepinage des treillis soudés de façon à limiter les recouvrements. Deux plans de ferrailage par dalle son nécessaires, l'un pour le ferrailage de la nappe inférieure (en travée), l'autre pour le ferrailage de la nappe supérieure (chapeaux sur appuis).

6.6 Sollicitation d'effort tranchant

Les valeurs maximales (sur appui) de l'effort tranchant sont données par

$$V_x = \frac{pl_x}{2} \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \quad \text{et} \quad V_y = \frac{pl_y}{2} \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4}.$$

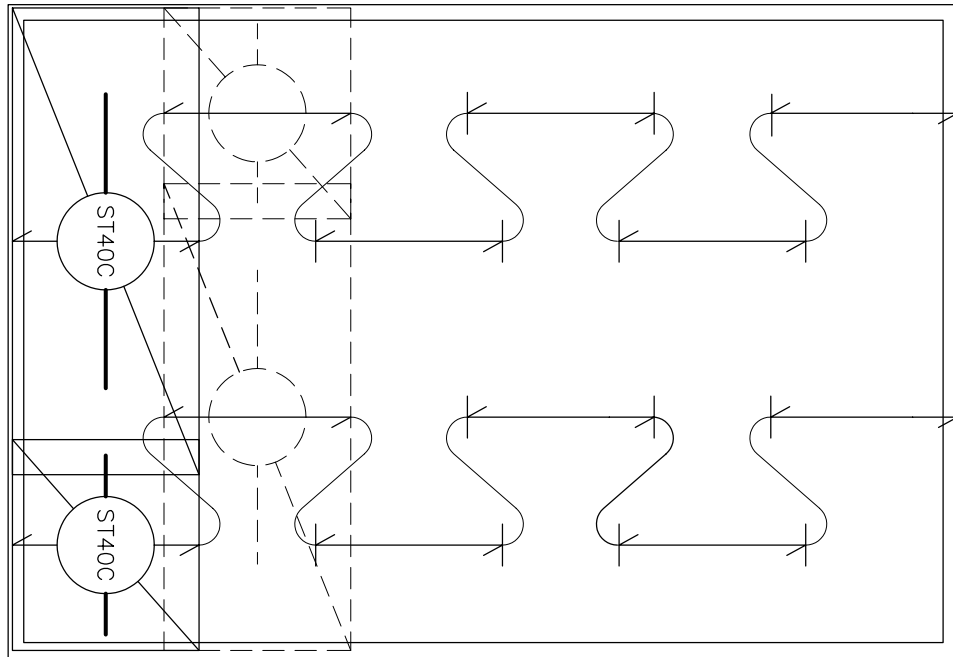


Fig. 46: Exemple de calepinage des TS de la nappe inférieure d'une dalle.

Aucune armature transversale n'est requise si:

- la dalle est coulée sans reprise de bétonnage,
- la contrainte de cisaillement conventionnelle par mètre de dalle $\tau_u = V_u/d$ est inférieure ou égale à $0.07f_{c_j}/\gamma_b$.

Dans le cas contraire, on augmentera l'épaisseur de la dalle. Si cette solution n'est pas envisageable, on placera des aciers transversaux comme dans une poutre. Dans tous les cas, la contrainte de cisaillement conventionnelle est limitée à (A.5.2,3):

- $\text{Min}(0.2f_{c_j}/\gamma_b, 5MPa)k$ pour la FPP,
 - $\text{Min}(0.15f_{c_j}/\gamma_b, 4MPa)k$ pour la FP ou la FTP ,
- où $k = \text{Min}(10h/3, 1)$ (h en m).

6.7 Ouvertures et trémies

On dispose de part et d'autre des ouvertures, dans les deux directions, une section d'acier équivalente à celle coupée. La transmission des efforts des barres coupées à celles de renfort se faisant par des bielles à 45° , la longueur des barres de renfort est $a + b + 2l_s$, où a et b sont les dimensions de la trémie.

6.8 Etat limite de déformation

L'article B.7.5 précise les conditions à vérifier pour ne pas avoir à faire une vérification sur les flèches limites. Les deux conditions à vérifier sont :

$$h \geq \text{Max}\left[3/80; \frac{M_{t_x}}{20M_{0_x}}\right]l_x \quad \text{soit } h \geq \left\{ \frac{1}{20} \text{ à } \frac{1}{0.75 * 20} = \frac{1}{15} \right\} \times l_x,$$

et

$$A_{s_x} \leq \frac{2bd_x}{f_e},$$

avec $b = 1.00 \text{ m}$ et f_e en MPa.

Dans ces formules, M_{t_x} est le moment en travée dans la direction x (petite direction), M_{0_x} le moment en travée de la dalle articulée de référence et l_x la petite portée.

Si ces conditions n'étaient pas vérifiées, le calcul des flèches est présenté à la Section 8 de ce cours.

7 Poutres et Planchers continus

L'objectif de cette partie est de présenter les méthodes de calcul des sollicitations (moment fléchissant et effort tranchant) dans les poutres et planchers continus. Comme nous le verrons, ces méthodes sont adaptées au matériau béton armé puisqu'elles prennent en compte les capacités d'adaptation et le phénomène d'amortissement du béton armé.

7.1 Particularités liées au Béton Armé

7.1.1 Rappel de Résistance des Matériaux

Une poutre continue est une poutre reposant sur plusieurs appuis simples, et dont les moments sur appuis, hormis les appuis de rives, ne sont pas nuls (voir la Figure 47a pour la définition des notations).

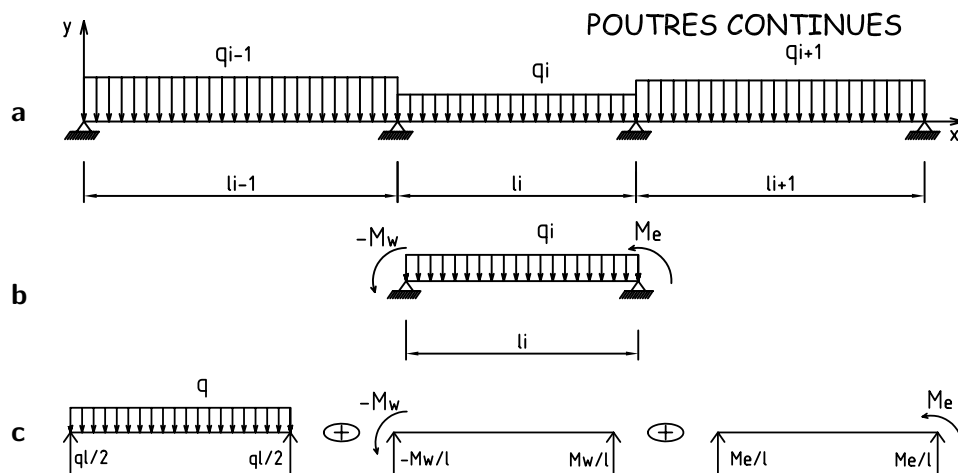


Fig. 47 : **a** : notations utilisées pour l'étude d'une poutre continue. **b** : définition de la travée isostatique de référence. **c** décomposition du chargement sur la travée isostatique de référence en trois chargements simples.

Pour une poutre élastique, ce problème peut être résolu par l'utilisation de la formule des trois moments (ou méthode de Clapeyron) qui fournit $n - 2$ équations reliant les moments sur appuis (où n est le nombre d'appuis). Sachant que sur les deux appuis de rive les moments sont nuls, il est alors possible de résoudre ce système et ainsi d'obtenir les moments sur appuis. Une fois connus les moments sur appuis M_w et M_e , chaque travée peut être étudiée séparément comme une poutre isostatique soumise à deux moments à ces extrémités, comme indiqué sur la Figure 47b.

Le théorème de superposition permet alors de résoudre ces trois chargements (chargement sur la travée, moments à l'appui gauche et à l'appui droit) séparément, comme indiqué sur la Figure 47c.

Finalement, en notant $\mu(x)$ le moment de la travée isostatique de référence dû au chargement sur la poutre (qui peut être plus compliqué que la charge répartie tracée sur la Figure 47), on obtient le moment fléchissant et l'effort

tranchant le long de la travée :

$$M(x) = \mu(x) + M_w \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_e \frac{x}{l}$$

$$V(x) = -\frac{d\mu(x)}{dx} + \frac{M_w - M_e}{l}$$

La résolution de l'équation $V(x) = 0$ permet de connaître l'abscisse d'effort tranchant nul et donc de moment fléchissant maximal en travée.

7.1.2 Adaptation du Béton Armé

Pour comprendre le phénomène d'adaptation, nous allons étudier le comportement à la rupture de trois poutres en béton armé de même section brute et de même portée l , et armées par la même section d'acier A_0 . Chacune de ces trois poutres est soumise à une charge ponctuelle à mi-travée. La poutre **1**, dite de référence, a ses armatures en partie basse et repose sur deux appuis simples. La poutre **2** a le même ferrailage que la première, mais elle est encastree à ses extrémités. La poutre **3** est identique à la deuxième mais elle est montée à l'envers (voir la Figure 48a).

Après application d'une charge relativement faible, les parties de béton tendu qui ne sont pas armées vont se fissurer, comme indiqué sur la Figure 48b. La poutre **1** est bien armée, et elle ne va pas fissurer. La poutre **2** se fissure au niveau des encastremets, tandis que la poutre **3** se fissure au centre.

Finalement, la poutre **2** après fissuration fonctionne de façon identique à la poutre **1**, tandis que la poutre **3** fonctionne comme deux consoles de portée $l/2$ reprenant chacune une demi charge (voir Figure 48c). Par conséquent, pour les trois poutres, le moment dans la section la plus sollicitée vaut :

$$M = \frac{Pl}{4}.$$

A l'ELU, le moment ultime étant proportionnel à la section d'acier dans la section la plus sollicitée ($M_u \approx A_0 z f_{su}$), on en déduit que cette limite est atteinte pour une même valeur de la charge ($P_{u1} = P_{u3} = P_{u2} \approx 4A_0 z f_{su}/l$).

En conclusion, la charge à la rupture ne dépend que de la section d'acier A_0 correspondant au fonctionnement isostatique, indépendamment de la position des aciers pour les poutres encastrees. La fissuration des sections les moins armées permet une redistribution des moments qui diffère de celle donnée par la théorie de la résistance des matériaux, c'est le phénomène d'adaptation.

On adoptera pour les poutres continues un ferrailage analogue à celui défini sur la Figure 49, où les sections d'acier en travée A_t et sur appuis A_w et A_e (chapeaux) vérifient l'inégalité suivante :

$$A_t + \frac{A_w + A_e}{2} \geq A_0,$$

avec A_0 la section d'acier calculée pour la travée isostatique de référence correspondante.

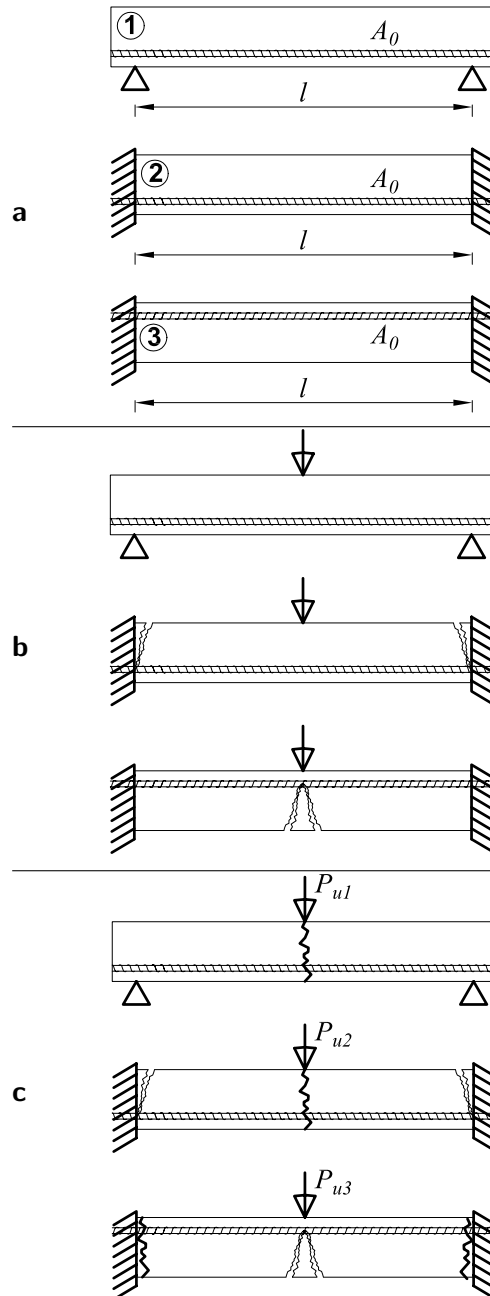


Fig. 48 : **a :** Définition des trois poutres de portée l , de même section de béton et armée chacune par une section d'acier A_0 . **b :** Allure de la fissuration dans les trois poutres pour en début chargement. **c** Allure de la fissuration à la rupture.

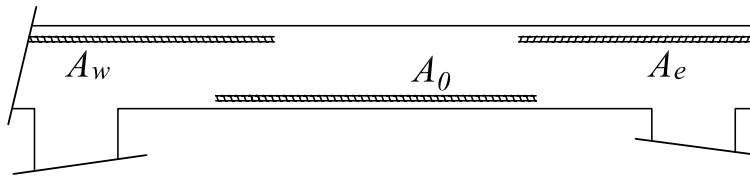


Fig. 49: Forme du ferrailage à adopter dans une poutre continue

7.1.3 Phénomène d'amortissement

Sous charge de longue durée, ce qui est généralement le cas pour des ouvrages de Génie Civil au moins pour les charges permanentes, le béton armé est un matériau qui flue. C'est à dire qu'il continue à se déformer au cours du temps même si la charge reste constante. Cette déformation de fluage est loin d'être négligeable pour le béton armé puisqu'elle peut représenter jusqu'à trois fois la déformation instantanée, pour une charge constante et un temps infini.

Pour les poutres continues, le fluage entraîne que l'amortissement est beaucoup plus rapide que pour une poutre élastique. Par conséquent, on supposera que le moment sur un appui ne dépend que des charges supportées par les deux travées adjacentes de l'appui considéré, comme indiqué sur la Figure 50.

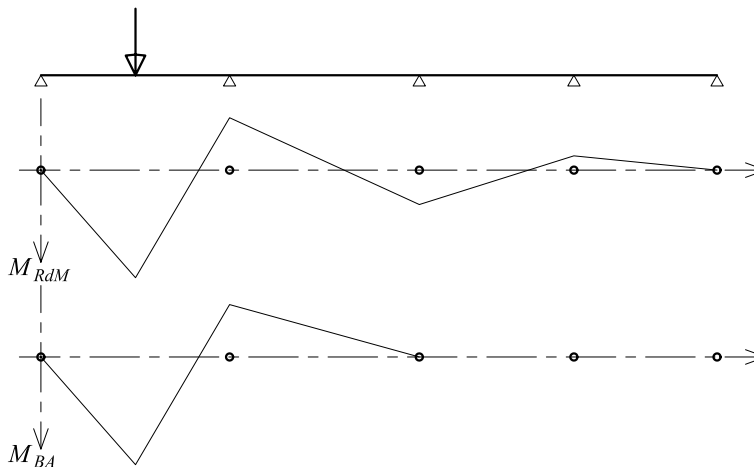


Fig. 50 : Comparaison du moment fléchissant obtenu dans une poutre continue par application d'une force ponctuelle sur la travée de rive, dans le cas de la théorie de la RdM et dans le cas du béton armé.

7.2 Domaines d'application des méthodes propres aux BA

Selon que les quatre conditions suivantes sont vérifiées ou pas, on appliquera différentes méthodes (B.6.2,2).

- a) la méthode s'applique aux *constructions courantes*, c'est-à-dire lorsque $q \leq 2g$ ou $q \leq 5kN/m^2$.

- b) les moments d'inertie des sections transversales sont identiques le long de la poutre.
- c) les portées successives sont dans un rapport compris entre 0.8 et 1.25 (25%).
- d) la fissuration ne compromet pas la tenue du béton armé et de ses revêtements (FPP).

✓ Si **a**, **b**, **c** et **d** sont vérifiées, on appliquera la *méthode forfaitaire* (Annexe E1 du BAEL).

✓ Si **a** n'est pas vérifiée (cas des planchers à charge d'exploitation relativement élevée), on appliquera la *méthode de Caquot* (Annexe E2 du BAEL).

✓ Si **a** est vérifiée mais une ou plus des trois conditions **b**, **c** et **d** ne le sont pas, on appliquera la *méthode de Caquot minorée* (Annexe E2 du BAEL).

Ces trois méthodes sont présentés dans les parties suivantes.

Remarque 1 Si les quatre conditions sont vérifiées, il est toujours possible d'utiliser la méthode de Caquot minorée, qui conduira à un ferrailage mieux dimensionner que celui obtenu avec la méthode forfaitaire. Mais la méthode de Caquot est plus longue que la méthode forfaitaire!

Remarque 2 Ces méthodes s'appliquent uniquement aux poutres supportant une dalle faisant office de table de compression. Pour le calcul d'une poutre de chemin de roulement par exemple, on utilisera la théorie classique de la résistance des matériaux pour calculer les moments sur appuis.

7.3 Méthode forfaitaire (Annexe E.1)

7.3.1 Domaine d'application B.6.210

Pour déterminer les moments sur appui et en travée, il est possible d'utiliser la méthode forfaitaire si les quatre conditions **a**, **b**, **c** et **d** sont vérifiées.

7.3.2 Application de la méthode

Valeurs des moments Les valeurs des moments en travée M_t et sur appui M_w et M_e doivent vérifier :

1. $M_t + (M_w + M_e)/2 \geq Max(1.05M_0, (1 + 0.3\alpha)M_0)$
2. $M_t \geq (1 + 0.3\alpha)M_0/2$ dans une travée intermédiaire,
 $M_t \geq (1.2 + 0.3\alpha)M_0/2$ dans une travée de rive.
3. la valeur absolue de chaque moment sur appui intermédiaire doit être au moins égale à :
0.6 M_0 pour une poutre à deux travées,
0.5 M_0 pour les appuis voisins des appuis de rive d'une poutre à plus de deux travées,
0.4 M_0 pour les autres appuis intermédiaires d'une poutre à plus de trois travées.

avec M_0 la valeur maximale du moment fléchissant dans la *travée de référence* (travée isostatique indépendante de même portée et supportant le même chargement que la travée considérée) et $\alpha = q/(g + q)$ le rapport des charges d'exploitation à la somme des charges non pondérée. La Figure 51 résume ces conditions.

Deux travées

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & & 0.6 \max(M_{01}, M_{02}) & & 0 & & M_a < 0 \\ \triangle & & \triangle & & \triangle & & M_t > 0 \\ (0.6+0.15\alpha) M_{01} & & & & (0.6+0.15\alpha) M_{02} & & \end{array}$$

Plus de deux travées

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & & 0.5 \max(M_{01}, M_{02}) & & 0.4 \max(M_{02}, M_{03}) & & \\ \triangle & & \triangle & & \triangle & & \\ (0.6+0.15\alpha) M_{01} & & (0.5+0.15\alpha) M_{02} & & (0.5+0.15\alpha) M_{03} & & \\ \text{appui de} & & \text{appui voisin} & & \text{appui} & & \\ \text{rive} & & \text{de rive} & & \text{intermédiaire} & & \end{array}$$

Fig. 51 : Conditions données par la méthode forfaitaire à vérifier par les moments sur appui et en travée pour des poutres à deux travées et plus de deux travées.

Remarque : lorsque, sur l'appui de rive, la poutre est solidaire d'un poteau ou d'une poutre, il convient de disposer sur cet appui des aciers supérieurs pour équilibrer $M_a = -0.15M_0$.

Mode opératoire Dans la pratique, on prend la valeur minimale des moments sur appui M_w et M_e (en valeur absolue), puis on calcule M_t par la formule des moments.

7.3.3 Armatures longitudinales

Lorsque les trois conditions suivantes sont réunies : $q \leq g$, les charges sont réparties et les moments sur appui sont pris à leur valeur absolue minimale (valeurs adoptées sur la Figure 51), il est alors possible de déterminer de façon forfaitaire la longueur des chapeaux et l'arrêt des barres, comme indiqué sur la Figure 52.

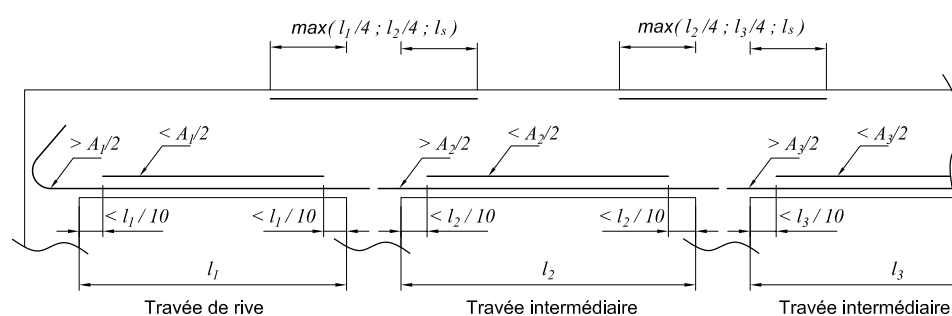


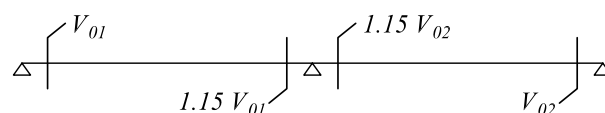
Fig. 52: Arrêt des barres forfaitaire.

Lorsqu'il n'est pas possible de réaliser l'arrêt forfaitaire des barres, il faut tracer la courbe enveloppe des moments fléchissants (voir la méthode de Caquot).

7.3.4 Effort tranchant

Pour déterminer la valeur de l'effort tranchant aux appuis, ce dernier est calculé en faisant abstraction de la continuité, *sauf* pour les appuis voisins des appuis de rive. En notant V_{0i} la valeur absolue de l'effort tranchant sur les appuis de la travée isostatique de référence i , les valeurs absolues de l'effort tranchant aux appuis sont déterminés de façon forfaitaire comme indiqué sur la Figure 53.

Deux travées



Plus de deux travées

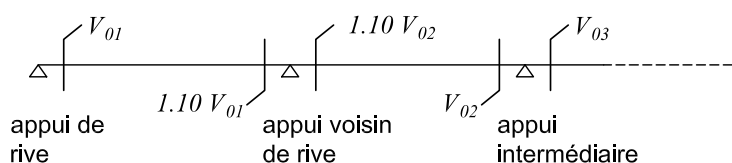


Fig. 53 : Valeur forfaitaire de l'effort tranchant dans des poutres continues à deux travées et plus de deux travées.

7.4 Méthode de Caquot (Annexe E.2)

appliquée aux poutres à moments d'inertie égaux et non solidaires des poteaux

7.4.1 Domaine d'application B.6.220

La méthode s'applique essentiellement aux poutres - planchers des *constructions industrielles*, c'est-à-dire pour des charges d'exploitation élevées : $q > 2g$ ou $q > 5kN/m^2$.

Elle peut aussi s'appliquer lorsqu'une des trois conditions **b**, **c** ou **d** de la méthode forfaitaire n'est pas validée (Inerties variables ; différence de longueur entre les portées supérieure à 25% ; fissuration préjudiciable ou très préjudiciable). Dans ce cas, il faut appliquer la *méthode de Caquot minorée* qui consiste à prendre $g' = 2g/3$ pour le calcul des moments sur appui.

7.4.2 Principe de la méthode

La méthode proposée par Albert Caquot tient compte :

- de la variation du moment d'inertie due aux variations de la largeur de la table de compression, en réduisant légèrement les moments sur appui et en augmentant proportionnellement ceux en travée.
- de l'amortissement de l'effet des chargements des poutres en BA, en ne considérant que les travées voisines de l'appui pour déterminer le moment sur appui.

7.4.3 Evaluation des moments sur appui

Hypothèses Pour le calcul des moments sur appui M_a , on fait les hypothèses suivantes :

- seules les charges sur les travées voisines de l'appui sont prises en compte,
- on adopte des longueurs de *portées fictives* l' , telles que :
 - $l' = l$ pour les deux travées de rive,
 - $l' = 0.8l$ pour les travées intermédiaires.

Valeurs des moments sur appui Pour le cas de charges réparties, les moments sur appui intermédiaire sont donnés par :

$$M_a = -\frac{p_w l_w^3 + p_e l_e^3}{8.5(l_w + l_e)},$$

où les notations sont définies sur la Figure 54.

Pour des charges ponctuelles, les moments sur appui intermédiaire sont donnés par :

$$M_a = -\frac{k_w(a_w)P_w l_w^2 + k_e(a_e)P_e l_e^2}{l_w + l_e},$$

avec les notations définies sur la Figure 55 et l'évolution des coefficients $k(a)$ en fonction de a est définie dans l'annexe E.2 du BAEL.

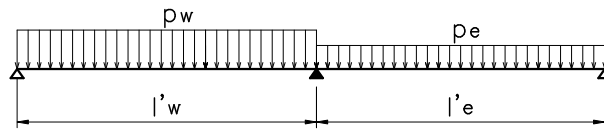


Fig. 54 : Notations pour le calcul des moments sur appui par la méthode de Caquot dans le cas de charges réparties.

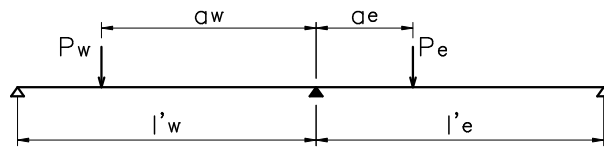


Fig. 55 : Notations pour le calcul des moments sur appui par la méthode de Caquot dans le cas de charges ponctuelles.

Le moment total est obtenu comme la somme des moments sur appui des différents chargements.

Méthode de Caquot minorée (B.6.210) Lorsqu'il est possible d'appliquer la méthode de Caquot minorée (voir condition ci-dessus), le calcul des moments sur appui dus aux charges permanentes se fait avec $g' = 2g/3$ (et uniquement le calcul des moments sur appuis, on reprend la totalité de g ensuite pour le calcul des moments en travée).

7.4.4 Moments en travée

Pour les calculs des moments en travée M_t , on fait les hypothèses suivantes :

- ✓ on utilise la longueur des portées réelles l (et non plus l'),
- ✓ on ne considère que les deux travées adjacentes et les trois cas de charge définis sur la Figure 56.

L'évolution du moment en travée $M(x)$, pour un cas de charge, est donné par :

$$M(x) = \mu(x) + M_w \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_e \frac{x}{l},$$

où $\mu(x)$ est le moment dans la travée isostatique de référence correspondant au cas de charge étudié. La position du moment maximum en travée est obtenu en recherchant l'abscisse où la dérivée de $M(x)$ s'annule, soit dans le cas d'un chargement symétrique sur la travée :

$$x_{M_{t\max}} = \frac{l}{2} - \frac{M_w - M_e}{pl}.$$

Dans la pratique, pour le calcul de $x_{M_{t\max}}$ on ne s'intéressera qu'au cas de charge qui conduit à la plus grande valeur du moment en travée. Pour les travées paires c'est le cas de charge 2, tandis que pour les travées impaires, c'est le cas de charge 3 qui conduit à la valeur maximale du moment en travée.

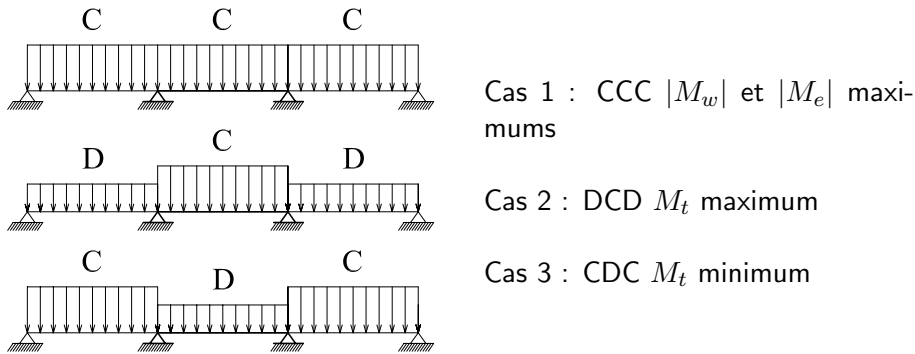


Fig. 56 : Définition des trois cas de charge à prendre en compte. Chacun de ces trois cas correspond à une valeur extrême des moments de la deuxième travée et des appuis 2 et 3. A l'ELU $C = 1.35g + 1.5q$ et $D = 1.35g$ et à l'ELS $C = g + q$ et $D = g$.

On prendra garde de bien travailler avec les bonnes valeurs des moments sur appuis et de la charge p en fonction du cas de charge considéré.

7.4.5 Effort tranchant

L'effort tranchant, pour un cas de charge donné, est calculé classiquement comme l'opposé de la dérivée du moment fléchissant, soit :

$$V(x) = -\frac{d\mu(x)}{dx} + \frac{M_w - M_e}{l}.$$

Sur l'appui i , les valeurs à gauche et à droite de l'effort tranchant sont donc :

$$V_{wi} = V_{0w} - \frac{M_{a_i} - M_{a_{i-1}}}{l_{i-1}},$$

$$V_{ei} = V_{0e} - \frac{M_{a_{i+1}} - M_{a_i}}{l_i},$$

où

- V_{0w} et V_{0e} sont les efforts tranchants à gauche et à droite de l'appui i des travées isostatiques de référence $i - 1$ et i , respectivement,
- $M_{a_{i-1}}$, M_{a_i} , $M_{a_{i+1}}$ sont les moments sur les appuis $i - 1$, i et $i + 1$, respectivement,
- l_{i-1} et l_i sont les portées des travées $i - 1$ et i , à droite des appuis $i - 1$ et i , respectivement (voir la figure plus loin pour ces notations).

Le cas de charge correspondant aux efforts tranchants maximums sur l'appui i se produit lorsque les deux travées adjacentes sont chargées et les autres déchargées (voir Figure 57).

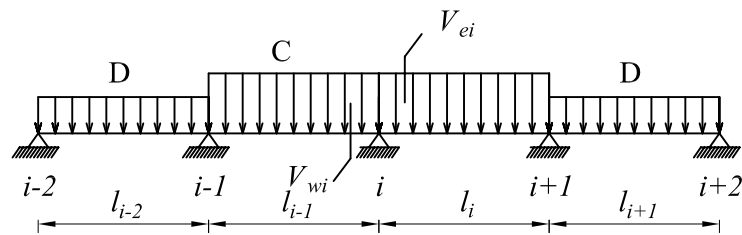


Fig. 57 : Cas de charge conduisant à la valeur maximale de l'effort tranchant sur l'appui i .

7.4.6 Tracé des Moments fléchissants

Pour illustrer cette partie, nous prendrons l'exemple d'une poutre à 4 travées de portées identiques ($l = 5.00m$), supportant une charge permanente $g = 20kN/m$ et une charge d'exploitation $q = 25kN/m$, correspondant à une charge surfacique de $6kN/m^2$.

Présentation des calculs La présentation des calculs se fait dans un tableau qui comporte autant de colonnes qu'il y a de travées sur la poutre. Pour un calcul à l'ELU de la méthode de Caquot non-minorée, ce tableau prend la forme présentée sur la Figure 58. Dans le cas de la méthode de Caquot minorée, on ajoutera 3 lignes : $g' = 2g/3$, $C'1.35g' + 1.5q$ et $D'1.35g'$.

portée l [m]	5.00	5.00	5.00	5.00	
portée fictive l' [m]	5.00	4.00	4.00	4.00	
charge permanente g [kN/m]	20	20	20	20	
charge exploitation q [kN/m]	25	25	25	25	
Chargée C $1.35g + 1.5q$ [kN/m]	64.5	64.5	64.5	64.5	
Déchargée D $1.35g$ [kN/m]	27	27	27	27	
M_a cas 1 : CCCC [kNm]	0	-159.35	-121.41	-159.35	0
M_a cas 2 : DCDC [kNm]	0	-98.08	-86.12	-127.98	0
M_a cas 3 : CDCD [kNm]	0	-127.98	-86.12	-98.08	0
$M_{iso,C}$ Chargée [kNm]	201.56	201.56	201.56	201.56	
$M_{iso,D}$ Déchargée [kNm]	84.38	84.38	84.38	84.38	
$x_{M_{tmaxi}}$ [m]	2.10	2.54	2.46	2.90	
M_{tmaxi} [kNm]	142.65	109.51	109.51	142.65	

Fig. 58: Forme du tableau à remplir pour appliquer la méthode de Caquot

Courbe enveloppe des moments fléchissants Le tracé des trois courbes de moment fléchissant correspondant aux trois cas de charge est fait à partir des informations calculées dans le tableau ci-dessus. La courbe enveloppe (courbe épaisse sur la Figure 59) reproduit le contour des moments maximums (en

travée) et minimums (sur appui). A partir de cette courbe, il est maintenant possible de calculer les sections d'acier et de tracer l'épure d'arrêt de barres.

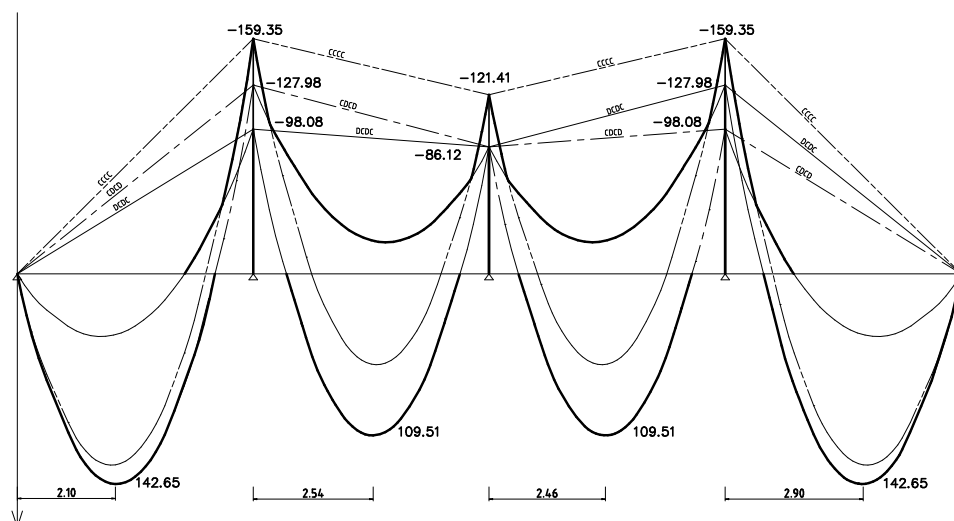


Fig. 59 : Tracé des moments fléchissants des trois cas de charge et de la courbe enveloppe.

La Figure 60 présente une méthode graphique qui permet de tracer rapidement les paraboles et de déterminer l'abscisse du moment maximal.

Il est aussi possible de tracer rapidement des paraboles sous AutoCAD à partir de la connaissance de M_w , M_e et M_t . Pour cela, tracer une polyligne comme définie sur la Figure 61. Transformer ensuite cette polyligne en Spline. Penser à modifier la valeur des variables splinetype et splinesegs : splinetype=5 (spline de type parabolique) et splinesegs=80 (discrétisation, 80 par exemple).

7.4.7 Tracé de l'épure d'arrêt de barres

Hypothèse relative au calcul des sections d'acier On suppose que la valeur du bras de levier z_b (distance entre le centre de gravité des armatures et le point d'application de la résultante des contraintes de compression du béton) est constante le long de la poutre. En pratique, le calcul des sections d'acier se fait uniquement aux abscisses de moment maximum (en travée et sur appui). Par conséquent, le *moment résistant* repris par un groupe de barres est directement proportionnel à sa section : $M_{Ri} = A_i \sigma_{st} z_b$, où $\sigma_{st} = f_{su}$ à l'ELU et $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$ à l'ELS.

Ancrage des barres La longueur d'ancrage des barres est :

- $l_a = l_s$ pour un ancrage droit,
- $l_a = 0.4l_s$ pour un ancrage avec crochet normal¹ (A.6.1,253) s'il s'agit d'une barre à haute adhérence,

¹l'ancrage normal comporte une partie en demi-cercle de rayon supérieur à 5.5ϕ pour les HA et 3ϕ pour les ronds lisses suivie d'un retour rectiligne égale à 2ϕ

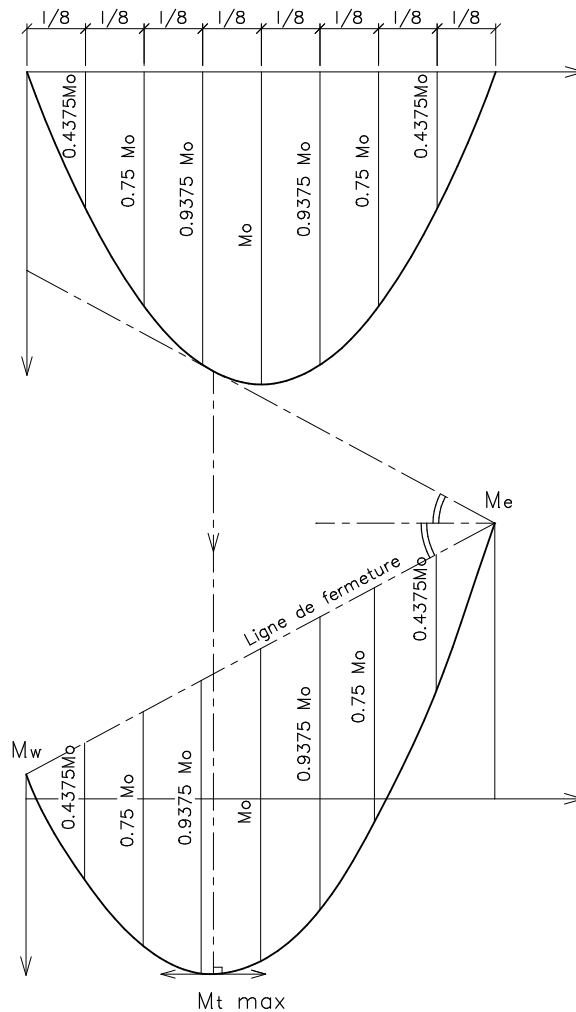


Fig. 60 : Méthode graphique pour tracer une parabole et trouver la valeur maximale.

- $l_a = 0.6l_s$ pour un ancrage avec crochet normal s'il s'agit d'un rond lisse.

En pratique, le *moment résistant* d'un ensemble de barres est défini comme indiqué sur la Figure 62.

Règle du décalage On tient compte de l'existence de bielles de béton inclinées à 45° en décalant dans le sens défavorable la courbe enveloppe du moment fléchissant de $0.8h$. Ceci revient dans la plupart des cas à rallonger forfaitairement les aciers de $0.8h$ à chaque extrémités.

Ordre d'arrêt des armatures On procède à l'arrêt des armatures de façon symétrique et en commençant par les barres les plus proches de l'axe neutre, comme indiqué sur la Figure 63.

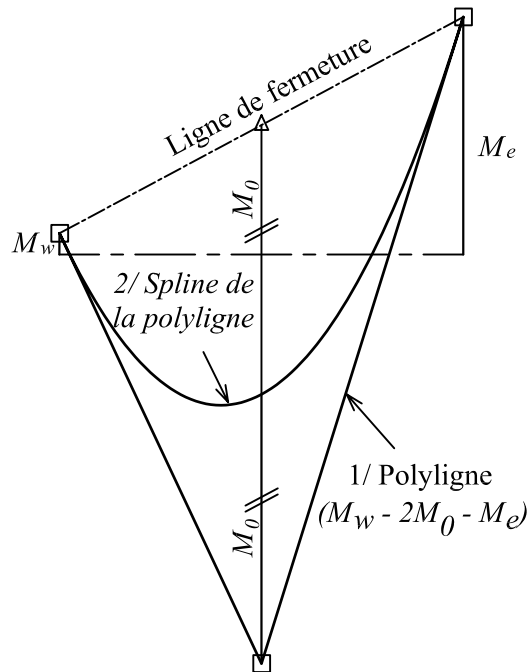


Fig. 61: Méthode pour tracer une parabole sous AutoCAD.

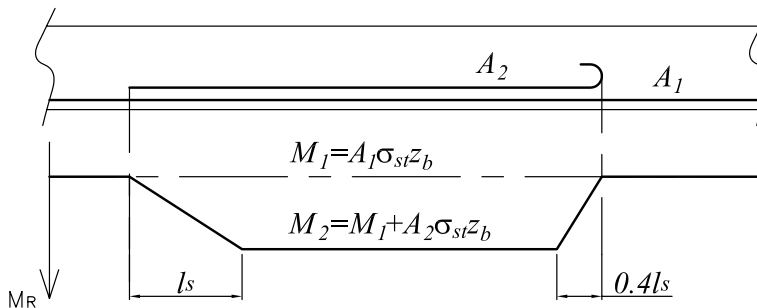


Fig. 62 : Définition de la valeur du moment résistant en fonction de l'arrêt des barres du ferrailage longitudinal.

Épure d'arrêt de barres En tenant compte des longueurs d'ancrage et de la règle du décalage, l'épure d'arrêt de barres se construit en utilisant la courbe enveloppe des moments fléchissant. La section d'acier des moments maximums est calculée, puis un choix sur le nombre de barres est effectué. Si le ferrailage est composé de plusieurs lits, le *moment résistant* repris par chacun des lits est tracé sur le diagramme des moments fléchissants. L'intersection de ces droites de moment résistant avec la courbe enveloppe détermine les arrêts de barres (il faut ensuite rajouter $0.8h$).

La Figure 64 présente de façon théorique le tracé de l'épure d'arrêt de barres, en prenant en compte la règle du décalage de la courbe enveloppe du moment fléchissant.

Pour l'exemple traité au cours de cette partie, l'épure d'arrêt de barres est

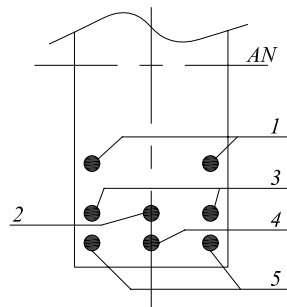


Fig. 63 : Définition de l'ordre d'arrêt des barres en fonction de leur position dans la section.

présentée sur la Figure 65, avec comme hypothèses de calcul $h = 50\text{cm}$, $b = 18\text{cm}$, $f_{c28} = 30\text{MPa}$ et $f_e = 500\text{MPa}$. Pour des raisons de symétrie, seules les deux premières travées sont représentées. Notez que la règle du décalage est appliquée ici aux barres qui sont rallongées de $0.8h$ à chacune de leurs extrémités, ce qui en pratique est plus simple que de décaler la courbe enveloppe du moment fléchissant et conduit aux mêmes résultats.

Pour déterminer la longueur des barres appartenant à deux travées contiguës, il ne faut pas oublier de rajouter la largeur des poteaux, puisque les dimensions sont indiquées à partir des nus d'appuis.

7.5 Déformation des poutres (BAEL B.6.5,1)

L'article B.6.5,1 précise les conditions à vérifier pour ne pas avoir à faire une vérification sur les flèches limites pour les poutres. Les trois conditions à vérifier sont :

$$h \geq \text{Max}\left[1/16; \frac{M_t}{10M_0}\right]l,$$

$$A_{sx} \leq \frac{4.2b_0d}{f_e},$$

et

$$l \leq 8.00\text{ m},$$

avec f_e en MPa.

Dans ces formules, M_t est le moment en travée, M_0 le moment en travée de la travée isostatique de référence et l la portée.

Si ces conditions n'étaient pas vérifiées, le calcul des flèches est présenté à la Section 8 de ce cours.

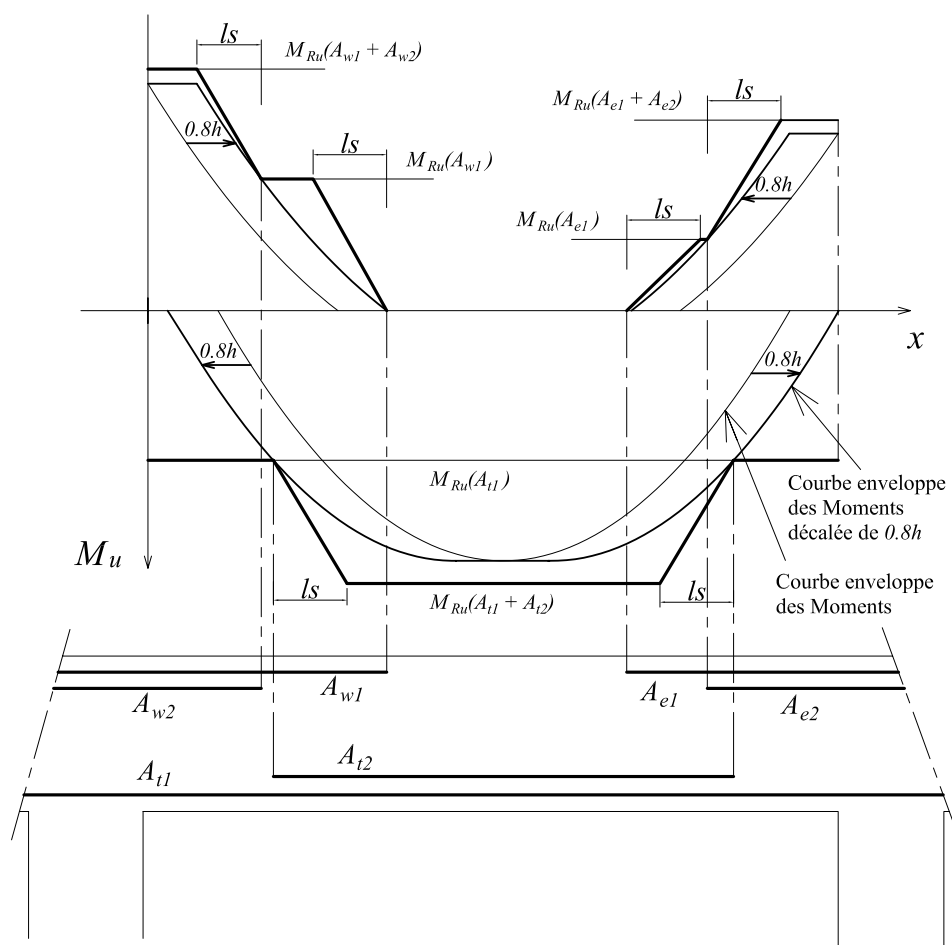


Fig. 64: Epure d'arrêt des barres.

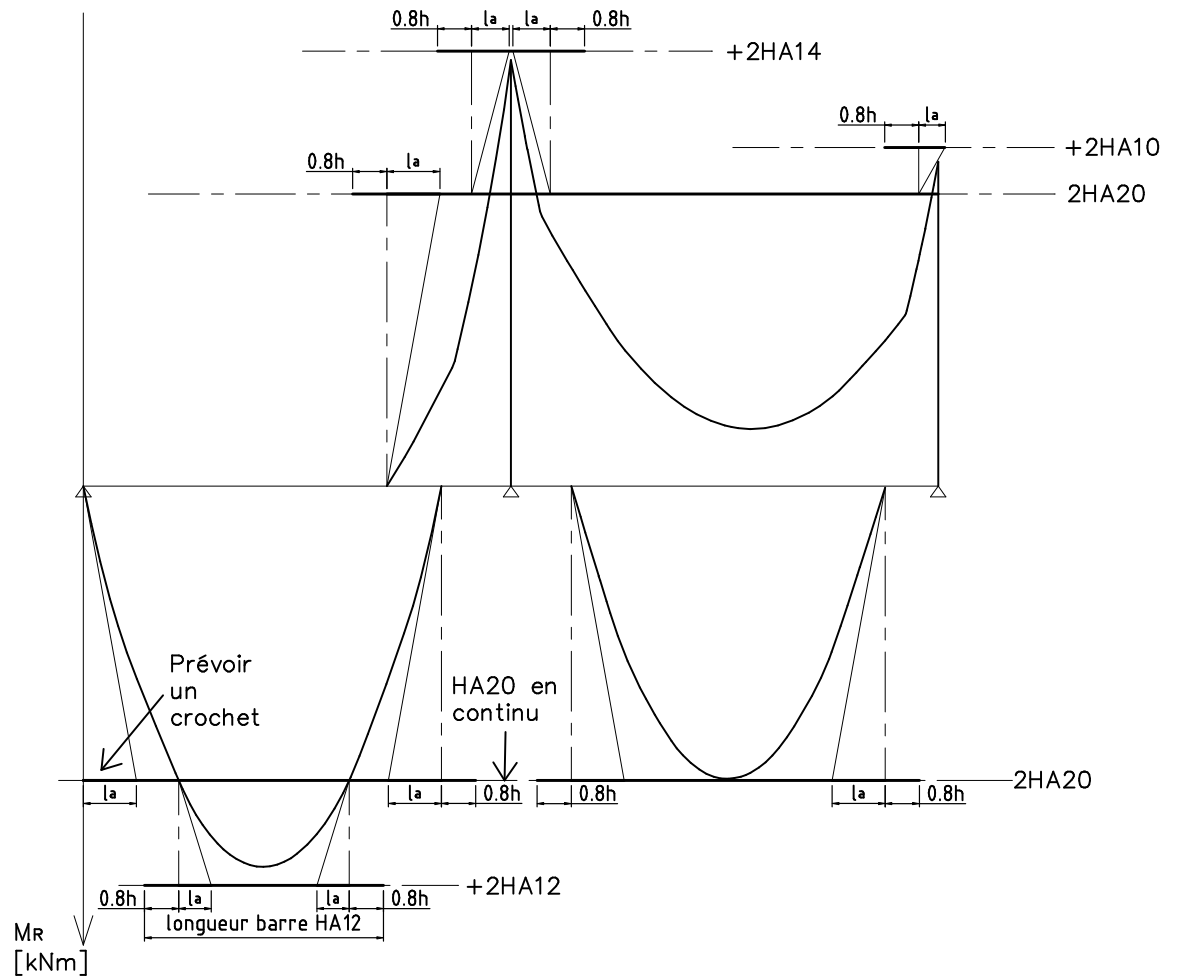


Fig. 65: Epure d'arrêt de barres de l'exemple traité.

8 Déformation des éléments fléchis

On s'intéresse dans cette partie à l'Etat Limite de Service vis-à-vis des déformations des éléments fléchis. On cherche à vérifier que les flèches de service restent inférieures aux flèches admissibles déterminées pour que l'usage de la structure se fasse dans de bonnes conditions (non fissuration des revêtements de sol et des cloisons, bonne fermeture des portes et des fenêtres, ...).

8.1 Valeurs limites des flèches (B.6.5,3)

Pour les éléments reposant sur deux appuis ou plus (poutre et dalle), les flèches sont limitées à :

$$\frac{l}{500} \quad \text{si la portée } l \leq 5.00 \text{ m,}$$

$$0.005 + \frac{l}{1000} \quad \text{sinon,}$$

où la flèche et la portée l sont exprimées en mètre.

Pour les éléments en console, les flèches sont limitées à :

$$\frac{l}{250} \quad \text{si la portée de la console } l \leq 2.00 \text{ m,}$$

8.2 Evaluations des flèches

8.2.1 Influence de la fissuration

L'évaluation des flèches des éléments en BA est complexe à cause de la fissuration :

- avant la fissuration, l'élément se comporte comme si son inertie était constante sur toute sa longueur et valait celle de sa section totale (acier + béton) rendue homogène par rapport au béton en adoptant un coefficient d'équivalence $n = 15$.

- après la fissuration son inertie est variable et elle se situe certainement entre l'inertie initiale non-fissurée et l'inertie de la section dont le béton tendu est négligé.

La flèche *réelle* f est donc comprise entre :

- la flèche f_i de la section homogène non fissurée,
- la flèche f_v de la section complètement fissurée.

On admet que la section commencera à fissurer dès lors que la fibre de béton la plus tendue supportera une contrainte de traction f_{t_j} correspondant à l'application du moment de fissuration M_f .

8.2.2 Influence de la durée d'application des charges

Les déformations dues au fluage du béton sous chargement de longue durée étant trois fois plus importantes que les déformations instantanées, il convient d'évaluer la durée d'application des charges.

En résumé, on peut dire que la flèche *réelle* se situe entre les deux courbes de la Figure 66 en fonction du chargement appliqué.

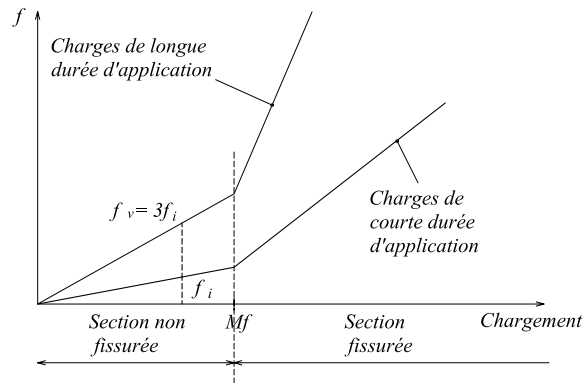


Fig. 66 : Courbes enveloppes de la flèche réelle d'un élément soumis à de la flexion.

8.2.3 Flèches pour la section fissurée

Le BAEL (B.6.5,2 commentaires) définit un moment d'inertie fictif (ou fissurée) :

$$I_f = 1.1 \frac{I_0}{1 + \lambda\mu},$$

où I_0 est le moment d'inertie de la section non fissurée homogénéisée par rapport au béton,

$\lambda = \lambda_i = 0.05b f_{t28} / [(2b + 3b_0)\rho]$ pour les déformations instantanées,

$\lambda = \lambda_v = 2/5\lambda_i$ pour les déformations de longue durée,

$\mu = \text{Max} [0; 1 - (1.75 f_{t28}) / (4\rho\sigma_{st} + f_{t28})]$.

Dans ces expressions :

- I_0 est le moment quadratique de la section totale homogénéisée par rapport au béton calculé avec un coefficient d'équivalence $n = 15$,
- les résistances caractéristiques f_{t28} et σ_{st} sont exprimées en MPa ,
- $\rho = A_s / (b_0 d)$ le pourcentage d'armatures tendues.

8.2.4 Calcul des flèches

Calcul global On adoptera (Commentaires du B.6.5,2) les expressions suivantes pour le calcul des flèches :

$$f = \frac{M_t l^2}{10 E_b I} \quad \text{pour les poutres et dalles,}$$

$$f = \frac{M_t l^2}{4 E_b I} \quad \text{pour les consoles,}$$

avec

- $E_b = E_{b_i}$ et $I = I_{f_i}$ si la charge est de courte durée,

- $E_b = E_{b_v}$ et $I = I_{f_v}$ si la charge est de longue durée.

Calcul plus précis Il est possible de faire un calcul plus précis (mais plus compliqué) en intégrant les courbures le long de la poutre. Pour le béton armé, la courbure dans une section est donnée par :

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_{st} + \epsilon_{bc}}{d} = \frac{M}{EI},$$

où $\epsilon_{bc} = \sigma_{bc}/E_b$ et

$$\epsilon_{st} = \begin{cases} \frac{\sigma_{st}}{E_s} - \frac{f_{tj}}{2E_s\rho_f} & \text{si } \rho_f = A_s/B_f \geq f_{tj}/\sigma_{st}, \\ \frac{\sigma_{st}}{E_s} & \text{sinon,} \end{cases}$$

avec $B_f = b_0 \times \text{Max}[0.3d; 2(h-d)]$ est l'aire du tirant équivalent à la zone tendue autour des aciers (aire de béton mobilisée par l'entraînement des armatures).

La première expression de ϵ_{st} correspond à la valeur moyenne de la déformation entre deux fissures sachant que la contrainte dans les aciers est maximale au niveau des fissures et minimale à mi-distance de deux fissures. La deuxième expression de ϵ_{st} suppose que l'adhérence du béton n'a plus lieu (la contrainte d'adhérence a dépassé sa valeur admissible).

8.2.5 Flèche nuisible

Les flèches se cumulent et pour évaluer la valeur de la flèche à chaque étape de la construction, il faut tenir compte des différentes phases (par exemple pour une dalle) :

- 1/ Coulage de la dalle,
- 2/ Pose des cloisons,
- 3/ Pose du revêtement de sol,
- 4/ Exploitation du bâtiment.

On définit la flèche nuisible comme la flèche due aux charges appliquées à partir de la pose des cloisons. On calcule :

- les flèches instantanée et différée f_{g_i} et f_{g_v} dues à l'ensemble des charges permanentes,
- la flèche instantanée f_{j_i} due aux charges permanentes appliquées au moment de la mise en œuvre des cloisons,
- la flèche instantanée f_{p_i} due à l'ensemble des charges permanentes et d'exploitation supportées par l'élément considéré.

La flèche nuisible aux cloisons à comparer aux valeurs admissible vaut :

$$\Delta f_t = f_{g_v} - f_{j_i} + f_{p_i} - f_{g_i}.$$

9 Poteaux en compression simple

9.1 Définition

Un poteau est une poutre droite verticale soumise uniquement à une compression centrée ($N > 0$ et $M_z = 0$).

Le béton résistant très bien à la compression, il serait théoriquement inutile de placer des armatures. MAIS les charges transmises au poteau ne sont jamais parfaitement centrées (imperfections d'exécution, moments transmis par les poutres, dissymétrie du chargement).

Pour ces raisons, on introduit des armatures longitudinales calculées de façon forfaitaire (car ces moments sont difficiles à estimer). Le risque de flambement des armatures longitudinales conduit à placer des armatures transversales (cadres, étriers ou épingles).

D'un point de vue Réglementaire (B.8.2.1), le poteau est soumis à une compression centrée si :

- l'excentricité de l'effort normal est petite,
- l'imperfection de rectitude est inférieure à $Max(1cm, l_0/500)$,
- l'élanement λ est inférieur à 70 (voir ci-dessous).

9.2 Elancement d'un poteau

L'élanement d'un poteau est $\lambda = l_f/i$, où $i = \sqrt{I/B}$ est le *rayon de giration* du poteau et l_f sa *longueur de flambement*, déterminée à partir de la Figure 67 pour un poteau isolé et de la Figure 68 pour un bâtiment à ossature BA.

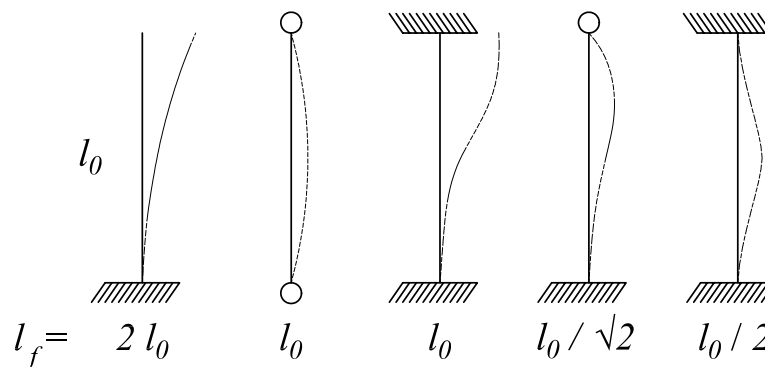


Fig. 67 : Définition de la longueur de flambement pour différentes conditions de liaison du poteau.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs du moment quadratique minimal I_{mini} , de la section B , du rayon de giration i , ainsi que les valeurs du rapport de la longueur de flambement sur la dimension caractéristique de la section pour des valeurs un élanement de 50, et pour les trois formes de section classiques.

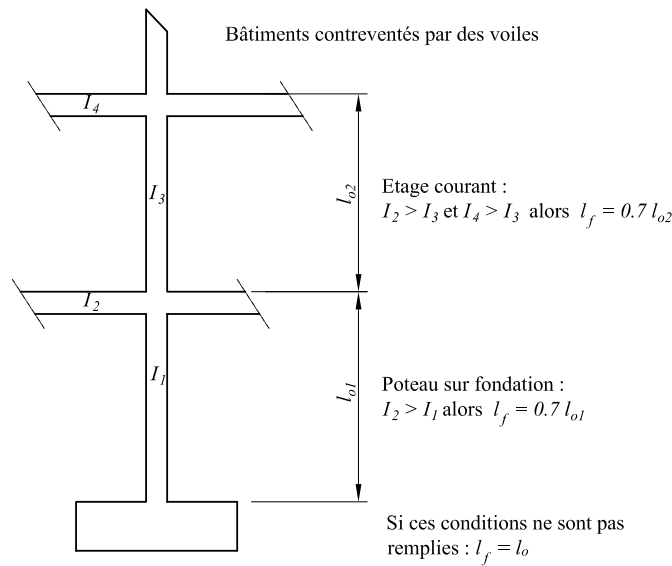


Fig. 68: Valeurs des longueurs de flambement des poteaux d'un bâtiment.

Section	I_{mini} [m^4]	B [m^2]	i [m]	$\lambda < 50$ si
carré $a \times a$	$a^4/12$	a^2	$a/\sqrt{12} = \sqrt{B/12}$	$l_f/a < 14.4$
rectangulaire $a \times b$	$a^3b/12$	ab	$a/\sqrt{12}$	$l_f/a < 14.4$
circulaire D	$\pi D^4/64$	$\pi D^2/4$	$D/4 = \sqrt{B/4\pi}$	$l_f/D < 12.5$

9.3 Justification des poteaux (B.8.4)

La justification se fait à l'ELU. La section de béton étant entièrement comprimée, le diagramme des déformations passe par le Pivot C ($\epsilon_{bc} = \epsilon_{sc} = 2\text{‰}$).

9.3.1 Effort normal résistant théorique

Un section en béton armé de surface B , contenant une section d'acier A , résiste théoriquement à un effort normal ultime de:

$$N_{u_{théorique}} = Bf_{bu} + A\sigma_{s_{2\text{‰}}},$$

où $\sigma_{s_{2\text{‰}}} = E_s \times 2\text{‰}$ est la contrainte dans les aciers pour une déformation de 2‰ correspondant au Pivot C du diagramme de déformation.

En fait, les règles BAEL apportent de nombreuses corrections qui:

- pénalisent les poteaux de faible section en remplaçant B par une *section réduite* B_r , obtenue en enlevant 1cm de béton sur toute la périphérie de la section ,
- supposent que les charges sont appliquées bien après 28 jours ($1.1 \times f_{c28}$),
- tiennent compte du fait que les effets du second ordre (flambement) sont négligés, en minorant l'effort normal résistant par un coefficient de flambement α fonction de l'élancement λ ,

- admettent que $\sigma_{s_{2\circ/0\circ}} \approx 0.85f_e/\gamma_s$.

9.3.2 Effort normal résistant ultime

Avec ces correctifs, l'effort normal ultime N_u d'un poteau doit être au plus égal à :

$$N_u \leq N_{ulim} = \alpha \left[\frac{B_r f_{c28}}{0.9\gamma_b} + A \frac{f_e}{\gamma_s} \right]$$

où $\gamma_b = 1.5$, $\gamma_s = 1.15$, et l'expression de $\alpha(\lambda)$ est donnée par :

λ	0	→	50	→	70
α	0.85	$\frac{0.85}{1 + 0.2(\lambda/35)^2}$	0.6	$0.6(50/\lambda)^2$	0.31

Lorsque plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jours, il faut remplacer α par $\alpha/1.10$.

Lorsque la majeure partie des charges est appliquée avant 28 jours, f_{c28} est remplacée par f_{c_j} et α par $\alpha/1.20$.

La Figure 69 donne l'évolution de α en fonction de l'élanement λ . Etant donné la forte décroissance de α en fonction λ , il convient de choisir une valeur de l'élanement inférieure à $\lambda = 50$ et, si possible, proche de $\lambda = 35$.

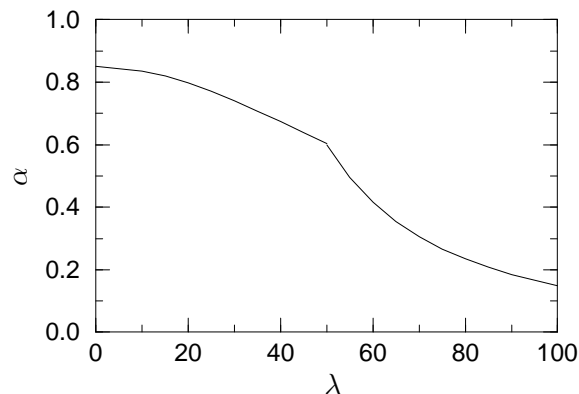


Fig. 69: Variation du coefficient α en fonction de l'élanement λ

9.4 Dispositions constructives et recommandations diverses

9.4.1 Evaluation des charges verticales (B.8.1,1)

Dans les bâtiments comportant des travées solidaires supportées par des poteaux, il convient de majorer les charges calculées en admettant la discontinuité des travées de (voir Figure 70 :

- 15% pour le poteau central d'une poutre à deux travées,

- 10% pour les poteaux intermédiaires voisins des poteaux de rive dans le cas d'une poutre comportant au moins 3 travées.

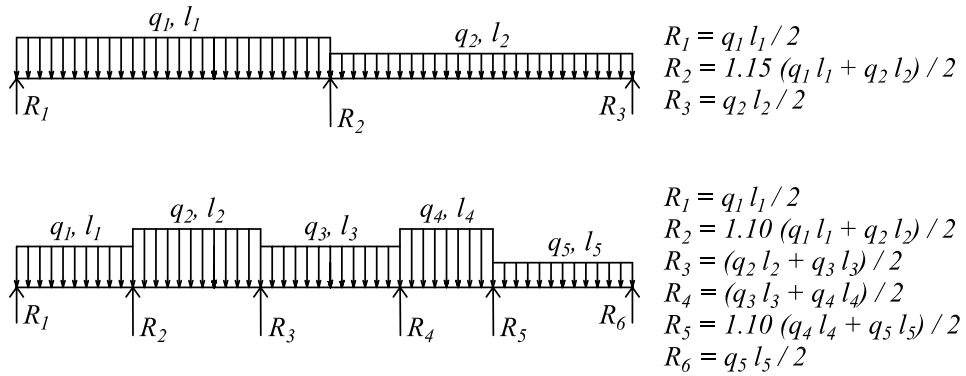


Fig. 70 : Effort normal à prendre en compte dans les poteaux supportant une poutre continue.

9.4.2 Coffrage minimal

La plus petite dimension de la section d'un poteau doit être supérieure à 25cm et sa section supérieure à 625cm² (Règle PS92, article 11.331).

9.4.3 Section d'acier de calcul

Pour le calcul de N_u , les aciers pris en compte dans A , sont

- les barres maintenues par des cadres espacés *au maximum* de 15 fois le diamètre des barres (A.4.1,2),
- les barres qui augmentent la rigidité dans le plan de flambement lorsque $\lambda > 35$ (B.8.4,1 et voir Figure 71).

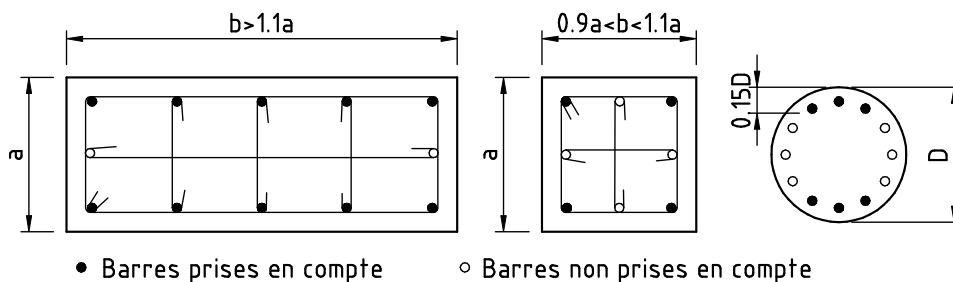


Fig. 71: Acier à prendre en compte pour le calcul de N_u .

9.4.4 Ferrailage minimal

La valeur de A doit vérifier les conditions suivantes (A.8.1,2):

$$A_{min} = \text{Max} \left[4\text{cm}^2/\text{m de longueur de paroi}, \frac{0.2B}{100} \right] \leq A \leq \frac{5B}{100}.$$

L'espacement c entre deux armatures longitudinales est au plus égal à (A.8.1,22), comme indiqué sur la Figure 72.

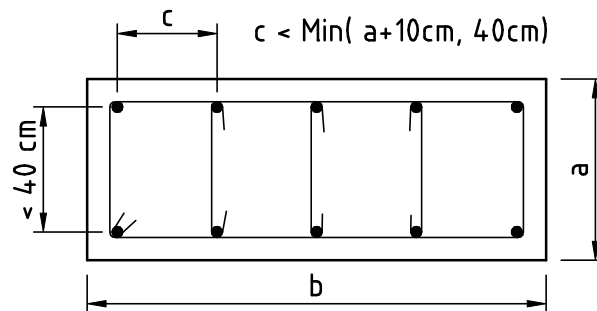


Fig. 72: *Espacement maximal des armatures longitudinales d'un poteau.*

La longueur de recouvrement (A.6.1,24) est au moins égale à $l_r = 0.6l_s$, où l_s est la longueur de scellement droit.

9.4.5 Armatures transversales A.8.1,3

Le diamètre des armatures transversales est au moins égal au tiers du diamètre des armatures longitudinales: $\Phi_t \geq \Phi_l/3$.

Les armatures transversales sont espacées au maximum de $\{15\Phi_l, 40\text{cm}, a + 10\text{cm}\}$.

Il faut placer au moins 3 nappes d'armatures transversales dans les zones de recouvrement.

10 Fondations superficielles

10.1 Généralités et définitions

Il s'agit des ouvrages de transition entre les éléments porteurs de la structure et le sol. Les fondations superficielles font l'objet des *DTU 13.11* (Cahier des clauses techniques et spéciales) et *13.12* (règles de calcul) publiés en 1988, ainsi que de la partie *B.9* du *BAEL*.

10.1.1 Notations

On utilise les notations et le vocabulaire définis sur la Figure 73.

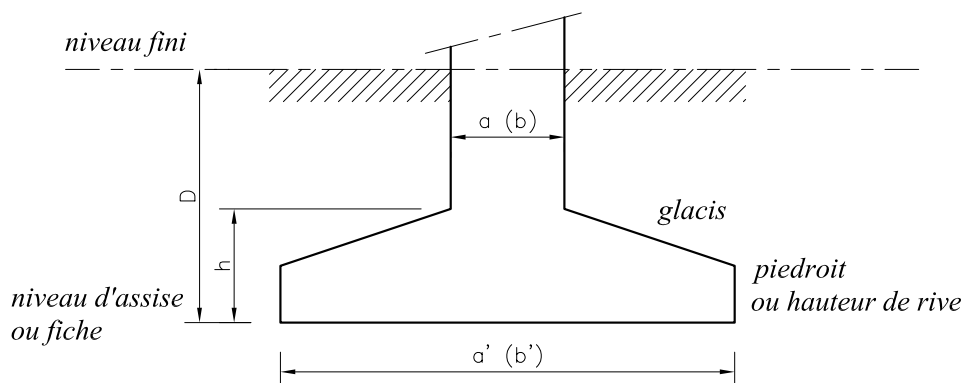


Fig. 73: Notations pour les fondations superficielles.

10.1.2 Profondeur hors-gel

La base de la fondation est arrêtée à un niveau tel que l'eau incluse dans le sol ne gèle pas. Selon la région $50\text{ cm} \leq D \leq 90\text{ cm}$ et il faut ajouter $5\text{ cm}/200\text{ m}$ pour des altitudes supérieures à 150 m . Par exemple, en Isère $D \geq 50\text{ cm}$, donc pour une construction en Isère à 1000 m : $D \geq 75\text{ cm}$.

10.1.3 Dimensions minimales-maximales

Une fondation superficielle aura une largeur minimale de 40 cm et une hauteur minimale de 20 cm . Son piedroit sera au minimum de $6\phi + 6\text{ cm}$, où ϕ est le diamètre des aciers (voir Figure 74). De plus, si $D \geq 3.00\text{ m}$, on doit vérifier $b' \geq D/6$ (sinon, on parle de fondations profondes, voir DTU 13.2).

10.1.4 Solutions en fonction du type de porteurs

En fonction du type de porteur on adoptera soit une semelle filante sous un voile soit une semelle isolée sous un poteau, comme indiqué sur la Figure 75.

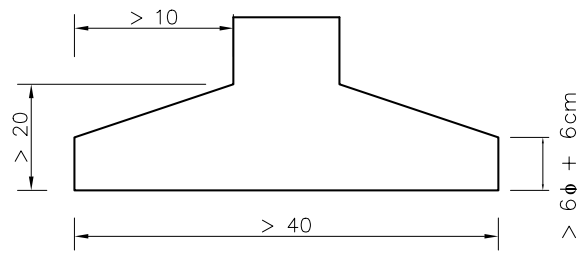


Fig. 74: Dimensions minimales d'une fondation superficielle.

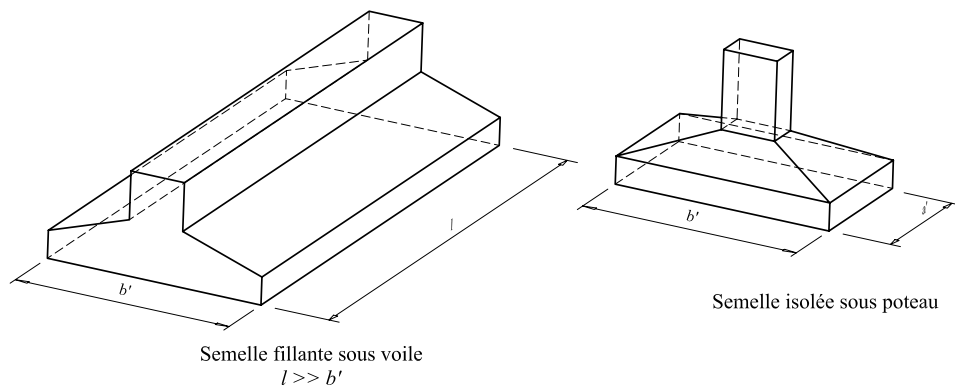


Fig. 75: Définitions d'une semelle filante et d'une semelle isolée.

10.2 Condition de portance du sol

Lorsque la répartition des contraintes du sol n'est pas uniforme (seulement linéaire), on admet de comparer la valeur de la contrainte de calcul du sol q (q_u à l'ELU et q_s à l'ELS) à $\sigma = (3\sigma_M + \sigma_m)/4$, où les contraintes σ sont obtenues par l'équilibre statique sous le chargement (N, M) , comme indiqué sur la Figure 76.

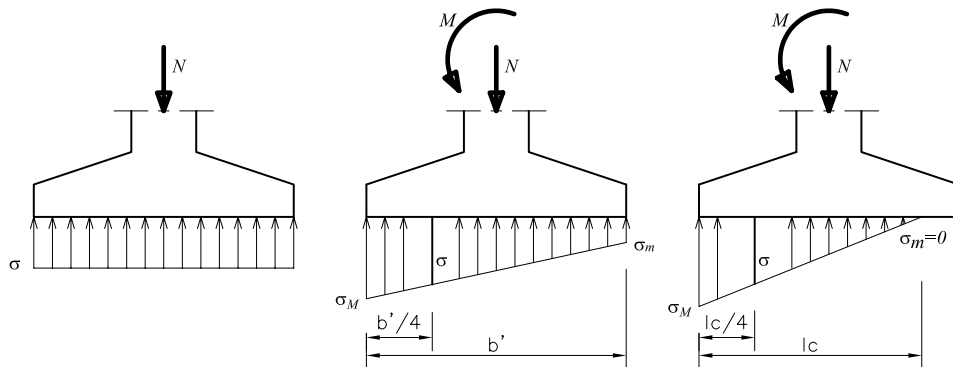


Fig. 76 : Valeur de la contrainte à prendre en compte pour vérifier la condition de portance du sol, en fonction de la répartition des contraintes sous la semelle.

10.3 Semelle sous mur non-armée transversalement

On admet ce type de fondation (on parle de semelle en *gros béton*) lorsque la hauteur de la fondation h est au moins égale au double du débord $(b' - b)/2$ et que le mur transmet une charge uniforme et centrée (voir Figure 77). Si le sol est très homogène, le ferrailage de chaînage n'est pas nécessaire.

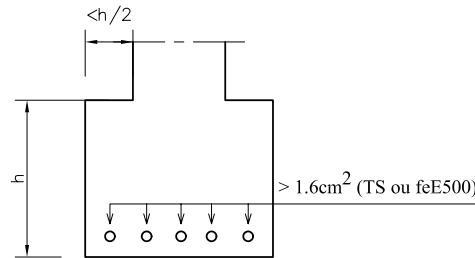


Fig. 77: Semelle filante en gros béton.

10.4 Semelle en béton armé, continue sous mur

La largeur de la fondation b' est obtenue par la condition de portance du sol. Sa hauteur utile d est donnée par une condition de rigidité : $(b' - b)/4 \leq d \leq (b' - b)$. La section d'acier transversale est calculée par la méthode des bielles.

10.4.1 Domaine d'application de la méthode des bielles :

- ✓ semelle rigide : $(b' - b)/4 \leq d \leq (b' - b)$,
- ✓ sol entièrement comprimé : $e_s \leq b'/6$,
- ✓ poteau entièrement comprimé : $e_p \leq b/6$.

La figure 78 définit ces différentes excentricités et les notations utilisées pour définir la géométrie d'une fondation.

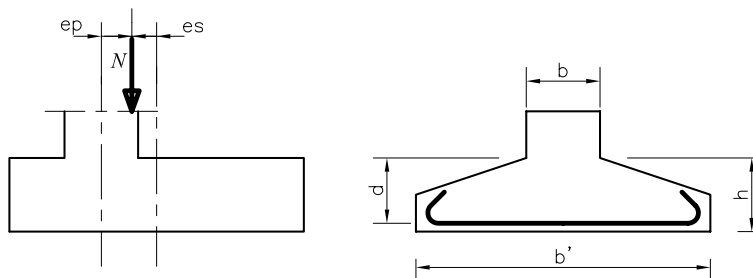


Fig. 78 : Définition des excentricités e_s et e_p et des notations définissant la géométrie de la fondation.

10.4.2 Principe de la méthode des bielles :

La charge N_u est transmise au sol par l'intermédiaire de bielles de béton comprimées maintenues entre-elles par les armatures inférieures.

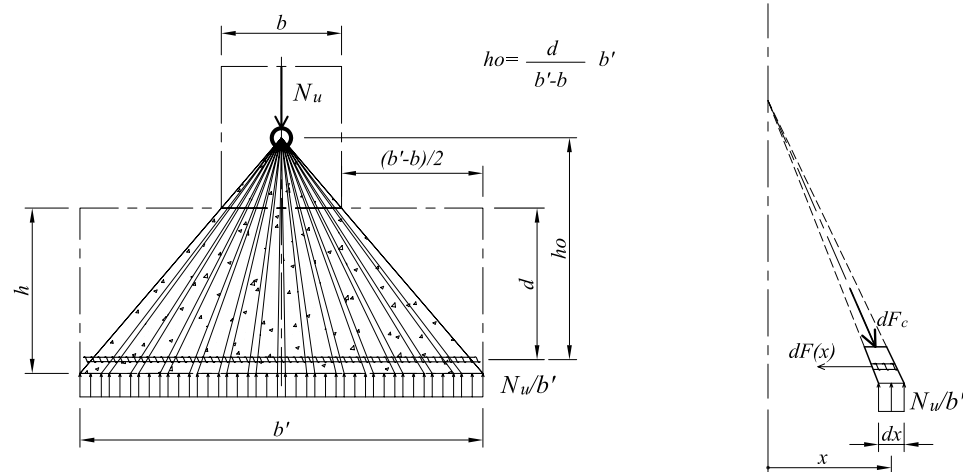


Fig. 79 : Transmission de l'effort normal selon des bielles de béton comprimées. Equilibre d'un tronçon élémentaire d'armature.

En adoptant les notations de la Figure 79, l'équilibre d'un tronçon élémentaire dx d'armature et de bielle conduit à l'égalité suivante :

$$dF(x) = \frac{x}{h_0} \frac{N_u}{b'} dx = \frac{x(b' - b)}{db'^2} N_u dx$$

D'où la valeur de l'effort de traction dans les armatures à l'abscisse x :

$$F(x) = \int_x^{b'/2} dF(x) = - \int_{-b'/2}^x dF(x) = \frac{(b' - b)}{2db'^2} \left(\frac{b'^2}{4} - x^2 \right) N_u$$

L'effort dans les aciers varie de façon parabolique et sa valeur est maximale au milieu de la fondation ($x = 0$). L'effort de traction dans les aciers à l'ELU est limité à $A_s f_{su}$, par conséquent, la section maximale (en $x = 0$) d'acier à mettre en place est donnée par :

$$A_s = \frac{N_u(b' - b)}{8df_{su}}$$

La variation de l'effort de traction dans les aciers étant parabolique, l'arrêt et l'ancrage des armatures dépend du rapport l_s/b' (l_s longueur de scellement droit). On distingue 3 cas :

- ✓ $l_s \geq b'/4$ et il faut prévoir des crochets d'ancrage,
- ✓ $b'/8 \leq l_s \leq b'/4$ et un ancrage droit des barres est suffisant,
- ✓ $l_s \leq b'/8$ et les barres peuvent être arrêtées comme indiqué sur la Figure 80.

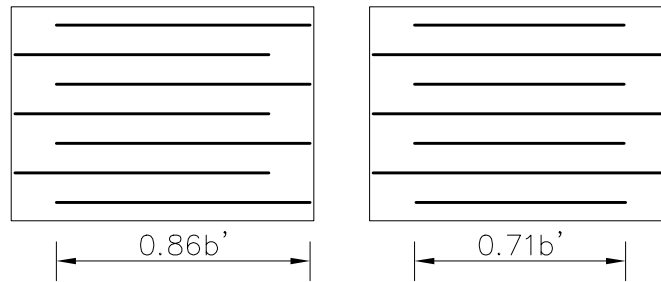


Fig. 80: Arrêt forfaitaire des barres lorsque $l_s \leq b'/8$.

Les Figures 81 permettent de comprendre les règles concernant l'ancrage des barres dans les fondations en fonction de la valeur du rapport l_s/b' . Les deux premiers cas sont présentés sur la première figure et le troisième cas sur la deuxième figure. Par exemple, lorsque $l_s \geq b'/4$, on voit sur la première figure que la courbe de l'effort normal résistant de la barre sans crochet N_{Rs} (courbe pointillée) coupe la courbe de l'effort normal dans l'armatures $F(x)$ (courbe continue épaisse). Il faut donc prévoir un crochet, qui aura comme effet de diminuer la longueur de l'ancrage, et donc la longueur sur laquelle l'effort N_{Rs} passe de 0 à sa valeur maximale $A_s f_{su}$.

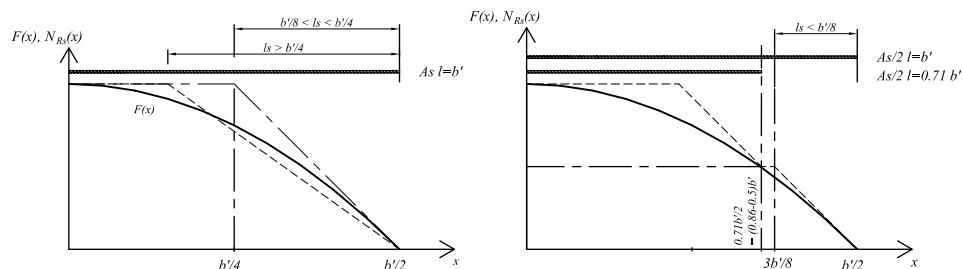


Fig. 81 : Evolution de l'effort normal dans les aciers $F(x)$ et de l'effort normal résistant N_{Rs} des barres en fonction du rapport l_s/b' .

10.5 Semelle isolée sous poteau

Les dimensions de la fondation $a' \times b'$ sont déduites de la condition de portance. Le calcul du ferrailage est conduit avec la méthode des bielles, de façon identique à celui d'une semelle filante. Deux choix sont possibles :

- soit on adopte des dimensions de semelle homothétiques par rapport à celles du poteau $a'/b' = a/b$ et ceci va conduire à des ferrillages différents selon a' et b' ,
- soit on adopte des débords identiques $b' - b = a' - a$, ce qui va conduire à un ferrillage identique dans les deux directions (en toute rigueur la méthode des bielles ne s'applique plus, mais c'est néanmoins ce qui est fait couramment).

10.6 Semelles équilibrant un effort normal et un moment fléchissant

Le poteau est calculé en flexion composée.

Les aciers du poteau sont ancrés, en fonction des efforts qu'ils transmettent, avec les aciers de la semelle.

La semelle est alors calculée comme une poutre en prenant comme chargement les contraintes dues à l'action du poteau et du sol sur la semelle. On admet de ne pas vérifier la semelle vis à vis de l'effort tranchant si la condition de rigidité $d \geq (a' - a)/4$ est satisfaite.

Dans le cas où le diagramme des contraintes de l'action du sol reste trapézoïdal, il est possible de continuer à utiliser la méthode des bielles en admettant un effort normal fictif $N_u = (3\sigma_M + \sigma_m)a'b'/4$

10.7 Semelles excentrées

Les semelles excentrées par rapport à la charge qui leur est transmise proviennent de la nécessité de ne pas construire à l'extérieur du périmètre de la propriété.

Pour permettre à la semelle d'être efficace sur toute sa surface, on met en place une poutre de redressement (ou longrine). On admet qu'une partie de la charge N_{u1} est utilisée pour amener une répartition uniforme des contraintes du sol (voir Figure 82) sous la semelle excentrée, de sorte que l'on a :

$$N'_{u0} = N_{u0} \frac{l}{2l - (b' - b)} \quad \text{et} \quad N'_{u1} = N_{u1} - N_{u0} \frac{(b' - b)}{2l - (b' - b)}$$

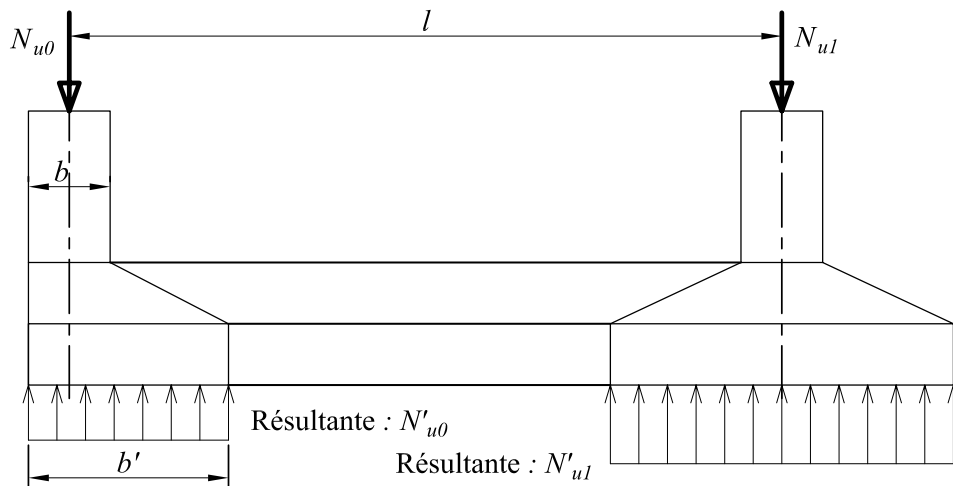


Fig. 82: Fonctionnement d'une semelle excentrée avec longrine.

Pour remplir son rôle, la longrine doit être rigide et on adopte $h \geq l/10$.

Le calcul des aciers de la semelle 1 se fait sous la charge réduite N'_{u1} de façon classique.

Le calcul des aciers de la semelle excentrée dans le sens transversal se fait par la méthode des bielles. Dans le sens longitudinal, il faut faire le calcul de la poutre de redressement sous le chargement donné sur la Figure 83.

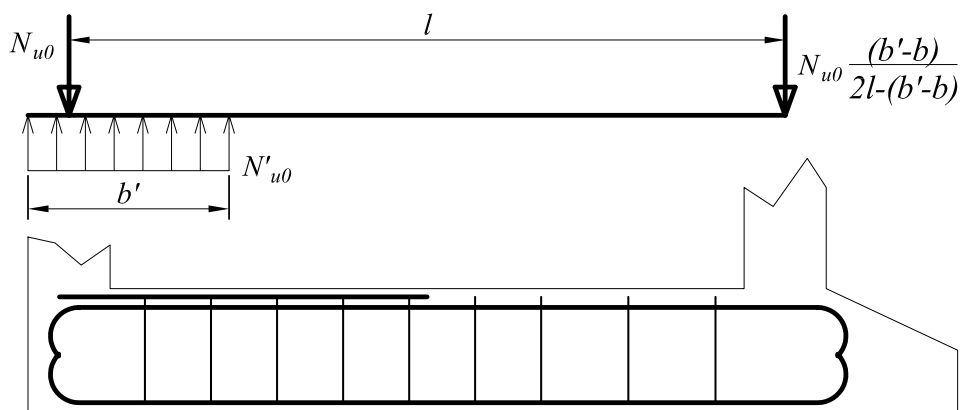


Fig. 83 : *Chargement à prendre en compte pour le calcul d'une poutre de redressement (longrine) et allure du ferrailage à mettre en place.*

11 Eléments soumis à de la flexion composée

Dans ce qui suit, on se limitera aux éléments de sections rectangulaires vis à vis de l'état limite ultime de rupture (ELUR).

11.1 Notations et données du problème

La Figure 84 définit les notations complémentaires nécessaires pour les calculs en flexion composée, avec :

- ✓ G_0 est le centre de gravité de la section de béton seul,
- ✓ d' définit la position des aciers supérieurs (les moins tendus),
- ✓ A' est la section des aciers supérieurs,
- ✓ v_a donne la position des aciers inférieurs par rapport à G_0 .

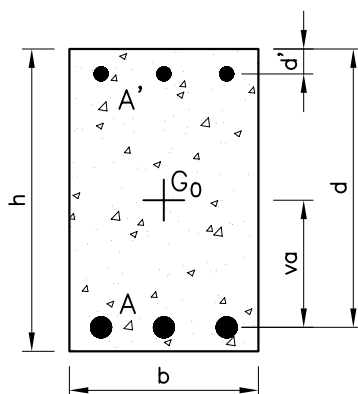


Fig. 84 : Notations utilisées pour définir la géométrie de la section en flexion composée.

Une section est soumise à la *flexion composée* lorsqu'elle reprend :

- soit un effort normal N_u et un moment fléchissant M_{uG_0} appliqués au centre de gravité du béton seul G_0 .
- soit un effort normal N_u excentré de $e_0 = M_{uG_0}/N$ par rapport au centre de gravité du béton seul G_0 . Le point d'application de N_u est appelé le *centre de pression*.

Remarques :

- Ces deux cas sont bien sûr identiques.
- Il existe, *peut-être*, un effort tranchant non nul, mais comme pour la flexion simple le calcul est mené par ailleurs.
- Lorsque l'excentricité e_0 de l'effort normal N est selon les deux directions, on parle de flexion déviée composée.

Selon les valeurs de l'effort normal N_u et de l'excentricité e_0 , la section est :

- soit entièrement tendue : $N_u < 0$ et le centre de pression est entre les armatures,
- soit entièrement comprimée $N_u > 0$ et le centre de pression est dans le noyau central,

- soit partiellement tendue/comprimée : $N_u < 0$ ou $N_u > 0$ et le centre de pression est hors du noyau central.

Lorsque la section est sollicitée **en flexion composée avec compression**, elle doit être vérifiée vis à vis de l'Etat Limite Ultime de Stabilité de Forme (ELUSF de flambement). Toutefois, lorsque $l_f/h \leq \text{Max}(15, 20(e_0 + e_a)/h)$, elle peut être vérifiée uniquement en flexion composée, à condition d'augmenter l'excentricité de :

- $e_a = \text{Max}(2cm, l/250)$ (excentricité additionnelle)
- $+ e_2 = 3l_f^2/(10^4 h) \cdot (2 + \alpha\Phi)$ (excentricité forfaitaire prenant en compte les effets du second ordre)

où $\alpha = M_G/(M_G + M_Q)$ et $\Phi = 2$ (rapport de la déformation due au fluage sur la déformation instantanée).

11.2 Section entièrement tendue

Dans ce cas, on a $y_u < 0$ et $\alpha < 0$, la droite de déformation passe par le Pivot A, comme indiqué sur la Figure 85.

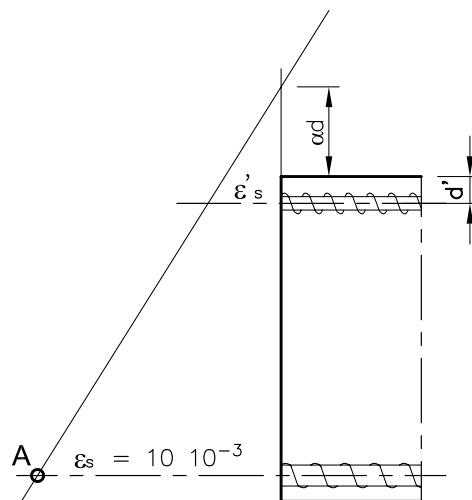


Fig. 85 : Droites de déformation en flexion composée dans le cas où la section est entièrement tendue.

Seuls les aciers travaillent, l'écriture du moment fléchissant au centre de gravité des aciers conduit aux deux équations suivantes :

$$\begin{cases} M_{uA} = N_u(v_a + e_0) = -A'(d - d')\sigma'_s & \text{en A} \\ M_{uA'} = N_u(v_a + e_0 - d + d') = A(d - d')\sigma_s & \text{en A'}. \end{cases}$$

Attention, dans ces équations, σ_s et σ'_s sont négatifs. Une solution économique consiste à faire travailler au mieux les aciers, c'est-à-dire dans le domaine plastique $\sigma_s = \sigma'_s = -f_{su}$, d'où :

$$A = \frac{N_u(d - d' - v_a - e_0)}{(d - d')f_{su}} \quad \text{et} \quad A' = \frac{N_u(v_a + e_0)}{(d - d')f_{su}}$$

Condition de non-fragilité :

La condition de non-fragilité impose de mettre en place une section minimale d'acier telle que $A + A' \geq B f_{t28} / f_e$.

11.3 Section partiellement comprimée (tendue)

Dans ce cas, on a $0 \leq y_u \leq h$, $0 \leq \alpha \leq h/d$, et on est dans les domaines des Pivots A et B. Le diagramme de déformation est compris entre les deux diagrammes limites AO' et BC , comme définie sur la Figure 86. Lorsque $0 \leq y_u \leq d$ les aciers tendus sont nécessaires et si $d \leq y_u \leq h$ ils ne sont plus nécessaires (du moins, ils sont comprimés).

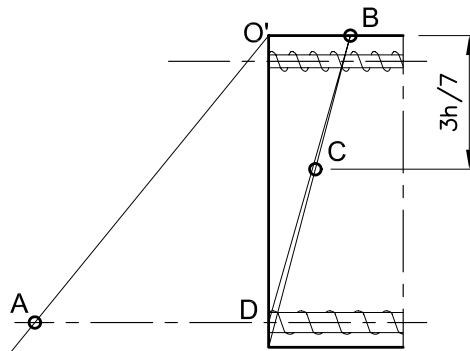


Fig. 86 : Droites de déformation en flexion composée dans le cas où la section est partiellement tendue/comprimée.

Les équations de l'équilibre s'écrivent :

$$\begin{cases} N_u = N_{bc} + A' \sigma'_s + A \sigma_s \\ M_{u_A} = N_u (v_a + e_0 + e_a + e_2) = N_{bc} z + A' \sigma'_s (d - d') \end{cases}$$

Pour résoudre ce problème on se ramène à un calcul de flexion simple. La même section de béton soumise en flexion simple au moment fléchissant M_{u_A} doit être armée par des sections d'acier \mathcal{A} et \mathcal{A}' , solutions des équations de l'équilibre suivantes :

$$\begin{cases} 0 = N_{bc} + \mathcal{A}' \sigma'_s + \mathcal{A} \sigma_s \\ M_{u_A} = N_{bc} z + \mathcal{A}' \sigma'_s (d - d') \end{cases}$$

Par identification, on obtient :

$$A = \mathcal{A} + \frac{N_u}{\sigma_s} \quad \text{et} \quad A' = \mathcal{A}'$$

Par conséquent :

- si $N_u > 0$ (compression) alors $N_u / \sigma_s < 0$ et il y a diminution ...
 - si $N_u < 0$ (traction) alors $N_u / \sigma_s > 0$ et il y a augmentation ...
 - ... de N_u / σ_s de la section d'acier tendu par rapport au calcul en flexion simple.
- Pour le calcul de \mathcal{A} et \mathcal{A}' , deux cas sont à considérer :
- les aciers comprimés ne sont pas nécessaires, alors $\mathcal{A}' = 0$ et $\mathcal{A} = -M_{u_A} / (z \sigma_s)$,

où σ_s est déterminé selon la valeur de ϵ_s ($M_{uA} \Rightarrow \mu_u \Rightarrow \alpha \Rightarrow$ Pivot A ou B $\Rightarrow \epsilon_s \Rightarrow \sigma_s \Rightarrow \mathcal{A}$)

• les aciers comprimés sont nécessaires, et c'est plus compliqué ! Dans le cas où la section des aciers comprimés est connue (\mathcal{A}' est une donnée), le calcul de la section \mathcal{A} est conduit de la façon suivante :

1/ On fait une hypothèse sur la valeur de la contrainte σ'_s dans les aciers supérieurs ($\sigma'_s = f_{su}$ est une bonne hypothèse de départ)

2/ On pose $M_{u2} = \mathcal{A}'\sigma'_s(d-d')$ (le moment repris par les aciers supérieurs) et on travaille avec le moment $M_{u1} = M_{uA} - M_{u2} = N_{bc}z$ comme sur une section sans acier comprimé (calcul de $\mu_u = M_{u1}/(bd^2f_{bu}) \Rightarrow \alpha \Rightarrow$ Pivot A ou B $\Rightarrow \epsilon_s$ et $\epsilon'_s \Rightarrow \sigma_s$ et σ'_s et on vérifie l'hypothèse sur $\sigma'_s \Rightarrow$ si elle est vérifiée on passe au point suivant, sinon il faut modifier σ'_s).

3/ L'équation de l'équilibre des efforts normaux $0 = N_{bc} + \mathcal{A}'\sigma'_s + \mathcal{A}\sigma_s$ permet alors de calculer la section d'acier \mathcal{A} :

$$\mathcal{A} = -\frac{M_{uA} - \mathcal{A}'\sigma'_s(d-d')}{z\sigma_s} - \mathcal{A}'\frac{\sigma'_s}{\sigma_s}$$

Remarque 1 : La connaissance de α entraîne la connaissance des déformations dans les aciers :

✓ Si $\alpha \leq \alpha_{AB} = 0.259$ la droite de déformation passe par le Pivot A et on a :

$$\epsilon_s = 10\text{‰} \quad \text{et} \quad \epsilon'_s = 10\text{‰} \frac{d' - \alpha d}{d(1 - \alpha)}$$

✓ Si $\alpha > \alpha_{AB} = 0.259$ la droite de déformation passe par le Pivot B et on a :

$$\epsilon_s = 3.5\text{‰} \frac{1 - \alpha}{\alpha} \quad \text{et} \quad \epsilon'_s = 3.5\text{‰} \left(\alpha \frac{d'}{d} - 1 \right)$$

Attention aux signes dans ces expressions : une déformation est positive en traction. Puis les contraintes sont obtenues par :

$$\begin{cases} \sigma_s = -E_s\epsilon_s & \text{si } -\epsilon_l \geq \epsilon_s \leq \epsilon_l \text{ (élastique)} \\ \sigma_s = f_{su} & \text{si } \epsilon_s < -\epsilon_l \text{ (plastique en compression)} \\ \sigma_s = -f_{su} & \text{si } \epsilon_s > \epsilon_l \text{ (plastique en traction)} \end{cases}$$

Remarque 2 : il y a une deuxième solution qui consiste à fixer la droite de déformation (α) de telle sorte que la section d'acier totale $\mathcal{A} + \mathcal{A}'$ soit minimale. Ceci est obtenue pour une valeur de $\alpha = 0.69$ soit $\mu_u = 0.400$.

Condition de non-fragilité :

La sollicitation provoquant la fissuration du béton de la section supposée non-armée et non fissurée doit entraîner dans les aciers tendus de la section réelle une contrainte au plus égale à sa limite d'élasticité f_e .

Les matériaux travaillent dans le domaine élastique (ELS avec, dans un premier temps, le béton tendu non négligé). La section est soumise à un effort normal

N_{ser} excentré de $e_0 = M_{serG_0}/N_{ser}$ par rapport au centre de gravité de la section de béton seul.

• L'effort de fissuration N_f est celui pour lequel la section non-armée et non-fissurée commence à fissurer (on atteint $\sigma_t = -f_{t28}$ sur la fibre inférieure), soit :

$$\sigma_t = -f_{t28} = \frac{N_f}{B} + \frac{N_f e_0 (-h)}{I_z} \quad \text{avec} \quad I_z = \frac{bh^3}{12} \quad \text{et} \quad B = bh$$

d'où l'expression de l'effort de fissuration N_f :

$$N_f = \frac{2BI_z f_{t28}}{Be_0 h - 2I_z}$$

• Les équation de l'équilibre de la section réelle soumise à N_f excentré de e_0 sont :

$$\begin{cases} N_f = N_{bc} + A\sigma_s & \text{pour l'effort normal} \\ M_A = N_f(e_0 + v_a) = N_{bc}z & \text{pour le moment fléchissant en A.} \end{cases}$$

La condition de non-fragilité, $|\sigma_s| \leq f_e$, entraîne :

$$A \geq \frac{N_f(e_0 + v_a)}{zf_e} - \frac{N_f}{f_e}$$

Sachant que $v_a = d - h/2$, $d \approx 0.9h$ et $z \approx 0.9d$, il vient :

$$A \geq 0.23bd \frac{f_{t28}}{f_e} \frac{e_0 - 0.455d}{e_0 - 0.185d}$$

Remarque

Lorsque $N = 0$, $e_0 \rightarrow \infty$ et on retrouve la formule $A \geq 0.23bd f_{t28}/f_e$ obtenue pour le cas de la flexion simple .

11.4 Section entièrement comprimée

On a $y_u > h$ et $\alpha > h/d$. La droite de déformation passe par le Pivot C, comme indiqué sur la Figure 87. Dans ce cas, le calcul des sections d'acier est plus compliqué puisqu'il n'est plus possible d'utiliser le diagramme rectangulaire simplifié. Le comportement du béton est représenté par le diagramme parabole rectangle. Néanmoins, on peut faire l'hypothèse que la déformation est constante sur la section et vaut 2‰ (Pivot C, $\alpha = \infty$). Avec cette hypothèse, la contrainte dans le béton est constante et vaut f_{bu} .

Ceci conduit aux sections d'acier suivantes :

$$A = \frac{N_u - bh f_{bu}}{\sigma_{s2\text{‰}}} - A' \quad \text{et} \quad A' = \frac{N_u(v_a + e_0) - hb f_{bu}(d - h/2)}{\sigma_{s2\text{‰}}(d - d')}$$

où

- $\sigma_{s2\text{‰}} = f_e/\gamma_s = 348 \text{ MPa}$ pour un $f_e E400$ (domaine plastique),
- $\sigma_{s2\text{‰}} = E_s 2\text{‰} = 400 \text{ MPa}$ pour un $f_e E500$ (domaine élastique).

Lorsque l'excentricité risque de s'inverser, cette solution n'est pas très satisfaisante puisque on préfère placer des sections d'acier identiques. Il vaut mieux, alors, avoir recours à des Abaques (diagrammes d'interaction).

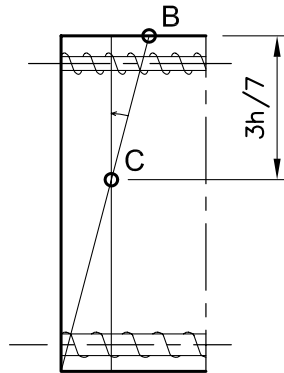


Fig. 87 : Droites de déformation en flexion composée dans le cas où la section est entièrement comprimée.

11.5 Diagrammes d'interaction

Ces diagrammes sont réalisés en traitant le problème à l'envers. Une courbe du diagramme correspond à une section de béton (b, h) et un ferrailage (A, A') pour lesquels ont envisagé toutes les droites de déformation : de la traction simple ($\alpha = -\infty$) à la compression simple ($\alpha = \infty$). Dans le plan $[M, N]$, pour chaque valeur de α on calcule le couple $M_{u_{G_0}}(\alpha)$ et $N_u(\alpha)$ correspondants au moment fléchissant et à l'effort normal résistants de la section pour cette droite de déformation. On trace une courbe d'interaction à partir des équations de l'équilibre de la section (ici pour une section rectangulaire bh armée par A et A') :

$$\begin{cases} N_u(\alpha) = N_{bc} + A'\sigma'_s(\epsilon'_s) + A\sigma_s(\epsilon_s) \\ M_{u_{G_0}}(\alpha) = N_{bc}(z - v_a) + A'\sigma'_s(\epsilon'_s)(d - v_a - d') - A\sigma_s(\epsilon_s)v_a \end{cases}$$

Attention, dans ces équations, N_u , $M_{u_{G_0}}$, σ'_s et σ_s sont des valeurs algébriques (N_u ou $\sigma > 0$ en compression et $M_u > 0$ si la fibre inférieure est tendue).

Les inconnues dans ces équations sont calculées en fonction de α :

- N_{bc} et z ont des expressions différentes sur 3 domaines de α :

α	< 0	$0 \rightarrow d/h$	$> d/h$
N_{bc}	0	$0.8bdf_{bu}\alpha$	$bh f_{bu}\alpha'$
z	sans objet	$d(1 - 0.4\alpha)$	$\alpha''h$

avec $\alpha' = 1 - 64/[21(7\alpha - 3)^2]$ et $\alpha'' = [7 - 12(1 - \alpha')]/(14\alpha')$ déduits de la loi de comportement parabole rectangle du béton.

- σ_s et σ'_s sont déterminées en fonction de ϵ_s et ϵ'_s , et donc de α :

α	$< \alpha_l^I (< 0)$	$\alpha_l^I \rightarrow \alpha_l^{II}$	$\alpha_l^{II} \rightarrow \alpha_l^{III}$	$\alpha_l^{III} \rightarrow \alpha_l^{IV}$	$> \alpha_l^{IV}$
Pivot	A	A \rightarrow B	B	B \rightarrow C	C
ϵ'_s	$> \epsilon_l$	$\epsilon_l \rightarrow -\epsilon_l$	$< -\epsilon_l$	$< -\epsilon_l$	$-\epsilon_l \rightarrow -2\text{‰}$
σ'_s	$-f_{su}$	$-E_s \epsilon'_s$	f_{su}	f_{su}	$-E_s \epsilon'_s$
ϵ_s	10‰	10‰	$10\text{‰} \rightarrow \epsilon_l$	$\epsilon_l \rightarrow -1.76\text{‰}$	$-1.76\text{‰} \rightarrow -2\text{‰}$
σ_s	$-f_{su}$	$-f_{su}$	$-f_{su}$	$-E_s \epsilon_s$	$-E_s \epsilon_s$

où pour un $f_e E500$, $\epsilon_l = f_{su}/E_s = 2.17\text{‰}$, et en faisant les hypothèses $d' \approx 0.1h$, $d \approx 0.9h$ nous avons :

✓ $\alpha_l^I = (10d' - 2.17d)/[(10 - 2.17)d] \approx -0.14$, ce qui correspond au Pivot A et A' à la limite élastique en traction,

✓ $\alpha_l^{II} = 3.5d'/[(3.5 - 2.17)d] \approx 0.292$, ce qui correspond au Pivot A et A' à la limite élastique en compression,

✓ $\alpha_l^{III} = 3.5/(3.5 + 2.17) = 0.617$, ce qui correspond au Pivot B et A' à la limite élastique en traction,

✓ $\alpha_l^{IV} = (2.17 \cdot 3h/7 - 2d')/[(2.17 - 2)d] \approx 4.77$, ce qui correspond au Pivot C et A' revient à la limite élastique.

Ces quatre droites de déformation sont tracées sur la Figure 88. Les formules permettant de calculer les valeurs des déformations dans les aciers ϵ_s et ϵ'_s ont été données au Paragraphe 11.3.

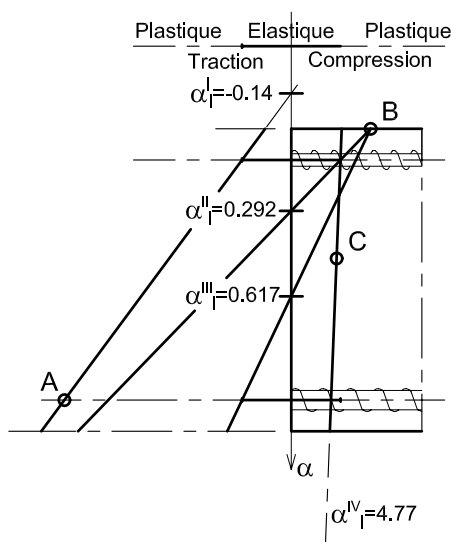


Fig. 88 : Droites de déformation limites qui correspondent au passage du comportement élastique au comportement plastique des aciers tendus ou comprimés.

Un diagramme d'interaction est composée de l'ensemble des courbes d'interaction pour une section de béton donnée en faisant varier les sections d'acier. La Figure 89 présente un exemple de diagramme d'interaction dans le cas particulier où $A = A'$ et $f_e = 500 \text{ MPa}$.

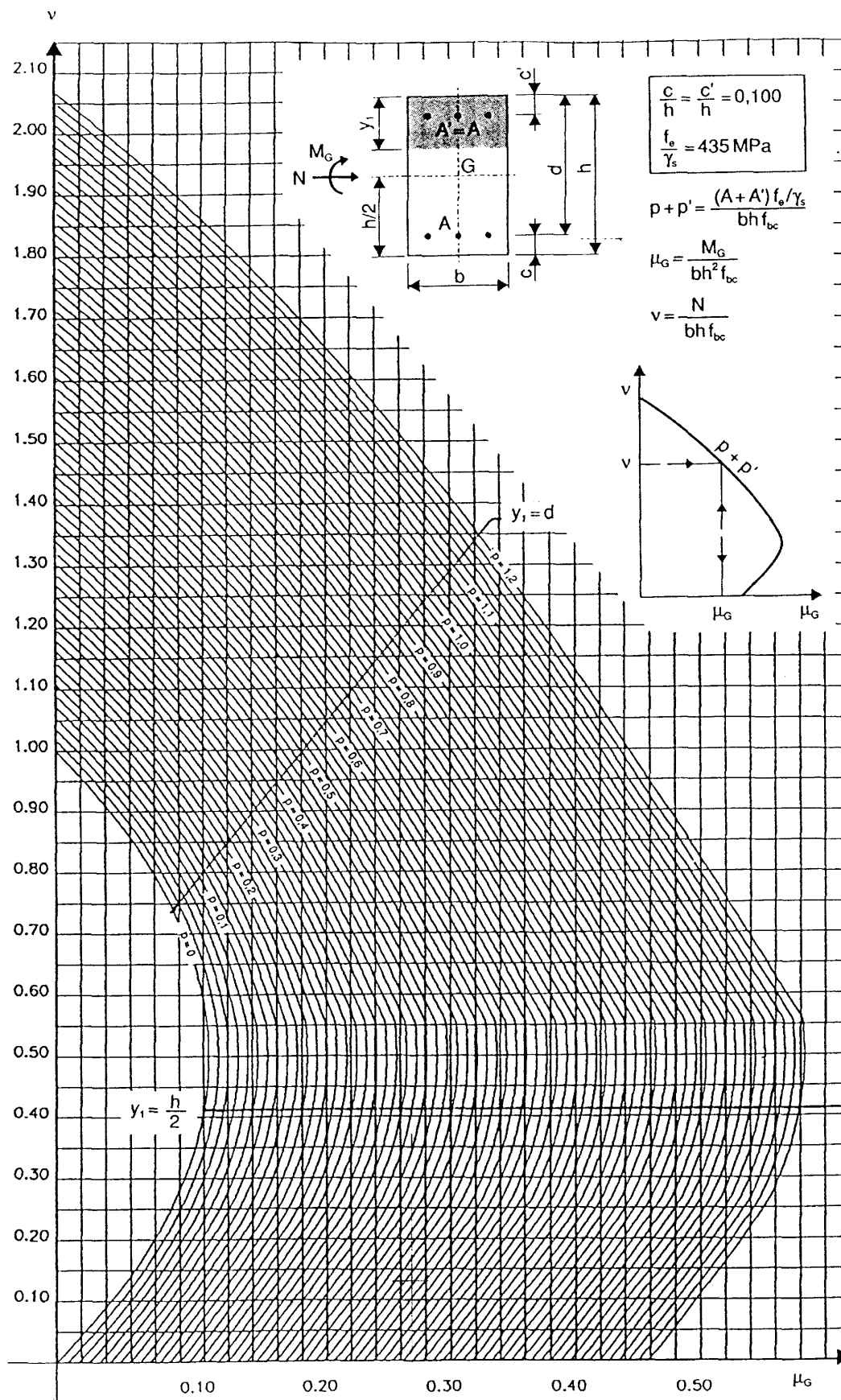


Fig. 89: Exemple de diagramme d'interaction.

12 Ouvrages de référence

- Cours de Béton Armé de Christian Joris.
- BAEL 91, modifié 99.
- Traité de physique du bâtiment. Tome 2. Mécanique des ouvrages. Edition du CSTB, 1999.
- Précis de bâtiment. Conception, mise en oeuvre et normalisation. Edition Afnor, 1991.
- Maîtrise du BAEL91 et des DTU associés. J. Perchat et J. Roux. Edition Eyrolles, 1994.
- Cours de béton armé. BAEL91. Calcul des éléments simples et des structures de bâtiments. J.P. Mougine. Edition Eyrolles, 1992.
- Béton Armé. BAEL91 et DTU associés. J.P. Mougine. Edition Eyrolles, 1995.
- Ouvrages en béton armé. H. Renaud et F. Letertre. Edition Foucher, 1978.