

C H E C

CENTRE DES HAUTES ETUDES DE LA CONSTRUCTION

# *Béton Armé*

*Cours*

*Auteur : M. PERCHAT*  
*Professeur : M. HUEBER*



# I Généralités

11 Principe du Béton Armé.....	1
12 Formes usuelles des éléments.....	3
13 Evolution des méthodes de calcul du béton armé.....	3
130 Considérations générales.....	4
131 Méthodes aux contraintes admissibles.....	5
1311 Méthode "classique".....	5
1312 Méthode classique "aménagée".....	6
1313 Critique de la méthode aux contraintes admissibles.....	6
132 Méthode de calcul à la rupture.....	9
133 Méthode de calcul semi-probabiliste avec coefficients partiels de sécurité (Etats-Limites).....	10
1331 Définition des Etats-Limites.....	10
1332 Origine des méthodes de calcul aux états-limites.....	11
1333 Idée de base du probabiliste.....	12
1334 Recours au semi-probabilisme.....	13
1335 Vérifications.....	14
14 Réglementation Française.....	19
141 Portées juridiques des différents textes réglementaires.....	19
1411 Cahiers des Clauses Techniques Générales.....	19
1412 Documents Techniques Unifiés.....	19
1413 Normes AFNOR.....	21
1414 Règles professionnelles, Guides.....	21
142 Règles Applicables au Béton Armé.....	21
15 L'Eurocode 2.....	22 <sup>1</sup>
151 Historique.....	22 <sup>1</sup>
152 Présentation de l'Eurocode 2 (EC2).....	22 <sup>1</sup>
1521 Contenu de l'EC2.....	22 <sup>1</sup>
1522 Documents d'accompagnement.....	22 <sup>2</sup>
1523 Distinction entre principes et règles d'application.....	22 <sup>3</sup>
153 Sommaire détaillé de l'EC2.....	22 <sup>3</sup>
154 Concept de sécurité structurale de l'EC2.....	22 <sup>3</sup>
155 Normes et textes de référence.....	22 <sup>3</sup>
156 Notations et Unités.....	22 <sup>3</sup>
19 Bibliographie sélectionnée du chapitre I.....	22 <sup>6</sup>
191 Traités généraux.....	22 <sup>6</sup>
192 Formulaire et Guides d'emploi.....	22 <sup>6</sup>
193 Méthodes de calculs. Règlement et recommandations.....	22 <sup>6</sup>
1931 Méthode aux contraintes admissibles.....	22 <sup>6</sup>
1932 Méthode de calcul à la rupture.....	22 <sup>7</sup>
1933 Méthode de calcul aux états-limites.....	22 <sup>7</sup>

# II Matériaux

<b>20 Rappels préliminaires.....</b>	<b>24</b>
201 Diagramme contraintes-Déformations d'un matériau.....	24
202 Diagramme élastoplastique parfait.....	25
<b>21 Béton .....</b>	<b>25</b>
211 Brefs rappels sur les constituants du béton.....	25
212 Les résistances du béton.....	26
2121 Rupture par compression .....	26
2122 Rupture par traction.....	36
213 Diagramme contraintes-déformations du béton.....	39
2131 Diagramme expérimental.....	39
2132 Relation entre le diagramme $\sigma - \epsilon$ et la distribution des contraintes dans le béton comprimé.....	44
2133 Valeur expérimentale des principaux paramètres.....	47
2134 loi de comportement "exacte".....	48
214 Prescriptions réglementaires.....	49
2141 Résistance caractéristiques à la compression.....	49
2142 Résistance à la traction.....	50
2143 Valeurs à introduire dans les projets; classes de résistances.....	51
2144 Déformations du béton.....	52
21441 Diagramme contraintes-déformations .....	52
21442 Module de déformation longitudinale instantanée.....	53 <sup>2</sup>
21443 Coefficient de Poisson.....	53 <sup>3</sup>
21444 Coefficient de dilatation thermique.....	53 <sup>4</sup>
21445 Fluage et retrait.....	53 <sup>4</sup>
<b>22 Aciers pour béton armé.....</b>	<b>54</b>
220 Brefs rappels sur la fabrication de l'acier.....	54
2201 Types d'aciéries.....	54
2202 Coulée de l'acier.....	55
2203 Laminage à chaud.....	55
2204 Tréfilage et/ou laminage à froid du fil machine.....	55
2205 Traitements mécaniques ou thermiques.....	56
221 Classification des produits.....	57
222 Désignations officielles et appellations pratiques.....	58
223 Descriptions des différents types de produits.....	59
2231 Barres laminées à chaud : ronds lisses, barres à hautes adhérence.....	59
2232 Fils tréfilés et/ou laminés à froid.....	60
2233 Treillis soudés ou pré-assemblés.....	62
224 Documents normatifs.....	62
2241 Normes.....	62
2242 Homologation avec contrôle - Autorisation de fourniture - Autorisation d'emploi.....	63
2243 Identification des aciers.....	64
225 Caractères géométriques.....	64
2251 Barres et Fils.....	64
2252 Treillis soudés.....	68
226 Caractères mécaniques.....	68
2261 Prescriptions des normes NF et des règles BAEL .....	70
2262 Prescription de la norme ENV10080 et de l'EC2.....	72
227 Caractères technologiques.....	72 <sup>3</sup>

2271 Aptitude au façonnage.....	72 <sup>3</sup>
2272 Caractères d'adhérence.....	72 <sup>4</sup>
22721 Barres ou Fils.....	73
22722 Treillis soudés.....	76
2273 Aptitude au soudage.....	76
22731 Principes généraux.....	76
22732 Conditions auxquels sont soumis les aciers dit "soudables".....	77
228 Redressage des aciers livrés en couronnes.....	78
229 Bibliographie sélectionnée du chapitre II.....	79
2291 Béton.....	79
2292 Acier.....	79

## III Action et Sollicitations

Première Page : Notations du chapitre III

30 Terminologie.....	81
31 Actions.....	81
311 Actions permanentes.....	81
312 Actions variables.....	82
3121 Valeurs "représentatives".....	83
3122 Charges d'exploitations et charges climatiques.....	83
3123 Charges appliquées en cours d'exécution.....	84
3124 Température climatique.....	85
3125 Autres actions variables.....	85
313 Actions accidentelles.....	85
33 Combinaisons d'actions.....	86
330 Généralités.....	86
3301 Combinaisons d'actions.....	86
3302 Cas de charge.....	86
331 Sollicitations de calcul.....	87
3311 Combinaisons d'actions à prendre en compte dans les ELUR.....	88
3312 Combinaisons d'actions à prendre en compte pour les vérifications aux ELS.....	91
3313 Modalités pratiques d'application des règles BAEL.....	92 <sup>2</sup>
33131 Combinaisons d'actions à considérer dans le cas des Ponts-Routes.....	93
33132 Combinaisons d'actions à considérer dans le cas des structures de bâtiments.....	94
33133 Combinaisons d'actions à considérer dans le cas des ossatures et éléments courants des structures en béton armé.....	95
331331 Cas des planchers et des poutres.....	96
331332 Cas des poteaux soumis à une "compression centrée".....	98
331333 Autres poteaux.....	99
3314 Vérification de l'état-limite de stabilité de forme.....	99
3315 Vérification de l'équilibre statique.....	99

<b>34 Calcul des sollicitations.....</b>	<b>100</b>
341 Prescription des règles BAEL.....	100
3411 Simplifications admises dans l'application des méthodes de la résistance des matériaux.....	101
3412 Redistribution d'efforts.....	101
342 Prescriptions de l'EC2.....	102
3421 Types d'analyses.....	102
3422 Idéalisations de la structure.....	102
3423 Méthodes de calculs.....	103
3424 Analyse structurale des poutres et des portiques.....	105 <sup>2</sup>
<b>39 Bibliographie sélectionnée du chapitre III.....</b>	<b>1053</b>

## **IV Association Acier - Béton**

<b>40 Dispositions des armatures.....</b>	<b>1054</b>
401 Disposition générale.....	105 <sup>4</sup>
402 Enrobages minimaux et distances entre barres.....	105 <sup>4</sup>
<b>41 Adhérence des barres droites isolées.....</b>	<b>1057</b>
411 Définition.....	105 <sup>7</sup>
412 Phénomènes expérimentaux - Théorie de M.Caquot.....	105 <sup>7</sup>
413 Mesure des caractères d'adhérence d'une barre.....	105 <sup>10</sup>
4131 Essais d'arrachement.....	105 <sup>10</sup>
4132 Essais de fissuration.....	108
4133 Cas des treillis soudés.....	109
414 Facteurs dont dépend l'adhérence.....	109
415 Contraintes d'adhérence.....	109
4151 Remarques préliminaires.....	109
4152 Définition de la contrainte moyenne d'adhérence.....	110
<b>42 Ancrage des barres droites isolées.....</b>	<b>110</b>
421 Définitions.....	110
422 Valeurs limites de la contrainte d'adhérence à l'ELU.....	111
423 Longueur de scellement droit (BAEL) et d'ancrage (EC2).....	112
<b>43 Adhérence des barres courbes.....</b>	<b>1124</b>
431 Variation de l'effort le long d'une barre courbe.....	112 <sup>4</sup>
432 Prescriptions des règles BAEL pour les ancrages courbes.....	114
4321 Rayons de courbures minimaux.....	114
4322 Modes d'ancrage usuels.....	114
4323 Méthode de calcul d'un ancrage courbe.....	115
4324 Application aux crochets normaux.....	116
433 Prescriptions des règles EC2 pour les ancrages courbes.....	118
4331 Diamètres minimaux des mandrins de pliage.....	118
4332 Types d'ancrage.....	118
4333 Longueurs d'ancrage requises.....	119
434 Règles BAEL.....	119
<b>44 Efforts exercés par une barre courbe sur le béton.....</b>	<b>120</b>
441 Poussée au vide.....	120

442 Condition de non-écrasement du béton.....	121 <sup>3</sup>
<b>45 Jonction par recouvrement.....</b>	<b>124</b>
451 Recouvrement des barres tendues.....	124
4511 Transmission des efforts.....	124
4512 longueur de recouvrement $l_r$ .....	125
4513 Armatures de couture.....	126
4514 Barres couvre-joints - chainages.....	128
452 Recouvrement des barres comprimées en permanence.....	129
4521 Longueur de recouvrement $l_r$ .....	129
4522 Armatures de coutures à disposer sur la longueur $l_r$ .....	129
453 Prescriptions de l'EC2 concernant les recouvrements.....	129
<b>46 Ancrages et recouvrements des treillis soudés.....</b>	<b>1311</b>
461 Treillis soudés formés de fils lisses.....	131 <sup>1</sup>
4611 Définitions.....	131 <sup>1</sup>
4612 Ancrages rectilignes.....	131 <sup>1</sup>
4613 Ancrages par courbure.....	131 <sup>2</sup>
4614 Recouvrements.....	132 <sup>2</sup>
462 Treillis soudés formés de Fils à haute adhérence.....	133
463 Prescription de l'EC2 concernant les treillis soudés.....	133
4631 Diamètres minimaux des mandrins de pliage.....	133
4632 Longueur d'ancrage.....	133
4633 Longueur de recouvrement.....	133
<b>49 Bibliographie sélectionnée du chapitre IV.....</b>	<b>134</b>

## **V Hypothèses et données pour les calculs sous solicitations normales**

<b>51 Hypothèses Générales.....</b>	<b>135</b>
<b>52 Calculs vis-à-vis des E.L.U.R. sous sollicitations normales.....</b>	<b>135</b>
521 Hypothèses Fondamentales.....	135
5211 Hypothèses adoptées par les règles B.A.E.L. (A432).....	135
5211 Hypothèses adoptées par l'EC2 (A432).....	136 <sup>1</sup>
522 Diagrammes Contraintes-Déformations de Calcul.....	136 <sup>2</sup>
5221 Acier .....	136 <sup>2</sup>
5222 Béton .....	137
<b>53 Calculs vis-à-vis des E.L.S. sous sollicitations normales.....</b>	<b>139<sup>2</sup></b>
531 Hypothèses Fondamentales.....	139 <sup>2</sup>
532 Conséquences de ces hypothèses - Coefficient d'équivalence.....	139 <sup>2</sup>
533 Hypothèses supplémentaires.....	139 <sup>3</sup>
534 Prescriptions des Règles B.A.E.L.....	140

5341 Etat-Limite de compression du béton.....	140
5342 Etats-Limites d'ouverture des fissures.....	140
535 Prescriptions de l'EC2.....	141 <sup>2</sup>
5351 Limitation des contraintes en service.....	141 <sup>3</sup>
5352 Etats-Limites de fissuration.....	141 <sup>4</sup>

## VI Traction simple

60 Définition .....	142
61 Comportement expérimental des éléments soumis à la traction simple .....	142
62 Condition de non-fragilité.....	143
63 Détermination des armatures longitudinales.....	144 <sup>1</sup>
64 Dimensionnement.....	144 <sup>2</sup>
65 Vérification des contraintes en service.....	145
66 Armatures transversales des tirants.....	145
67 Ferrailage d'un tirant.....	146

## VII Flexion simple

70 Définition .....	148
71 Comportement expérimental des éléments soumis à la flexion simple	148
711 Dispositifs expérimentaux.....	148
712 Essais de poutres sous moment constant.....	150
7121 Cas des poutres comportant un pourcentage "moyen" d'armatures tendues.....	150
71211 Cas des poutres armées de ronds lisses.....	152
71212 Cas de poutres armées de barres H.A.....	153
7122 Cas des poutres comportant un pourcentage "élevé" d'armatures tendues.....	153
72 Notations et Terminologie.....	154
73 Principes Généraux de calcul en flexion simple ou composée.....	155
731 Données Générales concernant l'E.L.U.R.....	155



7311 Différents aspects de la distribution des contraintes de compression du béton	156
7312 Moments frontières ; Définition du pivot	157
732 Données Générales concernant les E.L.S.	157
7321 Différents aspect de la distribution des contraintes	157
7322 Moment frontière (moment résistant béton) ; Définition des pivots	158
733 Equations générales de la flexion pour une section à deux nappes d'armatures	158
7331 Les équations de compatibilité	159
73311 Cas de l'E.L.U.	159
73312 Cas de l'E.L.S.	159
7332 Les équations d'équilibre	161
734 Calcul des contraintes normales en service pour une section quelconque en flexion simple	167

<b>74 Section rectangulaire en flexion simple</b>	<b>170</b>
741 Section rectangulaire sans aciers comprimés : Cas de la Fissuration Peu Préjudiciable	170
7411 Sections d'armatures tendues nécessaires pour que l'E.L.U.R. ne soit pas atteint	170
74111 Coefficient de remplissage $\psi$ ; Coefficient de centre de gravité $\delta_G$	170
74112 Moment frontière $M_{AB}$	178
74113 Contrainte de l'acier	179 <sup>1</sup>
74114 Section d'armatures $A_s$	180

**(CALCUL DES ARMATURES D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION SIMPLE - ORGANIGRAMMES - )**

74115 Section $A_s$ minimale	182 <sup>2</sup>
7412 Sections d'armatures nécessaires pour que les E.L.S. ne soient pas atteints	182 <sup>4</sup>
74121 Généralisation de la notion de coefficient de remplissage et de coefficient de centre de gravité	182 <sup>4</sup>
74122 Section d'armatures nécessaires pour que l'état-limite de compression du béton en service ne soit pas atteint	184
7413 Discussion : Notion de moment-limite ultime $M_{lim}$	184

**(CALCUL DU MOMENT LIMITE ULTIME  $\mu_{lu}$  - ORGANIGRAMME -)**

7414 Calcul pratique	189 <sup>1</sup>
74141 Calcul exact	189 <sup>1</sup>
74142 Formules approchées	189 <sup>1</sup>
742 Section rectangulaire avec aciers comprimés - Cas de la fissuration peu préjudiciable	190
7421 Principe général de calcul	190
7422 Cas où la section $A'$ n'est pas imposée	191
74221 Dimensionnement par l'E.L.S.	191
74222 Dimensionnement par l'E.L.U.	193
7423 Cas où la section $A'$ est imposée	197
7424 Cas où l'on désire $A=A'$	197
743 Section rectangulaire avec ou sans aciers comprimés - Cas de la fissuration Préjudiciable ou Très Préjudiciable	198
7431 Moment résistant béton	198
7432 Calcul des armatures dans le cas où la section $A'$ n'est pas imposée	201

7433	Calcul des armatures dans le cas où $A'$ est imposée.....	204
744	Dimensionnement d'une section rectangulaire.....	204
745	Vérification à l'E.L.U. d'une section rectangulaire avec ou sans aciers comprimés.....	205
7451	Cas de la section sans aciers comprimés.....	205
7452	Cas de la section avec aciers comprimés.....	206
74521	Calcul de la position de l'axe neutre.....	206
74522	Calcul de $\bar{M}_u$ .....	207
746	Calcul des contraintes d'une section rectangulaire avec ou sans aciers comprimés (E.L.S.) .....	207
<b>75</b>	<b>Section en T (à table de compression).....</b>	<b>209</b>
751	Dimensionnement à l'E.L.U.....	210
7511	Dimensionnement à l'aide du diagramme rectangulaire.....	211
7512	Dimensionnement à l'aide du diagramme Parabole-Rectangle ( $A'=0$ ).....	214
752	Dimensionnement par l'E.L.S.....	217
7521	Calcul de $M_{T,ser}$ .....	218
7522	Calcul de $A_{ser}$ lorsque $M_{ser} > M_{T,ser}$ .....	219
75221	Premier mode de calcul, avec une valeur approchée de $z$ ( $A'=0$ ).....	219
75222	Deuxième mode de calcul.....	220
753	Calcul des contraintes normales en service.....	222
<b>76</b>	<b>Section carrée simplement fléchie.....</b>	<b>224a</b>
761	Calcul à l'E.L.U.....	224a
762	Calcul de la section d'aciers nécessaires pour respecter l'état limite de compression du béton en service.....	225
763	Discussion : Moment Limite Ultime.....	226
<b>77</b>	<b>Sections trapézoïdales.....</b>	<b>229</b>
771	Petite base du côté comprimé.....	229
772	Petite base du côté tendu.....	231
<b>79</b>	<b>Bibliographie sélectionnée du chapitre 7.....</b>	<b>232</b>

## VIII Flexion composée

<b>80</b>	<b>Définition - Centre de pression - Excentricité.....</b>	<b>233</b>
<b>81</b>	<b>Sollicitations à considérer.....</b>	<b>235</b>
811	Flexion composée avec traction.....	235
812	Flexion composée avec compression.....	235
<b>82</b>	<b>Sections partiellement comprimées.....</b>	<b>237</b>
821	Méthode générale de calcul par assimilation à la flexion simple.....	237
8211	Détermination des sections d'armatures.....	237
8212	Section minimale.....	238b
822	Application au dimensionnement par l'E.L.S.....	240
823	Application au dimensionnement par l'E.L.U.....	241
8231	Section rectangulaire.....	241
8232	Section à table de compression.....	243

<b>83</b>	<b>Sections entièrement comprimées.....</b>	<b>244</b>
831	Dimensionnement par l'E.L.U. (Pivot C, région 3).....	244
8311	Section rectangulaire à deux nappes d'armatures.....	244
8312	Section à table de compression.....	250c
832	Dimensionnement par l'E.L.S.....	250c
<b>84</b>	<b>Sections entièrement tendues.....</b>	<b>251</b>
841	Dimensionnement par l'E.L.U.....	251
842	Dimensionnement par l'E.L.S.....	252
<b>85</b>	<b>Abaque et diagramme d'interaction.....</b>	<b>253</b>
851	Abaque type Caquot (E.L.S).....	253
852	Diagrammes d'interaction (E.L.U.).....	257
8521	Courbe d'interaction.....	257
8522	Diagramme d'interaction.....	260
<b>86</b>	<b>Calcul des contraintes normales.....</b>	<b>264</b>
861	Section entièrement comprimées.....	264
862	Section entièrement tendue.....	265
863	Section partiellement comprimée.....	265
<b>87</b>	<b>Condition pour qu'une section rectangulaire soit entièrement comprimée sous les sollicitations agissantes ultimes.....</b>	<b>269</b>
<b>88</b>	<b>Section carrée fléchie dans un plan diagonal.....</b>	<b>272</b>
<b>89</b>	<b>Bibliographie sélectionnée du chapitre 8.....</b>	<b>272</b>

## IX Flexion déviée

<b>90</b>	<b>Définition.....</b>	<b>273</b>
<b>91</b>	<b>Sollicitations à considérer.....</b>	<b>274</b>
911	Flexion déviée simple.....	274
912	Flexion déviée composée avec traction.....	274
913	Flexion déviée composée avec compression.....	275
<b>92</b>	<b>Méthodes de calcul à l'E.L.S.....</b>	<b>276</b>
921	Flexion déviée simple : Abaque de J.Rüdingen.....	277
922	Flexion déviée composée : Vérification des contraintes.....	280
9221	Section entièrement comprimée.....	280
9222	Abaqués de A.roussopoulos pour les sections partiellement comprimées.....	281
<b>93</b>	<b>Méthodes de calcul à l'E.L.U.....</b>	<b>283</b>
931	Section rectangulaires sans aciers comprimés en flexion déviée simple.....	284
9311	Dimensionnement des armatures.....	293

9312	Vérification des sections.....	295
932	Section rectangulaire avec aciers comprimés.....	296
933	Sections rectangulaires en flexion déviée composée.....	297
9331	Méthodes ramenant la flexion déviée à deux sections droites.....	297
9332	Méthodes de réduction à une flexion droite unique.....	307
9333	Méthode "Montoya".....	309
<b>94</b>	<b>Abaques "en rosette".....</b>	<b>311</b>
941	Surfaces d'interaction.....	311
942	Application aux sections rectangulaires.....	314
9421	Equations générales.....	314
9422	Utilisation des abaques en rosette.....	316
<b>95</b>	<b>Méthodes de calcul par itération.....</b>	<b>319</b>
<b>99</b>	<b>Bibliographie sélectionnée du chapitre 9.....</b>	<b>322</b>

## **X Compression "centrée"**

<b>10.0</b>	<b>Définitions.....</b>	<b>323</b>
<b>10.1</b>	<b>Comportement expérimental des poteaux soumis à la compression "centrée".....</b>	<b>324</b>
10.11	Essais à caractère qualitatif et démonstratif.....	324
10.12	Essais de recherche.....	326
10.13	Conclusions à tirer des essais de poteaux.....	942
<b>10.2</b>	<b>Elancement d'un poteau.....</b>	<b>327</b>
10.21	Définitions.....	327
10.211	Elancement mécanique.....	327
10.212	Elancement géométrique.....	329
10.22	Cas particuliers.....	329
<b>10.3</b>	<b>Armatures de peaux.....</b>	<b>329</b>
10.31	Armatures longitudinales.....	329
10.32	Armatures transversales.....	330
<b>10.4</b>	<b>Méthodes de calcul.....</b>	<b>331</b>
10.40	Evaluation de certaines données de base.....	331
10.41	Effort normal résistant théorique.....	332
10.42	Effort normal limite selon les règles BAEL.....	332
10.43	Détermination des armatures.....	334
10.431	Armatures longitudinales.....	334
10.432	Armatures transversales.....	334
10.44	Dimensionnement.....	335
10.45	Abaque pour le calcul des poteaux.....	338a

# XI Etat - Limite de Stabilité de forme (flambement)

<b>11.0 Généralités</b> .....	<b>339</b>
11.01 Le phénomène de Flambement .....	339
11.02 Difficulté de l'étude du phénomène de flambement.....	340
11.03 Objet du présent chapitre.....	341
<b>11.1 Rappel des résultats de la théorie élastique</b> .....	<b>341</b>
11.11 Le flambement "Eulérien" .....	341
11.11.1 Poteau bi-articulé soumis à une charge centrée -Charge critique d'Euler ....	341
11.11.2 Poteau soumis à une charge excentrée .....	342
11.11.3 Amplification du moment .....	343
11.12 Méthode de vérification des anciens règlements .....	344
11.12.1 Circulaire ministérielle de 1934 - Formule de Rankine .....	344
11.12.2 Règles BA 1960 .....	345
11.12.3 Règles CCBA 68 .....	345
11.13 Critique des méthodes élastiques .....	345
<b>11.2 Comportement expérimental des poteaux en béton armé</b> .....	<b>346</b>
11.21 Comportement sous charge de courte durée .....	346
11.22 Comportement sous charge de longue durée .....	347
11.23 Contrôle expérimental de la validité des hypothèses de calcul .....	348
<b>11.3 Paramètres influant sur l'état-limite ultime atteint par le flambement</b> .....	<b>348</b>
11.31 Longueur de flambement -élancement- .....	348
11.32 Excentricité de la force extérieure .....	350
11.33 Durée d'application des actions (fluage) .....	352
<b>11.4 Méthode prenant en compte un moment "complémentaire"</b> .....	<b>352</b>
11.41 Considérations préliminaires .....	352
11.42 Méthode approximative de calcul du moment complémentaire .....	354
11.43 Méthode simplifiée des règles BAEL (A4.35.) .....	355
<b>11.5 Justifications vis-à-vis de l'état-limite ultime de stabilité de forme selon les règles BAEL (A4.4 et annexe E7)</b> .....	<b>356</b>
11.51 Principe des justifications BAEL .....	356
11.52 Sollicitations et hypothèses de calcul .....	356
11.52.1 Sollicitations agissantes de calcul .....	356
11.53 Procédés de calcul .....	358
<b>11.6 Justifications selon l'EC2</b> .....	<b>359a</b>
11.61 Généralités .....	359a
11.62 Classification des ossatures et des éléments d'ossature .....	359a
11.62.1 Eléments de contreventement .....	359a
11.62.2 Structures contreventées et structures à noeuds fixes .....	359a

11.62.3 Poteaux isolés .....	359b
11.63 Imperfections géométriques .....	359e
11.64 Hypothèses de calcul .....	359f
11.65 Méthode générale de calcul .....	359g
11.66 Méthode simplifiée pour les éléments isolés .....	359g
<b>11.7 Méthodes simplifiées des vérifications de l'état-limite de stabilité d'un poteau isolé. Application des règles BAEL .....</b>	<b>360a</b>
11.70 Cas de base .....	360a
11.71 Hypothèses générales .....	360b
11.72 Hypothèses simplificatrices pour le calcul des moments du second ordre .....	360b
11.73 Equations du problème .....	361
11.73.1 Excentricité "externe" .....	362
11.73.2 Excentricité "interne" .....	362
11.73.3 Critère d'instabilité .....	364
11.73.4 Etude de l'équilibre par la représentation graphique de P.Faessel .....	365
11.74 Méthodes pratiques .....	367
11.74.1 Utilisation des tables .....	368
11.74.1.1 Tables numériques d'état-limite ultime .....	368
11.74.1.2 Table du manuel "flambement" du CEB (modèle p372) .....	371
11.74.2 Abaques .....	371
11.74.2.1 Abaques de Capra .....	371
11.74.2.2 Abaques tirés du manuel "flambement" du CEB .....	374
11.75 Corrections diverses .....	376
11.75.1 Prise en compte d'une variation de l'effort normal le long du poteau .....	376
11.75.2 Prise en compte de la variation du moment du premier ordre le long du poteau .....	380
11.75.3 Poteaux bi-articulés soumis à des moments différents à leurs deux extrémités .....	381
11.76 Application des ossatures contreventées .....	381
11.76.1 Calcul du contreventement .....	382
11.76.2 Calcul des poteaux de l'ossature .....	382
11.77 Méthodes dites "de l'équilibre" .....	382
11.77.1 Méthode basée sur les déformations internes .....	382
11.78 Méthode basée sur la rigidité .....	386
11.78.1 Principe .....	386
11.78.2 Application au dimensionnement d'une ossature non contreventée .....	387
<b>11.8 Méthodes de vérification proposées par l'EC2 .....</b>	<b>388</b>
11.81 Méthodes simplifiées pour les poteaux isolés .....	388
11.81.1 Généralités .....	388
11.81.2 Méthode de la "colonne-modèle" .....	390
<b>11.9 Flambement biaxial des poteaux à section rectangulaire .....</b>	<b>391b</b>
11.91 Méthode générale .....	391b
11.92 Méthodes simplifiées .....	391d
11.92.1 Vérifications séparées au flambement "monoaxial" .....	391d
11.92.2 Méthode simplifiée basée sur la méthode de l'équilibre .....	391
<b>11.10 Bibliographie sélectionnée du chapitre XI .....</b>	<b>393</b>

# XII Effort Tranchant

<b>12.0 Définitions et notations.....</b>	<b>395</b>
12.01 Définition .....	395
12.02 Notations .....	395
<b>12.1 Effort de glissement - Contraintes tangentes .....</b>	<b>395</b>
12.11 Expressions générales déduites des calculs élastiques .....	395
12.12 Application : Contraintes tangentes sur un plan normal à la section droite parallèle à l'axe neutre .....	397
12.13 Effets des contraintes tangentes .....	398
<b>12.2 Comportement expérimental de poutres fléchies, sous l'effet de l'effort tranchant</b>	
12.21 Dispositions particulières aux essais de poutres à l'effort tranchant .....	400
12.22 Poutres sans armatures d'âme .....	401
12.23 Poutres comportant des armatures d'âme "droites" .....	401
12.24 Cas de poutres comportant des armatures d'âme sous forme de cadres ou d'étriers inclinés .....	403
12.25 Cas de poutres comportant des barres relevées à 45° au voisinage des appuis ....	403
<b>12.3 Principes généraux des vérifications à l'effort tranchant .....</b>	<b>404a</b>
12.31 Règles BAEL .....	404a
12.32 EC2 .....	404b
<b>12.4 Eléments dépourvus d'armatures d'effort tranchant .....</b>	<b>404b</b>
12.41 Règles BAEL .....	404b
12.42 EC2 .....	404b
<b>12.5 Eléments munis d'armatures d'effort tranchant .....</b>	<b>404e</b>
12.51 Conduite des calculs par référence à un modèle de treillis .....	404e
12.52 Equations du problème .....	405b
12.52.1 Limite imposée par la compression des bielles de béton .....	405c
12.52.2 Limite imposée par les armatures d'âme .....	405c
12.53 Prescriptions des règles BAEL .....	409
12.53.0 Règle préliminaire .....	409
12.53.1 Charges appliquées au voisinage d'un appui ; phénomène de transmission directe .....	409
12.53.2 Vérification de la résistance du béton de l'âme .....	411
12.53.3 Vérification de la résistance des armatures d'âme .....	412
12.53.4 Cas particulier des armatures d'âmes droites .....	414
12.53.5 Barres relevées à 45° .....	418
12.53.6 Cas des sections circulaires ou annulaires .....	420
12.54 Prescription de l'EC2 pour les éléments de hauteur constante nécessitant des armatures d'effort tranchant .....	421b
12.54.1 Méthode standard .....	421b
12.54.2 Méthode de l'inclinaison variable des bielles .....	421e
12.54.3 Elément de hauteur variable .....	422a
12.54.4 Dispositions constructives .....	422b
12.54.5 Marche à suivre pour une inclinaison variable .....	422d
12.54.6 Comparaison avec les règles BAEL .....	422e
12.55 Dalles et poutres-dalles sous sollicitations d'effort tranchant .....	423b

12.55.1 Définitions .....	423b
12.55.2 Armatures d'effort tranchant .....	423b
12.55.3 Forces localisées - Armatures de poinçonnement .....	423c
<b>12.6 Couture des plans internes soumis à des actions tangentes .....</b>	<b>424d</b>
12.61 Règles des coutures généralisées (BAEL A-5.3,1) .....	424d
12.61.1 Enoncé de la règle des coutures .....	424d
12.61.2 Détermination des armatures de couture dans le cas le plus général .....	424d
12.61.3 Liaison des membrures d'une poutre avec l'âme .....	426
12.61.4 Surfaces de reprise .....	428
<b>12.7 Zones d'application des efforts .....</b>	<b>428</b>
12.71 Appui simple d'about (BAEL A-5.1,31) .....	428
12.72 Appui intermédiaire (BAEL A-5.1,32) .....	430b
12.73 Prescription de l'EC2 .....	431a
12.74 Efforts entraînant la mise en traction transversale de l'âme d'une poutre (BAEL A-5.1,33) - Armatures de "suspension" .....	431b
<b>12.8 Entraînement des armatures .....</b>	<b>433</b>
12.81 Le phénomène d'entraînement des armatures .....	433
12.82 Calcul des contraintes d'adhérence .....	434
12.83 Contrainte d'adhérence limite .....	434
12.84 Cas particulier des treillis soudés .....	435
<b>12.9 Bibliographie sélectionnée du chapitre 12 .....</b>	<b>435</b>

## XIII Torsion

<b>13.0 Généralités.....</b>	<b>436</b>
<b>13.1 Comportement expérimental des éléments en béton armé soumis à la torsion .....</b>	<b>437</b>
<b>13.2 Torsion d'équilibre et torsion de compatibilité .....</b>	<b>441</b>
<b>13.3 Méthodes de calcul .....</b>	<b>442</b>
13.31 Théorie de la flexion biaisée .....	442
13.32 Méthode du treillis spatial .....	443
<b>13.4 Résistance à la torsion circulaire d'une poutre caisson (BAEL A-5.4,21) .....</b>	<b>444</b>
13.41 Expression du flux de la contrainte tangente de torsion (rappel RdM) .....	444
13.42 Contrainte tangente de torsion .....	446
13.43 Hypothèses simplificatrices de base du treillis spatial .....	447
13.44 Equations d'équilibre .....	448
13.45 Vérification de la sécurité .....	451
13.46 Remarque sur la condition relative à la compression des bielles de béton .....	452



<b>13.5</b>	<b>Résistance d'une poutre à section plane à la torsion circulaire ..</b>	<b>452</b>
<b>13.6</b>	<b>Prescriptions des règles BAEL pour la torsion .....</b>	<b>453</b>
13.61	Contrainte tangente ultime de torsion (BAEL A-5.4,21) .....	453
13.62	Vérification du béton (BAEL A-5.4,3) .....	454
13.63	Vérification des armatures (BAEL A-5.4,4) .....	455
13.64	Disposition des armatures de torsion .....	457
<b>13.7</b>	<b>Prescription de l'EC2 pour la torsion .....</b>	<b>458</b>
13.71	Principe général de la justification .....	458
13.72	Epaisseur des parois .....	459
13.73	Couple de torsion résistant $T_{Rd1}$ .....	459
13.74	Couple de torsion résistant $T_{Rd2}$ .....	460
13.75	Sollicitations combinées .....	460
13.75.1	Torsion combinée à une flexion simple ou composée .....	460
13.75.2	Torsion et effort tranchant combinés .....	461
13.76	Dispositions constructives .....	462
<b>13.9</b>	<b>Bibliographie sélectionnée du chapitre 13 .....</b>	<b>462</b>

## **XIV Sommaire Général**

**DONNÉES DE BASE**

- 1 – GÉNÉRALITÉS
- 2 – MATÉRIAUX
- 3 – ACTIONS ET SOLlicitATIONS
- 4 – ADHÉRENCE

1

GENERALITES

1.1 - PRINCIPE DU BETON ARME

Le béton est un matériau obtenu en mélangeant en proportions convenables et de manière homogène :

- du ciment,
- un "granulat" composé de sable et de matériaux pierreux (gravillons, cailloux),
- de l'eau.

Le mélange fait prise puis "durcit"<sup>(1)</sup>, ce qui se traduit par un accroissement de ses résistances à la compression et à la traction. La première atteint des valeurs élevées (couramment, en moyenne, 25 à 35 MPa), mais la seconde reste relativement faible (de l'ordre du douzième de la résistance à la compression c'est-à-dire de 2 à 3 MPa) et incertaine. Le béton est donc un matériau fragile. Pour pallier les inconvénients résultant de cette fragilité, on associe au béton des armatures en acier : le matériau ainsi obtenu est le béton armé.

*La présence d'armatures dans le béton ne suffit pas à faire de celui-ci un béton armé.*

Il faut en plus une organisation structurale spécifique portant sur les formes des pièces, ainsi que sur la quantité et l'agencement des armatures.

Principe n°1

*Tout élément doit être armé suivant trois directions non coplanaires, généralement orthogonales.*

Toutefois, les éléments de faible épaisseur (dalles) ne sont généralement armés que dans deux directions, parallèles à leur feuillet moyen (voir exemples de ferrailage, fig. 1.4 et 1.2 ci-après).

Principe n°2

*Seuls peuvent être considérés comme "éléments en béton armé" ceux qui sont encore aptes à jouer leur rôle dans la structure dont ils font partie lorsque la résistance à la traction par flexion de leur béton constitutif est supposée nulle.*

(1) Contrairement à ce que l'on entend souvent, le béton ne "sèche" pas. Le durcissement n'est pas dû à une perte d'eau, mais à une réaction chimique d'hydratation du ciment. Si le bé.  
... devait sécher, comment aurait-on pu l'utiliser dans des ouvrages maritimes, où il est souvent

Exemple 1 (fig. 1.1)

Poutre encastree à une extrémite, reposant librement sur un appui intermédiaire, avec porte-à-faux.

Schéma de la Résistance des Matériaux:

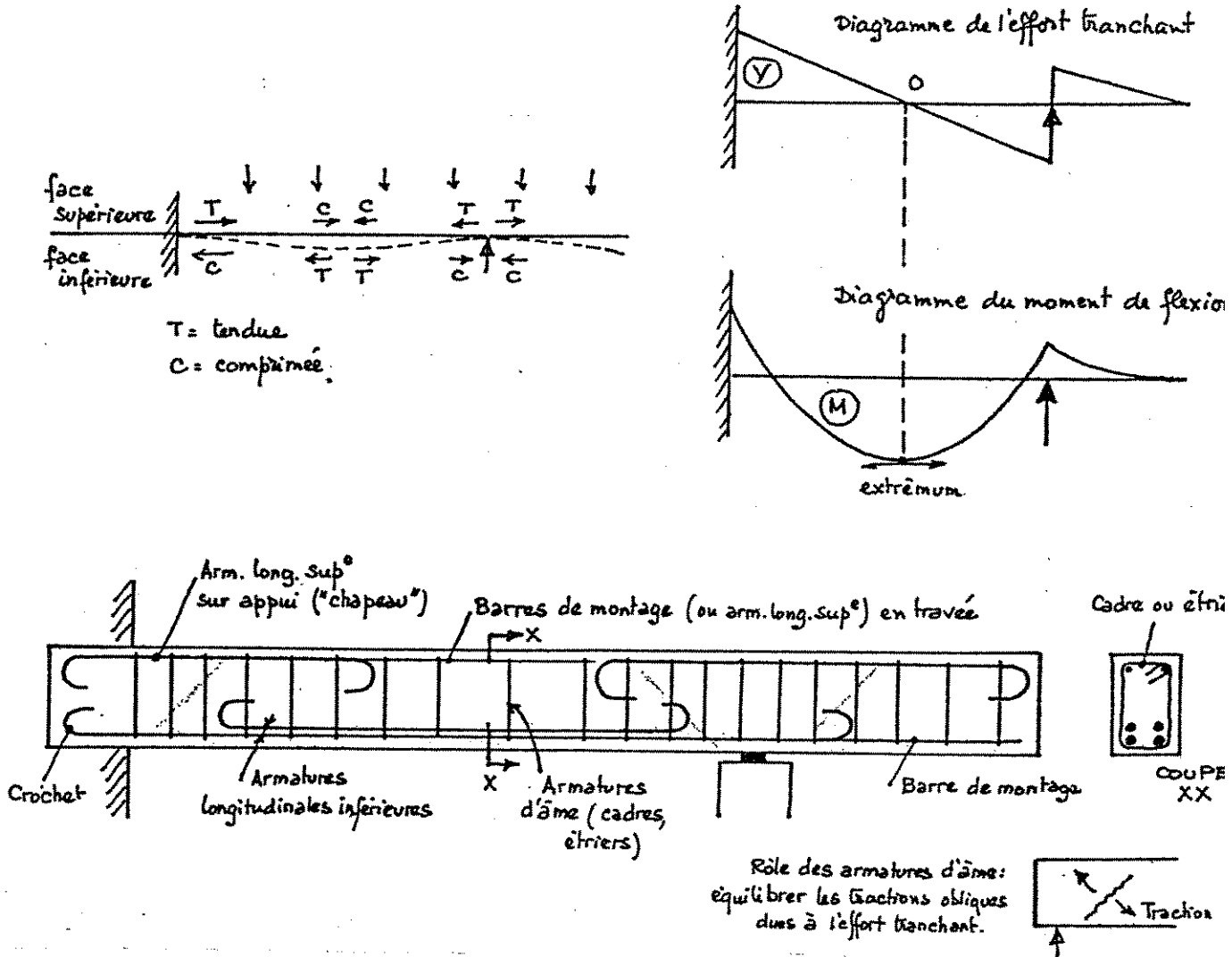
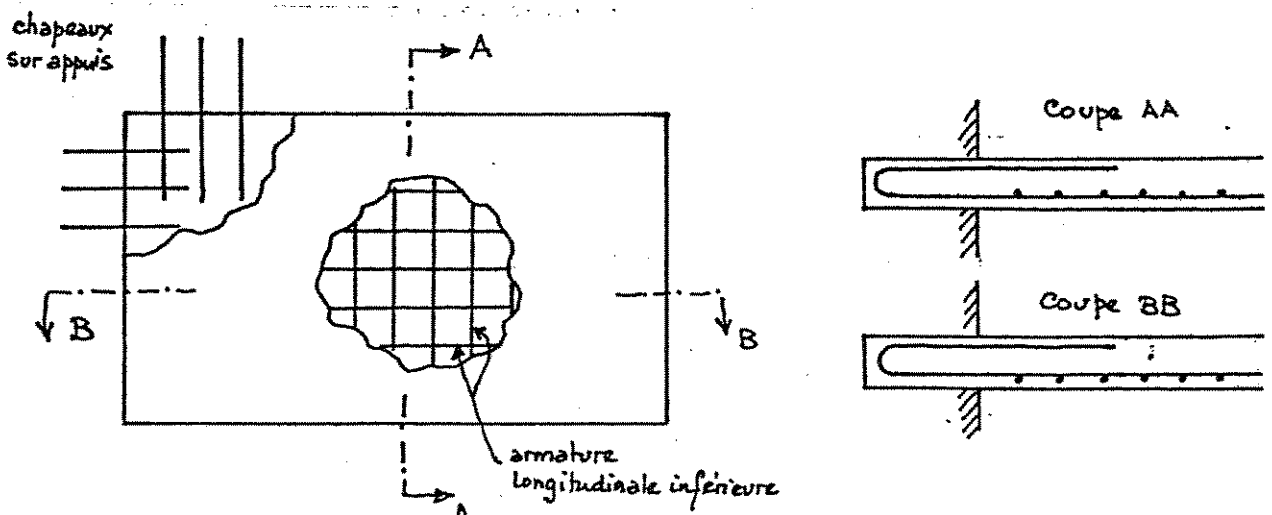


Figure 1.1

Exemple 2 (fig. 1.2)

Dalle encastree sur son contour



L'application de ce second principe conduit :

- 1 - à toujours mener les calculs comme si le béton avait effectivement une résistance nulle à la traction, donc à déterminer les armatures des zones tendues pour qu'elles soient capables d'équilibrer la totalité des efforts de traction développés par le fonctionnement mécanique de la structure.
- 2 - à toujours prévoir une quantité d'armatures tendues au moins égale à celle nécessaire pour équilibrer la force de rupture par traction du béton tendu, supposé non armé (condition de non-fragilité, définissant le pourcentage minimal d'armatures tendues).

## 1.2 - FORMES USUELLES DES ELEMENTS

En béton armé, on retrouve constamment :

- le poteau, élément vertical porteur,
- la dalle ou hourdis, plaque plane horizontale de faible épaisseur par rapport à ses dimensions en plan,
- la nervure, élément prismatique, à section généralement rectangulaire. L'association hourdis-nervure constitue une poutre en T ou à table de compression (fig. 1.3).

La combinaison poteau-hourdis-nervure donne la solution classique pour réaliser des planchers.

- le voile plan ou courbe délimité par deux surfaces planes ou courbes, l'épaisseur étant faible vis-à-vis des dimensions de surface.

La combinaison voiles plans-hourdis aboutit aux poutres-caissons (fig. 1.4).

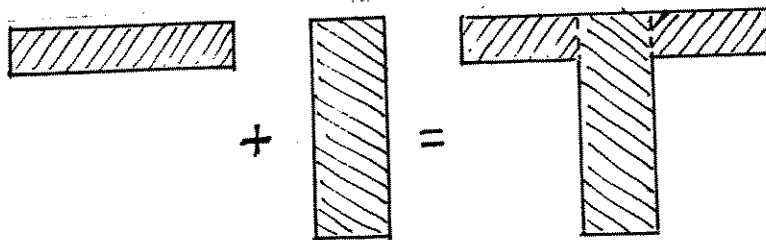


Figure 1.3

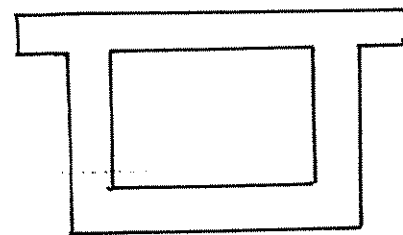


Figure 1.4

Avec des voiles à simple ou double courbure, on réalise des couvertures, des réservoirs, des réfrigérants, etc..

## 1.3 - EVOLUTION DES METHODES DE CALCUL DU BETON ARME

Après une période de relative stabilité, jusqu'aux environs de 1945, les méthodes de calcul des constructions en béton armé ont subi une évolution continue qui a abouti, à la suite de concepts qui se sont développés au cours des dernières années, à une modification profonde des principes mêmes sur lesquels reposaient ces méthodes.

Les changements successifs ont résulté :

- d'une part, d'une connaissance plus précise du comportement du matériau béton armé, acquise à la suite de nombreux essais effectués dans différents pays ;
- d'autre part, d'une évolution dans la notion même de la sécurité des constructions où l'on est passé d'une conception de caractère déterministe à une conception de caractère probabiliste ou plutôt semi-probabiliste, ainsi que nous le verrons en 1,33.

Un rappel de cette évolution est nécessaire pour en mieux comprendre les raisons et la portée. Auparavant nous devons nous livrer à un certain nombre de considérations à caractère général.

### 1.30 - CONSIDERATIONS GENERALES

Un ouvrage doit être conçu et calculé de manière à présenter durant toute sa durée d'exploitation des sécurités appropriées vis-à-vis :

- de sa ruine ou de celle de l'un quelconque de ses éléments ;
- d'un comportement en service susceptible d'affecter gravement sa durabilité, son aspect ou encore le confort de ses usagers.

Or un certain nombre de facteurs sont susceptibles, par leur intervention isolée ou combinée, d'influer sur la sécurité d'une structure et éventuellement de la compromettre. Parmi ces facteurs on peut citer :

- la définition des actions appliquées à l'ouvrage,
- les propriétés des matériaux constitutifs,
- la détermination des sollicitations  $(M, N, V, T)$ ,
- les méthodes de calcul des sections,
- les règles de détail (disposition des armatures, enrobages, recouvrements, etc.
- la qualité de l'exécution qui dépend elle-même :
  - . des règles de contrôle,
  - . de la qualification du personnel,
  - . etc..

Etant donné les incertitudes qui entachent ces différents facteurs, il est nécessaire de prendre des marges de sécurité, sous la forme de "coefficients de pondération" à introduire dans les calculs.

1°) Selon le mode d'introduction des coefficients relatifs à la sécurité on distingue :

- a) les méthodes de calcul aux "contraintes admissibles" (coefficients "de sécurité" appliqués uniquement aux "résistances" des matériaux, voir 1,31) ;
- b) les méthodes de calcul à la rupture (coefficients "de sécurité" appliqués uniquement aux "actions" qui, le plus souvent, sont des charges, voir 1,32) ;
- c) les méthodes de calcul avec coefficients "de sécurité" partiels (appliqués d'une part aux résistances, d'autre part aux actions et éventuellement, aux sollicitations, voir 1,33).

2°) Selon la conception même de la sécurité, suivant la manière dont on considère les paramètres de base, on distingue :

- a) les méthodes déterministes (paramètres de base considérés comme non-aléatoires)
- b) les méthodes probabilistes (paramètres de base considérés comme aléatoires).

Toute méthode de calcul devrait donc normalement apparaître comme une combinaison des méthodes 1 a, ou 1 b, ou 1 c, avec l'une des deux méthodes 2 a ou 2 b ci-dessus. En fait, il arrive souvent que ces différentes méthodes s'interpénètrent plus ou moins (ce qui est très apparent dans la Norme allemande DIN 1045 ou le Code américain de l'ACI, mais est également vrai dans les Règles BAEL).

Dans ces dernières, les lettres "EL" signifient "états-limites". Il faut bien voir que ce mot, à la mode depuis une trentaine d'années, ne recouvre en fait que des concepts connus et appliqués depuis fort longtemps.

En effet par le terme "état-limite", on distingue tout état au-delà duquel une structure ou une partie de cette structure deviendrait inapte à remplir les fonctions pour lesquelles elle a été conçue.

Lorsqu'un état-limite est atteint, l'une des conditions requises de la structure ou de l'un de ses éléments, pour remplir son objet et qui ont été fixées lors du projet, est donc strictement satisfaite, mais cesserait de l'être une fois franchi cet état.

Envisagées sous cet aspect, les méthodes "aux contraintes admissibles" (1.31) par exemple, sous la forme où elles étaient utilisées autrefois, étaient elles-mêmes des méthodes d'états-limites. On les retrouve d'ailleurs maintenant, avec leurs hypothèses propres, pour justifier les "états-limites de service".

Toutefois l'habitude s'est prise (et nous ferons donc de même) de réserver le nom de "méthode de calcul aux états-limites" à la méthode de calcul semi-probabiliste avec coefficients de sécurité partiels (combinaison 1 c - 2 b selon la classification précédente).

## 1.31 - METHODES AUX CONTRAINTES ADMISSIBLES

### 1.311 - Méthode "classique"

Cette méthode de calcul, que l'on a longtemps considérée comme la seule scientifiquement valable, était la base des prescriptions des premiers règlements : Circulaires Ministérielles de 1906 et de 1934 et dans une large mesure, Règles BA 1945.

Dans cette méthode, le modèle de calcul est le modèle élastique. En particulier, les matériaux acier et béton sont supposés obéir à la loi Hooke ( $\sigma = E \epsilon$ ). Pour chacun d'eux, la contrainte maximale  $\sigma$  sous sollicitations de service, calculée par les méthodes de la Résistance des Matériaux classique, étendue aux pièces hétérogènes par introduction d'un "coefficient d'équivalence" et en négligeant le béton tendu, est bornée à une fraction  $\frac{1}{\gamma}$  jugée convenable de la contrainte au-delà de laquelle le matériau se rompt (béton) ou subit des déformations importantes (acier). Cette contrainte - ou "résistance"  $f$  - peut être évaluée en tenant compte (probabilisme) ou non (déterminisme) de la dispersion des résultats d'essais.

La contrainte maximale admissible  $\sigma$  est ainsi définie par  $\bar{\sigma} = \frac{f}{\gamma}$  et la condition à vérifier est donc :

$$\sigma \leq \frac{f}{\gamma} \quad [1.1]$$

où  $\gamma (> 1)$  est un coefficient global tenant compte de toutes les causes d'incertitude.

Si la fraction  $\frac{1}{\gamma}$  est fixée une fois pour toutes indépendamment du mode de sollicitation des pièces (méthode "classique") on aboutit à des coefficients de sécurité non homogènes, car variant selon ce mode de sollicitation, et par voie de conséquence, à un dimensionnement parfois surabondant (Circulaires Ministérielles de 1906 et 1934, Règles BA 1945).

### 1.312 - Méthode classique "aménagée"

L'un des moyens de pallier l'inconvénient qui vient d'être mentionné consiste à apporter des correctifs à la méthode, en adoptant une fraction  $\frac{1}{\gamma}$  variable en fonction de la nature de la sollicitation (par exemple, en tenant compte des phénomènes d'adaptation plastique qui se manifestent dans les poutres fléchies) de manière à obtenir, sans complications excessives, des coefficients de sécurité homogènes (Règles BA 1960, Circulaire Ministérielle de 1964, Règles CCBA 68).

Un premier pas dans cette voie avait été fait dans les Règles BA 1945 qui admettaient une légère augmentation des contraintes sur appuis des poutres continues. Mais les Règles BA 1960 allaient beaucoup plus loin : c'est ainsi que dans une poutre fléchie de section rectangulaire, la contrainte admissible du béton était double de celle d'un poteau soumis à la compression simple.

De même, les valeurs des contraintes admissibles des armatures d'âme sous l'effet de l'effort tranchant variaient en fonction de la valeur de la contrainte tangente, afin de tenir compte des résultats de nombreux essais.

Les Règles CCBA 1968 reprenaient pour l'essentiel les prescriptions fixées par les Règles BA 1960. La méthode de vérification des sections par application de ces différents textes avait constitué un progrès notable par rapport à la méthode classique.

### 1.313 - Critique de la méthode aux contraintes admissibles

Toute méthode de vérification en phase élastique, en limitant les contraintes à des valeurs fixées d'avance, risque de présenter des inconvénients graves dans tous les cas où les contraintes ne sont plus proportionnelles aux sollicitations (M, N, V ou T) et donc aux forces appliquées, ce qui est notamment le cas de la flexion composée. (1)

La relation [1.1] revient à s'assurer que la sollicitation  $S$ ; c'est-à-dire M, N, V ou T, obtenue pour une combinaison  $\sum Q_i$  d'actions de service (par exemple, de charges), demeure inférieure à celle qui amènerait le dépassement de la contrainte  $\bar{\sigma}$ . Le principe de superposition étant ici applicable,  $S(\sum Q_i) = \sum S(Q_i)$  et l'inégalité à vérifier peut donc s'écrire, sous forme symbolique :

$$\sum S(Q_i) \leq \bar{\sigma} \left( \frac{f}{\gamma} \right) \quad [1.2]$$

(1) Attention aux notations : V désigne l'effort tranchant, T le moment de torsion.



a) Considérons d'abord le cas où l'élément que l'on calcule n'est soumis qu'à une seule action Q et où les sollicitations sont proportionnelles aux actions appliquées. Si, conformément à la méthode des coefficients partiels, on met en évidence les différentes causes d'incertitude (voir chapitre 3), chacun des termes S, Q et f doit être affecté d'un coefficient de pondération et la condition à vérifier est :

$$\gamma_{F3} \sigma \left[ S (\gamma_Q Q) \right] \leq \frac{f}{\gamma_m} \quad [1.3]$$

avec  $\gamma_Q$  coefficient de pondération applicable à l'action Q considérée.  
S sollicitation (M, N, V ou T) due à l'action Q.  
 $\sigma$  contrainte du matériau calculée élastiquement sous la sollicitation S fonction elle-même de  $\gamma_Q \cdot Q$ .  
 $\gamma_{F3}, \gamma_m$  coefficients tenant compte des écarts possibles des sollicitations et résistances par rapport à leurs valeurs moyennes.

Les sollicitations étant proportionnelles aux actions (forces) appliquées, dans l'hypothèse d'un modèle de calcul élastique, on a :

$$S (\gamma_Q Q) = \gamma_Q S (Q) \quad [1.4]$$

$$\text{et} \quad \gamma_{F3} \sigma \left[ S (\gamma_Q Q) \right] = \gamma'_F \sigma \left[ S (Q) \right] \quad [1.5]$$

$$\text{avec} \quad \gamma'_F = \gamma_{F3} \gamma_Q$$

Les relations [1.1] et [1.3] sont donc équivalentes, car [1.3] peut s'écrire, compte tenu de [1.5] :

$$\gamma'_F \sigma \left[ S (Q) \right] \leq \frac{f}{\gamma_m} \quad [1.6]$$

c'est-à-dire

$$\sigma \left[ S (Q) \right] \leq \frac{f}{\gamma'_F \gamma_m} = \frac{f}{\gamma} \quad [1.7]$$

b) Considérons maintenant le cas où les sollicitations ne sont plus proportionnelles aux actions appliquées. Ce cas est par exemple celui d'une cheminée en béton armé (1) (fig. 1.5). Une section droite quelconque  $\Sigma$  est en effet soumise :

---

(1) Nous citons cet exemple car il est caractéristique. Vers la fin des années "vingt" en effet, un certain nombre de cheminées en béton armé, qui avaient été calculées uniquement en vue de résister à un vent conventionnellement considéré comme "normal" se sont rompues à mi-hauteur sous l'effet de bourrasques.

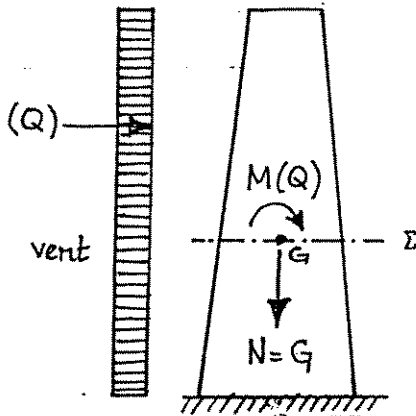


Figure 1.5

- à un effort normal  $N$  (dû au poids propre  $G$  de la partie située au-dessus de la section  $\Sigma$  considérée),

- à un moment  $M$  dû à l'action  $Q$  (ici, le vent)

Les contraintes extrêmes  $\sigma_{\max}$  et  $\sigma_{\min}$  sur cette section droite se calculent par les formules classiques de la Résistance des Matériaux :

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{S} + \frac{Mv}{I} \quad [1.8]$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N}{S} - \frac{Mv}{I} \quad [1.9]$$

qui comportent une partie fixe  $\sigma_G(N) = \frac{N}{S}$  due au poids propre et une partie variable  $\sigma_Q(M)$  due au moment de flexion (évalué au centre de gravité  $G$  de  $\Sigma$ ).

Le poids propre et le vent constituant deux actions ne donnant pas lieu aux mêmes incertitudes, il faudrait écrire, au lieu de [1.3], en appliquant toujours la méthode des coefficients partiels de sécurité :

$$\gamma_{F3} \sigma_G [N (\gamma_G G)] \pm \gamma_{F3} \sigma_Q [M (\gamma_Q Q)] \leq \frac{f}{\gamma_m} \quad [1.10]$$

Cette dernière formule n'est plus équivalente à [1.1]. En effet la méthode des contraintes admissibles reviendrait à écrire (voir [1.7]) :

$$\sigma_G [N (G)] \pm \sigma_Q [M (Q)] \leq \frac{f}{\gamma} \text{ avec } \gamma = \gamma'_F \cdot \gamma_m \quad [1.11]$$

ou encore 
$$\gamma'_F (\sigma_G \pm \sigma_Q) \leq \frac{f}{\gamma_m} \quad [1.12]$$

c'est-à-dire à affecter d'un même coefficient de pondération les contraintes  $\sigma_G$  et  $\sigma_Q$  dont les dispersions sont nécessairement très différentes, puisque les causes d'incertitude sur le poids propre et sur le vent ne sont pas du tout les mêmes.

Ainsi, pour ne parler que du béton, la limitation de la contrainte à une valeur admissible  $\frac{f}{\gamma}$  ne permet pas d'assurer que la construction ne se rompra pas tant que  $Q$  ne sera pas multiplié par  $\gamma$ . On est au contraire certain que le coefficient de sécurité est inférieur à  $\gamma$ .

Si donc les actions extérieures viennent pour une cause quelconque à dépasser la valeur maximale théorique  $Q$  prise en compte dans le calcul (et en particulier pour le vent comme pour toute autre action "naturelle", cette éventualité ne peut être écartée a priori), la contrainte maximale du béton risque de croître beaucoup plus vite que  $Q$  et même d'atteindre la valeur de la résistance à la compression. Ou bien encore, comme le montre la relation [1.9], dans le cas où  $\sigma_{\min}$  est positif mais voisin de zéro, ce dépassement de la valeur maximale théorique  $Q$  peut rendre  $\sigma_{\min}$  négatif, et donc entraîner un renversement d'effort puisque des tractions apparaîtront là où l'on avait auparavant des compressions.

Pour se préserver contre un risque de rupture prématurée, il faut vérifier que la section présente une sécurité suffisante vis-à-vis de la rupture. On trouve là l'origine de la "vérification complémentaire de la sécurité à l'égard des charges variables" (charges d'exploitation ou charges climatiques), prescrite par les règlements français depuis 1945, et dans laquelle les contraintes étaient déterminées après majoration des actions.

### 1.32 - METHODES DE CALCUL A LA RUPTURE

Le but idéal de toute analyse de résistance est la prévision, par le calcul, du danger de rupture. Dans le cours qu'il professait à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zürich, MORSCH disait en 1912 : "Le but de tout calcul statique est moins de déterminer exactement les fatigues causées dans un ouvrage par des forces extérieures quelconques que de prouver que la sécurité de cet ouvrage contre la rupture est suffisante. On devrait donc évaluer la résistance à la flexion des constructions en béton armé en se basant sur la phase de rupture". De même CONSIDERE, dans les commentaires à l'article 3 de la Circulaire Ministérielle du 20 octobre 1906, avait examiné l'idée d'un calcul à la rupture où le coefficient de sécurité serait défini comme le coefficient d'amplification par lequel il faudrait multiplier les charges pour provoquer la rupture.

L'idée de déterminer les sollicitations probables de rupture d'une pièce (par exemple, le moment fléchissant probable de rupture d'une poutre) en fonction des caractères géométriques de la pièce (dimensions du béton, position et section des armatures) et des caractères mécaniques du béton et de l'acier, puis, par comparaison de la sollicitation de service et de la sollicitation probable de rupture, d'apprécier si le coefficient de sécurité est suffisant, n'est donc pas nouvelle.

A l'inverse d'ailleurs, à partir d'une sollicitation de service donnée et d'un coefficient de sécurité fixé, on peut déterminer une sollicitation de rupture et en déduire le dimensionnement des sections.

De telles méthodes sont dites "méthodes de calcul à la rupture".

Dans ces méthodes, le modèle de calcul est élastique pour les sollicitations. Pour les matériaux, on adopte les lois  $\sigma - \epsilon$  réelles.

La vérification consiste à s'assurer que la sollicitation  $S$  ( $M, N, V$ ), obtenue pour une combinaison  $\sum \gamma_{Q_i} Q_i$  d'actions de calcul  $Q_i$  majorées par  $\gamma_{Q_i}$  ( $> 1$ ) demeure inférieure à celle qui amènerait le dépassement de la résistance  $f$ .

Sous forme symbolique, l'inégalité à vérifier est :

$$S (\sum \gamma_{Q_i} Q_i) \leq \bar{R} (f) \quad [1.13]$$

Les fonctions  $S(Q)$ ,  $\bar{R}(f)$  n'étant pas linéaires, les inégalités [1.2] et [1.13] ne sont pas identiques, et il ne revient donc nullement au même de minorer les résistances ou de majorer les actions.

Dans les "années cinquante" il a existé en France une méthode de calcul à la rupture, qui avait été mise au point par R. CHAMBAUD à la suite d'essais sur des poutres en béton armé, qu'il avait conduits en 1948, avec l'aide de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé.

L'application de cette méthode était, dans certains cas, plutôt laborieuse, mais elle a permis de conserver, sans renforcement, certains éléments d'ouvrages non conformes aux prescriptions des règlements alors en vigueur.

Toutefois, la méthode de R. CHAMBAUD, n'a jamais été officialisée et les Règles de Calcul du béton armé (Règles BA 1945, Règles BA 1960, Circulaire Ministérielle de 1934 et Règles CCBA 1968), en imposant la vérification complémentaire de la sécurité, dont il a déjà été question ci-dessus, sous des charges variables majorées (solllicitations du 2° genre) tout en conservant les principes généraux et les hypothèses de base du calcul élastique, se bornaient donc à ne demander qu'un "pseudo-calcul à la rupture".

### 1.33 - METHODE DE CALCUL SEMI-PROBABILISTE AVEC COEFFICIENTS PARTIELS DE SECURITE (ETATS-LIMITES)

Les méthodes de calcul à la rupture permettent d'estimer d'une façon assez précise la sécurité des pièces en béton armé et, par conséquent, d'avoir des coefficients de sécurité sensiblement homogènes.

Toutefois, comme les méthodes élastiques le sont elles-mêmes vis-à-vis de la rupture, ces méthodes s'avèrent incomplètes car elles ne dispensent pas de procéder à d'autres vérifications, dont on avait tout d'abord cru que l'on pourrait se dispenser, suivant les méthodes élastiques sous les charges de servi-

En effet, une structure qui présente une sécurité suffisante vis-à-vis la rupture n'a pas nécessairement un comportement convenable en service (notamment en ce qui concerne les déformations et la fissuration) car les critères sont absolument indépendants. Et, ainsi qu'on l'a vu, la réciproque peut aussi être vraie dans certains cas.

Il convenait donc d'imaginer et de mettre au point une extension et une généralisation des méthodes de calcul : les méthodes dites "aux états-limites" répondent à cet objet.

#### 1.331 - Définition des états-limites

Les Règles BAEL 91 à l'article A-1.2, donnent d'un état-limite la définition suivante, plus précise que celle que nous avons donnée en 1,30:

*Un "état-limite" est un état particulier dans lequel une condition requise d'une construction (ou d'un de ses éléments) est strictement satisfaite et cesserait de l'être en cas de modification défavorable d'une action.*

Les divers états-limites que l'on peut envisager peuvent être classés en deux catégories selon le tableau ci-dessous (dû à R. FAVRE, EPFL, Lausanne).

ETATS-LIMITES ULTIMES	ETATS-LIMITES DE SERVICE
<ul style="list-style-type: none"> <li>. mettent en jeu la sécurité des biens et des personnes (droit pénal).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>. sont liés aux conditions normales d'exploitation et de durabilité (droit civil).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>. correspondent au maximum de la capacité portante de l'ouvrage ou d'un de ses éléments par :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- perte d'équilibre statique</li> <li>- rupture de sections non ductiles ou déformations plastiques excessives</li> <li>- instabilité de forme (flambement)</li> <li>- transformation de la structure en un mécanisme</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>. ouverture excessive des fissures</li> <li>. compression excessive du béton</li> <li>. déformations excessives des éléments porteurs</li> <li>. vibrations inconfortables pour les usagers, ou rendant la structure impropre à remplir sa fonction</li> <li>. étanchéité, isolation, etc..</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>. critères de calcul :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- déformations relatives limites (ou courbure limite)</li> <li>- calculs de type "rupture" : lois réelles (idéalisées) <math>\sigma - \epsilon</math></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>. critères de calcul :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- contraintes admissibles (ou déformations admissibles)</li> <li>- calculs de type "élastique" : loi de Hooke, coefficient d'équivalence ...</li> </ul> </li> </ul>

### 1.332 - Origine des méthodes de calcul aux états-limites

Les méthodes de calcul aux états-limites ont leur origine :

- d'une part, dans les recherches théoriques dans le domaine du probabilisme concernant la sécurité des constructions,
- d'autre part, dans le développement continu des recherches théoriques et expérimentales sur le comportement des matériaux et des structures.

C'est à Marcel PROT et Robert LEVI que revient, en France, le mérite d'avoir montré dès 1936 qu'il ne peut exister de sécurité totale en matière de construction et d'avoir proposé des méthodes d'analyse statistique tenant compte de la variabilité des divers paramètres influant sur la sécurité. Une telle approche repose principalement sur la probabilité de ruine ou de dommages, définissant un risque "calculé" qui puisse être accepté a priori.

Ces idées se sont développées sur le plan international, et ont donné naissance à des principes de sécurité qui ont été exposés pour la première fois en 1957 dans un rapport du Conseil International du Bâtiment, et adoptés par la suite par le Comité Européen du Béton (1964), la Fédération Internationale de la Précontrainte (1966), l'Organisation Internationale de Normalisation (norme internationale ISO 2394, 1972) et par la Convention Européenne de la Construction Métallique.

Ces principes de sécurité ont également constitué la base de la deuxième édition des Recommandations Internationales CEB-FIP pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton (armé ou précontraint) publiées en 1970.

Depuis 1970, le Comité Euro-International du Béton (CEB) a décidé que les éditions futures de ses Recommandations Internationales devraient s'insérer dans un vaste "Système International de réglementation technique unifiée des structures", à établir par l'ensemble des associations techniques internationales agissant en étroite collaboration.

Les travaux, commencés en 1974, ont abouti à la publication en 1978<sup>(1)</sup> des deux premiers volumes de ce grand ensemble, à savoir :

- le volume I : "Règles unifiées communes aux différents types d'ouvrages et de matériaux" issu des travaux du Comité Mixte Interassociations sur la sécurité des structures (J.C.S.S.)
- le volume II : "Code-Modèle CEB-FIP pour les structures en béton", issu des travaux du Comité Euro-International du Béton.

Ces deux documents tiennent compte de l'évolution scientifique et technique qui a profondément modifié, au cours des dernières décennies, les concepts relatifs à la sécurité des structures, et à l'analyse de leur comportement.

Ils constituent une synthèse des idées les plus récentes en matière de sécurité, conception et exécution des structures. Les règles des volumes I et II sont souvent le résultat de compromis entre plusieurs tendances nationales, mais un accord international a néanmoins pu être obtenu (pour le volume I à Paris en novembre 1976 et pour le volume II à Grenade en septembre 1977).

Ces deux textes ont déjà eu un retentissement considérable sur les différents Codes nationaux. En France, les "Directives Communes de 1979" et les Règles BAEL 94 s'en sont, respectivement, largement inspirées; il en est de même en ce qui concerne l'Eurocode 2, qui sera en vigueur dans tous les pays de la CEE.

#### 1.333 - Idée de base du probabilisme

Un état-limite pourrait être atteint par intervention combinée de multiples facteurs aléatoires d'insécurité. L'idée de base du probabilisme est de limiter la probabilité d'atteindre l'un quelconque des états-limites à une valeur acceptable, en tenant compte du caractère aléatoire :

- des propriétés (en particulier la résistance) des matériaux constitutifs de la structure (incertitudes dues à la dispersion des mesures en laboratoire sur éprouvettes, ou dues aux défauts locaux, conditions climatiques, etc., affectant la résistance effective du matériau en oeuvre) ;
- des actions (c'est-à-dire les charges d'exploitation, les charges climatiques, etc.) (incertitudes sur les valeurs normalement prévisibles, les valeurs anormales ou imprévues), et des combinaisons entre elles des différentes actions ;
- des hypothèses de calcul faites pour déduire des actions les sollicitations c'est-à-dire les efforts (normaux ou tranchants) ou les moments (de flexion ou de torsion), de la convenance des modèles de calcul utilisés pour représenter le comportement de la structure, des conditions d'exécution et de contrôle sur le chantier (incertitudes dues aux approximations inévitables adoptées dans les modèles de calcul utilisés et aux imperfections de l'exécution).

(1) Le CEB vient de procéder à une quatrième édition des Recommandations internationales, sous le nom de "Code-Modèle 1990". Ce texte comporte de nombreuses innovations, mais son usage...

### 1.334 - Recours au "semi-probabilisme"

Malheureusement, si le problème exposé ci-dessus est théoriquement résolu, il est loin de l'être pratiquement car toutes les données statistiques ne sont pas disponibles. En effet, certains facteurs d'insécurité ne sont pas "probabilisables" ; pour ceux qui le sont, les lois de probabilité à prendre en compte ne sont pas toujours connues.

En pratique, on est obligé de s'en tenir au "semi-probabilisme", qui permet une approche suffisamment correcte des problèmes, sans complication excessive des calculs.

Dans le procédé de calcul semi-probabiliste dit "de niveau 1" tel qu'il a été préconisé par le Comité Euro-International du Béton et la Fédération Internationale de la Précontrainte et adopté par de nombreux pays dont la France, l'établissement du projet passe par deux séries d'opérations :

- a) processus destiné à couvrir la divergence statistique, ou variabilité, des résultats d'essais des matériaux et des observations d'actions au cours du temps :
  - la variabilité de la résistance et autres propriétés du béton et de l'acier est prise en compte en définissant sur une base statistique, à partir des mesures effectuées en laboratoire sur éprouvettes, des résistances caractéristiques associées à des propriétés caractéristiques ;
  - la variabilité des actions sur la structure est prise en compte en définissant pour celles-ci des valeurs caractéristiques, déterminées soit par l'exploitation statistique des données nécessaires, lorsqu'elles existent, soit par une estimation basée sur l'expérience dans le cas contraire ;
- b) processus destiné à couvrir les incertitudes résultant de la connaissance imparfaite des données de base, de l'imprécision des calculs et des imperfections l'exécution au moyen de "coefficients partiels" de pondération (1)  $\gamma$  transformant les valeurs caractéristiques en valeurs de calcul.

Les valeurs numériques de ces coefficients (coefficients  $\gamma_m$  diviseur pour les résistances ; coefficients  $\gamma_Q$  (ou  $\gamma_F$ ) ou  $\gamma_S$  multiplicateurs pour les actions ou les sollicitations), ainsi que d'autres coefficients ( $\psi$ ) qui interviennent dans les combinaisons d'actions, ont été fixées, en fonction de l'état-limite considéré, sur la base de considérations probabilistes. Ces valeurs numériques sont évidemment plus élevées pour les états-limites ultimes (qui mettent en jeu de façon immédiate la sécurité des personnes) que pour les états-limites de service.

Remarques : 1 - Du fait de l'introduction des coefficients partiels de pondération, un état-limite ultime est un état de ruine conventionnel normalement très éloigné de l'état physique de ruine tel qu'on peut l'observer au cours d'un essai en laboratoire.

Il doit être bien compris que la charge de rupture observée au cours d'un essai en laboratoire, qui résulte d'une constatation sans intervention de la statistique et sans prise en compte de coefficient de sécurité, diffère de la charge ultime, laquelle ne serait atteinte que si un certain nombre de circonstances défavorables se trouvaient réalisées en même temps, et n'a qu'une faible probabilité ; c'est ainsi qu'elle est définie - d'être atteinte.

(1) Le terme "coefficient de pondération" est plus correct que coefficient de sécurité. Évidemment ce dernier n'a aucun sens physique - sécurité vis-à-vis de quoi ? des charges.

2 - Il est possible, comme le font les Règles BAEL, d'envisager des simplifications. Il est aussi possible, comme cela ~~était~~ prévu dans le volume I du Code-Modèle 78 d'utiliser un procédé dit "de niveau 2", dans lequel les résistances et les actions sont représentées par leurs distributions connues ou supposées, et dans lequel une certaine probabilité de ruine est acceptée. Il s'agit alors d'un procédé de calcul vraiment probabiliste, dont l'application pratique ne peut guère être actuellement envisagée, mais par l'étude théorique duquel on espère parvenir à fixer mieux qu'elles ne le sont actuellement, les frontières du niveau 1 et mieux définir les valeurs numériques des coefficients  $\gamma$ .

### 1.335 - Vérifications

La vérification d'une structure ou de l'un de ses éléments doit se faire en deux étapes :

- la première étape consiste en général à déterminer les effets des actions de calcul  $\gamma_{Q_i} Q_i$  correspondant au cas étudié (par exemple, dans le cas des états-limites de résistance à déterminer des "sollicitations agissantes" de calcul  $S_d$ ), les actions  $\gamma_{Q_i} Q_i$  ayant leurs positions et configurations les plus défavorables et étant prises dans leurs combinaisons appropriées.
- la seconde étape diffère selon la nature de l'état-limite à vérifier.

#### 1.335-1 - Cas des états-limites ultimes de résistance (par ex. vis-à-vis de la flexion ou de l'effort tranchant).

Pour chaque état-limite et pour différentes sections de la structure étudiée, il faut montrer que, pour le cas de charge le plus défavorable sous la combinaison d'actions considérée, la sollicitation agissante de calcul  $S_d$  correspondante ne dépasse pas la sollicitation résistante de calcul  $R_d$ .

##### a) Sollicitation agissante de calcul

Une structure est soumise à des combinaisons d'actions complexes et variées. La sollicitation de calcul (effort normal  $N$ , moment de flexion  $M$ , effort tranchant  $V$ , moment de torsion  $T$ ), correspondant à une combinaison et à un état-limite donnés est dite "sollicitation agissante de calcul" et désignée symboliquement par la lettre  $S_d$ .

Pour déterminer  $S_d$ , on est amené à faire un choix parmi toutes les combinaisons d'actions qui peuvent agir simultanément et à ne retenir que celles qui sont physiquement possibles et hautement probables.

On définit ainsi, à partir de certaines combinaisons d'actions de calcul  $(\sum \gamma_{Q_i} Q_i)^*$  et par une méthode de calcul appropriée, des sollicitations agissantes de calcul  $\gamma_{S3} S(\sum \gamma_{Q_i} Q_i)$ , que les Règles BAEL simplifient en  $S(\sum \gamma_{si} Q_i)$  avec  $\gamma_{si} = \gamma_{S3} \gamma_{Q_i}$ . Selon l'état-limite considéré et les valeurs de  $\gamma_{si}$  prises en compte, ces sollicitations peuvent être des sollicitations agissantes ultimes  $S_u$  ou des sollicitations agissantes de service  $S_{ser}$ .

Lorsque plusieurs actions individuelles interviennent dans une même combinaison, la valeur du produit  $\gamma_{Q_i} Q_i$  peut d'ailleurs pour certaines actions être réduite (par rapport à la valeur prise en compte pour la



même action supposée isolée) pour tenir compte du fait que la probabilité que toutes les actions de la combinaison atteignent simultanément leur valeur caractéristique est faible. Ce résultat est obtenu en introduisant selon le cas, pour une même action, des "valeurs représentatives" différentes:

- valeur de combinaison  $\psi_0 Q$  à l'état-limite ultime
- valeurs fréquentes ou quasi-permanentes  $\psi_1 Q, \psi_2 Q$  à l'état-limite de service (voir chapitre 3).

b) Sollicitation résistante de calcul

Pour chaque état-limite ultime de résistance, il existe une "sollicitation résistante de calcul" de la structure, qui est celle pour laquelle l'un des matériaux constitutifs a atteint soit une certaine déformation limite soit une certaine contrainte limite.

Cette sollicitation résistante de calcul, désignée symboliquement par  $R_d$ , est normalement déterminée dans l'hypothèse d'un comportement plastique des matériaux en prenant en compte leurs résistances de calcul (c'est-à-dire leurs résistances caractéristiques divisées par les coefficients  $\gamma_m$ ).

c) Equation de vérification de la sécurité

L'équation de vérification de la sécurité est de la forme symbolique et vectorielle :

$$S_d(F_d) \leq R_d(f_d) \quad (1) \quad \text{avec } f_d = \frac{f}{\gamma_m}$$

Elle doit être satisfaite pour un certain nombre de sections et d'éléments.

On se borne donc à vérifier que la probabilité pour qu'un état-limite ultime de résistance soit atteint dans les différentes sections étudiées n'excède pas celle que l'on a acceptée a priori, sans pouvoir conclure en ce qui concerne la probabilité d'atteindre ce même état-limite ultime pour l'ensemble de la structure.

De façon plus précise, on peut écrire l'équation de vérification de la sécurité :

- sous forme générale :

$$\gamma_{s3} S. (\sum \gamma_{Q_i} Q_i) \leq R_d \left( \frac{f_e}{\gamma_s}, \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, \frac{f_{tj}}{\gamma_b} \right) \quad [1.14]$$

- ou, sous la forme simplifiée des Règles BAEL :

$$\text{avec : } S_d (\sum \gamma_{Q_i} Q_i) \leq R_d \left( \frac{f_e}{\gamma_s}, \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, \frac{f_{tj}}{\gamma_b} \right) \quad [1.15]$$

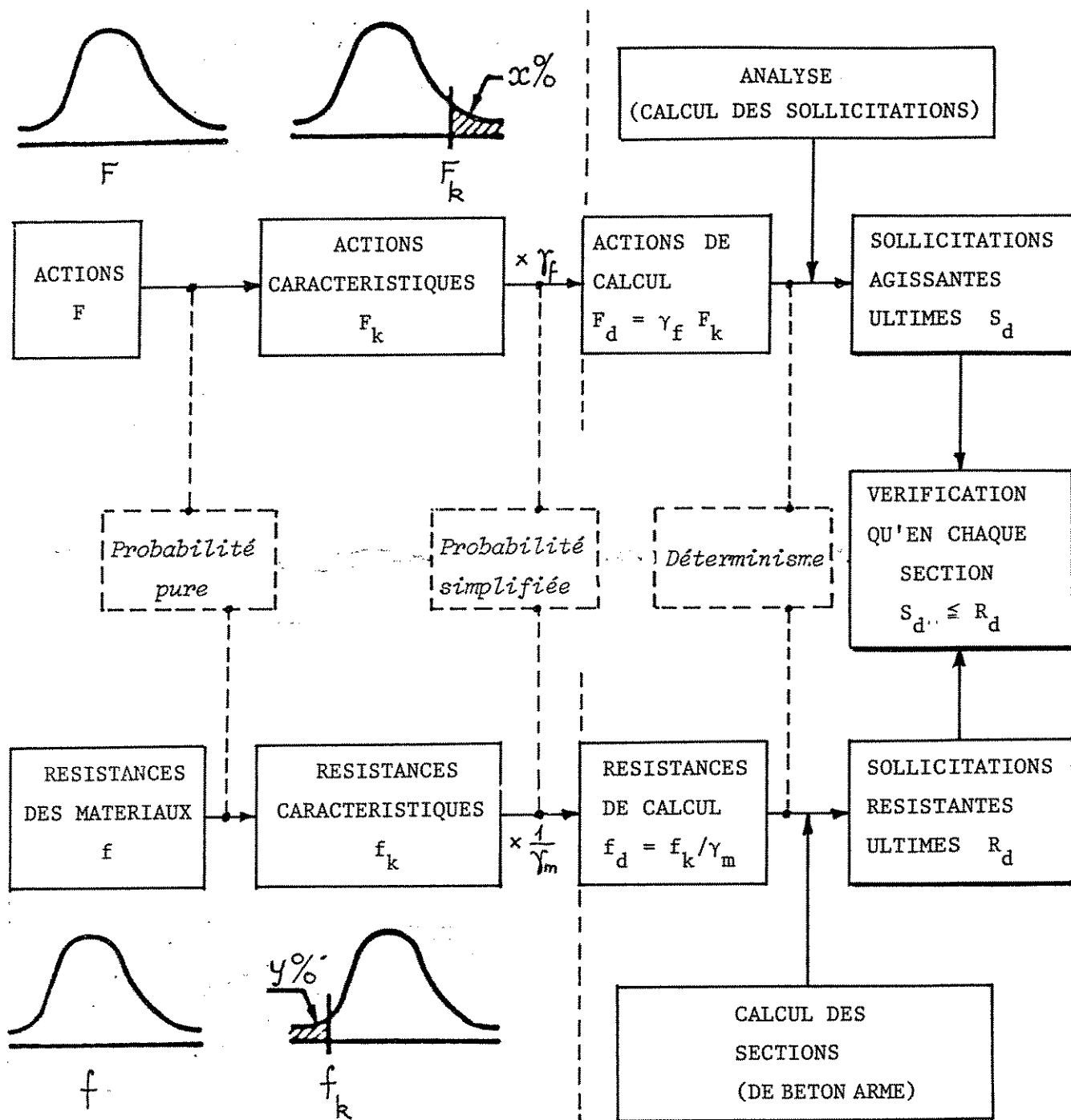
$f_e$  limite d'élasticité (considérée comme "résistance caractéristique" de l'acier,

$f_{cj}, f_{tj}$  résistances caractéristiques du béton à la compression et à la traction, respectivement, à  $j$  jours d'âge,

$\gamma_s, \gamma_b$  coefficients partiels au moins égaux à l'unité relatifs respectivement à l'acier et au béton.

(1) L'indice "d" (de l'anglais design) désigne une valeur "de calcul", c'est-à-dire dans laquelle les coefficients de sécurité ont été introduits.

Le processus de vérification est résumé de façon schématique ci-dessous.



Remarque : L'équation de vérification écrite sous la forme :

$$\gamma_{F3} S \left[ \gamma_{Q_i} Q_i \right] \leq R \left( \frac{f}{\gamma_m} \right)$$

est très générale. On peut en dériver toutes les méthodes de calcul possibles :

1° - Contraintes admissibles :

Pour retrouver la méthode aux contraintes admissibles, il suffit de faire :

$$\gamma_{F3} = 1 \quad \gamma_{Q_i} = 1$$

$Q_i$  et  $f$  étant évalués de façon déterministe.

2° - Calcul à la rupture :

Le calcul à la rupture correspond à :

$$\gamma_{F3} = 1 \quad \gamma_m = 1$$

$Q_i$  et  $f$  étant toujours évalués de façon déterministe.

3° - Calcul aux états-limites :

Dans ce cas, plusieurs voies sont possibles :

A - Méthode des coefficients de sécurité partiels (CEB, BAEL 91, Code britannique BS 8110, Eurocode 2).

La formule complète est applicable, mais :

$\gamma_{F3}$  est éventuellement pris égal à 1

$Q_i$  et  $f$  sont évalués (en principe) de façon probabiliste, et plusieurs valeurs représentatives sont à considérer pour  $Q_i$ .

B - Méthode "load and resistance factor" (Code américain ACI 318) .

L'équation de la sécurité peut aussi s'écrire :

$$S \left[ \sum \gamma_{Q_i} Q_i \right] \leq \frac{1}{\gamma_{F3}} R \left( \frac{f}{\gamma_m} \right)$$

Le Code ACI adopte :

$$\gamma_m = 1$$

et pose

$$\left( \frac{1}{\gamma_{F3}} \right) = \phi$$

$\phi$  étant différent pour chaque type de sollicitation

$f$  est évalué de façon probabiliste.

C - Méthode du "coefficient global" (Norme allemande DIN 1045).

Dans l'équation ci-dessus, la DIN adopte

$$\gamma_{Q_i} = 1 \quad \gamma_m = 1$$

La valeur du coefficient  $\gamma_{F3}$  ( $= \gamma$ ) n'intervient que dans les calculs en flexion. Elle dépend du type de rupture, soit par l'acier ( $\gamma = 1,75$ ) soit par le béton ( $\gamma = 2,1$ ).

### 1.335-2 - Cas des états-limites ultimes de stabilité de forme (par ex. vis-à-vis du flambement)

Dans ce cas, il faut montrer qu'il existe dans l'ensemble de la structure une distribution de contraintes qui équilibre dans chaque section les sollicitations de calcul à considérer, y compris celles du second ordre.

Il n'y a pas toujours en ce cas de sollicitation résistante, et l'équation de vérification peut ne s'appliquer qu'aux actions, c'est-à-dire prend la forme :

$$F_{act,d} \leq F_{res,d}$$

### 1.335-3 - Cas des états-limites de service

Dans ce cas, il faut montrer que les sollicitations de calcul agissantes ne provoquent pas le dépassement des limites qui résultent des exigences fonctionnelles en ce qui concerne une contrainte  $\sigma$  ou  $\tau$ , une flèche  $a$ , une ouverture de fissure  $w$ , etc..

L'équation de vérification prend alors une des formes :

$$\begin{aligned} \sigma (M_d \text{ et/ou } N_d) &\leq \bar{\sigma}_{lim} ; & \tau (V_d \text{ et/ou } T_d) &\leq \bar{\tau}_{lim} ; \\ w (M_d \text{ et/ou } N_d) &\leq \bar{w}_{lim} ; & a (M_d) &\leq a_{lim} \end{aligned}$$

Ces comparaisons ne sont pas toujours nécessaires si l'on a pris soin de respecter certaines dispositions constructives. Par ex, il n'est pas utile de vérifier la condition  $a \leq a_{lim}$ ,

si on a pris soin de choisir judicieusement "l'élanement"  $l/h$  d'une poutre de portée  $l$  et de hauteur  $h$  (voir par exemple BAEL, art. B-6.5,1, B-6.8,424, B-7.5).

Remarque importante : Dans un ouvrage réel, on ne peut mesurer que des déformations et non des contraintes. Il n'est donc généralement pas possible de s'assurer directement par voie expérimentale que  $\sigma \leq \bar{\sigma}_{lim}$  ou  $\tau \leq \bar{\tau}_{lim}$ .

Pour les fissures, l'expérience montre que leur "ouverture" est en fait une notion indéterminée. D'une part le choix de la direction de mesure n'est pas évident (parallèle à la ligne moyenne, perpendiculaire à la fissure, perpendiculaire à la direction principale des armatures par lesquelles elle est traversée ...). D'autre part, cette ouverture varie considérablement aussi bien en parement, le long d'une même fissure et d'une fissure à l'autre qu'en profondeur. Il en résulte que la mesure d'une ouverture de fissure est très mal définie. Aucun projeteur ne doit tomber dans le piège qui consisterait à garantir par contrat (1) que les ouvertures des fissures resteront inférieures à une valeur donnée. Pour éviter ce piège, il est d'usage de parler des ouvertures calculées, comme le fait l'Eurocode 2, ou mieux, comme le font les Règles BAEL à l'art. A-4.5, de ne pas mentionner de valeur pour les ouvertures de fissures et de remplacer la condition  $w \leq \bar{w}_{lim}$  par une condition  $\sigma \leq \bar{\sigma}_{lim}$ .

(1) Ce que voudraient obtenir les poseurs d'étanchéité par exemple, qui ont eux-mêmes...

De même, pour les bâtiments courants, il n'est généralement pas possible de mesurer les flèches à long terme.

Aussi bien les ouvertures des fissures que les flèches dépendent d'ailleurs d'un grand nombre de paramètres, dont certains sont totalement inconnus lors de l'élaboration du projet (conditions thermohygrométriques, durée de l'étalement, etc..).

Pour toutes ces raisons il serait vain, ainsi que le signalent les Règles BAEL dans les Commentaires de l'article B-6.5,2, de rechercher une identité entre la valeur calculée (ouverture de fissure ou flèche) et la valeur constatée en oeuvre.

Aussi, plus que pour tout autre calcul, les vérifications vis-à-vis des états-limites de service doivent-elles être considérées comme des vérifications conventionnelles permettant seulement d'assurer que la structure devrait avoir, avec une forte probabilité, un comportement satisfaisant en service.

#### 1.335-4 - Cas des états-limites ultimes d'équilibre statique

Pour les états-limites ultimes d'équilibre statique, il faut montrer que les combinaisons d'actions de calcul à considérer n'entraînent pas la perte d'équilibre de la construction ou de l'élément étudié.

Dans ce cas, on compare donc les sollicitations dues aux actions déstabilisantes ( $d_{st}$ ) et stabilisantes ( $s_{tb}$ ) sous la forme :

$$E_{d,dst} \leq E_{d,stb} \quad (\text{équation 2.6(a) de l'EC2})$$

#### 1.4 - REGLEMENTATION FRANCAISE

##### 1.41 - PORTEE JURIDIQUE DES DIFFERENTS TEXTES REGLEMENTAIRES

Les textes réglementaires français se composent de :

- CCTG : Cahiers des clauses techniques générales
- DTU : Documents techniques unifiés
- Normes AFNOR
- Règles professionnelles, Guides, etc..

Tous ont des portées juridiques différentes. Cependant certains DTU constituent aussi des fascicules CCTG (voir 1.412 - 2° b) ou des normes (voir remarque en 1.413).

##### 1.411 - Cahiers des Clauses Techniques Générales

Les fascicules des CCTG sont des documents d'application obligatoire pour tous les marchés de l'Etat (marchés de travaux publics et marchés de bâtiment).

Ils sont publiés dans les "Bulletins Officiels du Ministère de l'Urbanisme et du Logement"

La liste à jour de tous les CCTG est publiée chaque année au "Journal Officiel".

##### 1.412 - Documents Techniques Unifiés

1°) Les DTU sont des documents applicables aux marchés de travaux de bâtiment. Ils sont établis par le Groupe de Coordination des Textes Techniques, encore appelé "Groupe DTU".

Les DTU sont principalement

- des Cahiers des Clauses Techniques qui indiquent les conditions techniques que doivent respecter les entrepreneurs pour le choix et la mise en oeuvre des matériaux dans l'exécution des travaux des différents corps d'état ;
- des Règles de calcul qui permettent de dimensionner les ouvrages en fonction des conditions d'exploitation ;
- des Règles et Clauses Spéciales qui accompagnent les Cahiers des Clauses Techniques et qui précisent la nature des travaux du corps d'état considéré et les obligations de l'entrepreneur par rapport aux corps d'état voisins.

On trouve aussi des Prescriptions ayant valeur de Cahiers des Clauses Techniques, qui se rapportent à des techniques particulières, et des Mémentos

La publication des DTU est faite régulièrement dans les Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB).

2°) L'application des DTU aux marchés de bâtiment n'est obligatoire que dans certains cas :

a) Marchés privés de travaux

En principe les DTU ne peuvent être imposés que par voie contractuelle, c'est-à-dire seulement s'ils sont visés par les documents du marché, ce qui en pratique, est toujours le cas pour les marchés publics, très souvent le cas pour les marchés des collectivités locales, entreprises nationalisées et sociétés d'économies mixtes, ainsi que pour les marchés privés.

Cependant, la norme NF P 03-001 à laquelle se réfère la quasi-totalité des marchés privés de bâtiment précise que "sauf dérogation portée par les documents particuliers du marché, l'exécution des travaux traditionnels est soumise aux dispositions des Cahiers des Clauses Techniques, Règles de Calcul et prescriptions provisoires ou techniques isolées ayant valeur de cahier clauses techniques DTU existants".

b) Marchés publics de travaux

Les DTU y sont imposés par voie réglementaire.

● Cahiers des Clauses Techniques et Règles de Calcul

Depuis le 1er août 1977 les Cahiers des Clauses Techniques DTU et les Règles de Calcul DTU ainsi que leurs annexes, modificatifs, additifs ou errata, ont été rendus obligatoires en tant que fascicules des CCTG.

La liste à jour des Cahiers des Clauses Techniques DTU et des Règles DTU rendus obligatoires est publiée chaque année au Journal Officiel.

● Cahiers des Clauses Spéciales

Deux circulaires du Ministère de l'Economie et des Finances du 30 juin 1977 et du 15 septembre 1978 recommandent de faire référence dans les Cahiers des Clauses Administratives Particulières (CCAP) aux Cahiers des Clauses spéciales DTU assortis aux Cahiers des Charges DTU visés dans le contrat.

La liste à jour des Cahiers des clauses spéciales DTU, ainsi que les modifications à apporter à leur texte pour les rendre applicables aux marchés publics de travaux est publiée chaque année au Journal Officiel.

#### 1.413 - Normes AFNOR

En France (comme dans la plupart des grands pays industrialisés occidentaux) les normes, qui sont établies par voie de consensus, ne sont généralement pas d'application obligatoire, à l'exception d'environ 300 d'entre elles qui sont rendues obligatoires par les pouvoirs publics essentiellement parce qu'elles touchent à la sécurité des produits ou qui sont citées dans les textes imposés par voie réglementaire ou contractuelle.

Remarque : Certains DTU figurent sur le catalogue des normes avec un numéro de norme (exemple : le DTU "Règles NV 65" constitue également la norme NFP 06-002

#### 1.414 - Règles professionnelles, Guides, ...

Ces textes, dont le domaine d'application n'est couvert ni par des CCTG, ni par des DTU, ni par des normes (exemples : Cheminées, Tours, Silos, Coffrages et étaielements etc.) ne peuvent être éventuellement imposés que par voie contractuelle. Ils sont généralement publiés dans les Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.

#### 1.42 - REGLES APPLICABLES AU BETON ARME

Actuellement, les seules Règles du béton armé applicables en France sont les "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états-limites", en abrégé "Règles BAEL 91". Elles constituent à la fois un fascicule du CCTG (fascicule 62 titre I section I) et un DTU.

Ces Règles ont été adoptées comme base du présent cours; les prescriptions de l'Eurocode 2, sont également analysées dans ce dernier.  
Remarques importantes :

- 1°) Un texte réglementaire formant toujours un tout, il doit seul être appliqué pour l'étude d'un même ouvrage. Il est absolument interdit, sous peine de s'exposer à mécomptes graves, d'appliquer successivement des prescriptions de textes différents, par exemple de calculer les moments dans des poutres de plancher avec un texte puis d'effectuer le dimensionnement avec un autre texte (de manière à combiner les solutions les plus favorables dans chaque cas).
- 2°) Pour les calculs manuels, il suffit en général de conserver trois chiffres significatifs (mais il faut les avoir, et exacts !) qu'il s'agisse de forces, de moments, de contraintes, etc., exprimés respectivement en MN, MNm, MPa.
- 3°) Dans ce qui suit, le calcul automatique n'apparaît qu'en filigrane. Ceci est volontaire : il s'agit en effet d'un cours de béton armé et non d'un cours d'informatique ! De nos jours, on a trop tendance à faire aveuglément confiance à l'informatique, qui n'est et ne demeurera jamais qu'un outil (au même titre que la simple table de multiplication). Avant toute chose, il est important de bien comprendre les phénomènes physiques. Le processus logique de leur mise en équations, lorsqu'il est possible et qu'il ne comporte pas de lacunes, est suffisamment explicité dans ce cours pour que "la mise sur ordinateur" ne présente pas de difficultés particulières.

## 1,5 - L'EUROCODE 2 ("ENV 1992-1-1:1991")\*

### 1,51 - HISTORIQUE

Les travaux sur l'Eurocode 2 (désigné en abrégé par EC2 dans ce qui suit) ont commencé le 14 février 1980.

Le document de base était le Code-Modèle CEB/FIP pour les structures en béton, qui avait été approuvé par l'Assemblée Générale du Comité Euro-International du Béton (CEB) à Grenade en septembre 1977 et présenté au 8<sup>e</sup> Congrès de la Fédération Internationale de la Précontrainte (FIP) à Londres en 1978.

Après une enquête restreinte au cours de l'année 1981, le texte initial a été révisé en 1982-1983 pour aboutir au printemps 1984 à la publication officielle par la Commission des Communautés Européennes, dans les trois langues (DE, EN, FR), du

Rapport EUR 8848

"EUROCODE n°2 : Règles unifiées communes  
pour les constructions en béton"

Bruxelles a mis officiellement ce texte à l'enquête dans les différents Etats-membres à l'automne 1984. Cette enquête a donné lieu à un nombre très volumineux d'observations (1200 pages dont près du tiers pour les seules observations anglaises).

Le texte a donc été à nouveau révisé, par un Groupe de rédaction étendu, comportant un représentant de chaque Etat-membre (sauf le Luxembourg, représenté par la Belgique).

*Le texte qui circule actuellement, depuis le début de 1992, constitue une norme expérimentale ( ENV ) mise à l'enquête pour une période minimale de 3 ans.*

### 1,52 - PRESENTATION DE L'EUROCODE 2 (EC2)

#### 1,521 - CONTENU DE L'EC2

Quand il sera totalement achevé, l'Eurocode 2 comprendra plusieurs parties. A l'heure actuelle ( fin 1994 ) seule la partie 1 qui contient les règles pour le calcul des bâtiments et constructions du Génie Civil exécutés en béton non armé, armé ou précontraint est terminée.

Ces règles sont principalement applicables aux bâtiments courants.

\* Traduction française en vente à l'AFNOR



Le sommaire de cette première partie est le suivant :<sup>(1)</sup>

- Chapitre 1 - Introduction
- Chapitre 2 - Bases du calcul
- Chapitre 3 - Propriétés des matériaux
- Chapitre 4 - Dimensionnement et calcul des sections
- Chapitre 5 - Dispositions constructives
- Chapitre 6 - Exécution des travaux
- Chapitre 7 - Contrôle de qualité
  
- Annexe 1 - Effets des déformations différées du béton
- Annexe 2 - Analyse non-linéaire
- Annexe 3 - Procédures de calcul complémentaires pour le flambement des ossatures
- Annexe 4 - Vérification des flèches par le calcul

Les chapitres 1 et 2 sont communs à tous les ECn, à l'exception de certains articles ajoutés spécifiquement pour le béton.

Ne sont pas couverts par cette première partie, la résistance au feu, les IGH, les viaducs, les ponts, les barrages, les enceintes, les plates-formes off-shore ou les réservoirs, ni les éléments en béton caverneux ou en béton de granulats lourds.

Sont déjà publiés, en cours de publication, ou encore à l'étude :

a) des compléments à cette première partie :

- partie 1A - Structures en béton non armé ou faiblement armé
- partie 1B - Structures préfabriquées
- partie 1C - Utilisation de bétons de granulats légers
- partie 1D - Utilisation de câbles non adhérents ou externes
- partie 1E - Conception des ouvrages en béton vis-à-vis de la fatigue.

b) des adaptations à d'autres types de constructions :

- 2° partie : Ponts en béton armé ou précontraint
- 3° partie : Fondations superficielles et semelles sur pieux
- 4° partie : Réservoirs
- 5° partie : Constructions provisoires ou à courte durée de vie
- 6° partie : Structures massives de Génie Civil
- 10° partie : Résistance au feu des ouvrages en béton.

## 1,522 - DOCUMENTS D'ACCOMPAGNEMENT

L'EC2 se réfère aux normes internationales lorsqu'elles existent et à des normes en cours de préparation par le Comité Européen de Normalisation (CEN).

(1) Le texte de référence de l'EC2 ("master copy") est le texte anglais. La présente analyse ayant été faite avant la parution de la traduction officielle française, on y décelera nécessairement des différences dans la terminologie utilisée (par ex: "calcul" au lieu de "armé") sans que cela n'ait de réelles répercussions sur le sens général ou l'interprétation.

Des commentaires ultérieurs donneront des explications ou des informations sur l'origine de certaines clauses, ainsi que des exemples, éventuellement.

L'EC2 doit, dans chaque pays, être normalement utilisé avec un Document d'Application Nationale (DAN) précisant les conditions d'application de certains articles et certaines valeurs numériques.

#### 1,523 - DISTINCTION ENTRE PRINCIPES ET REGLES D'APPLICATION

L'EC2 établit une distinction entre Principes et Règles d'application :

- les Principes (repérables au fait qu'ils occupent toute la largeur de la page) contiennent :
    - . soit des définitions,
    - . soit des prescriptions générales
    - . soit des exigences
    - . soit des modèles analytiques
- } pour lesquels aucune alternative n'est possible
- les Règles d'application sont constituées par des règles généralement admises, qui suivent les Principes et en satisfont les exigences. Elles sont imprimées sur une largeur moindre que celle des Principes.

Il est possible d'utiliser d'autres Règles que celles de l'Eurocode pourvu qu'elles soient en accord avec les Principes et conduisent au minimum à la même fiabilité que celle de l'EC2.

#### 1,53 - SOMMAIRE DETAILLE DE L'EC2

L'EC2 est subdivisé en sept grands chapitres. Un certain nombre d'annexes sont prévues.

Le sommaire détaillé est le suivant :

##### 1. INTRODUCTION

- 1.1 - *Domaine d'application*
- 1.2 - Distinction entre Principes et Règles d'application
- 1.3 - Hypothèses
- 1.4 - Définitions
- 1.5 - Unités SI
- 1.6 - Symboles communs à tous les Eurocodes
- 1.7 - Symboles spéciaux utilisés dans cette partie de l'Eurocode.

##### 2. BASES DU CALCUL

- 2.0 - Notations
- 2.1 - Exigences fondamentales
- 2.2 - Définitions et classifications (Etats-Limites, actions, matériaux, etc.)
- 2.3 - Exigences de calcul (y compris coefficients partiels de sécurité)
- 2.4 - Durabilité
- 2.5 - Analyse (idéalisation de la structure, méthodes de calcul, détermination des effets de la précontrainte et de ceux des déformations différées du béton).

### 3. PROPRIETES DES MATERIAUX

- 3.1 - Béton (béton normal)
- 3.2 - Aciers pour béton armé
- 3.3 - Aciers de précontrainte
- 3.4 - Accessoires pour la précontrainte (ancrages et coupleurs, gaines, ...).

### 4. DIMENSIONNEMENT ET CALCUL DES SECTIONS

#### 4.1 - Durabilité

- Actions : environnement, attaques chimique, physique ... ,  
Calcul : critères, enrobage des armatures,
- Matériaux,
- Exécution.

#### 4.2 - Données pour le calcul

- Béton
- Aciers pour béton armé
- Aciers de précontrainte (propriétés physiques, mécaniques et technologiques ; calcul : précontrainte initiale, pertes, transfert, zones d'ancrage)

#### 4.3 - Etats-limites ultimes

- 4.3.1 - Flexion simple ou composée
- 4.3.2 - Effort tranchant
- 4.3.3 - Torsion
- 4.3.4 - Poinçonnement
- 4.3.5 - Etat-limites induits par les déformations de la structure (flambement)

#### 4.4 - Etats-limites de service

- 4.4.1 - Limitation des contraintes en service
- 4.4.2 - Etats-limites de fissuration
- 4.4.3 - Etats-limites de déformation

### 5. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

#### 5.1 - Généralités

#### 5.2 - Aciers pour béton armé :

- Adhérence - Ancrages - Recouvrements
- Ancrage des armatures d'âme
- Règles complémentaires pour les barres de gros diamètre (> 32 mm) et pour les paquets de barres

#### 5.3 - Unités de précontrainte

- Enrobage ; espacements ; ancrages et coupleurs

#### 5.4 - Règles particulières à certains éléments

- Poteaux
- Poutres
- Dalles pleines coulées en place
- Consoles courtes

- Poutres-cloisons
- Ancrage des câbles de précontrainte
- Murs en béton armé
- Problèmes particuliers

5.5 - Limitation des dommages dus à des actions accidentelles

## 6. EXECUTION DES TRAVAUX

- 6.1 - Objectifs
- 6.2 - Tolérances
- 6.3 - Règles de construction

- Béton
- Coffrages et étaielements
- Aciers pour béton armé
- Aciers de précontrainte

## 7. CONTRÔLE DE QUALITE

- 7.1 - Objet et objectifs
- 7.2 - Classification des procédures de contrôle
- 7.3 - Procédures de vérification
- 7.4 - Contrôle des différents stades du processus de construction
- 7.5 - Contrôle des calculs
- 7.6 - Contrôle de la production et de l'exécution
- 7.7 - Contrôle et maintenance de l'ouvrage terminé

Annexes 1 à 4, voir 1,521 ci-avant.

## 1,54 - CONCEPT DE SECURITE STRUCTURALE DE L'EUROCODE 2.

Le concept de sécurité structurale est développé dans le "chapitre-modèle" (2.1 à 2.4) commun à tous les ECn, à quelques détails près dus aux particularités du matériau considéré à chaque fois. Ce concept ne diffère pas de celui exposé en 1,335 (*méthode semi-probabiliste aux états limites*).

## 1,55 - NORMES ET TEXTES DE REFERENCE

Une liste précise de ces documents doit figurer dans la version finale. Le texte renvoie généralement :

- aux Normes ISO (International Organization for Standardization),
- aux Normes CEN (Comité Européen de Normalisation),
- aux Recommandations de la RILEM (Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais des Matériaux).

## 1,56 - NOTATIONS ET UNITES

Les notations sont conformes à la norme ISO 3898 (dont ont également été dérivées la plupart des notations des Règles BAEL et BPEL ).

1.9 - BIBLIOGRAPHIE SELECTIONNEE DU CHAPITRE 1 (les titres sont, en principe classés dans l'ordre chronologique de leur parution)

1.91 - TRAITES GENERAUX

- ROBINSON (J.R.) - *Béton armé, Cours CHEBAP* (non édité en librairie).
- FAUCHART (J.) - *Initiation au calcul des structures, béton et acier*. 1981 Eyrolles.
- ALBIGES (M.) et MINGASSON (M.) - *Théorie et pratique du béton armé aux états-limite* 1981 Eyrolles.
- FUENTES (A.), LACROIX (R.) et THONIER (H.) - *Traité de béton armé*. 1982 Eyrolles.
- MONTOYA (P.J.), MESEGUER (A.G.) et MORAN CABRE (F) - *Hormigón armado*. 1982 Gustavo Gili, Barcelone.

1.92 - FORMULAIRES ET GUIDES D'EMPLOI

- CHAMBAUD (R.) et LEBELLE (P.) - *Formulaire du béton armé*. Tome I, 1967 Eyrolles.
- COURTAND (M.) et LEBELLE (P.) - *Formulaire du béton armé*. Tome II : *Application de la Résistance des Matériaux au calcul des structures en béton armé* (2<sup>e</sup> édition complétée et refondue par W. JALIL). 1976 Eyrolles.
- DARPAS (G.) - *Béton armé. Application du nouveau règlement*. Bulletin Technique SETR (F) n° 2, mars 1971 (il s'agit des Règles CCBA 68).
- *Beton Kalender*. Edition annuelle, Verlag W. ERNST und SOHN.
- PERCHAT (J.) - Mémento Eyrolles - *Calcul du béton armé selon les Règles BAEL* :
  - BAEL 1, 1981,
  - BAEL 2, 1981.
- CAPRA (E.) et DAVIDOCI (V.) - *Guide pratique d'utilisation des Règles BAEL 80*. 1981 Eyrolles.
- ARTOPOEUS (J.), FOURE (B.), HUEBER (J.) et PERCHAT (J.) - *Manuel d'application des Règles BAEL*. 1981 Syndicat National du Béton Armé et des Techniques Industrialisées

1.93 - METHODES DE CALCUL. REGLEMENTS ET RECOMMANDATIONS

1.931 - Méthode aux contraintes admissibles

- *Instructions relatives à l'emploi du béton armé*. Circulaire du 20 octobre 1906. Imprimerie Centrale Administrative.
- *Règlement sur les constructions en béton armé*, établi par la Commission d'Etudes Techniques de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé de France. 1931 Gauthier-Villars.
- *Instructions relatives à l'emploi du béton armé dans les ouvrages dépendant du Ministère des Travaux Publics et commentaires explicatifs*. Circulaire du 19 juillet 1934 Imprimerie Centrale Administrative.
- *Règles d'utilisation du béton armé applicables aux travaux dépendant du Ministère de la Reconstruction et de l'Urbanisme et aux travaux privés*. Règles BA 1945, modifiées en mars 1948. Documentation Technique du Bâtiment.
- *Règles d'utilisation des ronds crénelés et lisses pour béton armé de limite élastique supérieure ou égale à 40 kg/mm<sup>2</sup>*. Règles 1948 ronds n<sup>e</sup> 40-60. Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.
- *Règles pour le calcul et l'exécution des constructions en béton armé* (Document Technique Unifié) Règles BA 1960. Documentation Technique du Bâtiment, mars 1961.
- + *Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en*

- Règles Techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé. Circulaire MEL n° 70-115 du 27 octobre 1970. Fascicule 61 titre VI modifié du CPC (Le texte de ce document est le même que celui des Règles CCBA 68, il tient compte des modifications de juillet 1970). B.O.U.L fascicule spécial n° 70-93 bis.

1.932 - Méthodes de calcul à la rupture

Ces méthodes n'ont jamais fait, en France, l'objet de textes réglementaires.

- CHAMBAUD (R.) - *Le calcul du béton armé à la rupture*. 1965 Eyrolles.

1.933 - Méthodes de calcul aux états-limites

- *Recommandations internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton.* - Congrès de la FIP. Prague 1970, par le Comité Européen du Béton et la Fédération Internationale de la Précontrainte. Tome I : Principes et Recommandations. 1970. Tome II : Fascicules annexes, Propositions. 1970 Eyrolles.
- UNESCO - *Code et Manuel d'application pour le calcul et l'exécution du béton armé* 1968 Dunod.
- *Système international de réglementation technique unifiée des structures.* Volume I. Règles unifiées communes aux différents types d'ouvrages et de matériaux. Volume II. Code-Modèle CEB-FIP pour les structures en béton. Bulletin d'information CEB n° 124/125 - F, avril 1978.
- *Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages en béton armé suivant la méthode des états-limites (Règles BAEL 91 et Annexes)* CCTG fascicule 62 titre section I.
- BLEVOT (J.) - *Les annexes F des Règles BAEL 80.* Annales ITBTP, mars 1981. (1)
- THONIER (H.) - *Comparaison pratique du Code-Modèle CEB 76 et des Règles BAEL 80.* Annales ITBTP, mai 1982.
- PERCHAT (J.) - *Règlements étrangers du béton armé. Etude comparative des Codes CEB, BSI, DIN, ACF.* 1982 Eyrolles.
- *Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages en béton précontraint suivant la méthode des états-limites (Règles BPEL 91).* CCTG fascicule 62, titre I, section II.
- *ENV 1992-1-1: 1991 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1 - General rules for buildings (Central Secretariat: rue de Stassart 36 B1050 - Bruxelles)\**
- *CEB-FIP MODEL CODE 90.* Bulletin d'information du CEB n° 213-214 - 1992 -

---

(1) Les Règles BAEL 91 constituent une version révisée des Règles BAEL 80 et 83.

\* Traduction française de l'EC2 en vente à l'AFNOR.

MATERIAUX

2.0 - RAPPELS PRELIMINAIRES

2.01 - DIAGRAMME CONTRAINTES-DEFORMATIONS D'UN MATERIAU

La courbe contraintes-déformations d'un matériau quelconque, sollicité dans le sens de sa plus grande résistance, fait en général apparaître deux phases (fig. 2.1).

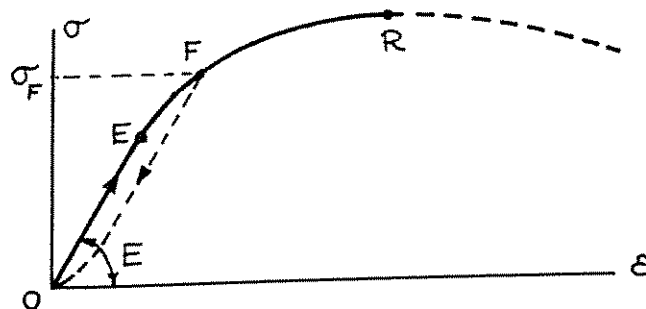


Figure 2.1 - Diagramme  $\sigma - \epsilon$  réel d'un matériau

1° - Une phase élastique OF, dans laquelle pour toute contrainte  $\sigma$  telle que  $\sigma \leq \sigma_F$ , la déformation  $\epsilon$  est réversible et s'annule lorsque la contrainte (ou la charge) cesse d'être appliquée.

Il est souvent possible d'assimiler le comportement du matériau à un comportement linéaire sur une partie OE de la phase OF, c'est-à-dire tant que la contrainte demeure modérée.

La déformation  $\epsilon$  varie alors proportionnellement à la contrainte  $\sigma$  - ou charge - appliquée, ce que traduit la loi de Hooke :

$$\sigma = E \epsilon$$

E, pente de la droite OE, est le module de déformation longitudinale du matériau considéré.

(Bien noter que l'élasticité n'implique nullement la linéarité).

2° - Une phase plastique FR où la déformation croît beaucoup plus vite que la contrainte - ou charge - appliquée (celle-ci pouvant d'ailleurs passer par une valeur maximale avant de décroître).

Il est possible de trouver des expressions mathématiques plus ou moins complexes représentant avec une bonne approximation le comportement du matériau, aussi bien dans la phase OF que dans la phase FR.

## 2.02 - DIAGRAMME ELASTOPLASTIQUE PARFAIT

Dans certains calculs, en particulier dans le calcul plastique des structures hyperstatiques en acier, on remplace le diagramme réel O E F R par un diagramme "élastoplastique" bilinéaire O E R comportant (fig. 2.2) :

- une zone où le matériau est parfaitement élastique (droite O E)
- une zone où le matériau est parfaitement plastique (palier horizontal E R).

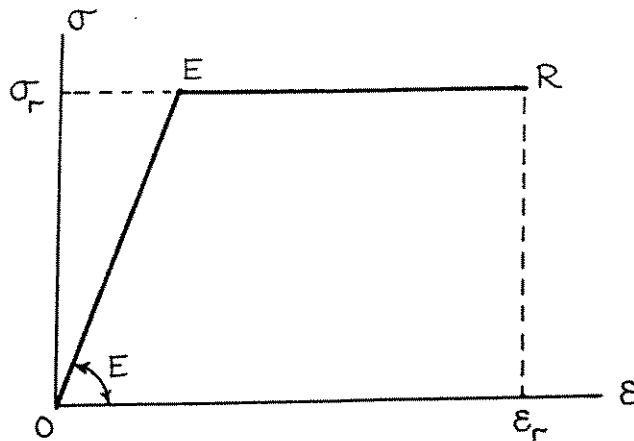


Figure 2.2 - Diagramme élastoplastique

Ce diagramme est également celui adopté comme diagramme idéalisé pour les aciers de béton armé.

Dans le calcul des dalles par la théorie des lignes de rupture, on considère que les déformations élastiques sont négligeables vis-à-vis des déformations plastiques, ce qui conduit au diagramme "rigide-plastique" (Fig. 2.3).

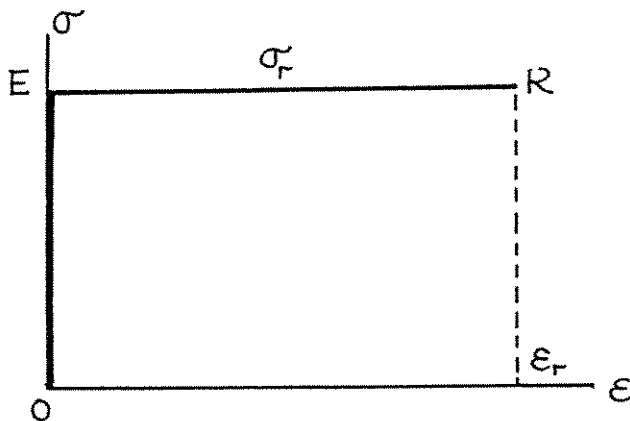


Figure 2.3 - Diagramme rigide-plastique

2.1 - BETON (voir aussi le cours CHEBAP spécialisé sur ce sujet)

2.11 - BREFS RAPPELS SUR LES CONSTITUANTS DU BETON

a) Ciment [ voir norme NF-P 15.301, décembre 1981 ]

Le ciment le plus utilisé est le ciment Portland artificiel avec (CPJ) ou sans (CPA) ajouts.



en France

La classe courante est la classe 45.

Le dosage (poids de ciment par m<sup>3</sup> de béton mis en oeuvre) varie de 300 à 400 kg/m<sup>3</sup> ; le dosage le plus fréquent est de 350 kg/m<sup>3</sup>.

b) Granulat

La dimension maximale du granulat varie de 15 à 25 mm, cette dernière valeur étant la plus fréquente.

c) Eau

Le dosage en eau est déterminé par une étude de composition du béton. La nécessité d'avoir un béton "maniable" entraîne toujours un excédent d'eau par rapport à la quantité nécessaire à l'hydratation du ciment (1). Il faut se garder de transformer cet "excédent" en "excès".

## 2.12 - LES RESISTANCES DU BETON

Pour les prescriptions réglementaires, voir 2.14.

Dans la pratique, les essais de rupture du béton ont pour objet la vérification de ses résistances maximales en compression ou en traction, qui font partie des critères de qualité et sur lesquelles sont basés les calculs des ouvrages courants. Ces essais, définis par les normes, sont conventionnels en raison du fait que les valeurs des charges de rupture ne sont pas indépendantes du type d'éprouvette choisi et de la définition du processus d'essai.

Suivant les pays, l'essai de compression est effectué sur des éprouvettes de différentes formes : cubes, prismes, ou cylindres.

### 2.121 - Rupture par compression

#### 2.121-1 - Essais de rupture par compression sous charge "instantanée"

Plaçons une éprouvette de béton cylindrique ou prismatique entre les plateaux d'une presse hydraulique et parmi les deux méthodes d'essai décrites en 2.131-1, choisissons d'exercer un effort axial constamment croissant. Lorsque celui-ci atteint une certaine valeur, l'éprouvette finit par se rompre.

L'aspect que présente la rupture et la valeur même de la charge de rupture sont influencés par la présence d'efforts parasites qui naissent au contact de l'éprouvette et des plateaux de la presse.

Pour obtenir un contact aussi parfait que possible, on peut, soit rectifier à la meule les faces du prisme à essayer, soit plus couramment les surfaçer à l'aide d'un mortier de ciment à prise rapide. Quelle que soit la nature du surfaçage, il se produit malgré tout des frottements dirigés vers le centre des surfaces de contact et la rupture prend l'aspect que présente la figure 2.3 a.

---

(1) Cette quantité correspond au quart du dosage en ciment soit  $E = 0,25 C$ . Elle est normalement au moins doublée; toutefois l'emploi de superplastifiants permet de réaliser des bétons avec un très faible dosage en eau.

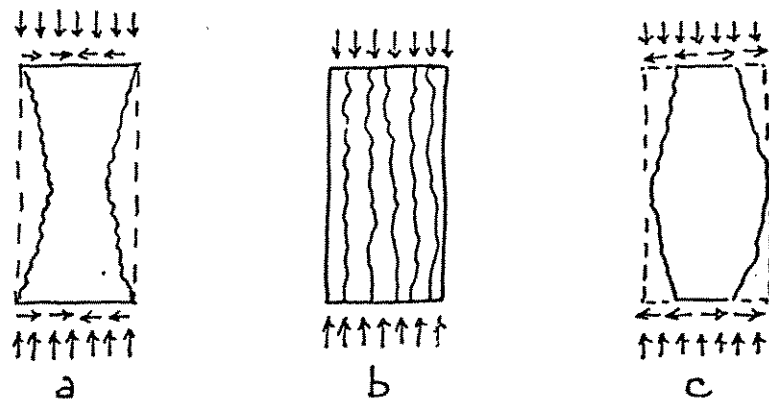


Figure 2.3 - Différents aspects de la rupture par compression d'une éprouvette de béton.

En revanche, si l'on interpose une feuille de néoprène qui, en se déformant, exerce des poussées dirigées vers le contour extérieur de l'éprouvette, la rupture se produit comme l'indique la figure c, pour une charge très inférieure à celle que donne le dispositif précédent. Si l'on interpose des multicouches appropriées de façon à supprimer frottements et poussées parasites, la rupture se manifeste par séparation du prisme en colonnettes (figure 2.3 b) La charge de rupture est comprise entre les valeurs que donnent les deux cas a et c précédents. Le critère de rupture semble être lié à l'effet POISSON, c'est-à-dire au gonflement latéral qui accompagne toujours le raccourcissement d'une éprouvette comprimée.

De nombreuses théories ont été proposées pour tenter d'expliquer la rupture du béton pour différents types de sollicitations (uniaxiale comme ci-dessus, bi-ou tri-axiale, etc.). Des expériences sont toujours en cours à ce sujet.

#### 2.121-2 - Mesure de la résistance à la compression $f_{cr}$

Pendant longtemps - jusque dans les "années 60" - la mesure de la résistance à la compression a été effectuée sur des éprouvettes cubiques (de 14 ou de 20 cm de côté en général), mais les résultats ainsi obtenus étaient éloignés des résistances réelles par suite notamment des effets de freinage dus au frottement mentionnés ci-dessus en 2.121-1. Bien qu'encore en usage dans certains pays européens (Grande-Bretagne, Allemagne, etc.), cette méthode a été progressivement abandonnée en France dès la parution des Règles BA 1960. Celles-ci, tout en laissant la liberté d'utiliser à titre transitoire des éprouvettes cubiques, préconisaient l'emploi d'éprouvettes cylindriques ayant une hauteur double de leur diamètre et donnaient comme valeur du rapport "résistance sur éprouvettes cylindriques/résistance sur éprouvettes cubiques" le chiffre de 0,83, qui ne représentait malgré son apparente précision qu'une moyenne assez approximative (entre 0,70 et 0,90 pour des cubes de 14 ou 20 cm de côté).

Bien qu'il soit plus satisfaisant que l'essai sur éprouvettes cubiques, l'essai sur éprouvettes cylindriques de hauteur double de leur diamètre ne donne pas la résistance réelle à la compression du béton. Pour mesurer celle-ci, il conviendrait de procéder à un essai sur des éprouvettes cylindriques de plus grande hauteur par rapport au diamètre et comportant des embases ; de telles éprouvettes ont bien été utilisées en laboratoire (éprouvette de R. L'HERMITE, fig. 2.3 d)

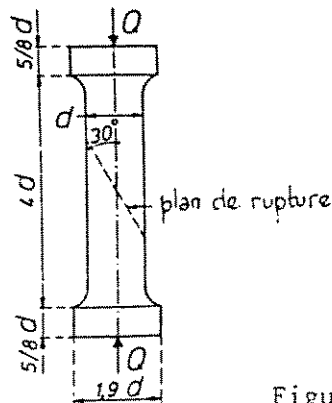


Figure 2.3 d

mais les faibles dimensions que l'on était fatalement conduit à leur donner leur conféraient une grande fragilité et, par suite des difficultés de confection et de transport, il n'a pas été possible d'en généraliser l'emploi sur les chantiers. Dans ces éprouvettes, les ruptures se produisaient suivant des plans inclinés faisant un angle d'environ 30° avec l'axe de l'éprouvette, c'est-à-dire avec la direction de l'effort de compression, ce qui était en accord avec la théorie et avec les résultats expérimentaux ayant conduit à la "courbe de résistance intrinsèque du béton" telle que définie en 1932 par le Règlement sur les constructions en béton armé de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé.

Actuellement, en France, la résistance à la compression est mesurée par écrasement à la presse hydraulique de cylindres droits de révolution de 16 cm de diamètre et de 32 cm de hauteur, dont l'aire de la section droite est donc  $B = 200 \text{ cm}^2 = 0,02 \text{ m}^2$  (dimensions valables pour une grosseur de granulat au plus égale à 31,5 mm). Le CEB préconise des éprouvettes cylindriques de 15 x 30 cm qui donnent des résultats très voisins de l'éprouvette 16 x 32 cm.

Si  $P$  est la charge de rupture de l'éprouvette, on a pour une éprouvette âgée de  $j$  jours :

$$f_{crj} \text{ (MPa)} = \frac{P \text{ (MN)}}{B \text{ (m}^2\text{)}} = \frac{P \text{ (MN)}}{0,02} \quad [2.1]$$

La résistance à la compression varie avec l'âge  $j$  du béton. Dans les calculs, on se réfère habituellement à la résistance à 28 jours d'âge.

### 2.121-3 - Interprétation statistique des essais

Les résistances à la compression mesurées sur éprouvettes sont affectées d'une certaine dispersion mise en évidence par leur étude statistique. Le béton idéal est celui qui présenterait la plus faible dispersion autour de la valeur moyenne désirée.

Sur le diagramme des fréquences observées pour chaque valeur de la résistance, ce béton idéal peut être par exemple représenté par une courbe telle que la courbe A (fig.2.4).

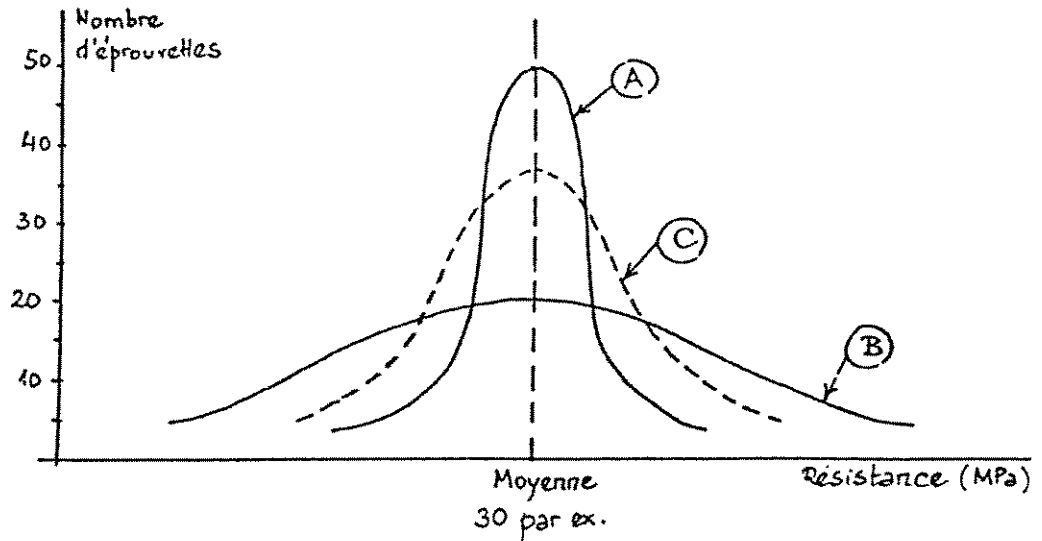


Figure 2.4 - Distributions possibles des résistances d'un béton

Si, en laboratoire, il est possible de réaliser un tel béton à faible dispersion, il n'en va pas de même sur les chantiers où les conditions de fabrication et de mise en oeuvre sont moins favorables.

Les bétons mal composés ou mal mis en oeuvre peuvent donner lieu à une dispersion importante. Par exemple, un béton relativement sec permet d'obtenir des résistances élevées, mais son ouvrabilité est médiocre. Si la mise en place est défectueuse, la dispersion peut être très grande (courbe B).

Pour éviter de tels écarts, préjudiciables à la sécurité d'un ouvrage, il est nécessaire de fabriquer un béton dont la plasticité ait été étudiée pour que la courbe statistique C se rapproche le plus possible de la courbe idéale.

On constate ainsi que la prise en compte dans les calculs de la valeur moyenne de la résistance (qui est la même, dans l'exemple choisi, pour les trois courbes A, B et C) ne tient aucun compte de la dispersion et correspond à un risque inacceptable : elle a en effet une chance sur deux de ne pas être atteinte. D'où l'introduction de la notion de "résistance caractéristique".

## 2.121-31 - Résistance caractéristique

### 1° - Aspects théoriques

Soit un échantillon de taille  $n$  ( $n$  éprouvettes de béton) faisant partie d'un ensemble indéfini de résultats de mesure de la résistance à la compression ( $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}, \dots, f_{ci}, f_{cn}$ ).

En admettant que la dispersion aléatoire de ces résultats suive la loi normale de LAPLACE-GAUSS, la moyenne arithmétique  $\bar{m}_n$  et l'écart-type  $s_n$  sont définis par :

$$\bar{m}_n = \frac{\sum_1^n f_{ci}}{n} \quad [2.2]$$

$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\bar{m}_n - f_{ci})^2}{n - 1}}$$

Si  $n$  augmente indéfiniment,  $\bar{m}_n$  et  $s_n$  tendent respectivement vers la moyenne vraie  $\bar{m}$  et l'écart-type vrai  $s$  qui définissent la loi normale de dispersion que l'on obtiendrait en poursuivant indéfiniment les mesures.

Les quantités connues  $\bar{m}_n$  et  $s_n$  diffèrent des quantités inconnues  $\bar{m}$  et  $s$  et cela d'autant plus que  $n$  est plus petit.

Le problème est alors le suivant : "Connaissant  $\bar{m}_n$  et  $s_n$ , quelle probabilité a-t-on qu'une mesure quelconque vérifie la relation :  $f_{ci} \geq \bar{m}_n - k_n s_n$  ?"

Le repère  $f_{ck} = \bar{m}_n - k_s s_n$  est appelé "résistance caractéristique".

De façon plus précise, on définit pour un caractère quelconque d'un matériau la valeur caractéristique requise d'ordre  $p$  de la manière suivante :

*Etant donné une distribution statistique des valeurs d'un caractère soit potentielle (avant toute fabrication du matériau) soit réelle (correspondant à une fabrication) on appelle "valeur caractéristique requise d'ordre  $p$ " la valeur telle que la proportion de la population qui lui est inférieure est égale à  $p$  ( $0 < p < 1$ ).*

Cette quantité (abscisse du point d'ordonnée  $p$  de la fonction de répartition) s'identifie au fractile d'ordre  $p$  de la distribution (fig. 2.5).

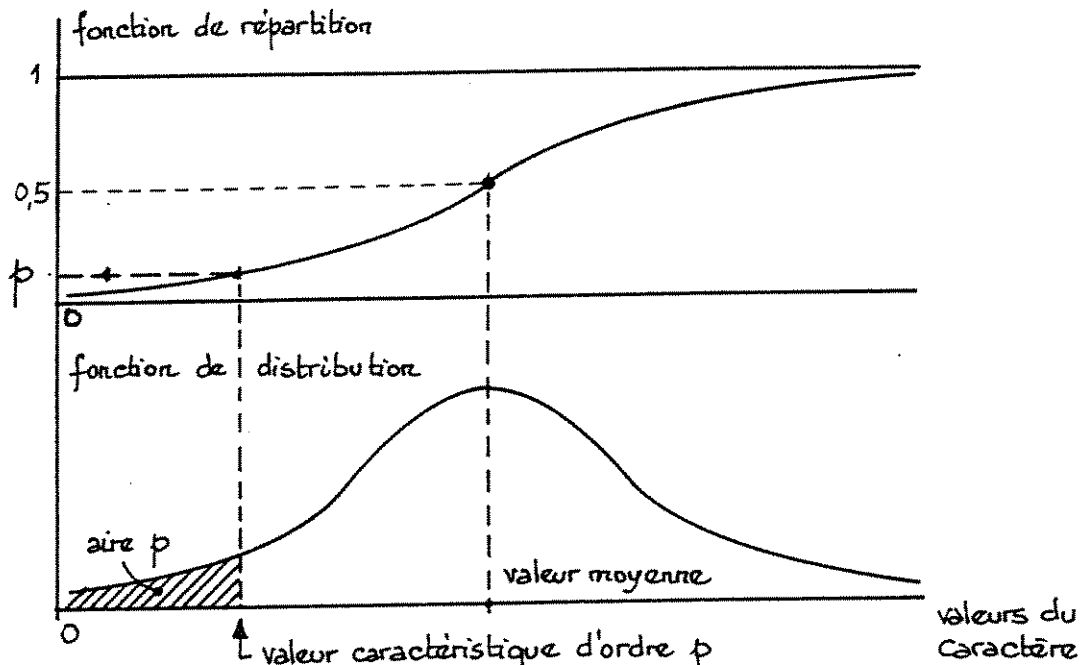


Figure 2.5 - Définition de la valeur caractéristique requise d'ordre  $p$ .

Dans le cas d'une distribution statistique réelle :

- a) Si  $n$  est très grand, par exemple supérieur à 100 (pour l'acier, ce serait le cas du contrôle continu en usine) on peut admettre dans ce cas :  $\bar{m} = \bar{m}_n$  et  $s = s_n$ .

La résistance caractéristique est alors définie par (fig. 2.6)

$$f_{ck} = \bar{m} - ks$$

k, fonction de la seule variable p, est donné par les tables de GALTON. Pour  $n = \infty$  :

TABLEAU 2.1

p %	50	20	10	5	2,5
k	0	0,8	1,28	1,64	1,96 $\approx$ 2

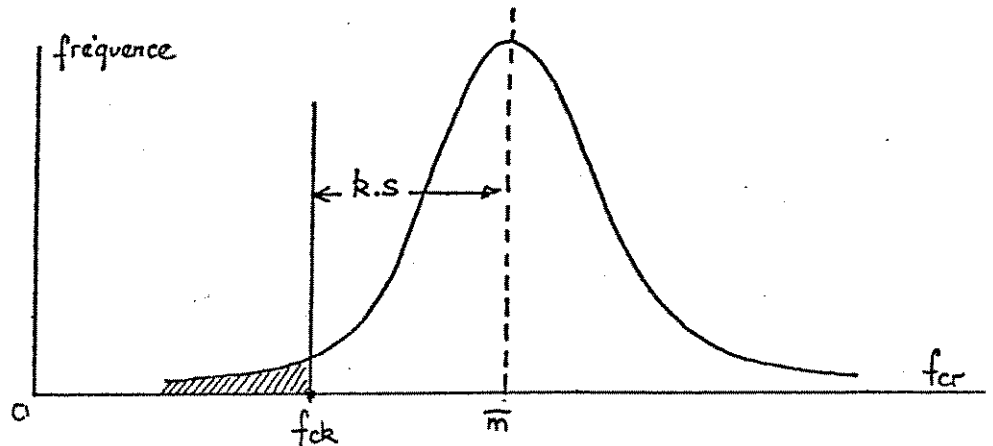


Figure 2.6 - Relation entre la résistance moyenne et la résistance caractéristique.

L'aire hachurée représente la probabilité p %, c'est-à-dire le pourcentage admis de valeurs individuelles inférieures à la résistance caractéristique.

b) Si n est faible (de l'ordre de 6 à 30 par exemple)

$k_n$  augmente d'autant plus que n est plus petit. Il est à la fois fonction de p et de n.

L'inégalité  $f_{ci} \geq f_{ck} = \bar{m}_n - k_n s_n$  a (1 - p) chances sur 100 d'être satisfaite lorsque  $k_n$  prend les valeurs du tableau 2.2 :

TABLEAU 2.2

n	$\infty$	100	35	30	20	12	6
p = 5 %	1,647	2,00	2,25	2,30	2,50	2,89	> 3
p = 10 %	1,28	1,46	1,65	1,69	1,82	2,06	2,69
p = 50 %	0	0,19	0,38	0,43	0,56	0,80	-

Les Recommandations Internationales CEB-FIP de 1970 avaient adopté

$$f_{ck} = \bar{m}_n - 1,64 s$$

sans préciser la valeur n du nombre des essais. On voit donc qu'avec cette formule, la probabilité d'avoir  $f_{ci} \geq f_{ck}$  est de :

- 95 % si  $n = \infty$
- 90 % seulement si  $n = 35$  environ.

Il faut bien voir que l'idée des rédacteurs des premiers projets des Recommandations du CEB avait surtout été de pénaliser, par l'introduction de la valeur caractéristique, les bétons à forte dispersion (courbe B, fig. 2.4) et qu'ils se bornaient alors à retirer un seul écart-type soit  $f_{ck} = \bar{m} - s$  (sans préciser non plus le nombre d'essais effectués pour connaître  $\bar{m}$  et  $s$ ).

La figure 2.7 montre cette pénalisation pour deux bétons de même résistance moyenne, mais de dispersions différentes.

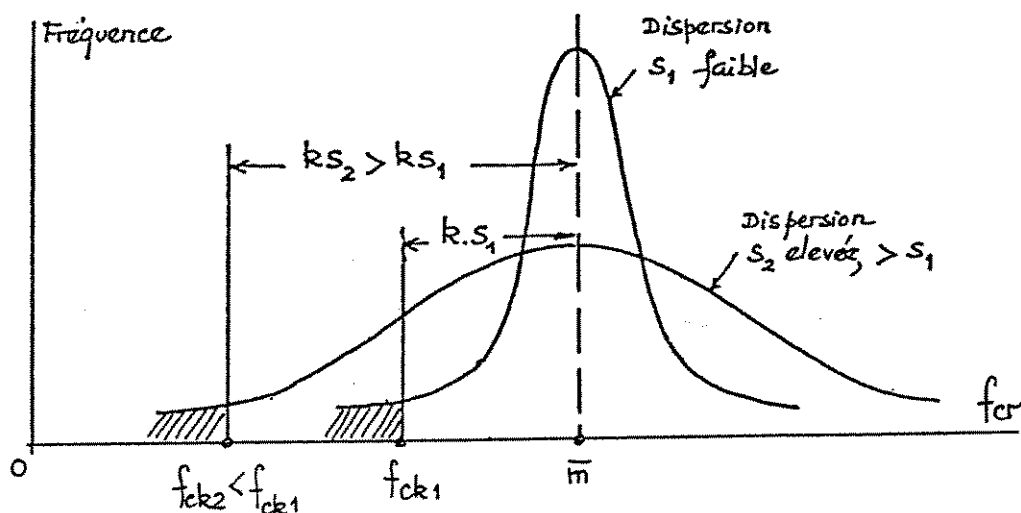


Figure 2.7 - Résistances caractéristiques de deux bétons de même résistance moyenne, présentant des dispersions différentes.

Les études qui se sont poursuivies par la suite, ont permis de définir de façon plus précise des "règles de contrôle" de la qualité, et l'interprétation des essais est devenue beaucoup plus délicate, comme indiqué ci-après.

## 2° - Aspect pratique

Au stade de la conception d'un projet, la résistance caractéristique de l'acier que l'on utilisera est généralement bien connue, car il s'agit d'un produit souvent déjà fabriqué et contrôlé dont on connaît en tout cas la loi de distribution des résistances.

Il n'en est pas de même du béton qui ne sera fabriqué et contrôlé qu'au moment de l'exécution. Seule donc l'exécution donnera une existence à la distribution et le projeteur ne peut choisir dans la plupart des cas qu'une valeur conventionnelle de la résistance. Ce choix est fonction des résultats d'essais antérieurs d'éprouvettes fabriquées en laboratoire ou sur chantier sur des bétons ayant la composition retenue pour l'exécution (voir 2,141).

La distribution statistique ne peut être connue pour une opération donnée qu'une fois essayées toutes les éprouvettes de contrôle prélevées lors de cette opération. Le nombre des éprouvettes ne pouvant être infini, cette connaissance demeure imparfaite.

Il en résulte que les conditions auxquelles le béton réelle-

à-dire au moins celle prise en compte dans les calculs- imposent des règles assez complexes relatives à l'interprétation des essais effectués au cours de l'exécution. Ces règles prennent en compte des quantités et des facteurs : probabilité acceptée, nombre de gâchées, nombre de prélèvements sur l'ensemble des gâchées, nombre d'éprouvettes dans chaque prélèvement etc..

Voir le fascicule 65 du CCTG : "Exécution des ouvrages de Génie Civil en béton armé ou précontraint", annexe technique T24.4, et fascicule 65A, articles 75 et 77.

La conformité aux spécifications est vérifiée au moyen de "règles de contrôle de la qualité" ; ces règles comportent deux séries d'épreuves :

- la première (étude ; convenance) est effectuée et sanctionnée avant l'ordre de service de bétonnage,
- la seconde (contrôle ; information) est effectuée pendant le bétonnage et sanctionnée après celui-ci.

L'interprétation doit assurer un juste équilibre entre le risque du fournisseur (se voir refuser comme mauvais un lot bon) et celui du client (accepter comme bon un lot mauvais).

À titre indicatif on indique ci-après l'une des règles prévues par le fascicule 65A pour les essais de contrôle de conformité :

- \* le lot de béton est défini aux dispositions du marché ;
- \* le nombre de prélèvements par lot est égal à 3 (3 gâchées différentes)
- \* le nombre d'éprouvettes par prélèvement est de 3, et la résistance applicable au prélèvement est égale à la moyenne arithmétique des 3 valeurs mesurées.

On dispose donc de trois valeurs de la résistance par lot essayé (trois moyennes arithmétiques portant sur les trois prélèvements)

Le lot est réputé conforme à la résistance caractéristique requise  $f_{c28}$  si

$$f_c \geq f_{c28} + k_1$$

$$f_{c1} \geq f_{c28} - k_2$$

avec  $f_c$  moyenne arithmétique des résultats d'essais effectués sur le lot  
 $f_{c1}$  plus petit résultat observé

$k_1$  et  $k_2$  sont définis par le tableau ci-après :

	1		2		3	
$f_{c28}$	< 30 MPa	≥ 30	< 30	≥ 30	< 30	≥ 30
$k_1$	1	2	1,5	2,7	4	6
$k_2$	3,5	3	3,5	3	1	0

1. bétons entrant dans la fabrication d'éléments préfabriqués, avec certification ou béton prêt à l'emploi bénéficiant de la marque NF
2. bétons de chantier ou béton prêt à l'emploi ne bénéficiant pas de la marque NF.
3. cas ne rentrant ni dans 1 ni dans 2.



## 2.121-32 - La résistance nominale des Règles CCBA 68

Les "Règles de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé" (Règles CCBA 68) définissaient à leur article 9,3 une résistance dite nominale par la formule :

$$\sigma'_{28} = \sigma'_{m28} - 0,8 s' \quad [2.3]$$

avec  $\sigma'_{m28}$  résistance moyenne à la compression à 28 jours déduite des essais de n éprouvettes (nombre n non précisé ; il était seulement question de résultats d'essais "en nombre suffisant")

s' écart-type.

Pour un nombre d'essais infini, cette résistance aurait été une résistance caractéristique au sens défini en 2.121-31 et aurait correspondu à un risque que 20 % des valeurs individuelles n'atteignent pas la résistance nominale ainsi fixée (voir tableau 2.1).

Pour un nombre d'essais limité à 12, (valeur mentionnée dans les Règles BA 1960) le risque devenait 50 % (voir tableau 2.2). En d'autres termes, la résistance nominale calculée sur 12 éprouvettes s'identifiait à la résistance moyenne vraie que l'on aurait obtenue en opérant sur un grand nombre d'éprouvettes.

C'est pour cette raison que les Règles BAEL 83 précisaient, en commentaire de l'article A-2.1,13 (et répétaient au chapitre B 1) que les valeurs caractéristiques sont inférieures de 10 à 15 % aux valeurs nominales de la réglementation antérieure, pour des bétons identiques .

## 2.121-4 - Influence de la durée d'application de la contrainte

D'après la norme NF P 18-406, la mise en charge d'une éprouvette de béton dont on désire connaître la résistance à la compression doit s'effectuer avec une vitesse de montée en contrainte de  $(0,5 \pm 0,2)$  MPa par seconde.

L'essai dure donc environ une minute par éprouvette, et les résistances mesurées, sur lesquelles est basée toute l'interprétation statistique (voir 2.121-3), sont des résistances "instantanées" sous chargement rapidement croissant.

Du point de vue de la sécurité, il est plus intéressant de connaître la résistance du béton sous contrainte soutenue. Les essais effectués dès 1960 par le Professeur RUSCH de Munich, et repris en 1982 par B. FOURE à Saint-Rémy-les-Chevreuse, ont montré que la résistance du béton, compte tenu de la durée d'application de la contrainte, résulte de deux phénomènes dont les effets sont antagonistes

- 1°) le durcissement progressif du béton en l'absence de toute contrainte, dû aux phénomènes physico-chimiques liés à l'hydratation du ciment ;
- 2°) l'endommagement interne progressif sous l'effet de la contrainte appliquée, correspondant au développement de micro-fissures.

Si la contrainte est variable dans le temps, l'étude du problème est très complexe. Dans les essais, on se borne à étudier le cas particulier de la rupture sous contrainte maintenue constante, censé représenter la condition de chargement la plus sévère.

Des essais d'éprouvettes du même béton à des âges  $j$  différents permettent de déterminer la résistance instantanée  $f_c(j)$  et de tracer la courbe représentative de la loi de durcissement en fonction du temps (fig. 2.8 a) :

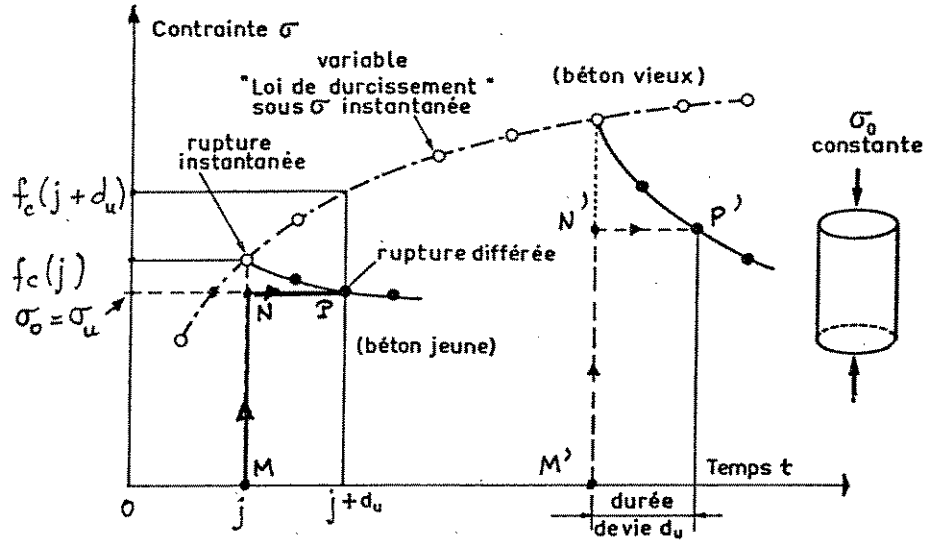


Figure 2.8 a - Rupture différée (d'après B. FOURE)

Si à l'âge  $j$  du béton on applique à une éprouvette une contrainte  $\sigma_0$  légèrement inférieure à  $f_c(j)$  et qu'on la maintienne ensuite constante, on obtient généralement une rupture différée à l'âge  $j + d_u$  correspondant à une durée de vie  $d_u$  (trajet MNP, fig 2.8a).

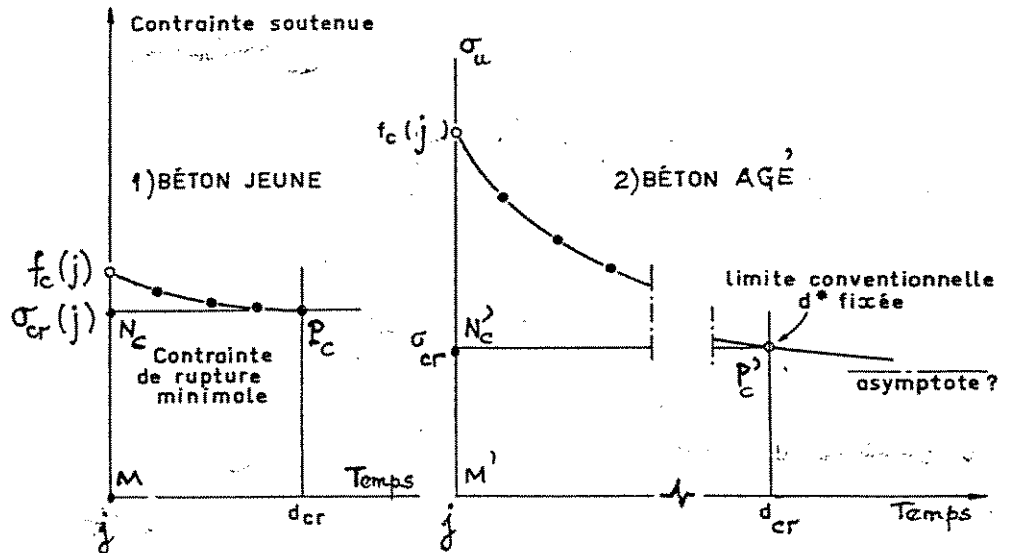


Figure 2.8 b

a) Cas où l'âge  $j$  est faible (fig 2.8 b):

Il existe une contrainte critique  $\sigma_{cr}$  (à laquelle correspond une durée de vie critique  $d_{cr}$  faible) telle que :

- si  $\sigma_{cr} \leq \sigma_0 \leq f_c(j)$ , on a  $0 \leq d_u \leq d_{cr}$

- si  $\sigma_o < \sigma_{cr}$ , on n'observe pas de rupture ; autrement dit, dans ce cas, l'effet du durcissement l'emporte sur celui de la contrainte soutenue.

b) Cas où l'âge  $j$  est grand (durcissement du béton presque terminé).

Dans ce cas, on observe une décroissance continue de la contrainte soutenue de rupture  $\sigma_u$  quand la durée de vie  $d_u$  croît. Autrement dit, l'effet de l'endommagement dû à la contrainte soutenue l'emporte toujours sur celui du durcissement.

En pratique, on peut définir une contrainte de rupture limite conventionnelle pour une durée de vie fixée assez grande.

Le Professeur RÜSCH a proposé de prendre comme contrainte de rupture limite la valeur  $\sigma_u = 0,85 f_c(j)$  ; c'est cette valeur qui apparaît dans les vérifications vis-à-vis des états-limites ultime de résistance sous sollicitations normales (voir 5.222).

Selon les conclusions de B. FOURE, il semble que le coefficient 0,85 serait valable en moyenne pour les bétons à durcissement normal, mis en charge à un âge  $j$  compris entre quelques jours et deux ou trois mois. Pour un âge de mise en charge très élevé, le rapport  $\sigma_u / f_c(j)$  serait susceptible de s'abaisser jusqu'à 0,75 environ.

Les Règles BAEL 91 modulent la valeur 0,85 par un coefficient  $\theta$  (voir 5.222).

Il doit être souligné que l'article B-8.4,1 des Règles BAEL relatif au calcul de l'effort normal résistant des poteaux soumis à une compression centrée, de même que son commentaire, ne tiennent aucun compte des phénomènes décrits dans le présent paragraphe 2.121-4 ni des conclusions qui en découlent. Bien au contraire, l'effet du durcissement (pris en compte par l'introduction d'un terme  $\frac{f_{c28}}{0,9} > f_{c28}$ ) et celui d'un chargement tardif ne sont considérées que par leur côté favorable !

## 2.122 - Rupture par traction

de même que l'EC2

Les Règles BAEL, suivant en cela les Règles CCBA 68, ne fixent pas de méthode de mesure directe de la résistance à la traction du béton la valeur "caractéristique" (Règles BAEL) de celle-ci est définie conventionnellement à partir de la résistance à la compression. On peut le regretter dans la mesure où le rapport des deux résistances n'est pas constant et où un béton qui a une bonne résistance à la traction possède également une bonne résistance à la compression alors que l'inverse n'est pas toujours vrai. Mais c'est de toute évidence une simplification.

### 2.122-1 - Essais de rupture par traction

La mesure directe de la résistance à la traction par un essai de traction axiale est délicate, car il faut assurer la transmission de l'effort et son centrage ; un tel essai ne peut donc être réalisé qu'en laboratoire. Il s'effectue sur des éprouvettes cylindriques sur lesquelles après sciage des deux extrémités, on a collé des têtes de traction métalliques parfaitement centrées. Il ne doit y avoir aucun effort de flexion parasite.

Lorsque cette condition est remplie, la rupture survient par formation d'une fissure perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette.

En pratique, on tourne la difficulté du mode opératoire en

comme indiqué ci-après en 2.122-2.

2.122-2 - Résistance à la traction  $f_{tr}$

Dans le cas où elle doit être contrôlée, la résistance à la traction est déduite d'essais effectués selon deux modes opératoires différents :

- flexion d'éprouvettes prismatiques non armées
- fendage diamétral d'une éprouvette cylindrique (essai dit "brésilien" à cause de son "inventeur" F.L.L. CARNEIRO (1949) alors que le mérite semble devoir en revenir au japonais AKAZAWA (Journal of the Japanese Civil Engineering Institute, novembre 1943) ).

1° - Flexion d'éprouvettes prismatiques non armées.

Cet essai a été pendant longtemps souvent pratiqué, sur les chantiers mêmes, avec un appareil "Simrup" (fig. 2.9 a), en opérant sur

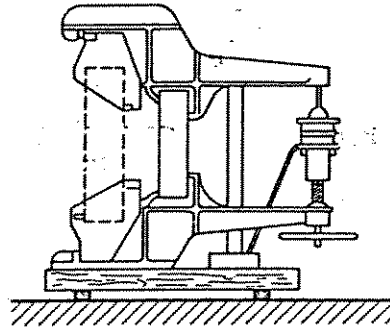


Figure 2.9 a - Appareil SIMRUP

des éprouvettes à section carrée de 50 cm<sup>2</sup> d'aire et de longueur égale à quatre fois initialement (Règles BA 1945) puis cinq fois (Règles BA 1960), leur dimension transversale. Les éprouvettes étaient soumises à un système de deux charges égales et symétriques entre lesquelles elles étaient sollicitées en flexion circulaire (M constant et V nul) (fig. 2.9b); elles se rompaient par traction du béton dans leur partie centrale. En effet, la limite de résistance est atteinte sur la face tendue bien avant que les possibilités de résistance de la partie comprimée ne soient épuisées.

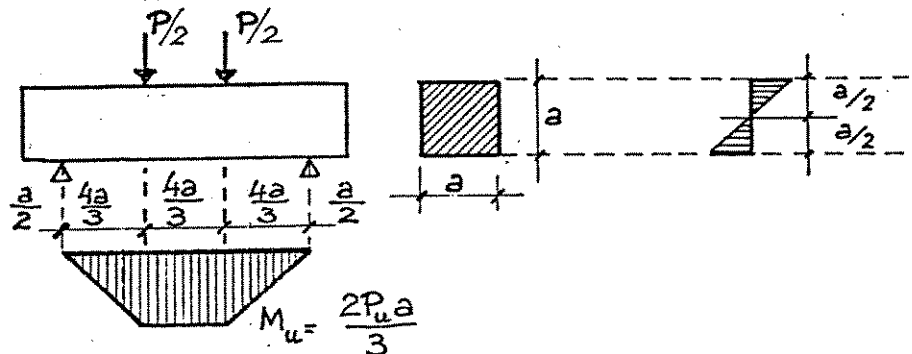


Figure 2.9 b - Essai par flexion d'une éprouvette prismatique non armée.

En appelant  $a$  le côté de l'éprouvette  
et  $M_u$  le moment de rupture,

la Résistance des Matériaux (diagramme linéaire des contraintes) conduirait à la formule qui était donnée par la Circulaire Ministérielle de 1

$$f_{tr(\text{flexion})} = \frac{6 M_u}{a^3} \left( \frac{Mv}{I} \text{ avec } v = \frac{a}{2}, I = \frac{a^4}{12} \right). \quad [2.4]$$

La comparaison avec des essais de traction directe, effectués au même âge sur des bétons provenant de la même gâchée, montre que l'on a sensiblement :

$$f_{tr} \text{ (traction)} \approx 0,6 f_{tr} \text{ (flexion)}$$

d'où

$$f_{tr} = \frac{3,6 M_u}{a^3} \quad [2.5]$$

Cette formule due à A. CAQUOT est celle que l'on trouvait dans les Règles BA 1945 et dans les Règles BA 1960.

La formule [2.4] qui admet un comportement élastique jusqu'à la rupture, ne correspond pas à la résistance réelle à la traction et ne définit qu'une valeur purement conventionnelle. La formule [2.5], par contre, tient compte du fait que le diagramme des contraintes ne demeure pas linéaire jusqu'à la rupture (fig. 2.10).

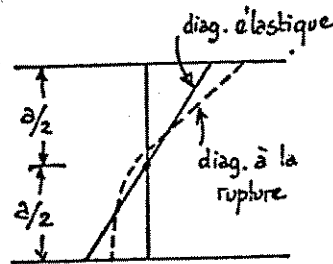


Figure 2.10 - Diagramme des contraintes dans une éprouvette prismatique non armée soumise à la flexion circulaire.

Compte tenu de ce que  $M_u = \frac{2}{3} P_u a$  (pour une charge totale  $P_u$ ) et  $a = 0,0707$  m (valeur fréquente), la formule de A. CAQUOT conduit à

$$f_{tr} = 480 P_u \quad (\text{MN, MPa}) \quad [2.6]$$

Les essais effectués sur des éprouvettes de 50 cm<sup>2</sup> de section ( $a = 7,07$  cm) conduisaient à des résultats présentant fréquemment des dispersions notables, mais ils avaient l'avantage de nécessiter un matériel simple facilement transportable sur les chantiers et, si l'on disposait d'une presse de faible puissance, de permettre de les compléter par des essais de compression sur les deux parties des éprouvettes rompues en appliquant l'effort sur une surface de 50 cm<sup>2</sup>. A défaut d'essais par des procédés plus élaborés, on avait ainsi des possibilités, sinon de mesure exacte des résistances, tout au moins de contrôle de la régularité des bétons.

On a quelquefois utilisé, mais plus rarement en raison des difficultés de manutention et de transport, des éprouvettes de dimensions plus importantes,  $a = 10$  cm et  $a = 14,14$  cm.

## 2° - Fendage diamétral d'une éprouvette cylindrique

Actuellement, on tend à mesurer la résistance à la traction en pratiquant sur des éprouvettes cylindriques identiques à

celles servant pour la détermination de la résistance à la compression, un essai de fendage consistant à appliquer les efforts sur deux génératrices diamétralement opposées (fig. 2.11).

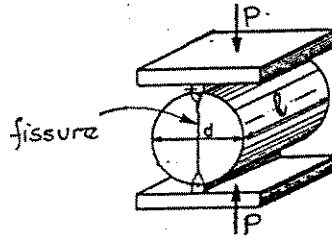


Figure 2.11 - Essai de fendage ("essai brésilien")

La rupture se produit par apparition d'une fissure suivant le plan diamétral correspondant.

En appelant  $P_u$  la charge de rupture par fendage  
 $d$  le diamètre  
 et  $l$  la longueur de l'éprouvette

la Théorie de l'Elasticité conduirait à :

$$f_{tr} \text{ (fendage)} = \frac{2 P_u}{\pi d l} \text{ (MN, m, MPa)} \quad [2.7]$$

La comparaison avec des essais de traction directe, effectués au même âge sur des bétons provenant de la même gâchée, montre que l'on a sensiblement :

$$f_{tr} \text{ (traction)} \approx 0,85 f_{tr} \text{ (fendage)}$$

On arrive ainsi à :

$$f_{tr} = 0,85 \frac{2 P_u}{\pi d l} = 0,55 \frac{P_u}{d l} \text{ (MN, m, MPa)}$$

ou, compte tenu de ce que  $d = 0,16 \text{ m}$  et  $l = 0,32 \text{ m}$

$$f_{tr} = 10,74 P_u \text{ (MN, MPa)} \quad [2.8]$$

## 2.13 - DIAGRAMME CONTRAINTES-DEFORMATIONS DU BETON

### 2.131 - Diagramme expérimental

#### 2.131-1 - Méthodes d'essai

Pour obtenir le diagramme  $\sigma - \epsilon$  d'un béton, on place entre les plateaux d'une presse hydraulique une éprouvette cylindrique ou prismatique de béton. Sur cette éprouvette, on peut exercer :

- soit un accroissement constant des contraintes dans le temps,
- soit un accroissement constant des déformations dans le temps.

a) Accroissement constant des contraintes dans le temps :  $\frac{d\sigma}{dt} = C^{te}$

L'essai donne une relation entre la déformation et la contrainte moyenne. A la fin de l'essai, l'accroissement de déformation  $\frac{d\epsilon}{dt}$  est très rapide. Pour suivre cette phase de l'essai

le débit d'huile de la machine d'essai devrait s'accroître également, ce que ne permettent pas la plupart des machines d'essai car elles ne possèdent pas de pompes d'un débit suffisant.

Quand l'accroissement  $\frac{d\sigma}{dt}$  est maintenu constant jusqu'à la rupture de l'éprouvette, on observe une rupture explosive due à la libération brutale de l'énergie accumulée. En pratique toutefois ce type de rupture s'observe rarement car on préfère diminuer  $\frac{d\sigma}{dt}$  vers la fin de l'essai pour protéger l'appareillage. De ce fait, les résultats sont influencés par la machine d'essai et par l'exécutant.

L'essai de contrôle normalisé du béton est exécuté de cette manière avec  $\frac{d\sigma}{dt} = (0,5 \pm 0,2) \text{ MPa/s}$ .

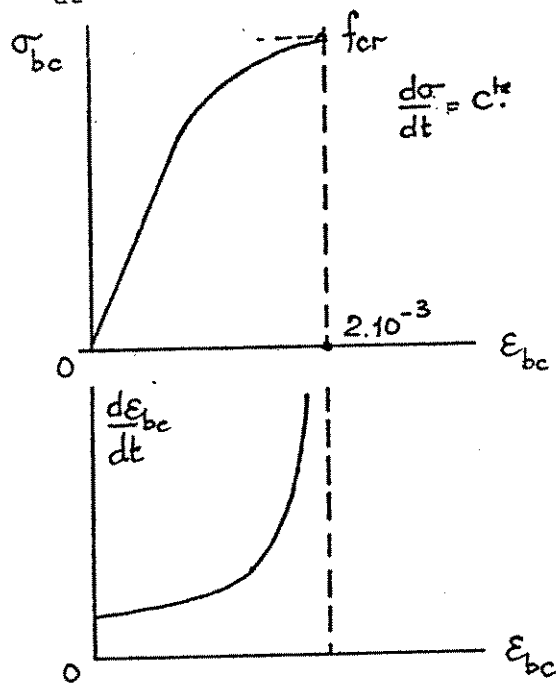


Figure 2.12

b) Accroissement constant des déformations dans le temps :  $\frac{d\varepsilon}{dt} = C^{te}$

Le comportement du béton est totalement différent de celui observé en a).

Dans la première phase de l'essai, les différences entre les diagrammes obtenus par les deux méthodes sont négligeables car, dans cette phase, la relation  $\sigma - \varepsilon$  est sensiblement linéaire.

Quand on atteint les contraintes qui amènent un comportement plastique, l'accroissement constant des déformations entraîne un ralentissement de l'accroissement de contrainte : le béton se déforme "plus vite" que dans la zone élastique (fig. 2.13).

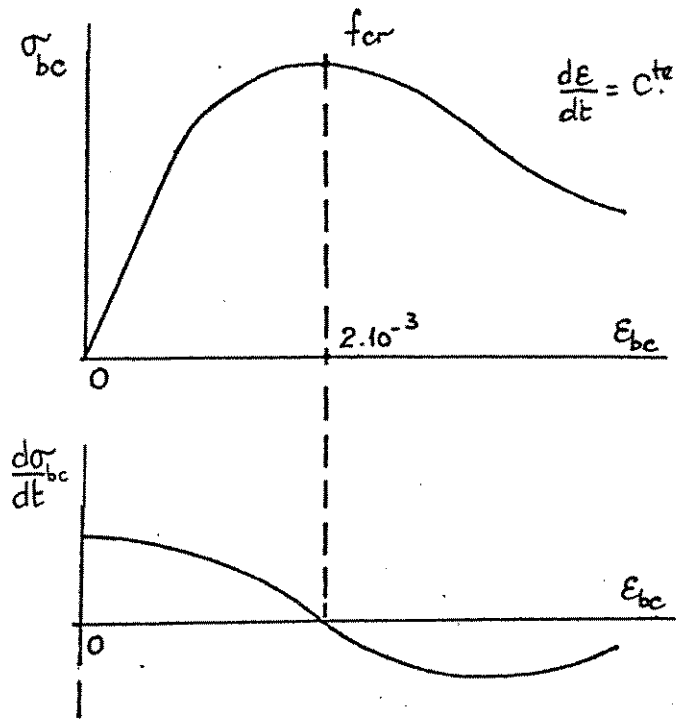


Figure 2.13

Pour une certaine valeur de  $\sigma_{bc}$  les déformations imposées par la machine d'essai sont en équilibre avec celles du béton. On a alors  $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ ,  $\sigma_{bc} = C^{te}$  : la charge maximale est atteinte.

La microfissuration du béton est très importante, mais le béton n'est pas écrasé.

En poursuivant l'essai, on constate que la charge exercée sur le prisme décroît : la déformation du béton est alors plus forte que la déformation imposée par la machine d'essai.

Quand on arrête l'essai après être resté longtemps dans la partie décroissante du diagramme, l'éprouvette est intacte. Il est possible de la recharger dans un essai avec  $\frac{d\sigma}{dt} = C^{te}$ . La résistance observée diffère peu de celle d'une éprouvette qui n'aura pas subi ce type de chargement.

c) Comparaison entre les deux méthodes

Les diagrammes trouvés par les deux méthodes  $\frac{d\sigma}{dt} = C^{te}$ ,  $\frac{d\varepsilon}{dt} = C^{te}$  sont totalement différents (fig. 2.14).



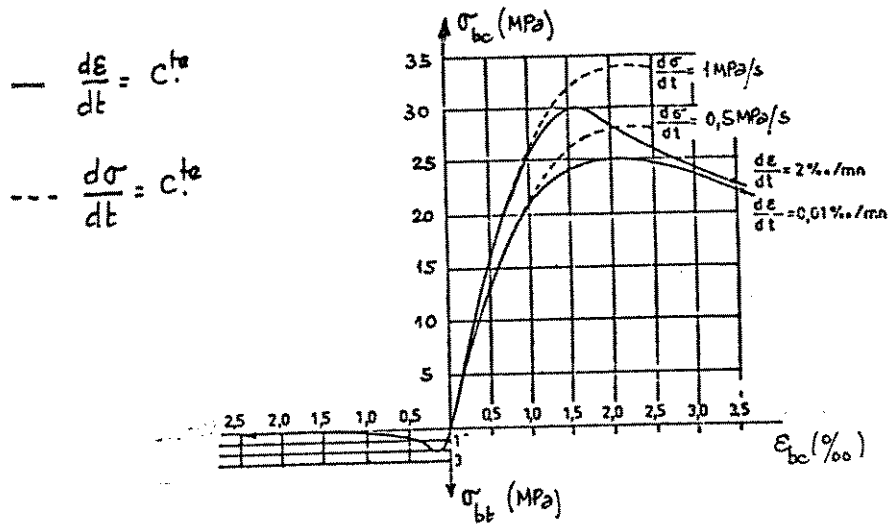


Figure 2.14

2.131-2 - Phases de comportement

Sur une courbe contraintes-déformations obtenue à vitesse constante de déformation ( $\frac{d\epsilon}{dt} = C^{te}$ ), on peut distinguer, à déformation croissante, quatre phases de comportement (fig. 2.15).

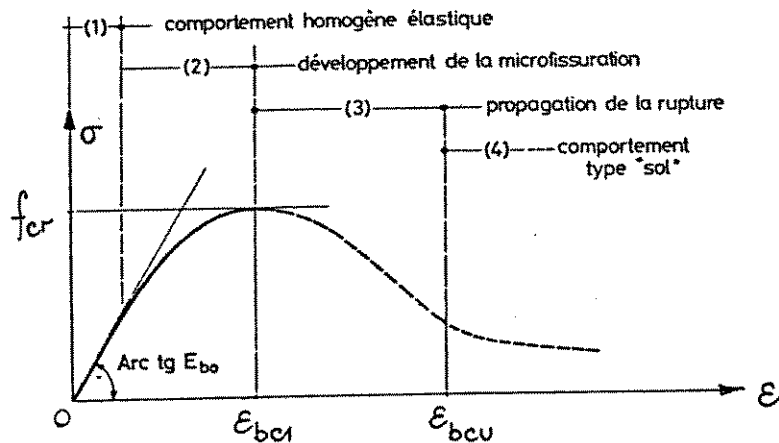


Figure 2.15

Phase 1 ( $\sigma \leq 0,4 f_{cr}$  environ): comportement analogue à celui d'un matériau homogène et élastique.

Dans cette phase, le béton suit sensiblement la loi de HOOKE ; la pente à l'origine de la courbe est le module de déformation tangent à l'origine  $E_{bo}$ .

Phase 2 ; développement de la microfissuration, d'où incurvation progressive de la courbe jusqu'à la résistance à la compression  $f_{cr}$  (contrainte maximale) atteinte pour une certaine valeur  $\epsilon_{bc1}$  de la résistance à la compression.

(Dans l'essai à  $\frac{d\sigma}{dt} = C^{te}$ , la rupture survient alors plus ou moins brutalement, et la phase suivante est incontrôlable).

Phase 3 : le fait d'imposer des accroissements de déformation et non de contrainte permet d'obtenir une branche descendante ("failing branch") qui correspond à la propagation de la rupture c'est-

à-dire au développement des surfaces de fracture et à une fissuration plus ou moins généralisée.

La pente générale de cette branche renseigne sur le caractère fragile plus ou moins accentué du béton étudié (si elle est presque horizontale, le béton est très ductile, si elle est quasi-verticale, le béton est très fragile).

Phase 4 : cette phase est sans intérêt pratique ; le béton désagrégé se comporte comme un sol "tout-venant" qui aurait été placé entre les plateaux de la presse hydraulique.

Pour les vitesses d'accroissement de la contrainte ou de déformation habituellement utilisées dans les essais "de courte durée" on peut admettre que, dans la phase 1, la relation entre  $\sigma$  et  $\epsilon$  ne dépend pas du mode opératoire. En particulier, comme déjà dit, les valeurs du module  $E_{bo}$  obtenues dans les essais normalisés à vitesse constante d'accroissement de la contrainte ( $\frac{d\sigma}{dt} = 0,5$  MPa/s environ) ne diffèrent pas de celles obtenues à vitesse constante d'accroissement de la déformation ( $\frac{d\epsilon}{dt} = 0,002$ /mn par exemple).

~~En revanche~~ la phase 2, surtout au voisinage du sommet de la courbe, dépend, comme déjà dit, du mode opératoire et de la vitesse choisie. L'essai à vitesse constante d'accroissement de la déformation est celui qui permet de fixer de la manière la plus fiable la valeur de  $\epsilon_{bc1}$ .

La phase 3 de propagation de la rupture est fortement influencée par le mode opératoire (vitesse choisie, "raideur" de la machine, temps de réponse de l'asservissement, et même opérateur).

Il existe une déformation limite  $\epsilon_{b,lim}$  qui, conventionnellement, correspond à la frontière entre les phases 3 et 4 mais qui, pratiquement correspond au point à partir duquel on n'est plus en mesure de maîtriser la déformation et donc d'enregistrer la courbe.

#### 2.131-3 - Effets de la présence d'armatures transversales dans la zone comprimée

Les essais sur éprouvettes en béton non armé ne permettent pas de représenter le phénomène de raccourcissement des fibres comprimées d'éprouvettes comportant des armatures transversales. Celles-ci rendent possible une concentration des contraintes de compression dans un noyau réduit où le raccourcissement et la contrainte du béton peuvent atteindre des valeurs élevées par suite d'un effet de "confinement".

La figure 2.16 montre les courbes obtenues sur des éprouvettes cylindriques 16 x 32 cm munies ou non d'armatures transversales (deux pourcentages différents).

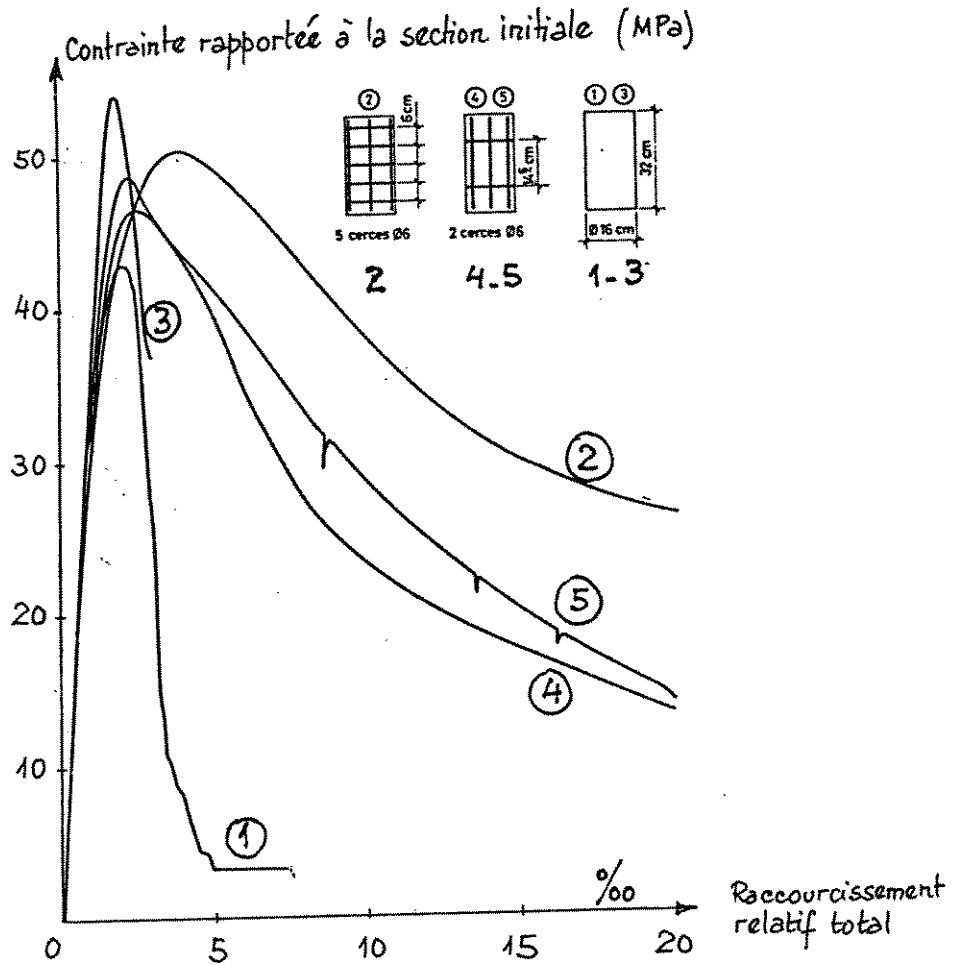


Figure 2.16

On constate que la branche descendante de la courbe d'une éprouvette armée transversalement (même faiblement) est beaucoup plus étendue que celle de l'éprouvette non armée.

2.132 - Relation entre le diagramme  $\sigma - \epsilon$  et la distribution des contraintes dans le béton comprimé

La valeur  $\epsilon_{b,lim}$  dont il vient d'être question ne doit pas être confondue avec la valeur limite du raccourcissement  $\epsilon_{bcu}$  à prendre en compte dans les calculs en flexion (simple ou composée, droite ou déviée), (voir 5.21-4). En effet, les phénomènes physiques intervenant dans le comportement, d'une part, du béton de la zone comprimée d'une poutre jusqu'à rupture sous moment fléchissant croissant et, d'autre part, du béton d'une éprouvette soumise à un essai de compression simple à déformation contrôlée, ne sont pas exactement assimilables l'un à l'autre. Il en résulte que l'assimilation du diagramme de calcul utilisable pour le calcul des sections soumises à des sollicitations normales (diagramme parabole-rectangle, voir 5.222-1) à la loi de comportement déterminée par un essai de compression simple et bornée à  $\epsilon_{b,lim}$  est purement conventionnelle.

En flexion, il est possible de déterminer expérimentalement une valeur ultime  $\epsilon_{bcu}$  du raccourcissement du béton correspondant à l'atteinte du moment maximal et au début d'écrasement du béton sur les fibres les plus comprimées de la section [dans les années "cinquante",

R. CHAMBAUD en France avait ainsi trouvé  $\epsilon_{bu} = 3,6 \cdot 10^{-3}$ , valeur confirmée par E. HOGNESTAD aux USA ( $3,8 \cdot 10^{-3}$ ) mais infirmée par H. GRANHOLM en Suède (de 4 à  $7 \cdot 10^{-3}$ ). Mais on peut aussi définir le moment ultime comme le moment maximal à déformation croissante, et le calculer en utilisant une loi  $\sigma - \epsilon$  du béton possédant une branche décroissante, sans qu'il soit indispensable d'introduire une déformation limite (voir par exemple la loi de Desayi et Krishnan en 2.134).

2.132-1 - Poutres soumises à la flexion simple

La déformation d'une fibre dans la zone comprimée est proportionnelle à sa distance à l'axe neutre (hypothèse de la conservation des sections planes, voir 5.21-1).

La vitesse à laquelle chaque fibre se déforme est également proportionnelle à cette distance. Comme le diagramme  $\sigma - \epsilon$  dépend de la vitesse de déformation, pour chaque fibre la relation  $\sigma - \epsilon$  est différente. Sur la hauteur de la zone comprimée, il existe donc un gradient de déformation (fig. 2.17).

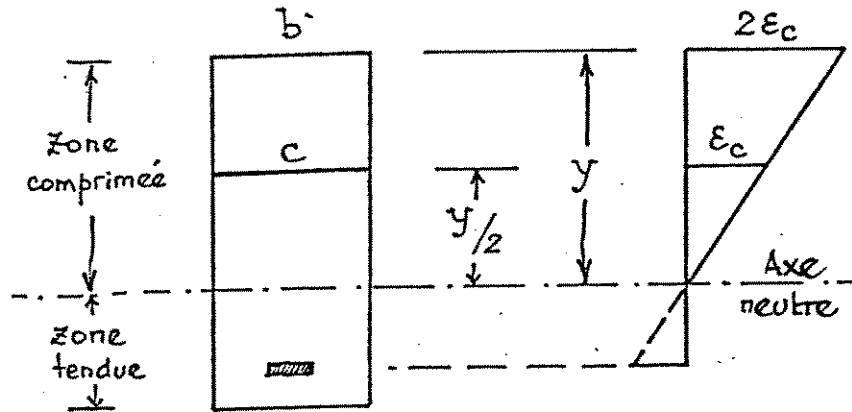


Figure 2.17

Par exemple, la vitesse de déformation de la fibre de béton "c" située à la distance  $\frac{y}{2}$  de l'axe neutre est moitié de la vitesse de déformation de la fibre extrême comprimée "b", à la distance y de ce même axe.

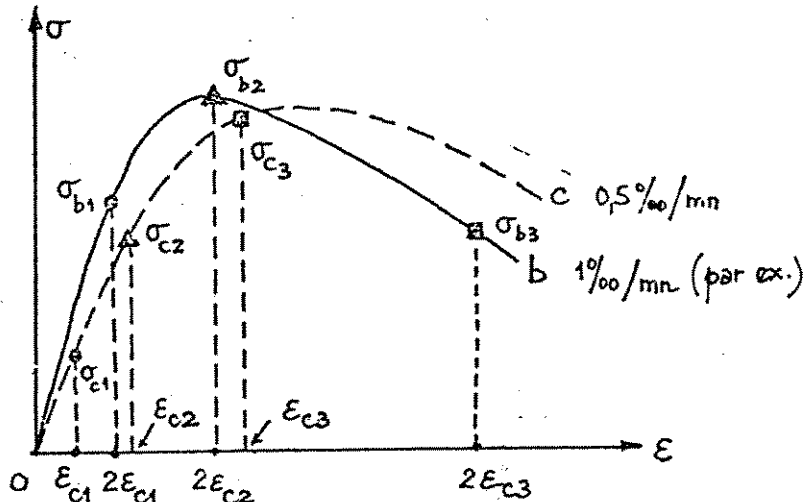


Figure 2.18

A des raccourcissements successifs croissants  $\epsilon_{c1}, \epsilon_{c2}, \epsilon_{c3}$  de la fibre c correspondent des contraintes  $\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}$  au niveau de cette fibre, lues sur la courbe "c" (fig. 2.18).

Aux raccourcissements  $2\epsilon_{c1}, 2\epsilon_{c2}, 2\epsilon_{c3}$  de la fibre b correspondent des contraintes  $\sigma_{b1}, \sigma_{b2}, \sigma_{b3}$  au niveau de cette fibre, lues sur la courbe "b".

Les distributions des contraintes dans la zone comprimée prennent ainsi l'allure suivante (fig. 2.19).

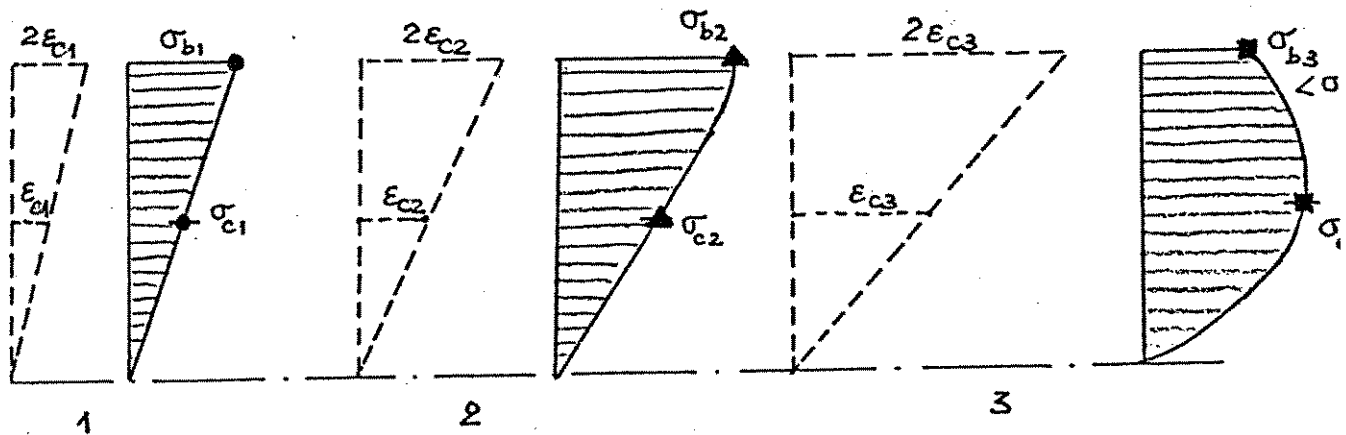


Figure 2.19

Le diagramme obtenu avec  $\frac{d\epsilon}{dt} = C^{te}$  permet donc d'expliquer ce qui se passe dans la zone comprimée d'une poutre fléchie : une redistribution des contraintes dans cette zone est possible, et les fibres ayant des déformations très importantes (fibres b) voient leur contrainte diminuer, alors que la contrainte des autres fibres augmente (courbe 3).

Dans un essai de longue durée, la distribution des contraintes dans la zone comprimée diffère de celle observée dans un essai de courte durée, car l'influence de la "vitesse de mise en déformation" sur la forme du diagramme  $\sigma - \epsilon$  est très importante.

Si la charge croît très lentement, la distribution des contraintes est plus uniforme que dans le cas d'une charge rapidement croissante et les charges ultimes ne diffèrent pas de façon significative.

### 2.132-2 - Poteaux soumis à la compression centrée

Toutes les fibres subissent le même raccourcissement et par conséquent la même contrainte. Dans ce cas "l'adaptation" dans une section qui se manifeste par une redistribution des contraintes entre les différentes fibres est impossible. Le diagramme obtenu avec  $\frac{d\sigma}{dt} = C^{te}$  permet de comprendre le comportement sous charge croissante : une rupture brusque se manifeste sous la charge ultime.

Si un poteau est chargé longtemps à 90 % (par exemple) de la charge ultime correspondant à un essai de courte durée, on peut également observer une rupture brusque. La durée du chargement entraîne une réduction de la résistance (cette remarque est à l'origine du coefficient 0.85 qui intervient dans les calculs en flexion simple, (voir 2.121-4).

On en conclut que :

- dans les éléments fléchis, la distribution des déformations dans la zone comprimée n'est pas uniforme, une redistribution des contraintes est possible : les déformations sont prépondérantes ;
- dans les éléments comprimés, la distribution des déformations est uniforme : les contraintes sont alors prépondérantes.

2.133 - Valeur expérimentale des principaux paramètres

- a) Pour un chargement de courte durée, la relation entre le module tangent de déformation longitudinale et la résistance à la compression est assez bien représentée par la formule

$$E_{bo} = 12000 f_{cr}^{1/3} \quad [2.9]$$

Le module sécant, correspondant à une contrainte de l'ordre de  $0,5 f_{cr}$  à  $0,6 f_{cr}$  est (voir BAEL, art. A-2.1,21) :

$$E_b \sim E_{bo} / 1,1 = 11000 f_{cr}^{1/3} \quad [2.10]$$

Toutefois, l'EC2 adopte une valeur assez différente (voir 2.144-2b)

- b) Le raccourcissement  $\epsilon_{bc1}$  atteint lorsque  $\sigma_c = f_{cr}$  est fonction de  $f_{cr}$ . M. KAVYRCHINE a proposé :

$$\epsilon_{bc1} = 0,59 f_{cr}^{1/3} \quad [2.11]$$

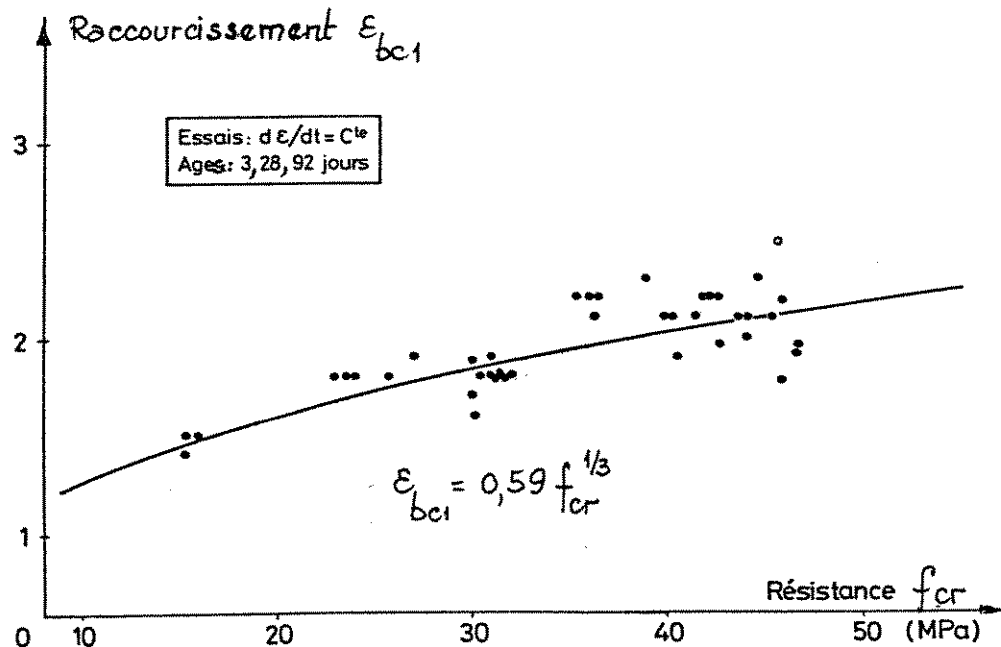


Figure 2.20 - Raccourcissement  $\epsilon_{bc1}$  en fonction de la résistance à la compression  $f_{cr}$ .

- c) Les courbes "moyennes" ont des formes qui peuvent être caractérisées par une branche croissante d'allure parabolique, suivie d'une branche décroissante dont la forme varie d'une courbe très aplatie et à pente très faible, à une courbe parabolique à peu près symétrique de la branche croissante : dans les cas intermédiaires, la branche décroissante présente une influence peu marquée.

Le raccourcissement maximal qu'il est possible d'enregistrer (et qui soit significatif, c'est-à-dire qui ne corresponde pas à la phase 4 du comportement définie précédemment) est très variable. Il est très supérieur à la valeur  $\epsilon_{bc1}$  sauf si l'âge est grand.

Dans le cas de zones comprimées rectangulaires, les valeurs proposées par l'EC2 sont celles du tableau 2.4 :

TABLEAU 2.4

$f_{cr}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50	MPa
$\epsilon_{bcu}$	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	%

(Dans l'EC2, ces valeurs sont précédées du signe "moins", les raccourcissements étant considérés comme négatifs).

2.134 - Loi de comportement "exacte"

La loi de comportement, dite "exacte" par raccourci de langage, est l'idéalisation aussi fidèle que possible de la courbe obtenue dans les essais de compression simple. Diverses idéalizations peuvent être utilisées qui décrivent bien la branche croissante de la loi de comportement et, plus ou moins fidèlement, l'allure de la branche décroissante.

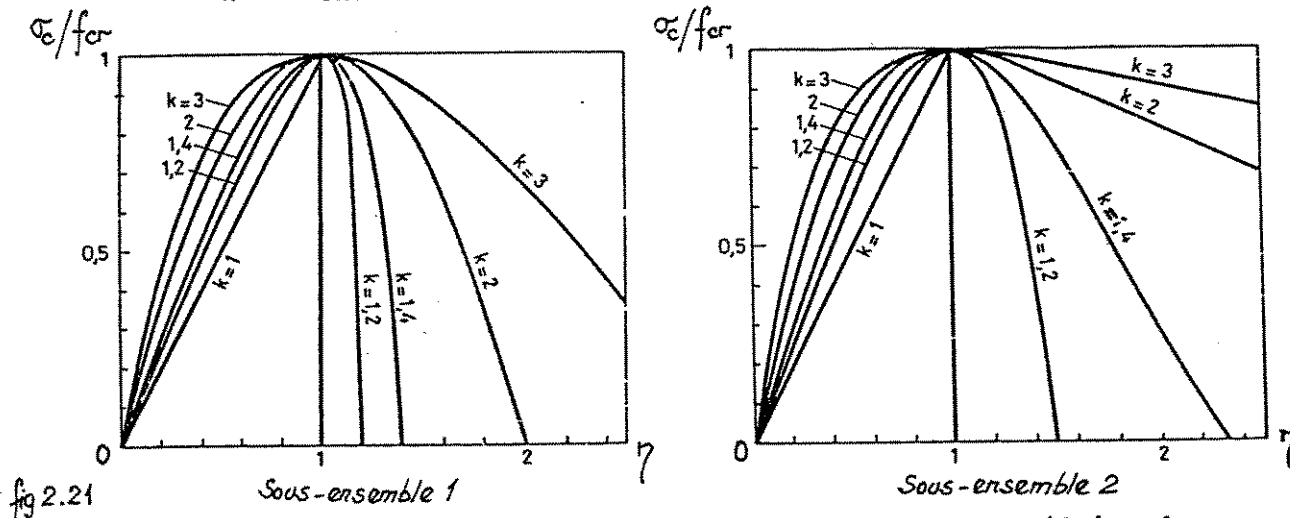
Parmi ces idéalizations, l'expression la plus générale est celle qui a été proposée par Sargin (1) :

$$\frac{\sigma_c}{f_{cr}} = \frac{\kappa \eta + (\kappa' - 1) \eta^2}{1 + (\kappa - 2) \eta + \kappa' \eta^2} \quad [2.12]$$

avec  $\eta = \epsilon_{bc} / \epsilon_{bc1}$

$\kappa = E_{bo} \epsilon_{bc1} / f_{cr}$

$\kappa'$  choisi en fonction de la forme de la branche descendante.



M. Kavyrchine a montré qu'il était commode de déduire de l'ensemble des courbes définies par l'équation [2.12] deux sous-ensembles obtenus en faisant  $\kappa' = 0$  et  $\kappa' = \kappa - 1$  ce qui conduit respectivement à :

(1) M. Sargin; "Stress-strain relationships for concrete and the analysis of..." Solid Mechanics Division

$$\text{- sous-ensemble 1 : } \frac{\sigma_c}{f_{cr}} = \frac{\kappa\eta - \eta^2}{1 + (\kappa - 2)\eta} \quad [2.13]$$

$$\text{- sous-ensemble 2 : } \frac{\sigma_c}{f_{cr}} = \frac{\kappa\eta + (\kappa - 2)\eta^2}{1 + (\kappa - 2)\eta + (\kappa - 1)\eta^2} \quad [2.14]$$

Ces deux familles sont représentées sur la figure 2.21 pour diverses valeurs du paramètre  $\kappa$ .

Il est possible de substituer à la branche descendante une droite de pente (- E') d'équation

$$\text{droite 3 : } \frac{\sigma_{bc}}{f_{cr}} = 1 - \kappa''(\eta - 1) \quad [2.15]$$

$$\text{avec } \kappa'' = E' \epsilon_{bc1} / f_{cr}$$

On peut alors retrouver, comme cas particuliers, les idéalizations le plus couramment utilisées :

- sous-ensemble 1 seul :  
diagramme de l'EC2, équation [4.2] de l'article 4.2.1.3.2
- sous-ensemble 2 et droite 3 :
  - \* avec  $\kappa = 2$  et  $\kappa'' = 0$  ( $E' = 0$ ) : diagramme parabole-rectangle (voir 5,222, fig. 5.2)
  - \* avec  $\kappa = 2$  et  $\kappa'' = 0,15 \epsilon_{bc1} / (0,0038 - \epsilon_{bc1})$  : diagramme de Hognestad
- sous-ensemble 2 :  
avec  $\kappa = 2$  : diagramme de Desayi et Krishnan :  $\frac{\sigma_{bc}}{f_{cr}} = \frac{2\eta}{1 + \eta^2}$  [2.16]  
(cf. BAEL 91, art. E 7.1,22)

## 2.14 - PRESCRIPTIONS REGLEMENTAIRES

### 2.141 - Résistance caractéristique à la compression

#### a) Règles BAEL, art. A 2.1.11

Dans les cas courants, pour l'établissement des projets, le béton est défini par une valeur de sa résistance à la compression à 28 jours, appelée valeur caractéristique requise (ou spécifiée), notée  $f_{c28}$ .

Cette valeur est choisie a priori compte tenu des possibilités locales et des règles de contrôle qui permettront ultérieurement de vérifier sur le chantier qu'elle a bien été atteinte.

Pour un béton âgé de plus de 28 jours ( $j \geq 28$ ), lorsque l'on doit justifier la résistance des sections, on conserve  $f_{cj} = f_{c28}$ .

Pour un béton âgé de moins de 28 jours ( $j < 28$ ) non traité thermiquement, on peut admettre une loi du type :

$$\text{avec : } f_{cj} = \frac{j}{a + bj} f_{c28} \quad [2.17]$$

- pour  $f_{c28} \leq 40$  MPa :  $a = 4,76$  et  $b = 0,83$

- pour  $f_{c28} > 40$  MPa :  $a = 1,40$  et  $b = 0,95$



b) Eurocode 2 :

La résistance à la compression du béton est déterminée soit sur éprouvettes cylindriques soit sur éprouvettes cubiques, au moyen d'essais normalisés effectués conformément au projet de norme EN-V 206.

L'EC 2 est basé sur la résistance caractéristique à la compression sur cylindres  $f_{ck}$ , définie comme la valeur de la résistance au-dessous de laquelle on peut s'attendre à trouver 5 % de la population de toutes les mesures possibles de résistance du béton spécifié.

A partir de là, l'EC2 définit un certain nombre de classes de résistance (voir 2.143 b).

2.142 - Résistance à la traction

La résistance à la traction étant faible et incertaine, elle est normalement négligée dans les calculs de résistance. Toutefois, certains calculs (adhérence, pourcentages minimaux, ...) se réfèrent à une valeur de cette résistance.

a) Règles BAEL (art. A 2.1, 12) (voir note complémentaire 1, page 53,7)

La résistance caractéristique à la traction du béton à 28 jours, notée  $f_{t28}$ , est conventionnellement définie par la relation suivante, valable pour  $f_{c28} \leq 60$  MPa :

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} \quad (\text{unités : MPa}) \quad [2.18a]$$

b) Eurocode 2 :

La résistance à la traction prise en compte est la résistance à la traction axiale ( $f_{ct,ax}$ ).

Elle peut être déduite d'essais effectués selon le projet de norme EN-V 206 par les formules suivantes :

- pour des essais de fendage ("splitting") :

$$f_{ct,ax} = 0,9 f_{ct,sp}$$

- pour des essais de traction par flexion :

$$f_{ct,ax} = 0,5 f_{ct,fl}$$

A défaut de données plus précises, on peut admettre que la résistance moyenne à la traction axiale est donnée en fonction de  $f_{ck}$  par la relation :

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (\text{en MPa}) \quad [2.18 b]$$

qui donne des valeurs un peu plus élevées que la formule des Règles BAEL 91 (voir tableau 2.5).

Les résistances caractéristiques à la traction minimale  $f_{ctk,0,05}$  (fractile 5 % inférieur) ou maximale  $f_{ctk,0,95}$  (fractile 5 % supérieur) correspondent respectivement à  $0,7 f_{ctm}$  et à  $1,3 f_{ctm}$ .

La valeur à introduire dans les calculs dépend du type de problème. Par exemple, il convient de considérer :

- $f_{ctm}$  pour calculer les déformations de la structure (par exemple une contreflèche)
- $f_{ctk,0,95}$  pour calculer les effets des actions indirectes, avant fissuration du béton (exemple : pourcentage minimal d'armatures, art. 4.4.2.2)
- $f_{ctk,0,05}$  pour calculer le moment de fissuration.

2,143 Valeurs à introduire dans les projets ; classes de résistance

a) Règles BAEL, art. A 2.1, 13. (voir note complémentaire 2, page 53<sup>7</sup>)

Les Règles BAEL ne se réfèrent pas explicitement à des classes de résistance (en pratique toutefois, la notion de classe apparaît lorsque l'on utilise des bétons prêts à l'emploi).

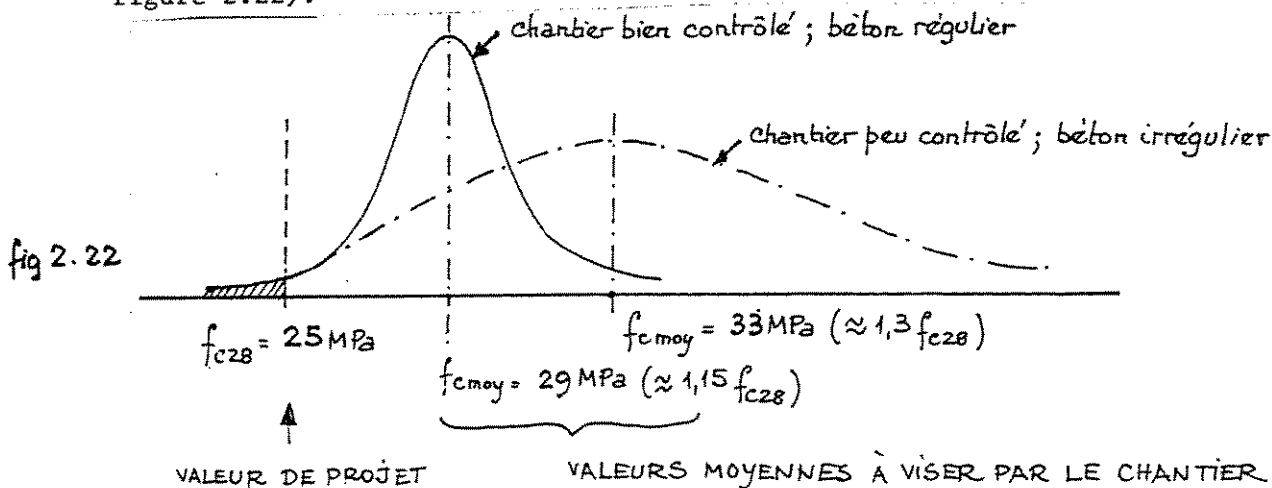
Les valeurs de résistance à introduire dans les projets peuvent être déterminées :

- soit à partir de résultats statistiques obtenus sur des chantiers comparables,
- soit à partir d'études préalables des bétons,
- soit encore en s'inspirant des données des circulaires d'agrément des bétons prêts à l'emploi.

A défaut de telles données, études ou précédents, on peut dans le cas de chantiers courants de bâtiments, avec des bétons à base de CPA 45 ou de CPJ 45, dosés à 350 kg/m<sup>3</sup> et mis en oeuvre dans de bonnes conditions, adopter sans trop de risques :

$$f_{c28} = 25 \text{ MPa} \quad (\text{d'où } f_{t28} = 2,1 \text{ MPa})$$

Il est rappelé que les valeurs caractéristiques sont inférieures aux résistances déterminées comme moyennes arithmétiques de résultats d'essais, ce qui veut dire que pour obtenir la résistance caractéristique requise, le chantier doit viser en moyenne une valeur supérieure à la valeur prise en compte dans les calculs (de l'ordre de 15 à 30 % supérieure, la valeur étant d'autant plus grande que le chantier est moins bien contrôlé et le béton moins régulier, figure 2.22).



## b) Eurocode 2 : Classes de béton

Un projet donné doit se référer à une classe de béton correspondant à une valeur spécifiée de la résistance caractéristique à la compression (à 28 jours d'âge).

Neuf classes de béton (résistance  $f_{ck}$  en MPa) sont définies. Conformément au projet de norme ENV-206, chaque classe est représentée par deux nombres : le premier correspond à la résistance sur cylindres et le second à la résistance sur cubes.

Tableau 2.5-Classes de bétons définies par l'EC2 - Résistances à la compression et à la traction

Classe MPa	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ck}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ct\ 0,05}$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
$f_{ctm}$ (BAEL 91)	1,6 (1,3)	1,9 (1,7)	2,2 (1,8)	2,5 (2,1)	2,8 (2,4)	3,1 (2,7)	3,4 (3,0)	3,7 (3,3)	4,0 (3,6)
$f_{ctk0,95}$	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2

En l'absence de justifications spéciales, les règles de l'EC 2 ne sont pas applicables à des bétons de classes inférieures à C12/15 ou supérieures à C50/60.

### 2,144 Déformations du béton

A l'article 3.1.2.5 de l'EC2, les principes énoncent que les déformations instantanées ou différées (de même que le module de déformation longitudinale à prendre en compte dans les calculs) dépendent non seulement de la classe de résistance, mais également des propriétés des granulats ainsi que d'autres paramètres liés à la composition du béton et à l'environnement. Il en résulte une grande variabilité et le choix des valeurs appropriées (maximale, moyenne ou minimale) dépend donc de l'objet du calcul.

Cependant l'EC2 reconnaît que, pour de nombreux calculs, on peut généralement utiliser des valeurs approchées.

#### 2,144-1 - Diagramme contraintes-déformations

Dans le chapitre 3.1, l'EC2 se borne à donner l'allure schématique du diagramme pour le béton soumis à une compression axiale (figure 2.23 page 53<sup>1</sup> et à indiquer que des diagrammes convenablement idéalisés peuvent être utilisés pour les calculs (voir art. 3.1.2.5.1 et 4.2.1.3.3 de l'EC 2)

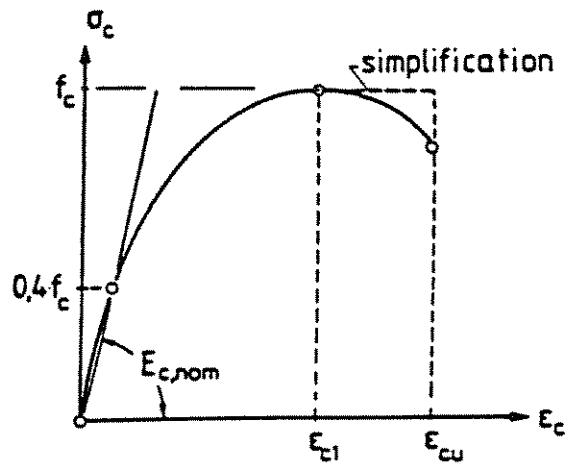


fig 2.23 : Diagramme contraintes-déformations schématisé pour l'analyse structurale

L'article 4.2.1.3.3 précise qu'il convient de faire une distinction entre les diagrammes utilisés dans l'analyse structurale et ceux utilisés pour le calcul des sections :

1° - pour les méthodes d'analyse non-linéaire ou plastique (voir annexe 2 de l'EC2) et le calcul des effets du second ordre (voir annexe 3) on peut utiliser pour les charges de courte durée des diagrammes tel que celui représenté figure 2.24 et caractérisés par les trois paramètres  $E_{cm}$ ,  $f_{cm}$  et  $\epsilon_{c1}$  définis ci-après :

- a) module de déformation moyen  $E_{cm}$  (quand on applique l'article 2.5.3) ou valeur de calcul  $E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c}$  (quand on applique l'article 4.3.5) où  $\gamma_c$  représente le coefficient de sécurité partiel du béton (art. 2.3.3.2 et annexe 3)
- b) résistance moyenne  $f_{cm}$  (quand on applique l'article 2.5.3) ou valeur de calcul  $f_{cd} = \frac{f_{cm}}{\gamma_c}$  (quand on applique l'article 4.3.5)
- c) raccourcissement du béton  $\epsilon_{c1}$  correspondant à la contrainte maximale  $f_{cm}$ .

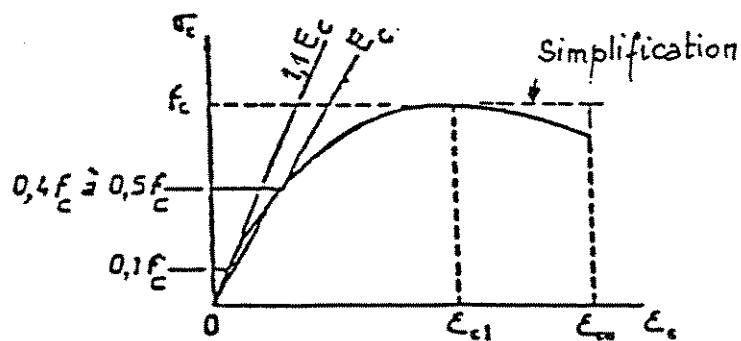


fig 2.24

Ce diagramme peut être représenté par la relation suivante, valable pour (la compression étant affectée du signe moins)  $0 > \epsilon_c > \epsilon_{cu}$  et identique à la relation [2.13] de la page 49 :

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad [2.18c]$$

avec :

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \quad \text{où } \epsilon_{c1} = -0,0022$$

$$k = (1,1 E_c) \frac{\epsilon_{c1}}{f_c}$$

(selon le cas,  $E_c = E_{cm}$  ou  $E_c = E_{cd}$ )

Le raccourcissement ultime  $\epsilon_{cu}$  varie en fonction :

- de la résistance moyenne  $f_{cm}$  du béton, prise égale à :

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)}$$

- de la forme de la zone comprimée .

Pour une zone comprimée de section rectangulaire,  $\epsilon_{cu} = -3,5\%$  pour la classe C16/20 ( $f_{cm} = 24$  MPa). Pour trouver les autres valeurs, on retranche 0,1% à la valeur absolue de  $\epsilon_{cu}$  en passant d'une classe de béton à la classe supérieure dans la série donnée dans le tableau 2.5 page 52.

Par exemple on a :

$\epsilon_{cu} = -3,4\%$  pour la classe C 20/25 ( $f_{cm} = 28$  MPa)  
et ainsi de suite jusqu'à :

$\epsilon_{cu} = -2,8\%$  pour la classe C 50/60 ( $f_{cm} = 58$  MPa).

Ce type de diagramme est aussi celui adopté par les Règles BAEL 91, au commentaire de l'article A 4.4,32 en prenant  $E_{c,nom} = E_{ij}/\gamma_b$  (voir formule 2.19), remplaçant  $f_c$  par  $\frac{0,85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$  et en adoptant uniformément  $\epsilon_{c1} = 0,002$ .

2° - pour le calcul des sections à l'état-limite ultime de résistance sous sollicitations normales (M + N), on peut substituer au diagramme expérimental des diagrammes idéalisés (voir 5.222)

## 2,144-2 - Module de déformation longitudinale instantané

a) Règles BAEL, art. A 2.1,21 :

Sauf en ce qui concerne les vérifications au flambement (voir chapitre 11) à l'âge de  $j$  jours, pour une contrainte de courte durée d'application ( $t < 24$  heures), le module de déformation longitudinale instantanée peut être pris égal à :

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \text{ (MPa)} \quad [2.19]$$

## b) Eurocode 2

A défaut de données plus précises, lorsqu'une grande précision n'est pas requise, on peut, pour estimer le module sécant moyen  $E_{cm}$ , utiliser les valeurs données (en  $\text{kN/mm}^2$  ou  $\text{GPa} = 10^3 \text{ MPa}$ ) par le tableau 2.6.

Ces valeurs correspondent sensiblement à :

$$E_{cm} = 9,5 (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad \text{avec } f_{ck} \text{ en MPa.}$$

Elles sont applicables pour du béton non étuvé.

Lorsque les flèches ont une grande importance, ou lorsqu'il s'agit de granulats particuliers, la fourchette dans laquelle se situent les valeurs de  $E_{cm}$  doit être déterminée au moyen d'essais.

Tableau 2.6-Module de déformation longitudinale du béton ( $\text{kN/mm}^2$ )

Classe de résistance C	12/15	16/20	20/25	25/30	30/37	35/45	40/50	45/58	50/60
$E_{cm}$ (GPa)	26	27,5	29	30,5	32	33,5	35	36	37
(BAEL 91)	(25,2)	(27,7)	(29,9)	(32,2)	(34,2)	(36)	(37,6)	(39,1)	(40,5)

Les valeurs indiquées concernent  $E_{cm}$  à l'âge de 28 jours (puisque les classes se réfèrent à  $f_{ck}$  à ce même âge). Pour des âges différents on peut encore utiliser le même tableau en prenant la colonne correspondant à la résistance  $f_{ck}$  du béton sur cylindres à l'âge considéré (exemple : pour un béton C25/30 âgé de 14 jours ( $f_{ck14} \approx 20 \text{ MPa}$ ) :  $E_{cm} = 29 \text{ kN/mm}^2$ ).

### 2.144.3 Coefficient de Poisson

Lorsque l'on soumet à la compression axiale une éprouvette cylindrique de longueur  $l$  et de diamètre  $a$ , elle subit un raccourcissement longitudinal  $\Delta l$  et une dilatation transversale qui porte le diamètre de  $a$  à  $a + \Delta a$ .

On appelle "coefficient de Poisson" le rapport de  <sup>$\Delta a$</sup> déformation transversale relative à la déformation longitudinale relative :

$$\nu = \frac{\Delta a/a}{\Delta l/l}$$

En béton armé, ce coefficient intervient dans le calcul des éléments soumis à des flexions simultanées dans deux directions orthogonales (dalles, parois de réservoirs, etc..).

L'article A 2.1.3 des Règles BAEL 91 indique que "sauf cas particuliers, le coefficient de Poisson est pris égal à 0 pour le calcul des sollicitations et à 0,2 pour le calcul des déformations".

L'EC2 dit pratiquement la même chose : le coefficient de Poisson peut être pris égal à 0,20 pour les déformations élastiques, et à 0 si la fissuration du béton est admise (art. 3.1.2.5.3)

Remarque

Il faut prendre garde que les tableaux que l'on peut trouver dans certains ouvrages ou formulaires de Résistance des Matériaux et qui donnent les moments de flexion dans les plaques, ont parfois été établis pour des valeurs "quelconques" du coefficient de Poisson (0,15 ; 0,20 ; 0,30 ou autre).

Les valeurs numériques figurant dans ces tableaux doivent donc le cas échéant, être corrigées.

Soient  $M_x, M_y$  les valeurs des moments de flexion correspondant à la prise en compte d'une valeur  $\nu$  du coefficient de Poisson

$M'_x, M'_y$  les valeurs correspondant à  $\nu' \neq \nu$ .

On a, en signe :

$$M'_x = \frac{1}{1 - \nu\nu'} \left[ (1 - \nu\nu') M_x + (\nu' - \nu) M_y \right]$$

$$M'_y = \frac{1}{1 - \nu\nu'} \left[ (1 - \nu\nu') M_y + (\nu' - \nu) M_x \right]$$

2.144.4 Coefficient de dilatation thermique

Pour les calculs où la dilatation thermique n'a pas une grande influence, ce coefficient peut être pris égal à  $10 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  (BAEL, Commentaire de l'article A 3.1, 33 ; EC2, art. 3.1.2.5.4)

2.144.5 Fluage et retrait

*1° Rappels sur les effets du fluage :*

On rappelle que lorsqu'une contrainte de compression  $\sigma_{bc}$  uniforme et constante est appliquée pendant une longue durée à un élément en béton, on observe :

a) un accroissement de la déformation au cours du temps :

Si  $\epsilon_{ij}(\sigma_{bc})$  est la déformation instantanée du béton à l'âge  $j$  où l'on applique la contrainte  $\sigma_{bc}$  ( $\epsilon_{ij} = \sigma_{bc} / E_{ij}$ ), on admet, en première approximation, qu'il s'y ajoute au cours du temps une déformation complémentaire due au fluage et que celle-ci est elle-même proportionnelle à  $\epsilon_{ij}(\sigma_{bc})$ .

La déformation totale au bout du temps  $t > j$  est ainsi :

$$\epsilon_{ij}(\sigma_{bc}) [1 + \phi(j, t)]$$

avec  $\phi(j, t)$  coefficient de fluage, indépendant de la contrainte  $\sigma_{bc}$  si celle-ci demeure modérée.

- b) la rupture au bout d'un temps plus ou moins long, sous toute contrainte maintenue constante et supérieure, en principe, à  $(0,7 \text{ à } 1) f_{cj}$ , en pratique, dans les calculs de flexion, à  $0,85 f_{cj}$ .

Ces deux effets doivent être considéré comme indépendants l'un de l'autre, c'est-à-dire que le fait de prendre en compte dans les calculs les effets du fluage n'autorise pas à faire abstraction du coefficient 0,85 qui frappe  $f_{cj}$  (voir par exemple au chapitre la figure 11.14).

## 2° Prescriptions des Règles BAEL

### a) Fluage - Module d'élasticité différée

Sauf s'il s'agit d'ouvrages exceptionnels (voir Règles BAEL, art. A-4.4,32 et ses commentaires) il est d'usage de considérer qu'au-delà d'un temps de chargement suffisamment long le coefficient de fluage ne varie plus et reste égal à 2 ; on admet donc couramment que la déformation due au fluage est le double de la déformation instantanée. Il en résulte que la déformation totale du béton sous une charge de longue durée appliquée au jour  $j$  est le triple de la déformation instantanée sous la même contrainte appliquée au même âge. Il y correspond un module de déformation  $E_{vj}$  défini par (1) :

$$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3} = 3670 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}) \quad [2.20]$$

Pour une analyse plus fine des effets du fluage, il convient se reporter à l'annexe 1 "Déformations du Béton" des Règles BPEL ou au Manuel du CEB Bulletin 142/142-bis ou encore aux Bulletins du CEB 199 et 215.

### b) Retrait hydraulique (BAEL, art. A-2.1,22)

Conservé dans un milieu non saturé d'humidité en permanence le béton perd une partie de son eau libre et ses dimensions diminuent (retrait hydraulique).

Pour des pièces en béton armé non massives, à l'air libre, comportant un pourcentage moyen d'armatures, les Règles BAEL indiquent que le raccourcissement unitaire final dû au retrait peut être pris égal à

- $1,5 \cdot 10^{-4}$  dans les climats très humides
- $2 \cdot 10^{-4}$  en climat humide (cas de la France, à l'exception de son quart Sud-Est)
- $3 \cdot 10^{-4}$  en climat tempéré (quart Sud-Est de la France)
- $4 \cdot 10^{-4}$  en climat chaud et sec
- $5 \cdot 10^{-4}$  en climat très sec ou désertique.

Dans la plupart des cas, il est suffisant de s'en tenir à ces valeurs. Au cas où une analyse plus fine des effets du retrait s'avèrerait nécessaire, il conviendrait de se reporter aux documents déjà mentionnés au dernier alinéa du paragraphe précédent.

(1) L'indice "v" vient de ce que E. Freyssinet qui a été le premier à découvrir et à étudier le phénomène de fluage, considérait que ce module est le module "vrai" du béton.



### 3° Prescriptions de l'EC2 pour le fluage et le retrait

L'EC 2 commence par rappeler l'ensemble des paramètres dont dépendent le fluage et le retrait (humidité ambiante, dimensions des pièces, composition du béton ainsi que, pour le fluage, le degré de maturité du béton et la contrainte appliquée).

L'article 3.1.2.5-5 de l'EC2 propose, pour les cas courants où une évaluation approchée est suffisante des valeurs moyennes  finales  du coefficient de fluage  $\phi_t$  et des valeurs de base du retrait  $\epsilon_{cs}$  en fonction de l'âge à la mise en charge, de l'humidité relative du milieu ambiant et des dimensions des éléments (voir tableaux 3 et 4 ci-après).

Ces valeurs s'appliquent :

- 1°) pour des températures moyennes du béton comprises entre 10°C et 20°C
- 2°) pour des variations saisonnières de température de - 20°C à + 40°C et des variations d'humidité relative se situant entre 40 % et 100 %.
- 3°) à des bétons de consistance plastique à l'état frais.

Les valeurs indiquées dans les deux tableaux qui suivent doivent être multipliées par :

- 0,75 pour les bétons à consistance ferme
- 1,25 pour des bétons mous.

En cas d'emploi de superplastifiants, il convient de se référer à la consistance avant l'ajout des superplastifiants.

Tableau 2.7- Coefficient de fluage final  $\phi_t$  (béton de granulats normaux)  
(Les valeurs données dans ce tableau supposent que la contrainte du béton n'excède pas  $0,45 f_{ck}$  à l'âge  $t_0$  de la mise en charge).

Age $t_0$ du chargement (jours)	Atmosphère sèche, à l'intérieur (RH = 50 %)			Atmosphère humide, à l'extérieur (RH = 80 %)		
	Epaisseur fictive $\frac{2 A_c^*}{u}$ (mm)					
	50	150	600	50	150	600
1	5,4	4,4	3,6	3,5	3,0	2,6
7	3,9	3,2	2,5	2,5	2,1	1,9
28	3,2	2,5	2,0	1,9	1,7	1,5
90	2,6	2,1	1,6	1,6	1,4	1,2
365	2,0	1,6	1,2	1,2	1,0	1,0

\*  $A_c$ , aire de la section droite ;  $u$ , périmètre de cette section.

Tableau 2.8- Retrait final  $\epsilon_{cB}$  (béton de granulats normaux) en %.

Exposition de l'élément	Humidité relative (%)	Epaisseur fictive $\frac{2 A_c^*}{u}$		
		50	150	600
à l'intérieur	50	0,61	0,60	0,50
à l'extérieur	80	0,34	0,33	0,28

\*  $A_c$  , aire de la section droite ; u , périmètre de cette section

NOTE COMPLÉMENTAIRE

1. Le fait que les Règles BAEL donnent de la résistance caractéristique à la traction une valeur conventionnelle en fonction de  $f_{c28}$  ne doit pas inciter à négliger de faire, en cours de travaux, un contrôle des résistances à la traction soit par essais de fendage d'éprouvettes cylindriques, soit par essais de flexion d'éprouvettes prismatiques.

La résistance à la traction du béton a une influence notable sur le comportement des ouvrages (fissuration, déformations), et des bétons ayant des résistances élevées à la compression peuvent avoir des résistances assez faibles à la traction, tandis que l'inverse ne se produit pas.

2. Les Règles BAEL stipulent (art. A. 2. 1,1) que les projets doivent être établis en fonction d'une résistance caractéristique spécifiée, qu'il y a lieu d'obtenir lors de l'exécution. Les compositions des bétons ne sont donc normalement définies au niveau du projet qu'à titre indicatif, à moins qu'on ne dispose soit de références précises, soit de garanties comme c'est le cas pour la résistance caractéristique des bétons prêts à l'emploi, à caractéristiques normalisées (B. C. N.).

Le commentaire de l'article A. 2.1,13 donne pour le choix des valeurs de  $f_{c28}$  les indications suivantes :

- une résistance de 20 MPa est facilement atteinte sur les chantiers convenablement outillés ;
- on obtient facilement 25 MPa sur les chantiers faisant l'objet d'un contrôle régulier ;
- on peut obtenir 30 MPa dans toutes les régions, à condition, en outre, de choisir convenablement les matériaux et d'étudier la composition du béton ;
- des résistances supérieures peuvent être atteintes, moyennant une sélection rigoureuse des matériaux utilisés. Ainsi, depuis l'apparition des adjuvants fluidifiants (superplastifiants) qui permettent de réduire le dosage en eau et, plus récemment, des fumées de silice, il est à présent possible de fabriquer à peu près partout en France des bétons à hautes performances correspondant à des résistances pouvant atteindre 60, voire 80 MPa et même davantage. Le domaine d'application des Règles BAEL a donc été étendu, mais en le limitant toutefois à 60 MPa (au lieu de 40 MPa antérieurement).

Ces indications sont plutôt applicables à des travaux pour lesquels on dispose de références au départ et qui font l'objet d'un contrôle suivi en cours d'exécution.

Sur les chantiers courants de bâtiments, il est souvent difficile de disposer d'informations préalables précises sur les bétons réalisables au lieu de l'exécution. Par ailleurs, on met fréquemment en œuvre des bétons ayant, au slump test, un affaissement d'environ 10 cm.

Les règles applicables aux ouvrages et éléments courants de structures en béton armé fournissent les indications complémentaires dans un tableau (art. B.1,1) qui donne, pour les ciments des classes 45 (ou 45 R) et 55 (ou 55 R), les dosages en ciment (en  $kg/m^3$ ) permettant l'obtention des valeurs caractéristiques normalisées de  $f_{c28}$  (en MPa).

Il est évidemment possible d'adopter pour les mêmes compositions des résistances supérieures à celles du tableau lorsque les conditions requises sont remplies.

## 2.2 - ACIERS POUR BETON ARME

L'association acier-béton, de même que la mise en oeuvre des armatures, imposent, pour les aciers de béton armé, de strictes exigences qui ne peuvent se trouver représentées par un caractère unique. Compte tenu de leurs conditions d'emploi et de leurs caractères mécaniques, ces aciers doivent présenter une adhérence convenable, une ductilité et une aptitude au façonnage satisfaisantes et, le cas échéant, présenter l'aptitude au soudage requise pour l'exécution des jonctions, surtout en croix.

L'acier "idéal" devrait aussi avoir un prix à la tonne rapporté à la limite d'élasticité le plus bas possible.

Après avoir assisté pendant près de trente ans entre les différents producteurs à une "course" d'abord à la limite d'élasticité, puis aux caractères technologiques - en particulier l'aptitude au soudage - on assiste maintenant à une recherche de fiabilité dans la qualité, dont l'utilisateur ne peut que bénéficier.

### 2.20 - BREFS RAPPELS SUR LA FABRICATION DE L'ACIER

#### 2.201 - Types d'aciéries

Il existe deux grandes catégories d'aciéries :

1°) les aciéries "de conversion" qui élaborent l'acier par décarburation de la fonte en fusion, sans apport de chaleur extérieur :

- soit par soufflage, à travers la charge de fonte liquide, d'air sous pression enrichi ou non à l'oxygène (procédé Thomas, quelque peu tombé en désuétude)
- soit par insufflation d'oxygène pur au-dessus de la surface de la charge de fonte liquide, au moyen d'une lance refroidie, les procédés pouvant être séparés en deux catégories :

- . pression d'oxygène élevée et four fixe (procédés L.D, LD Pompey, OLP ...)
- . pression d'oxygène relativement faible et four rotatif (procédé Kaldor) ;

2°) les aciéries "sur sole" qui opèrent dans des fours sur la sole desquels sont fondues, puis affinées ferrailles et/ou fontes.

Dans le procédé Martin (long et coûteux) la fusion est obtenue en brûlant du gaz ou un combustible pulvérisé, et les impuretés sont éliminées essentiellement par oxydation.

Dans le four électrique, couramment utilisé dans les "mini-aciéries" fabriquant des aciers pour béton armé, on part essentiellement de ferrailles dont la fusion est obtenue par un arc électrique produit par d'énormes électrodes en graphite qui pénètrent dans la masse métallique. L'affinage s'opère essentiellement par réactions entre le métal et un laitier liquide obtenu par fusion de matériaux calcaires.

## 2.202 - Coulée de l'acier

Pendant longtemps l'acier élaboré au convertisseur ou au four électrique a été coulé d'abord dans une poche puis de la poche dans une lingotière placée en position verticale.

Cette façon de procéder, encore en usage de nos jours, entraîne deux inconvénients :

- 1°) une ségrégation dans la hauteur de la lingotière, d'où un manque d'homogénéité du métal et la nécessité de "chuter" la tête et le pied du lingot, ce qui correspond à une perte d'environ 20 à 25 % sur le volume du métal fabriqué, les parties chutées devant être refondues (opération dite de "mise au mille") ;
- 2°) l'obligation de laisser refroidir le lingot avant démoulage, pour le réchauffer ensuite en vue du laminage d'une ébauche (ou "demi-produit"), elle-même utilisée par la suite pour fabriquer le "rond à béton", d'où une consommation élevée d'énergie.

Actuellement, plus de 50 % de l'acier est produit par le procédé de la "coulée continue" qui s'est développé au cours des vingt dernières années et se développe de plus en plus en raison des économies d'énergie qu'il permet de réaliser.

Ce procédé consiste à solidifier le plus rapidement possible l'acier liquide. Celui-ci est d'abord coulé à sa sortie du convertisseur ou du four électrique dans une poche, puis de celle-ci dans un répartiteur alimentant à gauche ou à droite, sur deux lignes sensiblement horizontales, un moule en cuivre à canaux de section rectangulaire, refroidi à l'eau.

Dès que le métal touche la paroi il se solidifie en surface et se rétracte ; on obtient ainsi une veine de métal qui glisse le long du moule. A la sortie de celui-ci, quinze mètres plus loin environ, on obtient directement un "demi-produit" solide, ayant une grande homogénéité interne, la ségrégation ayant été empêchée par un brassage magnétique.

Il n'y a plus ni chute, ni "mise au mille".

Après coupe et réchauffage, le demi-produit obtenu est prêt à être laminé.

## 2.203 - Laminage à chaud

Par passages successifs à chaud dans du demi-produit dans des cannelures appropriées on peut obtenir :

- soit des barres droites lisses ou "à haute adhérence" (de 6 à 50 mm de diamètre)
- soit un fil machine (de 5 à 13 mm de diamètre) enroulé en couronnes à spires non rangées, directement après le laminage à chaud.

C'est du laminage que dépendent les caractères géométriques du produit fini ; en conséquence, l'usure des cylindres est soigneusement contrôlée.

## 2.204 - Tréfilage et/ou laminage à froid du fil machine

Le tréfilage consiste, après avoir débarrassé de sa "calamine" le fil machine reçu en couronnes, à le faire passer à travers une ou plusieurs "filières" successives constituées par des blocs de métal dur comportant en leur centre un orifice conique ; l'effort de traction nécessaire est exercé par des bobines circulaires en rotation, sur lesquelles le fil tréfilé vient s'enrouler. Les filières, aux orifices parfaitement calibrés, réduisent la section tout en améliorant l'état de surface. De ce fait, immédiatement après les filières, le fil est rigou-

reusement cylindrique. Si l'on veut améliorer ses qualités d'adhérence au béton, il faut le faire passer entre des galets crantés avant son enroulage. Le même résultat peut être obtenu par un laminage à froid effectué seul ou en combinaison avec le tréfilage.

Si la réduction de section obtenue dans l'opération de tréfilage et/ou laminage à froid est élevée (> 25 %) le fil machine acquiert une texture allongée est écroui : sa limite d'élasticité a fortement augmenté, sa résistance à la traction également mais beaucoup moins. En contrepartie son allongement sous charge maximale (voir 2,263) a fortement diminué.

Le produit ainsi obtenu, appelé couramment "fil" par les utilisateurs, ne doit pas être confondu avec le "fil machine" de départ.

## 2.205 - Traitements mécaniques ou thermiques

Actuellement, les utilisateurs demandent de plus en plus, en France comme à l'étranger, des "ronds à béton" à limite d'élasticité élevée, ductiles, facilement soudables, de composition chimique et de fabrication économiques.

Ces exigences sont en fait contradictoires.

Par exemple, si on veut obtenir un acier "naturellement dur" à l'état brut de laminage, c'est-à-dire possédant, à la sortie du laminoir et sans qu'un traitement particulier soit nécessaire, une limite d'élasticité relativement élevée on peut agir sur sa composition chimique et, par référence à un acier à bas carbone ( $C \sim 0,2 \%$ ) :

- soit augmenter les teneurs en carbone ( $C \sim 0,3 \%$ ) et en manganèse, mais le gain de limite d'élasticité est alors obtenu au détriment de la ductilité et de l'aptitude au soudage :
- soit simultanément ou sans toucher à la teneur en carbone, avoir recours à des additions importantes de niobium (Nb), de vanadium (V) ou de titane (Ti)
  - aciers "microalliés" - ce qui augmente sensiblement le coût de la fabrication.

Pour conférer à des aciers à bas carbone (ductiles et aisément soudables) des caractères mécaniques élevés sans grèver exagérément leur prix de revient, on peut avoir recours soit à un traitement mécanique soit à un traitement thermique.

### 1° - Traitement mécanique d'écrouissage

Ce traitement consiste à imposer à un acier à bas carbone ( $C \sim 0,2 \%$ ) une déformation permanente :

- soit par traction et/ou torsion à froid, sans réduction sensible de section,
- soit par tréfilage et/ou laminage à froid, avec forte réduction de section.

Cet "écrouissage" a pour effet d'élever la limite d'élasticité dans le sens de la déformation sans que cela ait une incidence sur l'aptitude au soudage. Cependant l'allongement de rupture est généralement diminué, dans des proportions variables. Toutefois, les valeurs finales des caractères mécaniques ne sont pas acquises instantanément, mais seulement après un certain temps (2 à 3 semaines en été, 2 à 3 mois en hiver). Ce phénomène, appelé "vieillissement", est général (1).

(1) Pour les aciers naturellement durs, on observe au cours des deux premières semaines qui suivent le laminage une perte de limite d'élasticité d'environ 10 à 20 MPa accompagné d'un gain de quelques % en allongement de rupture. C'est le contraire pour un acier écroui à froid (et non revenu ensuite) qui voit sa limite d'élasticité augmenter et son allongement de rupture diminuer.

Le vieillissement peut être accéléré par un chauffage ne dépassant pas 250°C.

Les conditions économiques actuelles et les recherches récentes en matière de traitements thermiques (moins coûteux que l'opération complémentaire d'écrouissage) ont progressivement amené le déclin du procédé TOR consistant à écrouir l'acier par torsadage à froid.

Le tréfilage et/ou le laminage à froid de barres ou fils de faible diamètre continuent par contre d'être assez répandus (il existe d'ailleurs un acier TORFIL fabriqué par laminage à froid).

## 2° - Traitement thermique

Vers 1980, le Centre de Recherches Métallurgiques (C.R.M.) en Belgique et l'Institut de Recherches de la Sidérurgie (IRSID) en France ont mis au point, chacun de leur côté, un procédé de traitement thermique des ronds à béton armé qui repose sur un principe très simple.

A la sortie du laminoir, la barre subit rapidement une trempe superficielle à l'eau, de manière à faire apparaître un anneau de martensite (fig. 2.25) très résistante mais peu ductile, tandis que le cœur de la barre conserve une grande partie de sa chaleur.

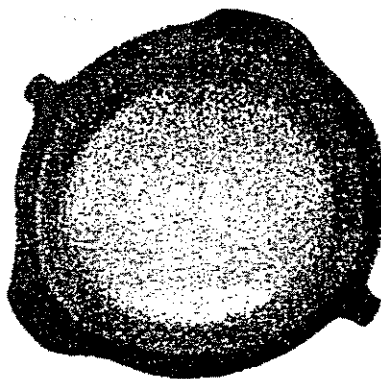


Figure 2.25

Lors du séjour de la barre sur le "refroidissoir", les températures s'homogénéisent de façon naturelle dans la section : la martensite reçoit un apport de chaleur par conduction à partir du cœur resté chaud et subit donc un "auto-revenu" qui restaure la ductilité.

Les barres ainsi traitées ont une limite d'élasticité supérieure de 100 à plus de 200 MPa à celle de barres qui auraient été laissées à l'état brut de laminage. Ce résultat est acquis sans qu'il ait été besoin d'augmenter la teneur en carbone, ce qui laisse intacte l'aptitude au soudage, ni d'ajouter des éléments "dispersoïdes" (Nb, V, Ti) coûteux. Ce résultat est également acquis sans altération de la ductilité, c'est-à-dire que le produit obtenu a une bonne aptitude au façonnage.

Enfin, avantage non négligeable, le coût du traitement thermique compte peu dans le prix global de la fabrication.

En France, la Société Nouvelle TORSID et, au Bénélux, l'Association TEMPCORE, sont chargées de la promotion de l'acier (TORSID ou TEMPCORE) ainsi fabriqué.

## 2.21 - CLASSIFICATION DES PRODUITS

Compte tenu des rappels qui viennent d'être faits, les produits utilisés pour constituer les armatures du béton armé peuvent être classés :

1° - Du point de vue de leur mode de production, en :

- a) aciers laminés à chaud sans traitement thermique ou mécanique ultérieur (aciers "naturels"), dont les caractères mécaniques dépendent principalement de la composition chimique ;
- b) aciers doux laminés à chaud, puis soumis à un traitement thermique approprié (voir 2.205 - 2°) ;
- c) aciers doux laminés à chaud, puis soumis à un traitement mécanique "d'écrouissage" (voir 2.205 - 1°).

2° - Du point de vue de la forme de leur surface, en :

- barres lisses et fils tréfilés lisses, à section droite circulaire ;
- barres et fils à haute adhérence dont la surface latérale présente des aspérités judicieusement disposées (nervures, verrous), destinées à réduire la possibilité de glissement du produit dans la gaine de béton où il sera placé. Si leur aptitude au soudage le permet, ces barres et fils à haute adhérence peuvent être utilisés pour constituer des treillis soudés ou des "panneaux-pré-assemblés".

3° - Du point de vue de leur aptitude au soudage, en :

- aciers non soudables,
- aciers soudables.

## 2.22 - DESIGNATIONS OFFICIELLES ET APPELLATIONS PRATIQUES

1° - A la commande, la terminologie qu'il convient d'utiliser pour désigner les armatures concerne, à la fois, le processus de fabrication et le conditionnement. On doit distinguer ainsi :

- les ronds lisses en barres droites ( $\emptyset$  6 à 50 mm) qui peuvent provenir :
  - . soit de ronds laminés à chaud eux-mêmes droits
  - . soit de fil machine (voir 2.203) redressé et livré droit.
- les barres à haute adhérence (barres HA) laminées à chaud, et livrées en barres droites (parfois en couronnes pour les petits diamètres) ;
- les fils-machine à haute adhérence ( $\emptyset$  3 à  $\emptyset$  16 mm), laminés à chaud et livrés en couronnes (1) ou, après redressage à froid, en barres droites ;
- les fils à haute adhérence ( $\emptyset$  3 à  $\emptyset$  16 mm), tréfilés et/ou laminés à froid à partir de fil machine et livrés en couronnes ou, après redressage à froid, en barres droites ;
- les fils lisses, tréfilés à partir de fil machine, et utilisés uniquement sous la forme de treillis soudés.

---

(1) Le redressage des produits livrés en couronne pose des problèmes particuliers et délicats.

2° - Dans le langage courant des bureaux d'études et des chantiers, cette terminologie n'est pas toujours respectée. On y désigne en effet le plus souvent sous les noms de :

- . "aciers à béton", "fers à béton (1)", "ronds à béton", l'ensemble des produits utilisés pour constituer les armatures du béton ;
- . "barres", les produits laminés à chaud en barres droites ;
- . "fils", les produits tréfilés et/ou laminés à froid, qu'ils soient livrés en barres droites (2) ou en couronnes ;
- . "armatures", un ensemble ou un sous-ensemble de ferrailage (1).

Ces différents produits sont couramment utilisés :

- a) soit sous forme de ferrailages traditionnels, composés de barres droites ou façonnées selon les formes prévues aux dessins d'exécution ; les opérations de "façonnage" comprennent la coupe à longueur, le pliage, l'assemblage, le ligaturage ou le soudage s'il est autorisé, opérations exécutées soit en atelier soit sur le chantier de construction ;
- b) soit sous forme de treillis soudés fabriqués en usine (voir 2.233-1) et livrés au chantier sous forme de panneaux plans ou prépliés, ou sous forme de rouleaux lorsque le diamètre des fils constitutifs n'excède pas 5,5 mm. Il existe des panneaux (P) ou des rouleaux (R) standard sur stock intéressants sur le plan économique. Les panneaux standard peuvent être utilisés soit individuellement soit combinés. Il existe également des panneaux standard à la demande et des produits sur devis (3).
- c) soit sous forme d'armatures préfabriquées pré-assemblées, réalisées en usine ou dans un atelier forain, et livrées prêtes à l'emploi, c'est-à-dire en principe sans nécessité de façonnages complémentaires sur le chantier.

## 2.23 - DESCRIPTION DES DIFFERENTS TYPES DE PRODUITS (4)

### 2.231 - Barres laminées à chaud : Ronds lisses, Barres à haute adhérence

Si la section transversale d'une barre est constante et approximativement circulaire, on a un rond lisse, qui est toujours brut de laminage.

Si la surface latérale est munie de nervures, celles-ci améliorent la liaison avec le béton et la barre est dite "à haute adhérence" (barre HA).

- (1) éviter l'appellation "fers" pour "aciers" ou, ce qui est pire, "ferrailles" pour "ferrailage" !
- (2) "fil" est une erreur d'appellation : un produit livré droit est toujours appelé "barre" même s'il s'agit d'un fil redressé.
- (3) voir "Le treillis soudé, Calcul et utilisation conformément aux Règles BAEL 91" chapitre 1 - Généralités - (Association technique pour le développement de l'emploi de treillis soudé : ADETS).
- (4) Consommation annuelle en France : 1 800 000 tonnes réparties approximativement en :
  - ronds lisses : 20 %
  - barres à haute adhérence : 60 %
  - treillis soudés formés de ronds lisses et panneaux pré-assemblés à haute adhérence : 20 %.



Les barres à haute adhérence se présentent le plus souvent sous la forme de ronds munis en saillie de nervures droites, obliques ou hélicoïdales. Il en existe de nombreux types (voir pages 61, 64 d, 64 e, 64 f). L'augmentation de l'adhérence dépend beaucoup de l'importance et des dispositions des nervures. Le dessin de celles-ci est souvent étudié (nervures obliques) pour que la section du rond reste constante sur toute la longueur.

Le profil d'une telle barre peut être obtenu :

- soit directement, à la passe finisseuse du laminage à chaud : l'acier qui est alors "brut de laminage" provient soit de coulées d'acier élaborées spécialement, soit parfois d'aciers de récupération (acier à rails) relaminés :
- soit, plus rarement maintenant, par écrouissage par torsion à froid d'une barre à section non circulaire laminée à chaud (cas de l'acier TOR). Le torsadage, au pas de 8 à 12 diamètres, constitue une épreuve sévère de la qualité car il permet de mettre en évidence certains défauts et d'éliminer les barres défectueuses.

Au cours de la torsion, les arêtes ou nervures prennent une forme hélicoïdale. Pour les diamètres supérieurs à 10 mm, il est indispensable de prévoir des nervures transversales ou "verrous" dont le rôle est de s'opposer à un dévissage éventuel de la barre dans le béton.

En Europe, à la haute adhérence (HA) est toujours associée une haute limite d'élasticité (HLE) obtenue soit par la nature même de l'acier, soit par un écrouissage. Selon les pays, cette limite d'élasticité varie entre 400 et 500 MPa, la valeur de 500 MPa étant maintenant la plus fréquente. En Autriche, on va jusqu'à 600 MPa. En Suède, on a été jusqu'à 900 MPa (acier KAM 90).

## 2.232 - Fils tréfilés et/ou laminés à froid

Un fil tréfilé lisse est un fil machine lisse qui a subi une réduction de section par passage à froid dans une ou plusieurs filières (voir 2.204).

En raison de la régularité parfaite de la section et de l'état de surface résultant de leur mode de fabrication, les fils tréfilés lisses ont une adhérence très faible, bien inférieure à celle des ronds laminés lisses de même diamètre.

Ils ne peuvent donc être utilisés que sous la forme de treillis soudés où ce sont les noeuds soudés, et non l'adhérence longitudinale, qui s'opposent à tout déplacement à l'intérieur du béton (voir 2.233).

Un fil tréfilé nervuré ou à empreintes est un fil machine lisse qui a été laminé ultérieurement à froid entre galets, cette opération pouvant ou non être précédée d'un tréfilage ou d'un laminage à froid : sa surface latérale présente des aspérités qui, par rapport à la surface moyenne peuvent être :

- soit en relief (fil nervuré)
- soit en creux (fil à empreintes).

Les fils à haute adhérence peuvent être utilisés :

- soit tels quels,
- soit sous forme de treillis soudés ou de panneaux pré-assemblés.

Tableau 2.9 - BARRES HA FABRIQUÉES EN FRANCE

	Nom du produit Nature Diamètres nominaux fournis	Formes de la section transversale et de la surface latérale
<b>Aciers soudables</b>	<b>ALPAS (1)</b> Acier naturellement dur φ 8 - 10 - 12 - 14 16 - 20 - 25 - 32 Aciéries et laminoirs de Paris Z.I. de Limay-Porcheville B.P. 39 78440 Gargenville.	
	<b>NERSAM S (1)</b> Acier naturellement dur φ 6 - 8 - 10 - 12 - 14 16 - 20 - 25 - 32 Société des Acieries de Montereau Z.I. B.P. 5 77130 Montereau sur Yonne	
	<b>TOR</b> Acier doux écroui φ 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 - 40 Acier Tor 4 rue de Ponthieu 75008 Paris	
	<b>TORSID</b> Acier doux traité thermiquement φ 8 - 10 - 12 - 14 - 16 20 - 25 - 32 - 40 TORSID S.A. 62 rue de Ponthieu 75008 Paris	
	<b>TORFIL</b> Acier doux écroui φ 5 - 6 - 8 - 10 - 12 Acier Tor 4 rue de Ponthieu 75008 Paris	
<b>Aciers non soudables</b>	<b>BRETEUIL DN</b> Acier naturellement dur φ 8 - 10 - 12 - 14 16 - 20 - 25 Forges de Breteuil 251 Boulevard Pereire 75017 Paris	
	<b>CREFOB (2)</b> Acier naturellement dur φ 8 - 10 - 12 - 14 16 - 20 - 25 - 32 - 40 Forges et Laminoirs de Bretagne Z.I. des Chatelets B.P. 46 22440 - Ploufragan	
	<b>NERVEX</b> Acier naturellement dur φ 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 Aciéries et Laminoirs de Paris BP 9,38140 Rives sur Fure	

(1) ALPA et NERSAM existent également en acier non soudable

(2) CREFOB existe également en acier soudable : φ 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 - 40.

## 2.233 - Treillis soudés ou pré-assemblés

De manière générale, on appelle "treillis" des armatures préfabriquées qui se présentent sous la forme de réseaux plans constitués de fils et/ou de barres lisses et/ou à haute adhérence, de diamètres inférieurs ou égaux à 16 mm, qui sont assemblés rigidement entre eux en mailles généralement rectangulaires.

La résistance de l'assemblage au point de croisement peut, ou non, être prise en compte dans les calculs, ce qui amène à différencier très nettement :

- d'une part les treillis (ou panneaux) soudés,
- d'autre part les treillis (ou panneaux) pré-assemblés.

### 2.233-1 - Treillis soudés

L'appellation "treillis soudés" est réservée à tout treillis dans lequel

- l'assemblage des éléments constitutifs est obtenu par soudage de chaque point de croisement, effectué par résistance, en usine, sur machines automatiques ;
- la résistance au cisaillement des soudures est garantie car elle est mise en jeu dans la liaison de l'armature avec le béton, du fait de l'ancrage mécanique créé par la soudure d'un élément sur un élément perpendiculaire.

L'écartement entre éléments constitutifs parallèles peut être constant ou varier, d'une façon discontinue, d'un endroit du treillis à l'autre.

Les éléments constitutifs dans une même direction sont de même nature (lisse ou à haute adhérence) et présentent les mêmes caractères mécaniques garantis. Ils sont parfois groupés par paquets de deux ronds, fils ou barres accolés.

### 2.233-2 - Treillis (ou panneaux) pré-assemblés

Dans ce cas, les assemblages des barres sont réalisés :

- soit par des ligatures,
- soit par des soudures dont la résistance au cisaillement n'est pas garantie (et qui n'intéressent pas nécessairement tous les points de croisement), l'assemblage soudé devant toutefois résister aux sollicitations et aux chocs pouvant résulter des manutentions lors du stockage, du transport, du déchargement et de la mise en place ;
- soit par tout autre procédé : noeud plastique, collage, etc..

La résistance des assemblages des treillis pré-assemblés est trop aléatoire pour pouvoir être prise en compte dans les calculs : la liaison des armatures avec le béton n'est donc considérée comme assurée que par l'adhérence propre des barres constitutives.

## 2.24 - DOCUMENTS NORMATIFS

### 2.241 - Normes

La qualité des armatures pour béton armé est définie par des caractères géométriques, mécaniques et technologiques (adhérence, façonnage, soudage) spécifiés dans la norme relative à chaque nature d'armature.

#### a) Normes françaises

Les normes auxquelles renvoie le titre I "Armatures pour béton armé" du fascicule 4 du Cahier des Clauses Techniques Générales (CCTG) applicables au Marché de l'Etat sont au nombre de cinq. Elles définissent respectivement dans leur éditic "juillet 1984" :

- les ronds lisses (NF A 35-015), les barres et fils machine à haute adhérence (NF A 35-016) ou les fils à haute adhérence (NF A 35-019) :

- l'aptitude au soudage (NF A 35-018)

- les treillis soudés (NF A 35-022)

- l'essai de cisaillement des assemblages soudés en croix (NF A 35-023).

Les normes portant le même numéro, de juillet 1978 ou avril 1980 de même que les normes A 35-017, A 35-020 et A 35-021 ont été annulées.

#### b) Norme européenne

Toutes ces normes sont appelées à être remplacées dans un proche avenir par la norme européenne ENV 10080.

Cette norme comprend trois parties :

- les exigences générales
- les barres et les couronnes
- les treillis soudés.

Elle couvre aussi bien les produits laminés à chaud que les produits treillisés et/ou laminés à froid.

Les points essentiels de cette norme sont les suivants :

- elle ne retient que les aciers HA soudables
- il n'y a plus qu'une nuance unique, correspondant à une limite d'élasticité garantie (voir 2,262) de 500 MPa.
- deux classes de ductilité sont prévues :
  - B (haute ductilité)
  - A (ductilité normale)

Les aciers seront ainsi désignés à l'avenir par B500A ou B500B (au lieu de FeE 500 actuellement).

#### 2.242 Certification

Autrefois soumis en France à la procédure d'homologation avec contrôle, par la Commission Interministérielle d'homologation et de contrôle des armatures pour béton armé, les aciers pour béton armé sont maintenant "certifiés". La certification a pour objet d'attester de la conformité des armatures aux normes (et surtout, à la norme européenne)

Les règlements de certification sont définis par l'EOTC (Organisation Européenne pour les essais et la certification) travaillant en "Agreement Group" composé de représentants des organismes nationaux de certification et de représentants des producteurs et des utilisateurs. Pour la France, il s'agit de l'AFCAB (Association Française de Certification des Armatures du Béton), qui prend la suite de la Commission Interministérielle.

"L'Agreement Group" a pris le nom de "CONSCERT". Cette structure, qui regroupe depuis le 19 mars 1991 les organismes nationaux de douze pays, travaille à l'étude des équivalences des régimes de certification, encourage les reconnaissances bilatérales des labels de certification en préparant le stade des reconnaissances multilatérales.

En France, la création juridique de l'AFCAB remonte à décembre 1990. Elle a, depuis,

établi un "Règlement de la Certification et du contrôle des armatures industrielles pour le béton"; un "Règlement particulier de la marque NF-AFCAB "Armatures pour béton armé" "

Les certifications NF-AFCAB se substituent désormais aux fiches d'identification antérieurement délivrées par la Commission Interministérielle.

Depuis le 1<sup>er</sup> janvier 1993, les aciers à béton, barres, couronnes, doivent:

- être conformes aux normes AFNOR en vigueur et à des spécifications complémentaires indiquées au Règlement particulier de l'AFCAB;
- provenir d'une fabrication dont la qualité est contrôlée suivant les dispositions prévues par ce règlement
- avoir une origine identifiable.

## 2.243 Identification

L'identification d'un acier exige de connaître:

- le(s) producteur(s) et le nom du produit,
- la nuance de l'acier,
- le type de l'acier (mode d'obtention des caractères mécaniques) (famille),
- les marques spécifiques de laminage,
- les caractères géométriques avec leurs tolérances,
- les caractères d'adhérence,
- les aptitudes au façonnage et au soudage.

Pour les barres et fils lisses, aucun marquage particulier n'est possible (sauf à la peinture, mais ce procédé n'est pas généralisé et il est peu fiable).

Les barres et fils à haute adhérence agréés comportent des marques réalisées lors de la fabrication, qui permettent d'identifier (en principe sans équivoque) la nuance, le pays producteur, l'usine productrice.

Ces marques consistent le plus souvent en séquences de nervures transversales normales séparées par des nervures renforcées ou des points (qui se répètent évidemment à chaque tour de cylindre ou de galet).

Lorsqu'un acier est soudable, il présente en outre une disposition particulière des verrous qui permet de le reconnaître par simple inspection visuelle (voir figure 2.34 en 2.273-2).

## 2.25 - CARACTERES GEOMETRIQUES

### 2.251 - Barres et fils

Les caractères géométriques font l'objet de valeurs nominales affectées de tolérances qui définissent des bornes inférieure et/ou supérieure dont le respect est garanti par le producteur.

Les caractères géométriques comportent toujours la section nominale. Pour les armatures à haute adhérence (voir ci-après) ils comportent en outre des paramètres définissant la forme de la section transversale spécifiés respectivement dans les normes NF A 35-016 et NF A 35-019.

2.251-1 - Caractères nominaux

Le diamètre nominal d'une barre (lisse ou HA) ou d'un fil (lisse ou HA) est le diamètre théorique à prendre en compte dans les calculs de résistance. Il est désigné par le symbole  $\emptyset$  (O barré, mais prononcer "phi"). C'est ce diamètre qui doit être spécifié sur les plans et à la commande.

Le diamètre nominal est défini comme le diamètre d'un cylindre de révolution du même métal, ayant la même masse linéique.

Au diamètre nominal correspondent :

- une section  nominale  : aire du cercle ayant pour diamètre le diamètre nominal,
- un  périmètre nominal  : longueur de la circonférence ayant pour diamètre le diamètre nominal.

Pour les différents types de produits, la gamme des diamètres nominaux (en mm) et les caractères qui y sont associés sont donnés dans les tableaux 2.10 et 2.11.

a) Gamme des diamètres nominaux encore en usage en France :

TABLEAU 2.10 a

Gamme des diamètres nominaux (mm) en France

	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7	8	9	10	12	14	16	20	25	32	40	50	
Ronds lisses et barres HA							•		•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Fils HA (1)	•		•		•		•	*	•	*	•	•								
Treillis soudés	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•								

(1) diamètres 7 et 9 pour armatures préfabriquées seulement.

b) Gamme des diamètres nominaux de la norme ENV 10080 :

	Barres	6	8	10	12	14	16	20	25	28	32	40
Tableau 2.10 b	Barres B500 A et couronnes	•	•	•	•	•	•					
	Barres B500 B	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Tableau 2.10 c.

Treillis soudés		5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	14	16	
B500 A		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
B500 B				•		•		•		•		•		•		•	•	•	•

TABLEAU 2.41

Diamètres, sections, périmètres nominaux, masses linéiques des produits sidérurgiques utilisés en béton armé

Diamètre nominal $\emptyset$ (mm)	Section nominale (cm <sup>2</sup> )	Périmètre nominal (cm)	Masse linéique (kg)
4	0,126	1,257	0,099
4,5	0,159	1,414	0,125
5	0,196	1,571	0,154
5,5	0,238	1,728	0,187
6	0,283	1,885	0,222
6,5	0,332	2,042	0,261
7	0,385	2,199	0,302
7,5	0,442	2,356	0,347
8	0,503	2,513	0,395
8,5	0,567	2,670	0,445
9	0,636	2,827	0,499
9,5	0,709	2,984	0,556
10	0,785	3,142	0,616
10,5	0,866	3,299	0,680
11	0,950	3,455	0,746
11,5	1,039	3,613	0,815
12	1,131	3,770	0,888
14	1,539	4,398	1,208
16	2,011	5,027	1,579
20	3,142	6,283	2,466
25	4,909	7,854	3,854
28	6,158	8,796	4,834
32	8,042	10,053	6,313
40	12,566	12,566	9,864

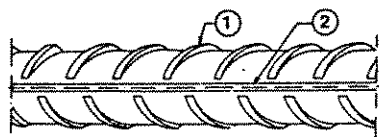
2.251-2 - Forme de la surface latérale des barres et fils HA

La surface latérale des barres HA et des fils HA est pourvue de nervures ou "verrous" destinés à s'opposer au glissement de l'armature dans sa gaine de béton.

Les nervures transversales et les nervures continues hélicoïdales remplissent une fonction semblable pour les barres et les fils machine. Il en est de même des nervures transversales pour les fils nervurés ou à empreintes.

a) Nervures transversales ou "verrous"

Les nervures transversales sont discontinues, de hauteur variable (en forme de croissant), et inclinées sur l'axe longitudinal de la barre ou du fil (fig. 2.26). Elles ne sont normalement pas en contact avec les nervures continues éventuelles. Elles peuvent s'enrouler hélicoïdalement ou être disposé "en arête de poisson", cas de la figure 2.26 a.



- 1 Nervure transversale.
- 2 Nervure continue parallèle à l'axe de la barre.

Figure 2.26a

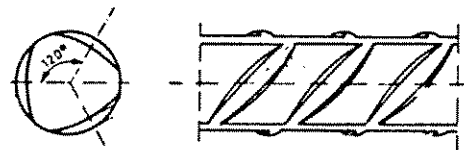
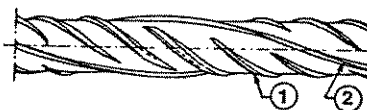


Figure 2.26b

b) Nervures continues

Les nervures continues sont des saillies prismatiques :

- parallèles à l'axe de la barre ou du fil, lorsque l'acier est simplement laminé à chaud (nervures longitudinales, fig. 2.26a) ; elles contribuent à éviter le "dévissage" de la barre ou du fil dans le béton lorsque toutes les nervures transversales sont orientées dans le même sens ;
- hélicoïdales, lorsque la barre est écrouie par torsion (fig. 2.27) :



- 1 Nervure transversale
- 2 Nervure continue hélicoïdale

Figure 2.27

c) Empreintes

Cette disposition ne se rencontre que pour les fils. Par rapport à la surface moyenne de ceux-ci, les aspérités se présentent en creux (fig. 2.28).



Figure 2.28

2.251-3 - Caractères normalisés des barres (HA) ou fils (HA)

Les normes NF A 35-017 et NF A 35-020 définissent les différents critères géométriques de forme relatifs :

- aux verrous : hauteur minimale, écartement moyen ou maximal, longueur et inclinaison sur l'axe de la barre ou du fil (ainsi que le pas de torsadage et la hauteur minimale des nervures dans le cas des barres torsadées) ;



- aux nervures continues éventuelles (hauteur minimale, pas) ;
- aux empreintes : profondeur minimale, écartement maximal, inclinaison minimale sur l'axe longitudinal du fil, ainsi que la largeur minimale du relief entre deux empreintes successives d'une même série et longueur minimale de celles-ci.

## 2.252 - Treillis soudés

Les caractères géométriques, qui concernent les dimensions des mailles avec des tolérances diverses sur les distances entre éléments constitutifs, sur la longueur de ceux-ci, l'équerrage des mailles, etc., sont donnés dans la norme NF A 35-022.

Les valeurs nominales des dimensions des mailles, mesurées par les espacements entre axes des éléments constitutifs parallèles, et exprimées en mm, appartiennent normalement à la série suivante :

75      100      125      150      200      250      300

La valeur de 75 mm entre éléments constitutifs parallèles ne se rencontre que dans le cas où le diamètre nominal de ces éléments est au plus égal à 12 mm.

## 2.26 - CARACTERES MECANIQUES

Les caractères mécaniques auxquels les normes font référence sont :

- la limite d'élasticité en traction (apparente dans le cas des aciers naturels, conventionnelle dans le cas des aciers écrouis) ;
- la contrainte de rupture par traction ;
- l'allongement sous charge maximale ;
- l'allongement de rupture par traction (base de la mesure : 5  $\emptyset$ ).

a) La limite d'élasticité et la contrainte de rupture par traction sont conventionnellement rapportées à la section nominale d'une barre et non à sa section réelle. Pour les treillis soudés, ces caractères (et l'allongement de rupture) sont mesurés sur des constituants comportant, en leur milieu, un élément transversal soudé. Les modes opératoires sont ceux décrits dans les normes particulières relatives aux éléments constitutifs.

### b) Allongement sous charge maximale

*Certaines méthodes de calcul font systématiquement appel à l'adaptation plastique des matériaux (voir Annexes). De même, dans*

le cas de structures soumises à des sollicitations accidentelles telles que séismes, chocs, etc., ou exposées à des situations accidentelles, telles qu'un incendie, il peut se produire, localement, des redistributions d'efforts : la sécurité de la structure dépend alors de la capacité de déformation que présentent les matériaux dans leur domaine plastique.

Pour l'acier, cette capacité de déformation est caractérisée par l'allongement total pour cent sous charge maximale dont la détermination est définie par la norme expérimentale A 03-162 de février 1983.

Cet allongement, désigné dans ce qui suit par  $A_{gt}$  (notation de la norme) est l'allongement maximal pris par une éprouvette au cours d'un essai de traction avant que n'apparaisse l'amorce d'un phénomène de striction en une section quelconque de celle-ci.

Les méthodologies de mesure de l'allongement total sous charge maximale ne sont pas encore définitivement arrêtées.

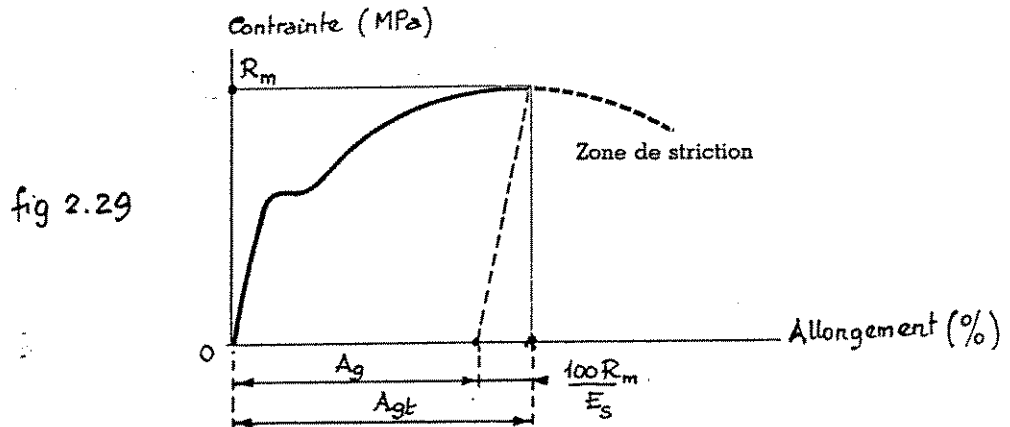
En France, la norme A 03-162 retient comme principe de "mesurer, sur 1 fragment le plus long d'une éprouvette ayant été soumise à un essai de traction, l'allongement non proportionnel sous charge maximale, à partir duquel est calculé l'allongement total pour cent sous charge maximale" (ce dernier est noté  $A_{gt}$ ).

En adoptant les notations de cette norme, l'allongement total sous charge maximale, exprimé en %, est constitué par la somme (fig. 2.29):

- de l'allongement pour cent non proportionnel (allongement plastique rémanent)  $A_g$  déterminé comme indiqué ci-dessous ;
- d'un allongement élastique égal à  $100 \frac{R_m}{E_s}$  (retour élastique).

On a donc, en exprimant  $R_m$  en MPa et, compte tenu de ce que  $E_s = 2.10^5$  MPa :

$$A_{gt} = A_g + \frac{R_m}{2000} \quad [2.22]$$



La méthode de détermination de l'allongement total sous charge maximale consiste à mesurer l'accroissement de longueur entre des repères délimitant une zone concernée ni par la striction, ni par l'effet des mors de la machine de traction.

Conventionnellement, la base de mesure doit être située à  $5 \phi$  au moins de la striction et  $2,5 \phi$  de l'extrémité des mors (fig. 2.30) :

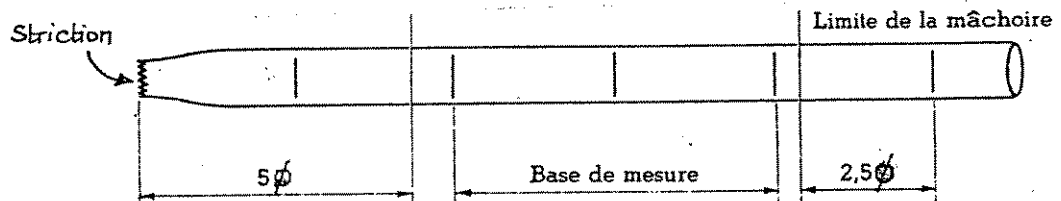


Figure 2.30

La valeur initiale  $\ell_0$  de la longueur entre repères, fonction de la valeur escomptée par  $A_{gt}$  est normalement prise égale à (cf. norme NF A 03-162, tableau 2) :

- 100 mm pour les barres ( $A_{gt} > 5$ )
- 50 mm pour les fils ( $2 \leq A_{gt} \leq 5$ )

Deux séries de marques équidistantes sont faites sur l'éprouvette, ces deux séries étant décalées d'environ  $\ell_0/2$ . La longueur minimale de la base de mesure est au moins égale à  $\ell_0$ . Pour les aciers nervurés, les marquages se font en fonction du pas des verrous.

La longueur ultime entre repères étant  $l_u$ , on a  $A_g = \frac{l_u - l_0}{l_0} \times 100$   
 d'où l'on déduit  $A_{gt}$  par la formule [2.22].

Une autre méthode couramment employée au Bénélux consiste à déterminer l'allongement sous charge maximale à partir des allongements de rupture mesurés respectivement sur des bases de  $10 \phi$  et de  $5 \phi$  (fig 2.31) ce qui revient à considérer les allongements hors-striction  $(l_{uhs})_1$  et  $(l_{uhs})_2$  de part et d'autre de la section de rupture. De cette manière l'allongement uniforme caractérise la ductilité de l'acier dans sa zone a priori la moins résistante. Cette deuxième méthode nécessite un tracé fin et précis des repères; on a :

Avant striction :  $AA' = 10 \phi$      $BB' = 5 \phi$      $AB + A'B' = 5 \phi$

Après striction :  $l_{u10} - l_{u5} = (l_{uhs})_1 + (l_{uhs})_2$

ou  $10 \phi \left(1 + \frac{A_{g1}}{100}\right) - 5 \phi \left(1 + \frac{A_{g2}}{100}\right) = 5 \phi \left[1 + \frac{A_{g1} + A_{g2}}{100}\right]^*$

d'où  $A_{gt} = (A_{g1} + A_{g2}) = 2 A_{g1} - A_{g2}$ .

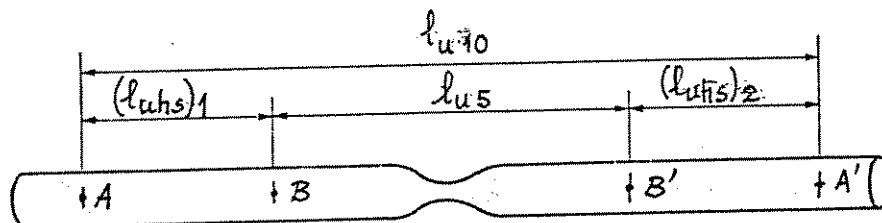


fig 2.31

Les essais comparatifs qui ont été effectués montrent que cette méthode donne des valeurs de résultats d'essais plus élevées, donc plus favorables, que la première.

## 2,261 - Prescriptions des normes NF et des Règles BAEL (art. A 2,2)

### a) Limite d'élasticité garantie

Dans les calculs, l'acier est défini par la valeur garantie, notée  $f_e$ , de sa limite d'élasticité. Cette valeur correspond sensiblement à une valeur caractéristique requise d'ordre  $p = 0,025$  (voir 2.121-31, 1°).

Pour les aciers certifiés, un contrôle extérieur effectué en usine (VCU), déjà mentionné en 2.242, vient se superposer au contrôle du producteur et vérifier la fiabilité de ce dernier contrôle. Ceci permet de donner une définition statistique précise de la notion de garantie (c'est-à-dire de la frange limitée de la production qui peut tomber hors des limites spécifiées).

Les désignations conventionnelles, les nuances et les limites d'élasticité correspondantes des produits actuellement sur le marché sont données dans le tableau 2.12.

\*  $\frac{A_{g1}}{100}$  et  $\frac{A_{g2}}{100}$  représentent respectivement les allongements unitaires des tronçons AB et A'B'. De façon générale :  $l + \Delta l = l \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right)$

TABLEAU 2.12

Type	Désignation (1)	Limite d'élasticité garantie $f_e$ (MPa)	Emploi
Ronds lisses	Fe E 215 Fe E 235	215 235	emploi courant épingles de levage des pièces préfabriquées.
Barres HA	Fe E 400 Fe E 500	400 500	emploi courant <i>autrefois</i> emploi <i>de plus en plus fréquent</i>
Fils tréfilés HA	Fe TE 400 Fe TE 500	400 500	emploi sous forme de barres droites ou de treillis.
Treillis soudés - lisses - HA	TSL TSHA	500	emploi courant <i>autrefois</i> emploi fréquent

(1) Fe = Acier - "fer" - E = élasticité - T = tréfilé - TSL = treillis soudé lisse.

b) Diagramme contraintes-déformations (BAEL, art. A-2.2,2)

Pour les calculs sous sollicitations normales (voir Deuxième partie, chapitres 6 à 11), on substitue aux diagrammes expérimentaux le diagramme idéalisé suivant qui se compose conventionnellement :

- de la droite de Hooke, de pente  $E_s = 200\ 000$  MPa, indépendante de la nuance de l'acier,
- d'un palier horizontal d'ordonnée  $f_e$  (fig. 2.32) :

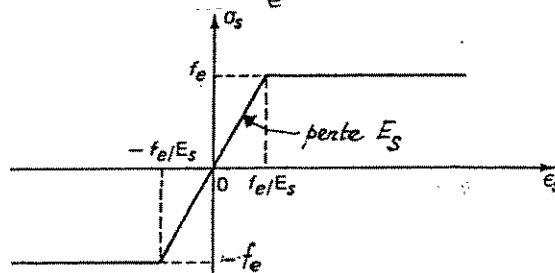


Figure 2.32

Remarque : Il est toutefois loisible d'utiliser une forme de courbe se rapprochant du diagramme réel de l'acier employé, à condition de se référer à la valeur garantie de la limite d'élasticité  $f_e$  et de contrôler la contrainte prise en compte pour l'allongement de 10 %.

c) Valeur garantie de l'allongement sous charge maximale (BAEL, C<sup>12</sup> art 2.2,2)

Cette valeur est de : 5% pour les barres HA  
et de : 2% pour les treillis soudés.

Remarque: Il convient de noter que les Règles BAEL ne se réfèrent plus nulle part ensuite à des conditions de ductilité minimale pour les aciers.

### 2.262 Prescriptions de la norme ENV 10080 et de l'EC2

La limite d'élasticité caractéristique, notée  $f_{yk}$ , et la résistance à la traction caractéristique, notée  $f_{tk}$ , sont définies comme le fractile 5%, respectivement:

- de la limite d'élasticité en traction apparente ou conventionnelle à 0,2% d'allongement rémanent,

- de la résistance à la traction axiale,

rapportées toutes deux à la section nominale.

#### a) Limite d'élasticité garantie

Comme déjà mentionné (voir 2.241b), la valeur retenue par l'ENV 10080 est unique et égale à 500 MPa.

La limite d'élasticité en compression est normalement prise égale à la limite d'élasticité en traction.

#### b) Classes de ductilité

En désignant par  $\epsilon_{uk}$  la valeur caractéristique de l'allongement sous charge maximale (voir figure 2.29) d'une barre (ou d'un fil), l'EC2 définit deux classes de ductilité, caractérisées comme suit :

Tableau 2.13

Classe de ductilité	$\epsilon_{uk}$	$(f_t/f_y)_k$
B	5%	$\geq 1,08$
A	2,5%	$\geq 1,05$

L'identification d'une barre, du point de vue de sa classe de ductilité, est immédiate, grâce à la disposition de ses nervures qui, pour la classe B (haute ductilité) sont d'inclinaison contrariée sur les deux côtés de la barre (disposition "en arête de poisson", voir fig 2.26a) alors que, pour la classe A (ductilité normale), l'inclinaison est toujours de même sens.

Seules les barres HA d'un diamètre au moins égal à 6 mm sont réputées avoir une haute ductilité. Au-dessous de 6 mm en effet, la capacité d'allongement peut se trouver réduite du fait de l'adhérence.

Les fils tréfilés ou laminés à froid et donc les treillis soudés<sup>usuels</sup> sont considérés comme ayant une ductilité normale (classe A).

Cette différence de comportement du point de vue de la ductilité est prise en compte dans l'analyse structurale (voir art. 2.5.3.4 de l'EC2).

c) Diagramme contraintes-déformations (art. 4.2.2.3.2 de l'EC2)

Pour l'analyse globale, les vérifications locales ou le calcul des sections il est permis de substituer aux diagrammes expérimentaux des diagrammes idéalisés ( $E_s = 200 \text{ GPa}$ ) choisis de manière à donner des approximations dans le sens de la sécurité. On peut ainsi adopter des diagrammes bilinéaires comportant un palier horizontal ou une partie rectiligne de faible pente.

Pour l'analyse globale, l'EC2 propose le diagramme bi-linéaire de la figure 2.33:

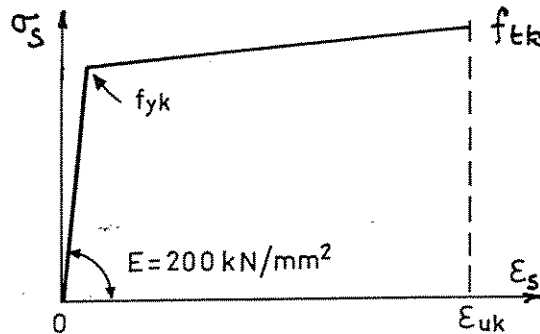


fig 2.33

Pour le calcul des sections, deux simplifications sont possibles:

1. adopter un diagramme à branche supérieure horizontale (comme dans les Règles BAEL) sans limite pour la déformation de l'acier;
2. adopter une branche supérieure inclinée, mais avec une déformation de l'acier limitée à 0,01 (10‰).

Remarques: 1- Les conditions du paragraphe b ci-dessus correspondent à une pente minimale de la branche inclinée égale à  $8 \text{ kN/mm}^2$  pour les aciers de classe B et de  $7,5 \cdot 10^3 \text{ kN/mm}^2$  pour les aciers de classe A.

2. La norme ENV 10080 introduit également un critère de résistance à la fatigue. Jusqu'à présent, ce caractère n'était pas pris en considération en France pour les armatures de béton armé.

## 2.27 - CARACTERES TECHNOLOGIQUES

Les caractères technologiques sont :

- l'absence de défauts préjudiciables à l'emploi,
- l'aptitude au façonnage, définie par référence à des essais de pliage et de pliage suivi de dépliage, et garantie par le producteur,
- l'aptitude d'une barre à assurer les liaisons mécaniques entre elle et le béton qu'elle entoure (caractères d'adhérence),
- l'aptitude au soudage.

Pour les treillis soudés, vient s'ajouter à ces caractères une résistance minimale au cisaillement des assemblages soudés, garantie par le Producteur.

### 2.271 - Aptitude au façonnage

Il faut distinguer les conditions de laboratoire et les conditions de chantier:

#### 2.271-1 - Conditions de laboratoire

En laboratoire, l'aptitude au façonnage s'apprécie par des essais de pliage ou de pliage suivi de dépliage. Ce dernier, qui constitue un test de "non-fragilité", peut servir à déterminer le diamètre du plus petit mandrin qui donne un essai bon pour une barre donnée. On appelle ce mandrin "mandrin critique". Le diamètre de mandrin garanti doit évidemment être supérieur à celui du mandrin critique.

Les angles de pliage et de dépliage choisis (50 grades et 30 grades) sont conventionnels. Après pliage et avant dépliage, l'acier est "vieilli" par immersion durant plusieurs minutes ( $\sim 30$  mn) dans l'eau bouillante. Le choix de la température de vieillissement est purement conventionnel. Il est donc difficile de considérer le résultat de l'essai comme une mesure certaine de l'aptitude au façonnage. Ce résultat permet cependant de signaler les aciers dont le vieillissement après déformation augmente sensiblement la raideur et sans doute la fragilité.

#### 2.271-2 - Conditions de chantier

Des aciers satisfaisant aux conditions de pliage indiquées dans les spécifications (plus ou moins basées sur les diamètres minimaux garantis des mandrins de pliage) ont autrefois donné lieu à des ruptures au façonnage sur le chantier. La raison tenait à ce que trop souvent, aussi bien sur les chantiers que dans les ateliers, le façonnage des armatures à haute adhérence de nuance Fe E 400 voire Fe E 500, était conduit de la même manière que celui des aciers de nuance Fe E 215. Par ailleurs, le producteur d'acier ne peut prévoir les traitements malencontreux auxquels les barres sont exposées sur le chantier. Parmi les traitements qui ont le plus attiré l'attention on a noté le pliage par temps froid (1), le dépliage intempestif de barres au cours du façonnage et l'emploi de cintreuses mal adaptées à leur fonction.

Le façonnage à la machine est maintenant toujours conseillé. Il est plus progressif que le façonnage à la main pour les barres de diamètre supérieur à 14 mm.

(1) Des essais effectués par le Centre de Recherches Métallurgiques du Bénélux ont montré que moyennant certaines précautions, le pliage d'aciers trempés auto-revenus (TORSID, TEMPCORE) était possible sans aléas, même pour des températures nettement inférieures à 0°C.

Les plieuses sont du type "à mandrin" ou du type "à trois galets". Dans les premières, la barre est engagée sur le mandrin et pliée sur celui-ci sous l'action d'un effort exercé par un taquet agissant suivant un cercle concentrique au mandrin. Si la distance du taquet au mandrin n'est pas judicieusement déterminée, la régularité de courbure en souffre et les nervures s'écrasent facilement sous le taquet (et sur le mandrin également si l'on n'a pas pris la précaution d'augmenter la surface d'appui en prévoyant un mandrin à gorge); il arrive aussi que certaines machines n'aient pas de mandrins de rechange ou que le personnel d'exécution néglige de changer de mandrin lorsque le diamètre des barres varie; enfin on ne trouve généralement pas dans le commerce de mandrin de diamètre suffisant pour les très grosses barres (ou bien c'est le chantier qui n'en dispose pas).

Les cintreuses à trois galets, dans lesquelles la courbure est obtenue par pression du galet central, ont le grave inconvénient de nécessiter plusieurs passes, de donner des pliures avec des courbures non continues et de provoquer des détériorations des nervures. Le résultat satisfaisant à l'oeil est obtenu par pliages successifs et parfois par des dépliage susceptibles de provoquer des amorces de rupture.

Pour éviter les incidents graves et pour obtenir sur les chantiers courants des pliages corrects, les recommandations d'emploi conseillent d'adopter des diamètres de pliage nettement supérieurs aux valeurs minimales garanties.

Une distinction doit être faite entre le cas des armatures "transversales" (étriers ou cadres) pour lesquelles certaines déficiences ne sont pas trop graves, et celui des ancrages aux extrémités des barres, et celui des coudes (barres relevées à 45°, armatures principales de poutres ou de consoles parallèles à un parement présentant un changement de direction) où les risques de dépliage au façonnage sont les plus grands.

En effet d'une part, plus le diamètre augmente, plus le façonnage devient difficile, d'autre part, si dans les ancrages il n'y a pas normalement nécessité de revenir sur un façonnage initial de la barre, avec les barres coudées, la correction nécessaire ne peut parfois être obtenue que par un dépliage intempestif. Ce dépliage comportant de gros risques, le cintrage des barres doit toujours être conduit de telle façon que la correction éventuelle du coude soit réalisée par une accentuation du pliage et non par dépliage.

Un problème qui se rattache à celui-ci est celui des épingles de levage pour la manutention des éléments préfabriqués, pour la confection desquelles il convient de n'utiliser exclusivement que des ronds lisses de nuance Fe E 235<sup>(1)</sup>, en raison des contraintes et déformations auxquelles ces épingles sont exposées.

En effet pour la nuance Fe E 235, des fourchettes d'élaboration plus serrées au niveau de l'analyse chimique permettent de garantir des performances plus élevées, en ce qui concerne l'aptitude au façonnage (pliage, pliage suivi de dépliage) et l'aptitude au soudage, que pour la nuance Fe E 215 qui est celle la plus utilisée en ronds lisses, mais aussi celle pour laquelle les tolérances à la production sont les plus larges.

Des dépôts régionaux d'acier Fe E 235 existent chez un nombre limité de marchands de fer (la liste des dépôts est disponible au Secrétariat de la Commission d'homologation et de contrôle (LCPC); voir aussi le fascicule OTUA "Aciers pour béton armé").

## 2.272 - Caractères d'adhérence

L'adhérence d'une barre au béton qui l'enrobe constitue l'un des phénomènes les plus complexes des constructions en béton armé.

Elle a fait l'objet de nombreuses théories parmi lesquelles il est encore difficile de dégager une position qui ne soit pas susceptible d'être

(1) Ne jamais utiliser pour ces épingles des barres HA Fe E 400 ou Fe E 500!



controversée. Il est en effet difficile de représenter cette notion par des modèles fiables. Les divers essais que l'on peut faire pour contrôler les qualités d'adhérence d'une barre ou d'un fil, ainsi que les prescriptions réglementaires concernant l'adhérence sont étudiés en détail au chapitre 4.

## 2.272-1 - Barres ou fils

### a) Surface relative des nervures

Conventionnellement, la norme ENV 10080 caractérise l'adhérence par un coefficient appelé "surface relative des nervures" dont la définition, due au Professeur REHM en Allemagne fédérale, est purement géométrique : il s'agit en effet de la surface des nervures projetée sur la section droite de la barre et rapportée à une surface latérale égale au produit du périmètre nominal par la distance moyenne entre les nervures transversales.

Selon l'ENV 10080, pour les barres n'ayant pas subi un traitement d'écrouissage par torsion, cette surface relative  $f_R$  peut être déterminée au moyen de la relation (notations de l'ENV 10080):

$$f_R = \frac{k F_R \sin \beta}{\pi \cdot d \cdot c}$$

avec, pour le premier terme :

- k nombre de files de nervures obliques ou transversales,
- $F_R$  aire de la section longitudinale d'une nervure selon son axe,
- $\beta$  angle formé par les nervures transversales avec l'axe de la barre,
- d diamètre nominal de la barre,
- c distance entre les sections droites passant par les points homologues de deux nervures transversales consécutives de la même file.

Concernant cette surface relative, les conditions pour que les barres puissent être considérées comme à haute adhérence sont :

$$f_R \geq 0,039 \quad \text{pour } 5 \leq \phi \leq 6 \text{ mm}$$

$$f_R \geq 0,045 \quad \text{pour } 6,5 \leq \phi \leq 8,5 \text{ mm}$$

$$f_R \geq 0,052 \quad \text{pour } 9 \leq \phi \leq 10,5 \text{ mm.}$$

$$f_R \geq 0,056 \quad \text{pour } 11 \leq \phi \leq 40 \text{ mm.}$$

Cette notion de surface relative et les critères qui y sont associés ont amené les Allemands à pousser à un très haut degré le contrôle des formes géométriques qui exige pour une seule éprouvette la mesure dix fois répétée de 5 ou 6 paramètres. Ceci est réellement excessif car les dispersions observées

sur les différents paramètres sont tout à fait négligeables devant les dispersi-  
des mesures d'adhérence elles-mêmes.

Bien que figurant dans l'ENV 10080, cette notion de surface relative  
des nervures demeure discutable. Il a existé des aciers dont  
l'adhérence était expérimentalement correcte bien que leur surface relative ne  
satisfasse pas aux exigences indiqués précédemment.

b) Coefficient de fissuration et coefficient de scellement

L'aptitude d'une barre à rester solidaire de la gaine de béton qui  
l'enrobe en dépit des forces qui tendent à la faire glisser suivant son axe es  
définie par deux coefficients sans dimensions :

*en France*

- l'un  $\eta$ , appelé coefficient de fissuration, qui est pris en compte dans le  
calculs relatifs à la fissuration,
- l'autre  $\psi_s$ , appelé coefficient de scellement, qui intervient dans le calcul  
des ancrages.

Les caractères géométriques liés à l'adhérence (hauteur, écartement,  
longueur, inclinaison des nervures ou des empreintes) sont ceux définis pour  
différents profils-types dans les normes NF A 35-016 ou NF A 35-019. Après  
avoir longtemps estimé en France que les caractères d'adhérence ne pouvaient  
être fixés qu'après essais (voir 4.13) on considère maintenant que sont réputés  
"à haute adhérence" les barres ou fils qui respectent les critères géométriques  
(assortis de tolérances) fixés par les normes précitées. Lorsqu'il en est ainsi  
les coefficients d'adhérence sont pris alors égaux :

- en ce qui concerne le coefficient de fissuration à :

- .  $\eta = 1$  par définition, pour les ronds lisses bruts de laminage
- .  $\eta = 1,6$  pour les barres HA courantes quel que soit  $\emptyset$  et pour les  
fils HA  $\emptyset \geq 6$  mm
- .  $\eta = 1,3$  pour les fils HA  $\emptyset < 6$  mm

- en ce qui concerne le coefficient de scellement, à :

- .  $\psi_s = 1$  par définition, pour les ronds lisses bruts de laminage
- .  $\psi_s = 1,5$  qu'il s'agisse de barres HA ou de fils HA et quel que soit le  
diamètre.

★ Esquisse de la signification physique de ces deux coefficients

Pour l'origine expérimentale des valeurs numériques de  $\eta$  et  $\psi_s$   
indiquées ci-dessus, se reporter à 4.131-2 et 4.132.

1° Coefficient de fissuration  $\eta$

Considérons deux prismes en béton à section carrée, de longueur au moins  
égale à 10 fois le côté du carré et traversés chacun suivant leur axe par un  
barre lisse de nuance douce dans un cas, à haute adhérence et à haute limite  
d'élasticité dans l'autre, de même diamètre. Soumettons les deux barres à un  
même effort de traction (assez élevé, mais nettement inférieur à la limite  
d'élasticité la plus faible).

Soit  $n_L$  et  $n_{HA}$  le nombre total de fissures transversales qui sont  
apparues dans le béton qui enrobe les barres.

On constate que grossièrement (car les choses ne sont pas aussi simples voir fig. 4.9) :

$$\frac{n_{HA}}{n_L} \geq 1,6$$

Or un nombre élevé de fissures entraîne, à contrainte égale de l'acier, une réduction de leur ouverture moyenne  $w_m$ .

Par exemple, si  $w_m = 0,16$  mm pour la barre lisse, on constate que  $w_m \leq 0,1$  mm pour la barre HA. Donc, à contrainte égale, la fissuration étant plus fine, le risque de corrosion est moindre avec une barre HA qu'avec une barre lisse.

Si l'on accepte maintenant la même ouverture moyenne dans les deux cas, on pourra tolérer en principe pour les barres HA des contraintes 1,6 fois (ou si l'on préfère " $\eta$  fois") plus élevées que pour les ronds lisses.

Là réside le succès rencontré par les barres à haute adhérence: la haute limite d'élasticité autorise en service des contraintes plus élevées que pour les aciers doux et donc une économie sur la section d'acier, sans que cet avantage ne soit acquis au détriment d'une fissuration excessive. C'est bien en effet grâce aux reliefs en saillie sur leur surface latérale que les barres HA ne peuvent glisser dans le béton et que la fissuration peut se distribuer tout au long de la pièce.

## 2° Coefficient de scellement $\psi_s$

Cherchons maintenant à extraire de deux blocs de béton (voir "essais de pull-out", 4.13+1), deux barres droites, l'une lisse, l'autre à haute adhérence, de même diamètre et enrobées sur la même longueur.

Soit  $F_L$  et  $F_{HA}$  les forces de traction nécessaires pour extraire respectivement la barre lisse ( $F_L$ ) et la barre à haute adhérence ( $F_{HA}$ ).

Grossièrement (car les choses ne sont pas aussi simples, voir chapitre 4) il faut exercer une force supérieure pour extraire la barre à haute adhérence que pour extraire la barre lisse, ces forces étant telles que :

$$\frac{F_{HA}}{F_L} \geq \psi_s^2$$

Si  $\psi_s^2 = (1,5)^2 = 2,25$ , ceci signifie que l'on peut :

- soit "ancrer" la même force sur une longueur 2,25 fois plus courte pour une barre HA que pour une barre lisse de même diamètre (mais ce n'est pas ainsi que se pose généralement le problème) ;
- soit, pour une même "longueur d'ancrage" autoriser une force 2,25 fois plus élevée dans la barre HA que dans la barre lisse (c'est par exemple le cas d'une barre HA Fe E 500 et d'un rond lisse Fe E 215,  $500/215 \approx 2,25$  pour lesquels on aboutit à la même longueur d'ancrage, voir formule [4.6] et tableau 4.4).

Remarque : Dans le cas exceptionnel de barres ou de fils qui ne respecteraient pas les critères géométriques définis par les normes, il conviendrait de procéder à des essais d'adhérence (voir 4.13), de manière à justifier expérimentalement que les caractères d'adhérence de ces barres ou fils sont bien au moins égaux à  $\eta = 1,6$  (ou 1,3) et  $\psi_s = 1,5$  respectivement.

## 2.272-2 - Treillis soudés

Les Règles BAEL 91 indiquent que :

- pour les treillis soudés constitués par des fils tréfilés lisses, le coefficient de fissuration  $\eta$  doit être pris égal à 1 .
- pour les treillis soudés formés de constituants autres que les fils tréfilés lisses, le coefficient  $\eta$  doit être pris égal au coefficient de fissuration des éléments constitutifs.

En ce qui concerne le coefficient de scellement  $\psi_s$  :

- lorsque les règlements prévoient que l'ancrage des éléments constitutifs est assuré par les soudures (cas des treillis soudés formés de fils lisses) il n'y a pas lieu de fixer une valeur à ce coefficient (voir note 1 au bas de la page 77).
- dans le cas contraire, la valeur de ce coefficient est prise égale à celle du coefficient des éléments constitutifs.

## 2.273 - Aptitude au soudage

On appelle soudage l'opération de micro-métallurgie consistant à exécuter la fusion d'une zone de métal, avec ou sans métal d'apport, liant intimement les deux bords de deux pièces à assembler. Le résultat de l'opération de soudage est appelé soudure.

### 2.273-1 - Principes généraux

Le soudage des armatures concerne à la fois divers types d'assemblage et différents procédés.

Au niveau de l'assemblage unitaire de deux barres, les conditions définies par la norme visent :

- le soudage en croix effectué par résistance,
- le soudage bout à bout ou par recouvrement effectué avec électrode enrobée (manuel à l'arc, ou semi-automatique sous gaz protecteur).

Le soudage par résistance n'est normalement admis qu'en atelier c'est-à-dire dans un local abrité des intempéries, disposant du personnel qualifié et du matériel nécessaire pour la réalisation de soudures correctes.

Pour cette raison, le soudage en croix ( $\emptyset \leq 20$  mm) est un mode de soudage fréquent dans les ateliers de préfabrication d'armatures, où il est utilisé pour réaliser des éléments bi ou tri-dimensionnels (treillis soudés ou pré-assemblés, ou cages d'armatures).

En revanche, les soudages bout à bout ( $\emptyset \geq 20$  mm) ou par recouvrement ( $\emptyset < 20$  mm), qui n'exigent pas nécessairement un site totalement abrité des intempéries, constituent deux modes de soudage qui peuvent être utilisés sur le chantier, même si ce n'est pas très courant. On les emploie surtout dans des cas particuliers pour assurer ou rétablir la continuité mécanique des armatures (exemples : cas où les longueurs commerciales sont trop courtes, manque de place sur le chantier urbain, reprise de barres en attente, réparation d'une erreur de conception ou d'exécution, ouvrages très particuliers : galeries, caissons, grands ouvrages d'art).

On peut souder de cette manière soit deux barres individuelles isolées, soit des armatures préalablement soudées en croix lorsque la longueur des éléments doit être limitée pour des raisons d'encombrement lors de leur transport ou de leur mise en place.

Les chantiers de centrales nucléaires provoquent actuellement le développement des techniques de "raboutage", car les densités de ferrailage de certaines parties d'ouvrages sont si importantes (de l'ordre de 700 à 1000 kg d'acier par m<sup>3</sup> au lieu de 80 à 150 kg/m<sup>3</sup> couramment), qu'elles rendent impossibles les jonctions par recouvrement traditionnelles (voir 4.5). A titre d'exemple, pour la central de CREYS MALVILLE, les C.P.S. de l'appel d'offre prévoyaient l'exécution de plus de 10 000 soudures bout-à-bout ou par recouvrement.

## 2.273-2 - Conditions auxquels sont soumis les aciers dits "soudables".

En principe, quelle que soit sa composition chimique, n'importe quel acier pourrait être soudé à condition d'y mettre le temps, les moyens et le prix.

L'aptitude au soudage des aciers pour béton armé ne concerne donc en fait que l'aspect pratique et économique de cette opération.

L'idée de base est que le soudage des aciers à béton doit pouvoir être effectué au moyen de procédures applicables de manière simple sur chantier et ne nécessitant pas un soudeur hautement qualifié.

La qualité des opérations de soudage est en effet fonction de deux types de paramètres :

- ceux inhérents à l'acier
- ceux inhérents au matériel de soudage et au niveau de qualification de l'opérateur

Dans la pratique courante en France :

- tous les aciers conformes aux normes NF A 35-015 et 35-016 sont aptes au soudage par étincelage ;
- les ronds lisses Fe E 235 sont aptes au soudage à l'arc et en croix par résistance, de même, généralement, que les barres HA obtenues par traitement thermique, ou par écrouissage à froid, d'un acier doux.

La norme NF A 35-018 définit les conditions auxquelles doit satisfaire un acier à béton pour avoir droit à la mention "soudable" au sens précédemment donné à ce terme. Dans cette norme, l'aptitude au soudage est définie par l'analyse de la composition chimique de l'acier, qui, faite sur le produit livré, doit respecter simultanément les conditions :

$$C \leq 0,25 \%$$

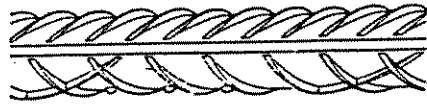
$$C_{\text{éq}} = C + \frac{\text{Mn}}{6} \leq 0,48 \% \quad (\text{carbone "équivalent"})$$

Cette aptitude est en outre contrôlée par des essais de cisaillement, de traction, de pliage sur joint soudé pour le soudage par résistance, de traction et de pliage sur joint soudé pour le soudage à l'électrode.

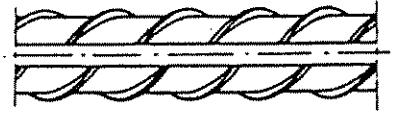
Pour les barres HA, une simple inspection visuelle permet de distinguer une barre soudable d'une barre non soudable : en effet, l'espacement des "verrous" transversaux n'est pas le même sur chacun des deux chants de la barre (fig. 2.34). Seul l'acier TOR, acier soudable, créé antérieurement à cette convention de marquage, ne la respecte pas. Cet acier constitue donc une exception pour les aciers soudables, mais on peut facilement le reconnaître grâce à ses nervures continues hélicoïdales.

---

(1) Dans un treillis soudé, chaque soudure doit être capable de résister à un effort de cisaillement au moins égal à 30% du produit de la limite d'élasticité garantie par la section nominale du fil ancre.



Barre HA soudable



Barre HA non soudable

Figure 2.34

Il est rappelle' que l'ENV 10080 n'envisage que les aciers soudables.

## 2.28 - REDRESSAGE DES ACIERS LIVRES EN COURONNES

Une large part des ronds lisses est constituée par du fil machine vendu en couronnes et redressé chez les "marchands de fer", les "armaturiers" ou les "préfabricants". Les barres HA de petit diamètre sont, elles aussi souvent livrées en couronnes.

Le redressage peut être effectué sur deux types de machines :

- a) les redresseuses à cadres tournants
- b) les redresseuses à galets.

Pour les ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235, cette opération ne présente en principe aucune difficulté.

Pour les barres HA en revanche, les difficultés sont de deux ordres :

- pour les aciers "naturellement durs", il existe des dresseuses modernes qui permettent moyennant certaines précautions de redresser jusqu'à  $\varnothing$  12 mm. Au-delà, ou bien le prix de revient du redressage devient prohibitif, ou bien l'acier est "matraqué" : les verrous sont écrasés, ce qui est non seulement préjudiciable à l'adhérence mais peut aussi amener de sérieux risques de fragilisation locale des barres ;
- pour les aciers écrouis et en particulier pour les fils tréfilés HA, le redressage provoque une détension partielle des contraintes internes, ce qui réduit la limite d'élasticité de quelque pour-cent. Pour les aciers écrouis livrés en barres, ce problème est l'affaire du producteur. En ce qui concerne les aciers livrés en couronnes et redressés par l'utilisateur, une enquête récente faite sur un certain nombre de chantiers a montré que, trop souvent, il était fait usage d'un matériel inadapté, et que de plus le personnel exécutant l'opération de redressage n'était pas qualifié. En conséquence, les réglages nécessaires et les adaptations indispensables en fonction de la nature de l'acier et de son diamètre, ou bien n'étaient pas faits ou bien l'étaient incorrectement (on a pu par exemple constater dans certains cas que des barres HA livrées en couronnes avaient, après redressage, perdu leurs aspérités de surface et avaient même subi une réduction de diamètre !).

A la suite de ces constatations, la publication de recommandations et de conseils pour la pratique des opérations de redressage a été envisagée. Elle n'est toujours, pour le moment (1994), qu'à l'état de projet, car des investigations sont encore nécessaires.

2.29 - BIBLIOGRAPHIE SELECTIONNEE DU CHAPITRE 2

2.291 - Béton

Se reporter d'abord au cours spécialisé du CHEBAF sur ce sujet, et en outre à :

- RILEM CPC 6 - *Essai en traction par fendage* - Paris 1975
- RILEM CPC 7 - *Essai en traction directe* - Paris 1975
- *Recherches sur les structures en béton* - Annales de l'ITBTP, avril 1978 (chapitre III).
- RÜSCH (H.), GRASSER (E.) et RAO (P.S.) - *Principes de calcul du béton armé sous les deux états de contraintes monoaxiaux*. Bulletin d'Information CEB n° 36 juin 1982.
- FOURE (B.) - *Résistance du béton sous contrainte soutenue* (Recherches récentes effectuées par les organismes de l'UTI). Annales de l'ITBTP, juin 1982.
- LAMBOTTE (H.) et MOTTEU (H.) *Contrôle de la qualité du béton sur chantier et en usine*. Note d'information technique du CSTC, Bruxelles Juin 1979.
- C.C.T.G fascicule 65 "Exécution des ouvrages de Génie Civil en béton armé ou précontraint". Bulletin officiel du Ministère de l'Equipement, fascicule spécial n° 85-30 bis.
- Fascicule "65A"

2.292 - Acier

- Normes AFNOR A 35-015, A 35-016, A 35-018, A 35-019, A 35-022 et A 35-023
- Norme ENV 10080
- *Aciers pour béton armé*. 1981, OTUA.
- *Documentation technique de la société TORSID* (1983).
- *Le Treillis Soudés. Calcul et utilisation conformément aux Règles BAEL 91*. APETS, 1992.
- PERCHAT (J) - *Compte-rendu des essais effectués en vue de fixer les conditions d'emploi des aciers HA des treillis soudés et des tôles déployées* - (Annales de l'ITBTP, mai 1960 et mars-avril 1962).
- Normes AFNOR :
  - Pr NF A 35-020 (1 et 2), août 1993 - Dispositifs en acier destinés au raboutage ou à l'ancrage d'armatures HA.
  - NF A 35-025, oct. 1992 - Armatures pour béton armé (galvanisées à chaud)
  - Pr. NF A 35-026, juillet 1993 - Treillis soudés coupés - açonnés
  - Pr NF A 35-030, mai 1992 - Barres crénelées HA pour supports de lignes aériennes.
  - NF A 35-024, fév. 1993 - Treillis de peau

NOTATIONS DU CHAPITRE 3

	BAEL	EC2
Action, en général	-	$F_{Ri}$
Charge permanente quelconque	$G$	$G_{kj}$
valeur caractéristique		
valeur minimale	$G_{min}$	$G_{kinf}$
valeur maximale	$G_{max}$	$G_{ksup}$
Action permanente indirecte	-	$G_{IND}$
Charge variable quelconque	$Q_i$	$Q_{Ri}$
Action variable indirecte	-	$Q_{IND}$
Action accidentelle	$F_A$	$A$
Coefficients partiels de sécurité		
sur les charges permanentes	$\gamma_G$	$\gamma_{Gj}$
	$\gamma_{Gmin}$	$\gamma_{Ginf}$
	$\gamma_{Gmax}$	$\gamma_{Gsup}$
sur les charges variables	$\gamma_{Qi}$	$\gamma_{Qi}$



## ACTIONS ET SOLLICITATIONS

### 3.1 - TERMINOLOGIE

#### ● Actions

Les actions sont les forces et/ou les couples appliqués à une construction :

- soit directement :

- . charges permanentes,
- . charges d'exploitation,
- . charges climatiques, etc.,

- soit indirectement (résultant de déformations imposées à la construction) :

- . effets thermohygro-métriques (retrait, fluage, variations de température),
- . déplacements (tassements) d'appuis, etc..

Il arrive que l'on utilise le mot action pour désigner l'origine ; on dit par exemple "le vent est une action".

#### ● Combinaisons d'actions

Les combinaisons d'actions sont les ensembles constitués par les actions à considérer simultanément. Celles-ci sont introduites dans les combinaisons avec différentes "valeurs représentatives" correspondant à différents niveaux d'intensité.

#### ● Sollicitations

Les sollicitations sont les efforts (effort normal  $N$ , effort tranchant  $V$ ) et les moments (moments de flexion  $M$ , moment de torsion  $T$ ). Les sollicitations sont en général déduites des actions par des méthodes appropriées, mais peuvent parfois être déduites de résultats d'essais sur modèles.

### 3.2 - ACTIONS

Les Règles BAEL (A3.1,1) et l'EC2 (2.2.2.1) distinguent (notations BAEL) :

- les actions permanentes  $G$ , dont l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps (par exemple, charge d'eau d'un pont-canal très rarement mis à sec ou varie toujours dans le même sens en tendant vers une limite (comme les actions différées du béton : retrait, fluage) ;
- les actions variables  $Q_i$ , dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps, selon une loi tout à fait quelconque ;
- les actions accidentelles  $F_A$ , provenant de phénomènes se produisant très rarement (par exemple séismes, chocs).

#### 3.2.1 - ACTIONS PERMANENTES (BAEL, art. A-3.1,2)

Les actions permanentes comprennent :

- le poids propre  $G_0$  des éléments de la structure,

- le poids des équipements fixes de toute nature (dans les bâtiments par exemple, revêtements de sols et de plafonds ; cloisons) ;
  - les efforts (poids, poussées, pressions) exercés par des terres, par des solides ou par des liquides dont les niveaux varient peu (valeurs pratiquement constantes dans le temps) ;
  - les déplacements différentiels des appuis ;
  - les forces dues aux déformations (retrait, fluage, ...) imposées en permanence à la construction.
- a) Lorsque l'on peut valablement admettre qu'une action permanente n'est pas susceptible de subir des écarts sensibles par rapport à sa valeur moyenne, on peut considérer cette valeur moyenne comme la plus probable, et c'est elle que l'on introduit alors dans les calculs.

Ainsi, dans la plupart des cas, le poids propre est représenté par une valeur nominale unique,  $G_o$ , calculée à partir des dessins du projet et des masses volumiques moyennes des matériaux.

Pour le béton armé, on a :

$$G_o = 25 V \text{ (unités: kN, m}^3\text{)} \quad (1)$$

avec  $V$  volume théorique, évalué d'après les dimensions prévues aux dessins d'exécution et le nombre 25 représentant le poids volumique moyen du béton armé en  $\text{kN/m}^3$ .

- b) Lorsqu'une action permanente est susceptible de subir des écarts sensibles par rapport à sa valeur moyenne, il convient d'en tenir compte. On introduit alors dans les calculs la valeur escomptée la plus défavorable (soit maximale, soit minimale) vis-à-vis de la combinaison et du cas de charge considérés.

Cette circonstance se rencontre par exemple dans les cas suivants :

- masse volumique mal connue à l'avance ou variable dans le temps,
- imprécisions d'exécution élevées en valeur relative (éléments très minces où une variation d'épaisseur de  $\pm 1$  cm par exemple n'est pas impensable),
- renforcements ultérieurs prévisibles (revêtements de chaussée),
- etc..

### 3.22 - ACTIONS VARIABLES

Les actions variables comprennent :

- les charges d'exploitation (poids et effets annexes tels que forces de freinage, forces centrifuges, effets dynamiques, etc.) ;
- les efforts (poids, poussées, pressions) exercés par des solides ou par des liquides dont le niveau est variable ;
- les charges non permanentes appliquées en cours d'exécution (équipements de chantier, engins, dépôts de matériaux, etc.) ;
- les actions naturelles : neige, vent, température climatique, etc..

---

(1) Exemples: - poids propre d'une dalle d'épaisseur  $h$  (m) :  $g_o \text{ (kN/m}^2\text{)} = 25 h$

- poids propre d'une poutre à section rectangulaire  $bh$  ( $\text{m}^2$ ) :  
 $g_o \text{ (kN/m)} = 25 bh$ .

### 3.221 Valeurs "représentatives"

Pour bien comprendre cette notion de "valeurs représentatives" ainsi que la manière dont on constitue les "combinaisons d'actions" (cf. 3.31) nous allons nous intéresser tout d'abord au débit des cours d'eau, même si, de prime abord, ce sujet semble n'avoir qu'un lointain rapport avec le béton armé.

#### 3.221-1 Les débits des cours d'eau

Les débits d'un cours d'eau sont mesurés par des "stations de jaugeage" judicieusement disposées le long de celui-ci.

##### a) Courbe des débits instantanés

Une station de jaugeage permet de connaître le débit instantané, à un instant  $t$ , au point où elle se trouve (fig 3.0a)

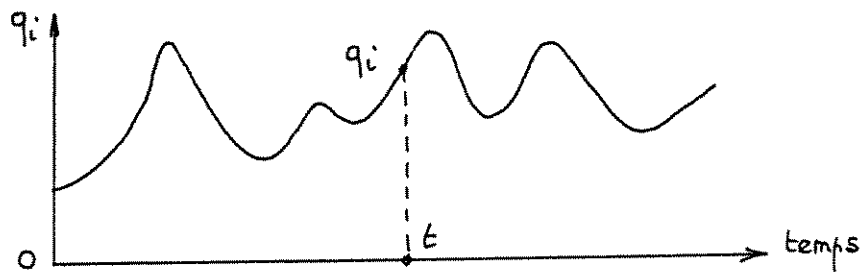


fig 3.0a - Courbe des débits instantanés

##### b) Courbe des débits journaliers

En notant chaque jour, dans une station de jaugeage, le débit moyen journalier du cours d'eau, on obtient au bout d'une année une série de 365 valeurs numériques, classées dans l'ordre chronologique où les débits moyens journaliers ont été relevés.

##### c) Courbe des débits classés

Mais on peut aussi ranger ces 365 débits moyens journaliers par ordre décroissant, en commençant par le débit  $q_m$  le plus grand de l'année (jour de la plus grosse crue) et en terminant par le débit  $q_m$  le plus faible (étiage le plus bas). La courbe représentative de ces 365 valeurs décroissantes est la courbe des débits classés. Elle se déduit facilement de la

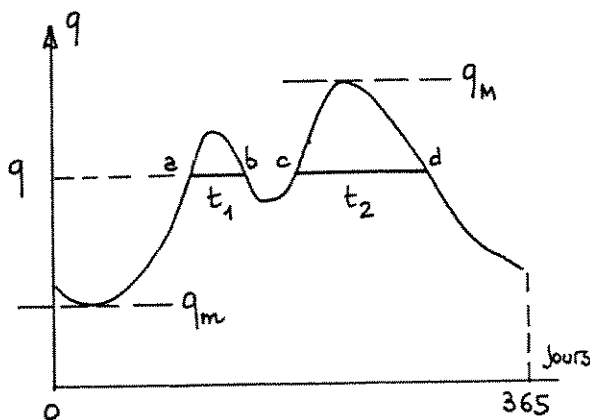


fig 3.0b Débits journaliers

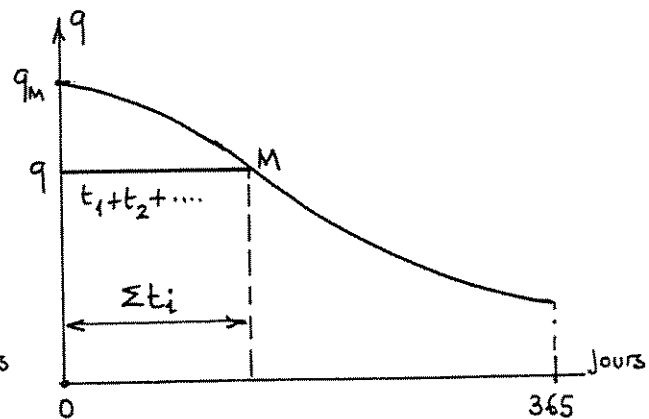


fig 3.0c Débits classés

courbe des débits journaliers.

En effet, une horizontale correspondant à un débit journalier quelconque  $q$  ( $q_m < q < q_M$ ) fait apparaître un certain nombre de segments  $ab, cd, \dots$  de longueurs  $t_1, t_2, \dots$  exprimées en jours.

La longueur cumulée  $\sum t_i = t_1 + t_2 + \dots$  représente le nombre de jours  $j$  pendant lesquels les débits journaliers ont été supérieurs à  $q$ . On obtient ainsi un point  $M$  de la courbe des débits classés, d'abscisse  $\sum t_i$  et d'ordonnée  $q$ .

#### d) Probabilité d'un débit journalier

Au lieu d'opérer sur les 365 débits journaliers d'une année, on peut classer les débits relatifs à plusieurs années d'observations : la courbe des débits classés permet alors de connaître la probabilité pour que le débit du cours d'eau soit supérieur à un débit  $q$  donné.

Mais, en réalité, on continue d'enregistrer les courbes annuelles des débits classés. Sur  $N$  années d'observation, on dispose de  $N$  courbes. Pour chaque valeur de  $q$ , on note pour chaque courbe la valeur des jours cumulés  $\sum t_i$  et on en fait la moyenne. Si l'on gradue alors les abscisses en pourcentages (le temps d'observation  $t_T = 365$  jours étant pris pour unité, si  $(\sum t_i)_{\text{moy}} = 36,5$  jours par exemple, le pourcentage est de  $\frac{36,5}{365} = 10\%$ ) on obtient la probabilité pour qu'au cours d'une période donnée, le débit du cours d'eau soit supérieur à  $q$ .

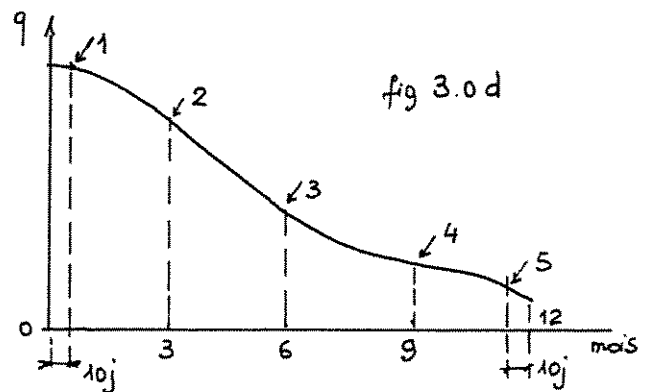
#### e) Débits caractéristiques

Si l'on considère des intervalles de 3 mois et si l'on met en évidence aux extrémités des segments de longueur conventionnellement égale à 10 jours, on obtient 5 points qui définissent respectivement :

1. le débit caractéristique de crue
2. " " de 3 mois
3. " " de 6 mois
4. " " de 9 mois
5. " " d'étiage

Ces différentes valeurs permettent de

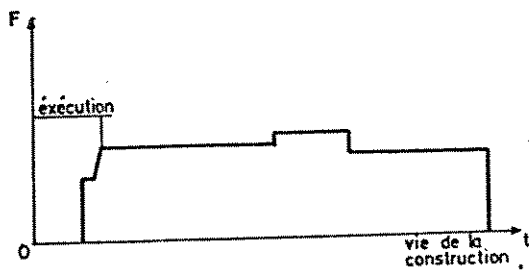
fixer le débit maximal dérivable par une usine hydroélectrique projetée sur le cours d'eau considéré, le volume d'eau turbinable dans une année moyenne et l'énergie susceptible d'être produite par la future usine en fonction de la hauteur de chute.



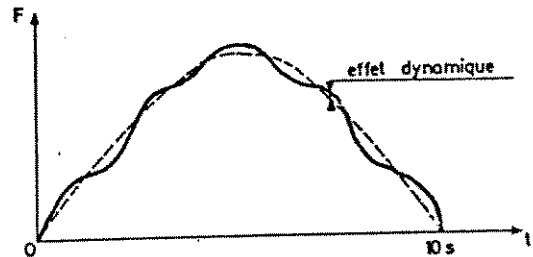
### 3.221.2 Actions variables

Les lois action-temps sont de formes complexes et variées :

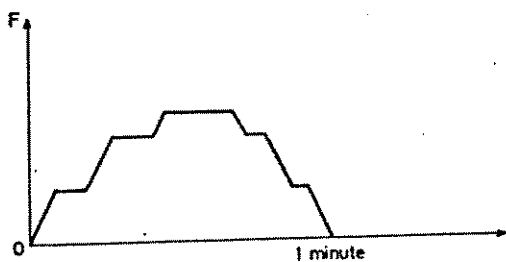
EXEMPLES DE QUELQUES VARIATIONS DE CHARGES EN FONCTION DU TEMPS (d'après H. MATHIEU).



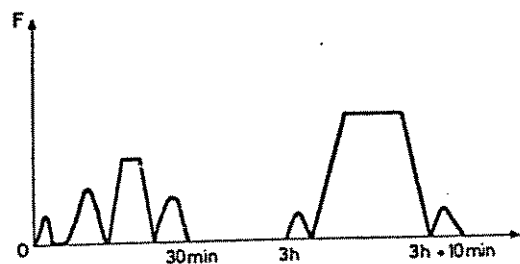
Charge permanente



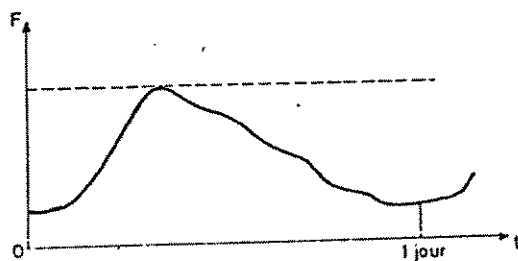
Action d'un véhicule en marche



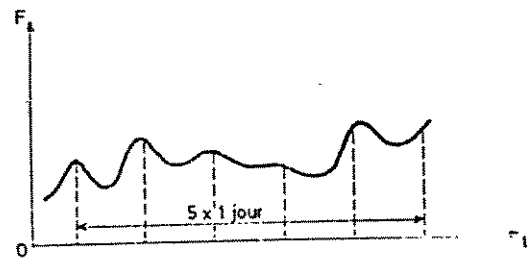
Action de plusieurs véhicules à l'arrêt



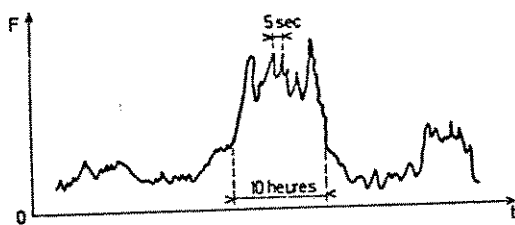
Action de piétons sur l'escalier d'une salle de spectacle



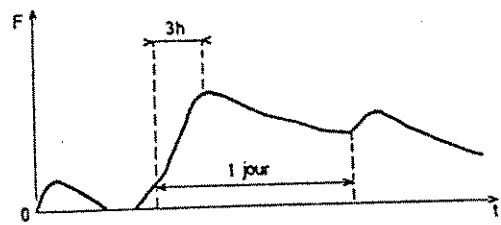
Eau dans un réservoir



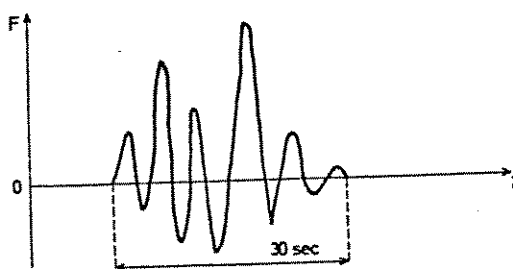
Action de la température



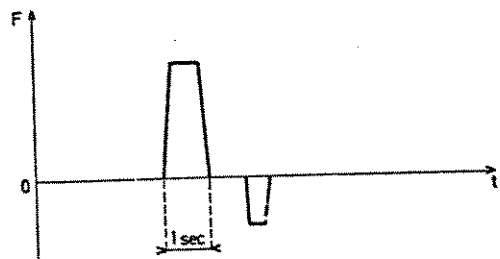
Action du vent



Action de la neige



Action d'un séisme



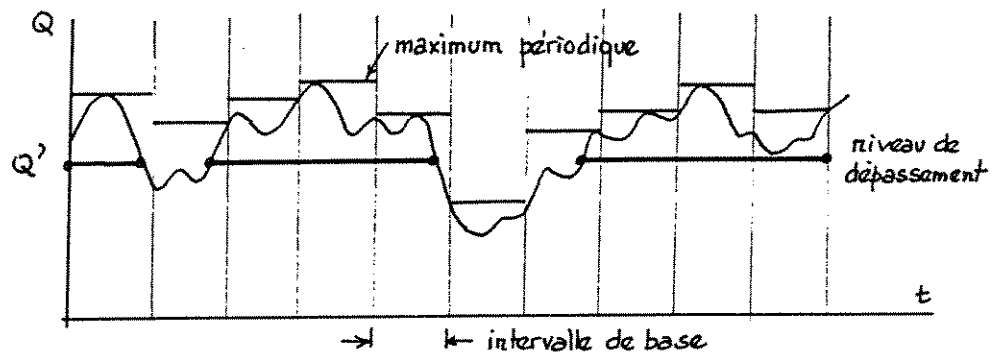
Action d'un choc

Ces courbes ne sont pas sans rappeler celle des débits instantanés d'un cours d'eau (cf. fig 3.0a)

Pour les étudier on a recours à des modèles de représentation.

En découpant le temps en intervalles de base arbitraires mais raisonnables en fonction de l'action considérée, (ex. : pour le vent : 10 mn, pour l'eau dans un réservoir 24 h., etc ...), on peut rechercher :

- soit la distribution des maxima périodiques,
- soit le nombre de fois et le temps durant lequel un niveau donné a été dépassé (cf. 3.221c)

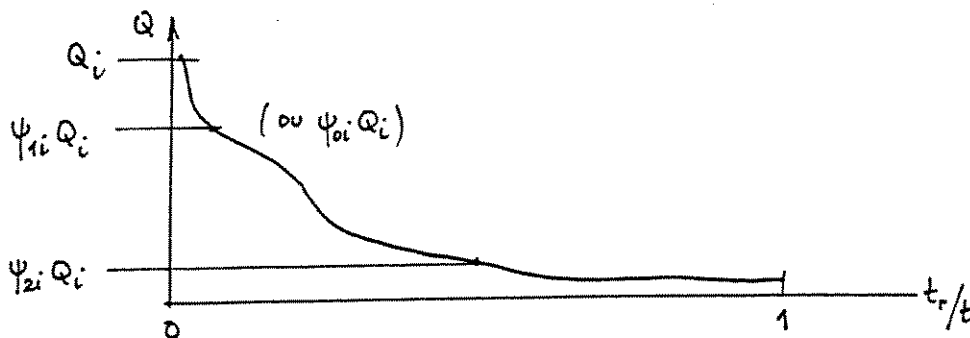


La distribution des maxima périodiques est ramenée à :

- une valeur moyenne  $Q_m$
  - un coefficient de variation  $s$
- } fonction de l'intervalle de base.

On peut ainsi définir la valeur caractéristique d'une action  $Q_k = Q_m - ks$  comme celle qui a une probabilité  $p$  acceptée a priori (par exemple 5%) de ne pas être atteinte ou dépassée, dans un sens défavorable, au cours d'une certaine "durée de référence".

On peut aussi faire le cumul des temps  $\Delta t_i$  pendant lesquels un niveau quelconque  $Q'$  a été atteint ou dépassé pendant un temps de référence  $t_r$  (cf. fig 3.0c pour l'analogie)



En fixant alors certains niveaux de manière conventionnelle, on définit pour une même action variable, plusieurs valeurs représentatives, à considérer en fonction de la combinaison dans laquelle elle intervient.

Ainsi, une même action variable quelconque n'est généralement pas définie par une valeur unique, mais par plusieurs "valeurs représentatives", qui sont fixées en fonction de sa fréquence, de sa durée d'application et de la nature des combinaisons dans laquelle elle intervient.

Ces valeurs représentatives sont conventionnellement classées de la manière suivante :

- valeur nominale (tenant lieu de valeur caractéristique)  $Q_i$  ;
- valeur de combinaison  $\psi_{oi} Q_i$  : cette valeur intervient dans les combinaisons

- fondamentales (ELU) et dans les combinaisons rares (ELS) ;
- valeur fréquente  $\psi_{1i} Q_i$  : cette valeur n'intervient que dans les combinaisons accidentelles ;
  - valeur quasi-permanente  $\psi_{2i} Q_i$  ; cette valeur intervient dans les combinaisons accidentelles et pour la vérification de l'état-limite ultime de stabilité de forme (voir note page 85).

Les coefficients  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$  ne sont pas des coefficients "de sécurité". Ils sont liés uniquement à la probabilité d'occurrence de la combinaison de plusieurs actions variables simultanées qui ne peuvent atteindre toutes ensemble leur intensité maximale.

Les valeurs numériques de ces coefficients sont données tant pour les ponts-routes que pour les bâtiments à l'Annexe D des Règles BAEL (voir, dans ce qui suit, tableaux 3.1 à 3.4) ainsi que dans l'Eurocode 1 sur les actions.

### 3.222 - Charges d'exploitation et charges climatiques (BAEL, art. A-3.1,31)

Les valeurs nominales des charges d'exploitation et des charges climatiques sont en principe définies par les textes réglementaires ou normatifs en vigueur. Dans ce qui suit on ne vise que les textes en vigueur en France, l'EC1 étant encore en phase d'élaboration.

#### 3.222-1 - Charges d'exploitation

##### a) Bâtiments

Les charges d'exploitation des bâtiments sont définies par la norme NF P 06-001. Toutefois, pour les bâtiments industriels, la norme NF P 06-001 ne donnant que le principe d'évaluation des charges, les charges à prendre en compte sont normalement fixées par le maître d'oeuvre (voir 1,43).

Les charges permanentes et les charges d'exploitation dues aux forces de pesanteur sont définies par la norme NF P 06-004.

##### b) Ponts

Les charges d'exploitation des ponts routiers ou ferroviaires sont définies par les titres I, II et III du fascicule 61 du CCTG.

Les valeurs représentatives s'obtiennent en multipliant les valeurs données dans ces textes par les coefficients suivants :

- pour les vérifications aux états-limites ultimes : 1,07 pour les charges de chaussée, de trottoir, et celles sur les passerelles pour piétons et 1,00 pour les charges exceptionnelles et les convois militaires ;
- pour les vérifications aux états-limites de service : 1,2 pour les charges de chaussée et 1,0 dans les autres cas.

#### 3.222-2 - Charges climatiques

##### -21 - Vent

Les actions du vent sont en principe définies par les textes réglementaire en vigueur :

- pour les ponts, par les titres I, II et III du fascicule 61 du CCTG (art. 14 du titre II pour les ponts-routes) ;
- pour les autres ouvrages, en attendant la parution du titre IV du fascicule 61 : convient de se référer aux Règles NV 65 révisées (NF P 06-002 et DTU) mais

les valeurs représentatives à prendre en compte pour l'action du vent à l'état-limite ultime sont 1,2 fois les valeurs correspondant au vent normal des Règles NV (voir art. III 1.232 de ces Règles). En revanche, dans les vérifications aux états-limites de service, les valeurs à prendre en compte sont celles correspondant au vent normal des Règles NV, sans majoration ; il est même possible de réduire ces dernières valeurs dans certains cas ne mettant pas en cause la durabilité de la construction, ou en phase d'exécution.

-22 - Neige

- pour les ponts-routes, il n'y a pas lieu d'appliquer des charges de neige ;
- pour les bâtiments, la valeur caractéristique de la charge de neige est fixée par les Règles N84 (CCTG, fascicule 61, titre IV, section II) de même que les situations de compatibilité des actions de la neige et du vent.

3.223 - Charges appliquées en cours d'exécution (BAEL, art. A-3.1,32)

L'annexe D aux Règles BAEL distingue :

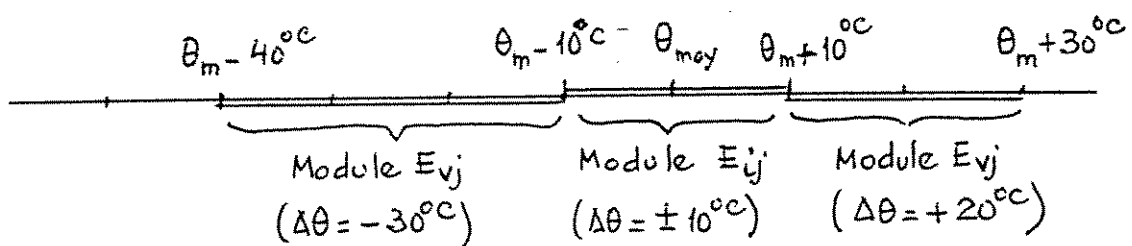
- les charges connues en grandeur et en position qui, si elles sont peu variables (car présentant un caractère permanent durant la phase d'exécution considérée), sont assimilées dans les calculs à des charges permanentes ;
- les charges de caractère aléatoire (pouvant varier ou se déplacer au cours d'une même phase d'exécution) qui sont assimilées à des charges d'exploitation.

3.224 - Température climatique (BAEL, art. A-3.1,33)

Pour un ouvrage situé à l'air libre en zone de climat tempéré, les actions dues à la température sont déterminées en supposant que les variations de température peuvent être comprises entre  $-40^{\circ}\text{C}$  et  $+30^{\circ}\text{C}$ . Ces variations concernent la température ambiante initiale, dont la valeur est supposée comprise (en général) entre  $+5^{\circ}\text{C}$  et  $+15^{\circ}\text{C}$  environ. Il convient d'évaluer les valeurs réellement subies par l'ouvrage en tenant compte de l'inertie thermique des pièces qui le constituent et de leur isolation éventuelle.

Les sollicitations correspondantes, qui ne sont pratiquement prises en compte que pour les structures particulièrement sensibles aux effets thermiques, sont évaluées :

- en admettant, forfaitairement, un coefficient de dilatation thermique du béton armé égal à  $10^{-5}$  par degré centigrade ;
- en introduisant pour le béton un module de déformation longitudinale dépendant de la durée d'application de l'action climatique : on admet généralement que l'action de la température climatique comprend une partie rapidement variable correspondant à une variation de  $\pm 10^{\circ}\text{C}$  qui est prise en compte avec le module de déformation instantanée  $E_{ij}$ , le reste, considéré comme lentement variable, étant pris en compte avec le module  $E_{vj}$ .





Dans certains cas (cheminées par exemple) il est nécessaire de tenir compte des effets d'un gradient thermique. Les valeurs représentatives de cette action sont introduites conformément aux textes spécifiques en vigueur ou, à défaut, aux stipulations du marché.

3.125 - Autres actions variables (BAEL, art. A-3.1,34)

Lorsque des actions variables autres que celles visées ci-dessus sont susceptibles d'être appliquées à la construction, elles doivent normalement être définies par le maître d'oeuvre (voir 1,43), qui doit en préciser dans le C.C.T.P. (Cahier des Clauses Techniques Particulières) les modalités de prise en compte.

3.13 - ACTIONS ACCIDENTELLES (BAEL, art. A-3.1,4)

Les actions accidentelles comprennent par exemple :

- les chocs de véhicules contre les dispositifs de retenue ou les appuis des ponts,
- les chocs de bateaux contre les appuis des ponts,
- les séismes,
- les cyclones tropicaux,
- les effets de la destruction d'un remblai par une crue exceptionnelle,
- les glissements de terrain,
- les explosions, etc..

La valeur représentative d'une action accidentelle est toujours une valeur nominale (une valeur "caractéristique" suppose en effet une interprétation statistique, pour laquelle, étant donné le caractère peu fréquent des actions accidentelles, il est impossible dans ce cas de disposer des données nécessaires)

---

*Note complémentaire sur les valeurs représentatives d'une même action variable :*

La Résistance des Matériaux traditionnelle ne se préoccupe ni de la nature, ni de la durée d'application d'une action quelconque. Il faut donc se garder de croire que l'effet le plus défavorable est dû à l'intensité maximale d'une action variable (son intensité minimale étant toujours zéro... elle n'est pas là).

Ainsi :

- une fissure très ouverte sous la valeur maximale / (<sup>Q<sub>k</sub></sup> caractéristique) d'une action variable, dont la durée d'application est très courte, est moins dangereuse vis-à-vis de la corrosion de l'acier qu'une fissure moins ouverte, mais ouverte plus longtemps, sous une action  $\psi Q_k < Q_k$ .

- de même, une charge de très courte durée telle que  $Q_k$  n'induit pas dans un poteau de déformations différées par fluage, alors qu'une charge  $\psi Q_k < Q_k$  de plus longue durée d'application peut engendrer de telles déformations et se révéler, en définitive, plus dangereuse que  $Q_k$  (cf. coefficient  $\alpha$  page 357).

Normalement le C.C.T.P. doit préciser les actions accidentelles à considérer et fixer les valeurs à prendre en compte lorsque celles-ci ne sont pas fixées par des textes réglementaires.

Pour les chocs accidentels de véhicules ou de bateaux sur les appuis des ouvrages d'art, il y a lieu de se reporter à l'annexe D des Règles BAEL qui définit les valeurs représentatives des actions (chocs frontaux ou latéraux).

Pour les séismes, il convient de se référer aux Règles parasismiques (Règles PS ou NF P 06-003, ou DTU).

Un incendie correspond à une situation accidentelle. La résistance au feu fait l'objet du DTU "Règles FB", octobre 1987.

### 3.3 - COMBINAISONS D'ACTIONS

#### 3.30 - GENERALITES

##### 3.301 - Combinaisons d'actions

Vouloir construire des ouvrages capables de résister à toutes les actions possibles, quelle que soit la probabilité de leur apparition, ne serait pas économique (par exemple, il est couramment admis d'édifier des ponts ou des bâtiments qui ne sont pas capables de résister à la chute d'un avion même si la probabilité d'une telle chute n'est pas nulle).

Pour la vérification d'un état-limite quelconque, la question se pose de savoir quelle combinaison d'actions il y a lieu de prendre en compte, puisque peuvent agir simultanément des actions permanentes, des actions variant d'une manière connue et des actions aléatoires. Il s'agit donc de trouver la combinaison la plus agressive qu'il convient de retenir relativement à telle ou telle inégalité d'état-limite.

Comme la probabilité d'apparition simultanée de l'intensité maximale d'actions d'origines diverses (charges d'exploitation, vent, variations thermiques, etc.) est faible, les coefficients de pondération vis-à-vis des différentes actions doivent être différents selon que l'on considère une seule action s'exerçant isolément ou une combinaison de plusieurs actions s'exerçant simultanément (d'où la notion déjà évoquée en 3.12 de "valeur représentative").

Etant donné le grand choix de combinaisons d'actions complexes et variées auxquelles peut être soumise une construction, on est nécessairement amené à faire un choix en cherchant à couvrir avec une forte probabilité les circonstances les plus défavorables susceptibles de se présenter au cours de la vie de la construction.

Il est donc admis de n'étudier qu'un nombre limité de combinaisons en ne considérant que celles qui apparaissent comme les plus dangereuses, et qui doivent être physiquement possibles et avoir une probabilité d'occurrence non négligeable, en ne considérant pas celles qui sont manifestement couvertes par une combinaison plus défavorable.

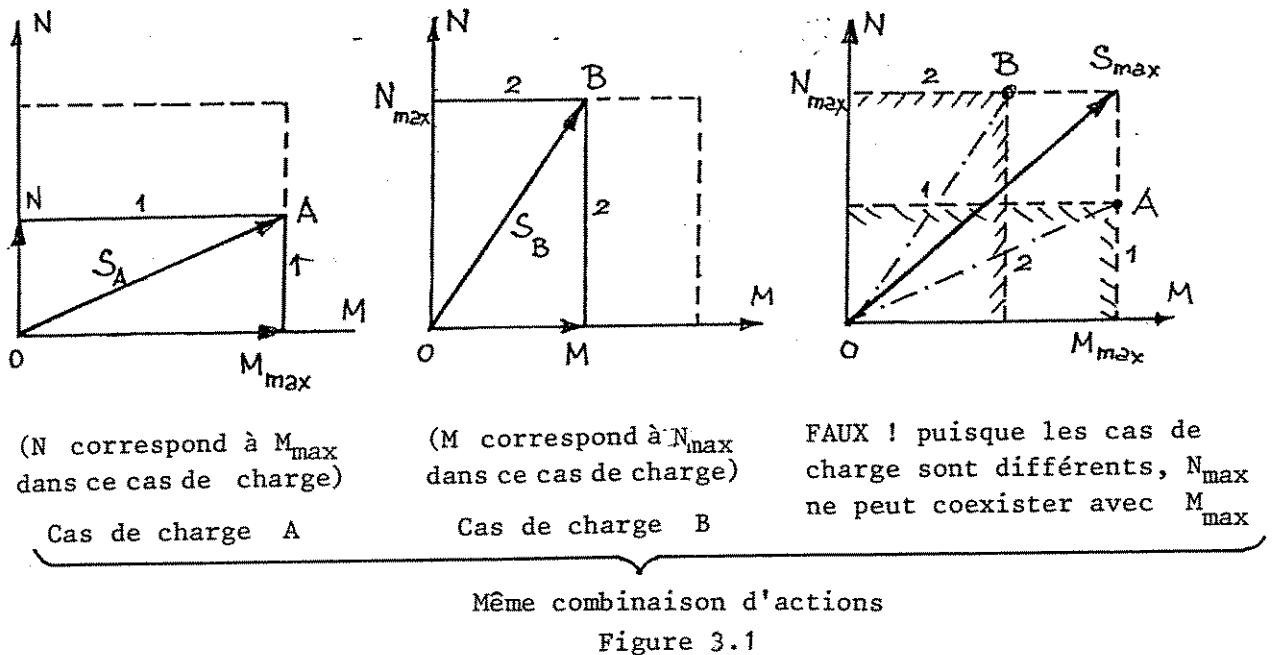
##### 3.302 - Cas de charge

Les actions "libres", c'est-à-dire celles qui peuvent avoir une distribution arbitraire quelconque dans la construction, à l'intérieur de limites données (comme les charges d'exploitation en général) conduisent à l'étude de différents cas de charge.

Un cas de charge se définit par la fixation de la configuration formée par les actions. On recherche, pour chaque combinaison, le cas de charge le plus défavorable vis-à-vis de l'état-limite étudié et de sollicitation étudiée, soit pour l'ensemble de l'élément soit pour la section considérée.

Les "cas de charge" ne doivent pas être confondus avec les "combinaisons d'actions".

Ainsi, il faut se garder de combiner vectoriellement les composantes maximales d'une sollicitation si, prise individuellement, chaque composante maximale correspond à un cas de charge différent, comme illustré par la figure ci-dessous :



La distinction de plusieurs cas de charge pour les actions libres conduit, en cas d'analyse linéaire, à l'usage de lignes ou de surfaces d'influence. Les valeurs caractéristiques ou nominales des actions libres peuvent dépendre du cas de charge (par exemple, charges routières, direction du vent, ...).

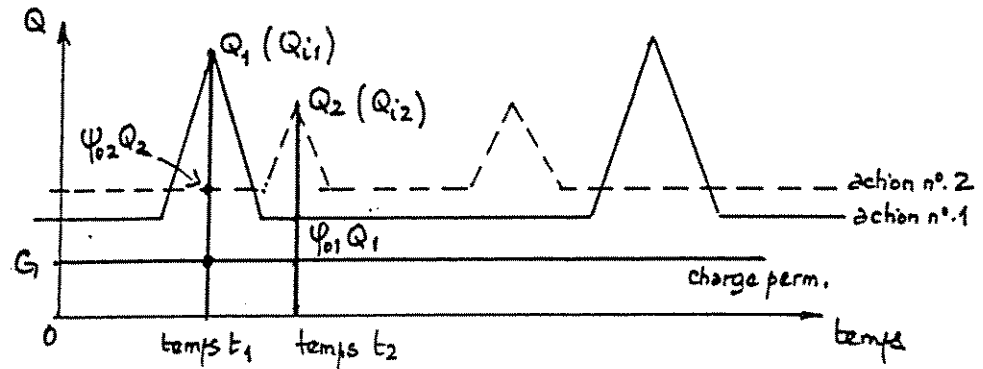
En résumé, avant d'entamer le calcul d'une structure quelconque (dont par ailleurs on a défini toutes les dispositions et dimensions par des dessins appropriés) on doit :

- 1 - établir, dans les différentes situations, les différentes combinaisons d'actions à considérer dans le calcul, en attribuant à chacune des actions la valeur représentative qui convient ;
- 2 - pour chaque combinaison, rechercher le cas de charge le plus défavorable (ce qui conduit généralement au tracé des "courbes-enveloppes" du moment de flexion et de l'effort tranchant, voir fig. 3.3).

### 3.31 - SOLLICITATIONS DE CALCUL (BAEL, art. A-3.3,11)

Les justifications doivent montrer, pour les divers éléments d'une structure et pour l'ensemble de celle-ci, que les sollicitations de calcul définies ci-après ne provoquent pas le phénomène que l'on veut éviter.

Grossièrement une loi action variable-temps peut être schématisée comme suit :



Ce schéma simpliste montre que lorsque plusieurs actions variables s'exercent sur une construction, à l'instant où l'une quelconque (action variable "de base") des actions atteint sa valeur maximale, les autres (actions "d'accompagnement") sont à un niveau  $\psi_i Q_i$  inférieur et que les actions permanentes sont toujours présentes, de sorte qu'une combinaison comprend toujours :

- les actions permanentes ( $G$ )
- une action quelconque  $Q_i$ , considérée comme action variable de base.
- toutes les autres actions susceptibles de s'exercer en même temps que  $Q_i$  (actions d'accompagnement) à un niveau réduit  $\psi_i Q_i$ .

Chaque action variable doit successivement être considérée comme action variable de base, et venir en occuper le rang.

Le cas où deux actions variables atteindraient au même moment leur valeur maximale (pointes à la même abscisse dans la fig. ci-dessus) n'est pas à envisager, car la probabilité d'avoir, pour deux actions  $Q_i$  et  $Q_j$ , la simultanéité  $Q_i + Q_j$  est très inférieure à celle d'avoir  $Q_i + \psi_j Q_j$  ou  $Q_j + \psi_i Q_i$ .

De ces remarques découle ce qui suit :

### 3.311 Combinaisons d'actions à prendre en compte dans les états - limites ultimes de résistance.

Pour les états limites ultimes, on distingue :

- des combinaisons fondamentales,
- des combinaisons accidentelles.

3.311-1 - Combinaisons fondamentales (à considérer lors des situations durables ou transitoires)

#### a) Prescriptions des Règles BAEL, art. A3,3,21)

Les combinaisons fondamentales comprennent :

- soit les actions permanentes seules ;
- soit les actions permanentes, une action variable dite "de base" avec sa valeur caractéristique (ou nominale) et, s'il y a lieu, une ou plusieurs actions dites "d'accompagnement" avec leurs valeurs de combinaison.

Les actions de base prennent soit la valeur zéro, soit leur valeur représentative, c'est-à-dire qu'on ne recherche pas si des valeurs intermédiaires pourraient être éventuellement plus défavorables.

$G_{max}$  ensemble des actions permanentes défavorables (par rapport à l'action de base)

$G_{min}$  ensemble des actions permanentes favorables (par rapport à l'action de base)

$Q_1$  action variable de base

$Q_i$  actions variables "d'accompagnement" ( $i > 1$ ).

Une combinaison fondamentale prend la forme symbolique et vectorielle suivante :

$$(1,35 G_{max} \text{ et/ou } G_{min}) + \gamma_{Q_1} Q_1 + \sum_{i>1} 1,3 \psi_{oi} Q_i$$

(où le signe + ne désigne pas une addition, mais à le sens de "on met ensemble".)

avec  $\gamma_{Q_1} = 1,5$  en général et

$\gamma_{Q_1} = 1,35$  pour la température, les charges d'exploitation étroitement bornées de caractère particulier (convois militaires, convois exceptionnels par exemple) et les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine.

L'application pratique à la détermination des sollicitations de calcul pour les ponts-routes ou dans les structures de bâtiments est donnée en 3.314.

La combinaison symbolique ci-avant appelle les commentaires suivants :

#### 1° Prise en compte des charges permanentes

Dans cette combinaison symbolique "et" correspond au cas où  $G_{max}$  et  $G_{min}$  sont des actions d'origines et de natures différentes donc indépendantes les une des autres, les effets des actions  $G_{min}$  étant en sens inverse de ceux de l'action variable de base  $Q_1$  (il s'agit du sens des composantes principales vis-à-vis de l'effet considéré, certaines autres composantes de  $G_{min}$  et  $Q_1$  pouvant être dirigées dans le même sens).

C'est donc seulement lorsqu'il existe des actions permanentes, les unes favorables, les autres défavorables, qu'on introduit à la fois  $G_{max}$  et  $G_{min}$

dans la même formule. Si les actions permanentes sont toutes défavorables, ou toutes favorables, on n'introduit dans la formule que  $G_{\max}$  ou  $G_{\min}$  (par exemple, cas d'une tour ou d'une cheminée où l'on étudie successivement les combinaisons de  $G_{\max}$  puis de  $G_{\min}$  avec les actions du vent).

Dans une poutre à travées continues, on peut se demander s'il y aurait lieu de calculer la sollicitation de flexion due à la charge permanente en considérant alternativement  $G_{\max}$  et  $G_{\min}$  sur les différentes travées, selon que la charge permanente agit dans le sens favorable ou défavorable, et donc aussi s'il y aurait lieu d'utiliser les coefficients 1,35 ou 1 selon les travées dans les mêmes conditions.

Considérant que l'alternance de telles valeurs dans la construction réelle peut être estimée comme ayant une probabilité négligeable, les Règles BAEL 91 ont tranché et on admet que lorsqu'une même action permanente a des effets partiellement défavorables et partiellement favorables, on lui attribue globalement ou la valeur  $G_{\max}$ , ou la valeur  $G_{\min}$ . En conséquence, une même action permanente n'a pas à être partagée en deux parties.

Il en résulte qu'en particulier, le poids propre d'une poutre continue doit être introduit d'une part avec la même valeur ( $G_{\max}$  ou  $G_{\min}$ ), d'autre part avec le même coefficient (1,35 ou 1) sur toute la longueur donc avec  $1,35G_{\max}$  ou  $G_{\min}$ .

Comme ce poids propre est représenté en général par une valeur unique  $G$  (valeur moyenne probable), <sup>cela</sup> signifie qu'il faut "dédoubler" la combinaison symbolique ci-avant et considérer successivement le cas où la valeur 1,35  $G$  est appliquée simultanément sur toutes les travées puis celui où la valeur  $G$  est appliquée simultanément sur toutes les travées (voir tableaux 3.5 et 3.6).

En revanche, s'il s'agit d'un remblai dont le poids  $G$  a normalement un effet favorable et la poussée  $P$  un effet défavorable, le problème est plus complexe, car l'incertitude sur  $G$  est due à celle sur la masse volumique  $\gamma$  du remblai, tandis que l'incertitude sur  $P$  est due à la fois à celle sur  $\gamma$  et à celle sur le coefficient de poussée  $k_a$  qui dépend lui-même de l'angle de frottement interne du terrain, c'est-à-dire que les incertitudes sur  $P$  et  $G$  ont partiellement la même origine physique.

En principe, il conviendrait de considérer :

- d'une part une valeur minimale et une valeur maximale du poids du remblai,
- d'autre part, quatre valeurs possibles de la poussée correspondant aux combinaisons deux à deux des quatre paramètres  $k_{a\min}$ ,  $k_{a\max}$ ,  $\gamma_{\min}$ ,  $\gamma_{\max}$ .

Mais en pratique, pour simplifier, on se borne à associer le poids minimal à la poussée maximale ( $k_{a\max}$ ,  $\gamma_{\max}$ ) même si, nécessairement, le poids volumique  $\gamma$  prend la même valeur (max ou min) dans le calcul du poids du remblai et dans celui de la poussée.

## 2° Prise en compte des actions variables

Les actions variables doivent être considérées les unes après les autres comme action "de base" pour former les différentes combinaisons, les autres actions variables étant ajoutées s'il y a lieu comme actions d'accompagnement. Elles sont toujours introduites de la manière la plus défavorable, soit avec la valeur de combinaison indiquée, soit avec leur valeur minimale, qui est toujours nulle (absence d'action).

b) Prescriptions de l'EC2 (art. 2.3.2.2)

Les combinaisons fondamentales sont définies sous la forme générale symbolique :

$$\Sigma \gamma_{Gj} G_{kj} + \gamma_{Q_1} Q_{k1} + \Sigma_{i>1} \gamma_{Q_i} \psi_{oi} Q_{ki} \quad [\text{éq. 2.7a de l'EC2}]$$

avec :

- $G_{kj}$  valeurs caractéristiques des actions permanentes
- $Q_{k1}$  valeur caractéristique de l'une des actions variables
- $Q_{ki}$  valeurs caractéristiques des autres actions variables.

Les coefficients de sécurité partiels  $\gamma_F$  prennent les valeurs du tableau 3.1 ci-après.

Tableau 3.1 - Coefficients de sécurité à l'état-limite ultime (EC2)

Actions	$\gamma_F$	en cas d'effet défavorable	en cas d'effet favorable
$G_{kj}^*$	$\gamma_{Gj}$	1,35*	1,0
$Q_{k1}$ $Q_{ki} (i \geq 2)$	$\gamma_{Q_1}$ $\gamma_{Q_i}$	1,5 1,5 (BAEL: 1,35)	actions non prises en compte

\* excepté pour les vérifications d'équilibre statique, où il faut prendre pour la partie stabilisante  $G_{inf}$  associé à  $\gamma_{G,inf} = 0,9$  et pour la partie déstabilisante  $G_{sup}$  associé à  $\gamma_{G,sup} = 1,1$ .

Les coefficients  $\psi_{oi}$  traduisent le fait qu'il est très improbable que plusieurs actions variables atteignent toutes ensemble et au même moment leurs valeurs caractéristiques ; pour les valeurs à adopter pour ces coefficients, l'EC2 renvoie à l'EC1 ou aux Codes Nationaux.

Lorsque celle des actions variables qui doit jouer le rôle d'action de base n'est pas évidente, chacune d'entre elles doit venir successivement en occuper le rang. D'où une succession de combinaisons à considérer, qui viendrait alourdir le calcul. Pour les bâtiments, les simplifications suivantes de la combinaison [2.7 a] sont donc proposées par l'EC2 :

- dans le cas où l'on ne considère que l'action variable ( $Q_{k1}$ ) la plus défavorable :

$$\Sigma \gamma_{Gj} G_{kj} + 1,5 Q_{k1} \quad [\text{EC2, éq. 2.8a}]$$

- dans le cas où l'on considère toutes les actions variables :

$$\Sigma \gamma_{Gj} G_{kj} + 1,35 \Sigma_{i \geq 1} Q_{ki} \quad [\text{EC2, éq. 2.8b}]$$

3.311-2 - Combinaisons accidentelles (à considérer lors des situations accidentelles)

a) Prescriptions des Règles BAEL (art. A 3.3,22):

Les combinaisons accidentelles comprennent les actions permanentes, une action accidentelle et s'il y a lieu une ou plusieurs actions d'accompagnement avec leurs valeurs fréquentes ou quasi-permanentes.

Symboliquement et vectoriellement, une combinaison accidentelle, si elle n'est pas définie par des textes spécifiques, est de la forme :

$$(G_{\max} \text{ et/ou } G_{\min}) + F_A + \psi_{11} Q_1 + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_i$$

avec  $F_A$  valeur représentative de l'action accidentelle  
 $\psi_{11} Q_1$  valeur fréquente de l'action variable de base  
 $\psi_{2i} Q_i$  valeur quasi-permanente d'une autre action variable d'accompagnement

Pour les modalités d'application, il convient de se reporter :

- pour les ponts-routes, à l'annexe D qui donne les valeurs des coefficients  $\psi$  applicables aux différentes actions en fonction notamment de la classe de l'ouvrage ;
- dans les structures de bâtiment, aux textes spécifiques (Règles PS pour les séismes, DTU Cuvelages pour l'action des crues, etc.).

Remarque : En cas d'actions accidentelles, la sollicitation résistante est évaluée en appliquant à la limite d'élasticité de l'acier et à la résistance caractéristique spécifiée du béton des coefficients  $\gamma_s$  et  $\gamma_b$  réduits respectivement à 1 (au lieu de 1,15) et 1,15 (au lieu de 1,5) (voir BAEL A-4.3,2 et A-4.3,41).

b) Prescriptions de l'EC2

Les combinaisons accidentelles sont définies sous la forme générale symbolique:

$$\sum \gamma_{GAj} G_{kj} + A_d + \psi_{11} Q_{k1} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ki} \quad [\text{éq. 2.7 b de l'EC2}]$$

avec :

$A_d$  valeur spécifiée de l'action accidentelle

$\gamma_{GAj} = 1$  sauf spécification contraire.

Dans le cas d'une combinaison accidentelle autre qu'un séisme, l'article 2.3.3.2 indique que les coefficients appliqués aux matériaux sont pris respectivement égaux à  $\gamma_c = 1,3$  pour le béton (au lieu de 1,15 dans les Règles françaises) et  $\gamma_s = 1,0$  pour l'acier.

3.312. Combinaisons d'actions à prendre en compte pour les vérifications aux états-limites de service.

a) Règles BAEL, art. A 3.3,3)

Elles résultent des combinaisons d'actions dites "combinaisons rares" dont on retient les plus défavorables.



Dans une combinaison rare, interviennent les actions permanentes, une action variable de base avec sa valeur caractéristique (nominale) et s'il y a lieu une ou plusieurs actions d'accompagnement avec leurs valeurs de combinaison, c'est à-dire symboliquement et vectoriellement :

$$(G_{\max} \text{ et/ou } G_{\min}) + Q_1 + \sum_{i>1} \psi_{oi} Q_i$$

L'application de cette formule symbolique à la détermination des sollicitations de calcul pour les ponts-routes ou dans les structures de bâtiments est donnée en 3.313.

b) EC2, art 2.3.4 :

L'EC2 définit des combinaisons d'actions rares, fréquentes et quasi-permanentes, sous les formes symboliques données ci-après :

- combinaisons rares :

$$\sum G_{kj} + Q_{k1} + \sum_{i>1} \psi_{1i} Q_{ik} \quad [\text{éq. 2.9 a de l'EC2}]$$

- combinaisons fréquentes :

$$\sum G_{kj} + \psi_{11} Q_{k1} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ik} \quad [\text{éq. 2.9 b de l'EC2}]$$

- combinaisons quasi-permanentes :

$$\sum G_{kj} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2i} Q_{ik} \quad [\text{éq. 2.9 c de l'EC2}]$$

$Q_{k1}$  représente l'action variable de base dans la combinaison étudiée. Les coefficients  $\psi_1$  et  $\psi_2$  (de même que  $\psi_0$ ) devraient être fixés par l'EC1.

(En ce qui concerne les matériaux, pour les vérifications relatives aux états-limites de service, on prend en général  $\gamma_c = \gamma_s = 1$  comme dans nos Règles).

Pour les bâtiments, l'EC2 propose de simplifier comme suit la combinaison rare (équation [2.9 (a)] ) :

- dans le cas où l'on ne considère que l'action variable la plus défavorable :

$$\sum G_{kj} + Q_{k1} \quad [\text{EC2, éq. 2.9d}]$$

- dans le cas où l'on considère toutes les actions variables :

$$\sum G_{kj} + 0,9 \sum_{i \geq 1} Q_{ki} \quad [\text{EC2, éq. 2.9e}]$$

Ces combinaisons simplifiées peuvent aussi être prises en compte à la place des combinaisons fréquentes.

3.313 - Modalités pratiques d'application des Règles BAEL

On désigne encore par :

- G l'ensemble des actions permanentes (définies en 3.11)
- $Q_{prc}$  les charges d'exécution connues (en grandeur et position)
- $Q_{pra}$  les charges d'exécution de caractère aléatoire
- $Q_r$  les charges d'exploitation des ponts-routes sans caractère particulier (systèmes A et B et charges sur trottoirs)
- $Q_{rp}$  les charges d'exploitation des ponts-routes de caractère particulier (convois militaires ou exceptionnels)
- $Q_B$  les charges d'exploitation des bâtiments
- W l'action du vent évaluée comme indiqué en 3.122-21
- $S_n$  la charge de neige évaluée comme indiqué en 3.122-22
- T les variations uniformes de la température suivant 3.124
- $\Delta\theta$  le gradient thermique (éventuel).

3.313-1 - Combinaisons d'actions à considérer dans le cas des ponts-routes

1°) Pour la vérification des états-limites ultimes de résistance

TABLEAU 3.2

Situation	Actions permanentes ou assimilées $1,35 G_{\max} + G_{\min}$	Actions variables	
		de base $\gamma_1 Q_1$	d'accompagnement $1,3 \psi_{o2} Q_2$
d'exécution	$1,35 G$ ou $G$ + $1,35 Q_{\text{prc}}$ ou $Q_{\text{prc}}$	$1,5 Q_{\text{pra}}$	0 ou $1,3 W$
		$1,5 W$	0 ou $1,3 Q_{\text{pra}}$
d'exploitation	$1,35 G$ ou $G$	$1,5 Q_r$	/
		$1,35 Q_{\text{rp}}$	
		$1,5 W$	

La température ne figure pas dans ce tableau, car elle n'est pas généralement à prendre en compte dans les états-limites ultimes.

2°) Pour la vérification des états-limites de service

TABLEAU 3.3

Situation	Actions permanentes ou assimilées	Actions variables	
		de base $Q_1$	d'accompagnement $\psi_{o2} Q_2$
d'exécution	$G + Q_{\text{prc}}$	$Q_{\text{pra}}$	0 ou $W$
		$W$	0 ou $Q_{\text{pra}}$
		$T$ ou $\Delta \theta$	0 ou $Q_{\text{pra}}$
d'exploitation	$G$	$Q_r$	0 ou $0,5 \Delta \theta$ ou $0,6 T$
		$Q_{\text{rp}}$	0
		$\Delta \theta$ ou $T$	0
		$W$	0

3.313-2 - Combinaisons d'actions à considérer dans le cas des structures de bâtiments  
(cas général)

1°) Pour la vérification des états-limites ultimes de résistance (ou de stabilité de forme)

TABLEAU 3.4

Actions permanentes	Actions variables	
$1,35 G_{\max} + G_{\min}$	de base $\gamma_{Q1} Q_1$	d'accompagnement $1,3 \psi_{02} Q_2$
$1,35 G$ ou $G$	$1,5 Q_B$	0 ou W ou $S_n$ ou $W + S_n$
	$1,5 W$	0 ou $1,3 \psi_0 Q_B$ ou $S_n$ ou $1,3 \psi_0 Q_B + S_n$
	$1,5 S_n^{(1)}$	0 ou $1,3 \psi_0 Q_B$ ou W ou $1,3 \psi_0 Q_B + W$

avec  $\psi_0$  défini par la norme NF P06-001 ; en principe  $\psi_0 = 0,77$  pour tous les locaux, sauf  
Remarques : les locaux d'archives et les parts de stationnement pour lesquels  $\psi_0 = 0,9$ .

- en situation d'exécution, on peut se reporter aux dispositions indiquées pour les ponts-routes ;
- les combinaisons faisant intervenir la neige et le vent dépendent des conditions de compatibilité indiquées dans les Règles NB4 ;
- les effets de la température ne sont généralement pas pris en compte, mais :
  - s'ils doivent intervenir en tant qu'action de base, ils sont introduits avec le coefficient 1,35 ;
  - s'ils interviennent en tant que seconde action d'accompagnement, ils sont introduits avec les coefficients 0 ou 0,8 ;
- pour les halles équipées de ponts-roulants, les actions variables de base et d'accompagnement sont déterminées en tenant compte des conditions d'utilisation simultanée de ces ponts.

1) Dans ce cas,  $\psi_0 = 0,77$  est à remplacer par  $\psi_0 = 0,77 \times 1,1 \approx 0,85$  si l'altitude est au plus égale à 500m.

2°) Pour les vérifications des états-limites de service

TABLEAU 3.5

Actions permanentes	Actions variables	
$G_{\max} + G_{\min}$	de base $Q_1$	d'accompagnement $\psi_{02} Q_2$
G	$Q_B$	0 ou $0,77 W$ ou $0,77 S_n$
	W	0 ou $\psi_0 Q_B$
	$S_n$	0 ou $\psi_0 Q_B$

Pour  $\psi_0$ , voir au-dessous du tableau 3.4 et note 1 au bas de la page 94.

Remarques

- en général, les actions de base interviennent seules pour les états-limites de déformation ;
- il est rappelé que l'action W n'est pas évaluée sur les mêmes bases dans les vérifications aux états-limites ultimes et dans celles aux états-limites de service (voir 3.122-21).

3.313-3 - Combinaisons d'actions à considérer dans le cas des ossatures et éléments courants des structures en béton armé

Dans la partie B des Règles BAEL, des indications sont données sur les différentes combinaisons d'actions à prendre en compte dans les cas les plus usuels (y compris ceux de l'équilibre statique), afin de simplifier la tâche des projeteurs.

Les Règles BAEL distinguent (art. B-2.1 et B-2.2) :

- les constructions courantes définies comme celles dans lesquelles les charges variables représentent à la fois :
  - . moins de deux fois les charges permanentes et
  - . moins de  $5 \text{ kN/m}^2$ ,
 et où les charges localisées, s'il en existe, appliquées à un élément quelconque de plancher sont au plus égales à :
  - .  $2 \text{ kN}$
  - . le quart de la charge d'exploitation totale susceptible d'être appliquée à cet élément ;
- les constructions industrielles définies comme celles dans lesquelles l'une quelconque des conditions ci-dessus n'est pas remplie.
- les constructions spéciales qui relèvent partiellement de l'un <sup>et/</sup> ou l'autre des deux types ci-dessus.

Les Règles BAEL (art. B-3.1) désignent par :

- G l'action des charges permanentes évaluée à partir des volumes définis par les dessins d'exécution (G inclut généralement le poids des cloisons),
- $Q_B$  l'action des charges d'exploitation qui est à prendre ou non dans les différentes travées par travées entières,
- W l'action du vent (voir 3.122-21),
- $S_n$  l'action de la neige.

Dans ce qui suit, on n'indique que les combinaisons vis-à-vis des états-limites ultimes. Les combinaisons à considérer vis-à-vis des états-limites de service peuvent aisément s'en déduire au moyen du tableau 3.5 (en se servant pour l'analogie, du tableau 3.4).

3.313-31 - Cas des planchers et des poutres (BAEL, art. B-6.1,2)

a) Combinaisons faisant intervenir G et  $Q_B$  seuls

TABLEAU 3.6

Combinaisons	Travées chargées	Travées déchargées
(1)	$1,35 G + 1,5 Q_B$	$1,35 G$
(2)	$G + 1,5 Q_B$	G

La combinaison (2) n'est généralement pas déterminante pour les poutre continues si une partie des aciers inférieurs est prolongée jusqu'aux appuis (décalage de la courbe enveloppe par adaptation).

Exemple : poutre-console. Dans ce cas, il y a deux combinaisons d'actions, à savoir

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

$$G + 1,5 Q_B$$

mais il y a cinq cas de charge à considérer, qui sont les suivants (fig. 3.2) :

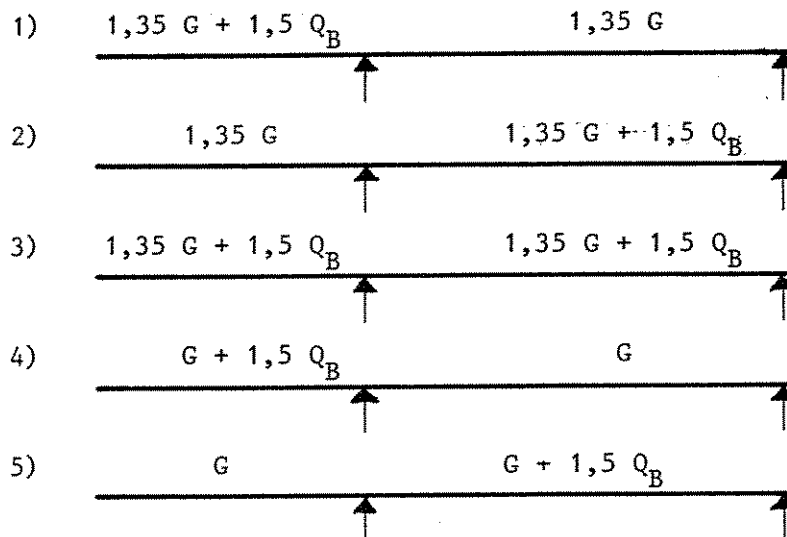


Figure 3.2

Ces cinq cas de charge servent à tracer les lignes-enveloppes du moment de flexion d'une part et de l'effort tranchant d'autre part.

Ils donnent respectivement :

- cas 1 ou 3 : moment sur appui maximal en valeur absolue et effort tranchant maximal à gauche de l'appui (côté console) ;
- cas 3 : effort tranchant maximal à droite de l'appui (côté travée) ;
- cas 4 : moment minimal en valeur absolue en travée et longueur des chapeaux côté travée (éventuellement associé au cas 1) ;
- cas 5 : (ou cas 2 selon la valeur du rapport  $G/Q$ ) : moment maximal positif en travée ;
- cas 2 : (ou cas 5 selon la valeur du rapport  $G/Q$ ) : effort tranchant maximal (en valeur absolue) sur l'appui de droite.

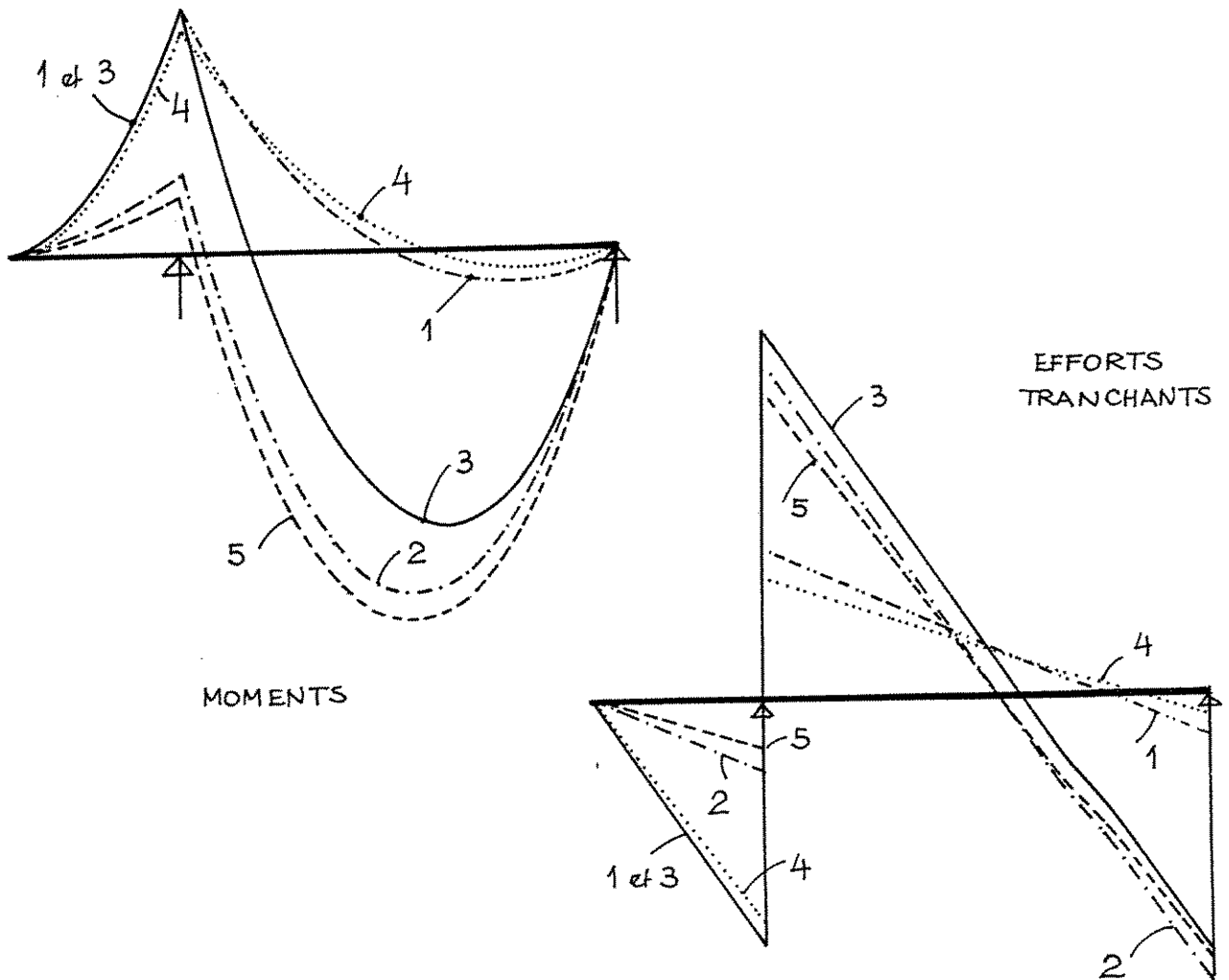


Figure 3.3

b) Combinaisons faisant intervenir  $G$ ,  $Q_B$  et  $W$

Aux combinaisons (1) et (2) ci-avant, il faut ajouter :

TABLEAU 3.7

Combinaisons	Travées chargées	Travées déchargées
(3)	$1,35 G + 1,5 Q_B + W$	$1,35 G + W$
(4)	$G + 1,5 Q_B + W$	$G + W$
(5)	$1,35 G + 1,5 W + 1,3 \psi_o Q_B$	$1,35 G + 1,5 W$
(6)	$G + 1,5 W + 1,3 \psi_o Q_B$	$G + 1,5 W$

Pour les valeurs de  $\psi_o$ , voir note au-dessous du tableau 3.4 page 94 et note au bas de la même page.

c) Combinaisons faisant intervenir  $G$ ,  $Q_B$  et  $S_n$  sans  $W$

Dans (3), (4), (5) et (6) remplacer  $W$  par  $S_n$  et appliquer éventuellement la note 1 du bas de la page 94.

Les cas de charge à considérer sont ceux définis dans les Règles N 84.

Sur les planchers-terrasses des bâtiments d'habitation ou analogues, il est d'usage courant de prendre en compte, soit la charge d'exploitation  $Q_B$  seule (sans  $S_n$ ), soit la charge de neige  $S_n$  seule (sans  $Q_B$ ) c'est-à-dire que l'on n'envisage pas pour le calcul une application simultanée de  $Q_B$  et de  $S_n$ , même avec une réduction éventuelle.

Remarque : Il convient d'envisager également des cas où le vent est accompagné de la neige, dans les conditions précisées par les Règles N 84.

3.313-32 - Cas des poteaux soumis à une "compression centrée" (BAEL, art. B-8.2,1)

a) Combinaisons faisant intervenir  $G$  et  $Q_B$  seuls

Dans les cas les plus courants, une seule combinaison est à considérer :

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

( $Q_B$  tenant éventuellement compte de la dégression des charges d'exploitation définie par la norme NF P 06-001).



b) Combinaisons faisant intervenir  $G$ ,  $Q_B$ ,  $W$  et éventuellement,  $S_n$

Dans les cas les plus courants, quatre combinaisons sont à considérer :

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

$$1,35 G + 1,5 Q_B + W$$

$$1,35 G + 1,5 W + 1,3 \psi_0 Q_B \quad (\text{pour } \psi_0, \text{ voir au bas du tableau 3.4})$$

$$G + 1,5 W$$

S'il est tenu compte de la loi de dégression des charges d'exploitation, le coefficient  $(1,3 \psi_0)$  s'applique aux charges après prise en compte de la dégression.

3.313-33 - Autres poteaux (BAEL, art. B-8,22)

Il s'agit en particulier des poteaux d'ossatures calculées en portiques sous l'action des charges de pesanteur et du vent.

Les combinaisons sont les mêmes que pour les poutres (mais en tenant compte pour  $Q_B$  de la loi de dégression des charges d'exploitation).

3.314 - Vérification de l'état-limite de stabilité de forme

Se reporter au chapitre 11 du présent document.

3.315 - Vérification de l'équilibre statique

Il s'agit d'un sujet très complexe, car les équilibres statiques sont largement indépendants du matériau constitutif et les formules correspondantes doivent donc être communes à tous les modes de construction.

La manière de traiter ce problème ne peut être que semi-probabiliste, et son point de départ doit être commun avec la manière de traiter les problèmes de résistance. On se réfère ici aux indications données par l'Ingénieur Général H. MATHIEU dans le Manuel du CEB "Sécurité des structures".

Un état-limite d'équilibre statique résultant d'une différence d'effets des actions et notamment des actions permanentes, la sécurité vis-à-vis d'un tel état dépend avant tout de la finesse de l'analyse (prise en compte ou non des actions, des efforts ou des paramètres parasites) et de la variabilité des actions permanentes.

Les dépassements d'équilibre statique peuvent être de diverses natures et de gravité très inégales. Par exemple, si dans un pont à plusieurs travées continues, l'extrémité du tablier peut se soulever dans certains cas de charge :

- un soulèvement de 1 à 2 cm ne présente qu'un danger minime et cet état est assimilable à un état-limite de service ;
- un soulèvement croissant peut, au-delà de 5 cm par exemple, présenter un danger de plus en plus grave pour les usagers de la route. A partir d'une certaine valeur, il n'est pas plus acceptable qu'un état-limite ultime. L'appréciation de cette valeur est d'autant plus délicate que le soulèvement peut se faire à un angle de l'about et non sur toute la largeur de celui-ci.

Les états-limites d'équilibre statique étant donc très divers par leur nature et par leurs conséquences, il est très difficile de fixer des coefficients  $\gamma$  couvrant la totalité des cas possibles.

A l'article A-3.3,4, les Règles BAEL renvoient aux Directives Communes qui distinguent :

- a) l'ensemble  $G_1$  des actions permanentes y compris les parties du poids propre qui ont un effet stabilisateur ;
- b) l'ensemble  $G_2$  des actions permanentes et quasi-permanentes, ainsi qu'éventuellement les charges non permanentes appliquées en cours d'exécution, qui ont l'effet inverse ;
- c) la valeur caractéristique  $Q_{1k}$  de l'action de base qui a un effet déstabilisant
- d) l'ensemble  $\sum_{i>1} \psi_{oi} Q_{ik}$  des valeurs de combinaison des actions d'accompagnement éventuelles.

Pour les raisons exposées ci-dessus, le choix des coefficients à appliquer à chacun de ces termes est une affaire d'appréciation.

Pour fixer les idées, les Directives Communes indiquent qu'assez généralement la combinaison fondamentale prendra la forme :

$$0,9 G_1 + 1,1 G_2 + 1,5 Q_{1k} + 1,3 \sum_{i>1} \psi_{oi} Q_{ik}$$

A l'article B-3.3 les Règles BAEL distinguent :

- les cas d'"équilibre statique pur", par exemple celui de la poutre-console de la figure 3.2 supposée posée sur des appuis en néoprène (à réaction unilatérale où l'équilibre statique doit être vérifié pour le quatrième cas de charge de la figure mais en plaçant  $0,9G$  au lieu de  $G$  sur la travée adjacente au porte-à-faux ;
- les "autres cas", pour lesquels le problème peut être relativement complexe et fait alors l'objet de prescriptions, soit de documents spécifiques, soit du CCTP (Cahier des Clauses Techniques Particulières). Pour certains ouvrages de génie civil (cheminées, réservoirs, cuvelages) il existe des textes réglementaires particuliers auxquels il convient de se reporter.

### 3.4 CALCUL DES SOLLICITATIONS

Les sollicitations dues à des actions données sont normalement déterminées par une analyse basée sur une idéalisation de la structure, en recherchant dans chaque combinaison le ou les cas de charge les plus défavorables pour l'état-limite et la section étudiés.

#### 3.41 Prescriptions des Règles BAEL (art. A 3,2)

Les sollicitations doivent théoriquement être calculées en tenant compte du comportement réel de la structure dans l'état-limite correspondant, tel qu'il ressort des essais d'éléments ou de structures soumis aux mêmes types d'actions, ce qui conduit à cinq modes d'analyse différents :

- l'analyse linéaire, basée sur l'hypothèse que les sollicitations sont des fonctions linéaires des actions,
- l'analyse linéaire avec "redistribution" arbitraire (voir 3,412).
- l'analyse non linéaire (qui n'est en fait qu'une analyse des structures ayant un comportement local non linéaire),
- l'analyse plastique (pour les dalles), qui constitue une simplification schématique des analyses non linéaires, obtenue en supposant que le béton armé se comporte comme un matériau rigide-plastique parfait (voir 2.02, fig. 2.3).

## - l'analyse basée sur un modèle formé de bielles et de tirants.

En pratique on se contente le plus souvent d'une analyse linéaire en utilisant pour la structure un modèle élastique et linéaire et en appliquant les procédés de la Résistance des Matériaux classique, dans la mesure où la forme des pièces le permet. Cette analyse est faite en principe en attribuant directement à chaque action sa "valeur de calcul", c'est-à-dire la valeur obtenue en multipliant sa valeur représentative par le coefficient de pondération partiel approprié.

Lorsque la forme des pièces ne permet pas une application directe de la Résistance des Matériaux classique, on peut :

- soit adopter des schémas se rapprochant de structures connues ;
- soit avoir recours à des modèles de calcul plus élaborés (méthode des éléments finis, application du principe des équivalences, etc.) ;
- soit procéder à une expérimentation sur modèle réduit ou en vraie grandeur.

### 3.411 SIMPLIFICATIONS ADMISES DANS L'APPLICATION DES METHODES DE LA RESISTANCE DES MATERIAUX

Dans l'application des méthodes de la Résistance des Matériaux, les simplifications suivantes sont admises :

- Lorsque les inconnues hyperstatiques ne dépendent pas de la valeur du module de déformation longitudinale, il est loisible d'introduire, dans les équations servant à leur détermination, les constantes mécaniques, aires et moments d'inertie, calculées sur les sections du béton seul des pièces supposées non fissurées et en négligeant leurs armatures.

Cette approximation n'est toutefois valable que dans la mesure où les rapports des déformabilités des différentes pièces ne sont pas, de ce fait, fondamentalement changés (ce qui serait, par exemple, le cas d'un arc sous-tendu par un tirant de section relativement réduite, dont la déformabilité peut être voisine de celle des aciers nus).

- Dans le cas très fréquent d'une poutre en T formée d'une nervure associée à un hourdis, on attribue une largeur constante au hourdis associé à la nervure, cette largeur étant égale à celle susceptible d'être prise en compte en travée dans les calculs de résistance (voir 7.5).
- Les sollicitations du second ordre sont, le plus souvent, négligées sauf dans les vérifications d'état-limite ultime de stabilité de forme (voir chapitre 11).
- Pour les éléments dont les conditions d'encastrement aux appuis ne peuvent être définies avec précision, on peut évaluer les moments d'encastrement à des fractions, choisies forfaitairement, des moments positifs maximaux qui seraient supportés par la pièce reposant sur appuis simples. C'est notamment le cas des dalles et des poutres courantes de structures de bâtiments.

### 3.412 REDISTRIBUTION D'EFFORTS

Dans certains cas, il convient de tenir compte des redistributions d'efforts dues à la non-concordance du comportement des matériaux avec le modèle théorique adopté. Cette non-concordance a le plus souvent pour origine les phénomènes de fissuration et de plasticité du béton.

Pour la prise en compte de ces redistributions, il convient de s'appuyer, dans la mesure du possible, sur des bases expérimentales probantes.

Vis-à-vis de l'état-limite ultime, ces phénomènes se traduisent généralement par une atténuation des efforts en certaines sections, mais les Règles BAEL

insistent sur les deux points suivants :

- il est déconseillé de prendre en compte des redistributions théoriques non vérifiées par l'expérience ;
- les déformations résultant de ces redistributions doivent être compatibles avec l'état-limite considéré.

### 3.42. Prescriptions de l'EC2 :

#### 3.421 - TYPES D'ANALYSE

L'analyse peut être basée sur un modèle de comportement :

- linéaire élastique (solllicitations proportionnelles aux actions),
- linéaire avec redistribution limitée,
- plastique
- non-linéaire,
- formé de bielles et de tirants.

#### 3.422 - IDEALISATION DE LA STRUCTURE (article 2.5.2)

Les éléments constitutifs d'une structure sont normalement classés d'après leur nature et leur fonction en poutres, poteaux, dalles, murs, etc..

Un élément est considéré comme une poutre ou un poteau lorsque le rapport de sa portée ou de sa hauteur  $l$  à la hauteur totale  $h$  de sa section droite est au moins égal à 2 :  $l/h \geq 2$ . Une poutre dans laquelle cette condition n'est pas vérifiée est considérée comme une poutre-cloison.

Un élément est considéré comme une dalle si sa portée minimale est au moins égale à quatre fois son épaisseur. Une dalle soumise en majeure partie à des charges uniformes est considérée comme portant dans un seul sens si le rapport  $l_x/l_y$  (notations françaises) est au plus égal à 0,5.

#### 3.422-1 Largeur efficace des poutres en T (pour tous les états-limites)

Lorsqu'une grande précision des calculs n'est pas exigée (par exemple, poutres continues des bâtiments) l'analyse peut être faite en admettant une largeur constante sur toute la portée.

Pour une poutre en T symétrique (figure 3.4) :

$$b_{\text{eff}} = b_w + \frac{1}{5} l_o \leq b$$

Pour une poutre en T de rive (table d'un côté seulement) :

$$b_{\text{eff}} = b_w + \frac{1}{10} l_o \leq b$$

Dans ces formules,  $l_o$  représente la portée entre points de moment nul, évaluée forfaitairement selon la figure 3.5.

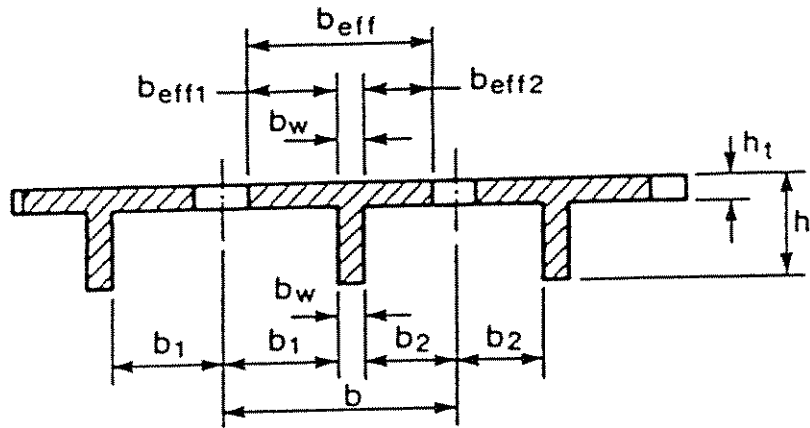


Figure 3.4 - Largeur efficace de la table d'une poutre en T .

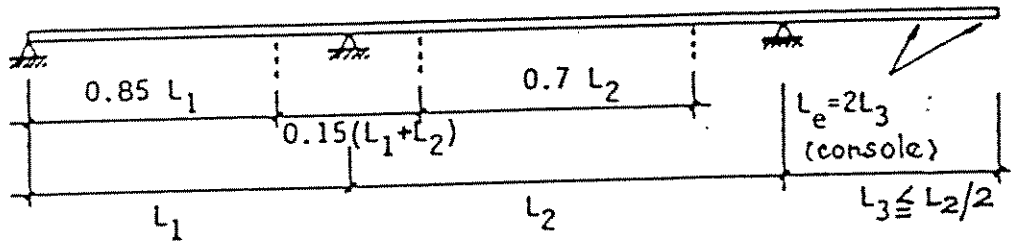


Figure 3.5 - Distances conventionnelles entre points de moment nul

$$\left( \frac{2}{3} \leq \frac{L_1}{L_2} \leq \frac{3}{2} \right)$$

### 3.422.2 - Portées

La portée  $\ell$  considérée dans les calculs est la portée "effective", prise égale à :

$$\ell_{\text{eff}} = \ell_n + a_1 + a_2$$

avec :

$\ell_n$  portée libre entre nus d'appuis.

Les valeurs de  $a_1$  ou  $a_2$ , aux extrémités de chaque travée, sont à déduire dans chaque cas de la figure 3.6.

### 3.423 - METHODES DE CALCUL

Toutes les méthodes d'analyse doivent satisfaire les conditions d'équilibre (ce qui, normalement, est à vérifier pour la structure non déformée (premier ordre)). Si les conditions de compatibilité ne sont pas vérifiées directement pour les états-limites considérés, il convient de prendre des mesures pour que :

- à l'état-limite ultime, l'ouvrage ait une capacité de déformation suffisante ;
- dans les conditions de service, le comportement soit satisfaisant.

#### 3.423.1 Types d'analyse structurale

##### 1° - Analyse vis-à-vis de l'état limite de service

Elle est normalement faite sur la base de l'élasticité linéaire, en

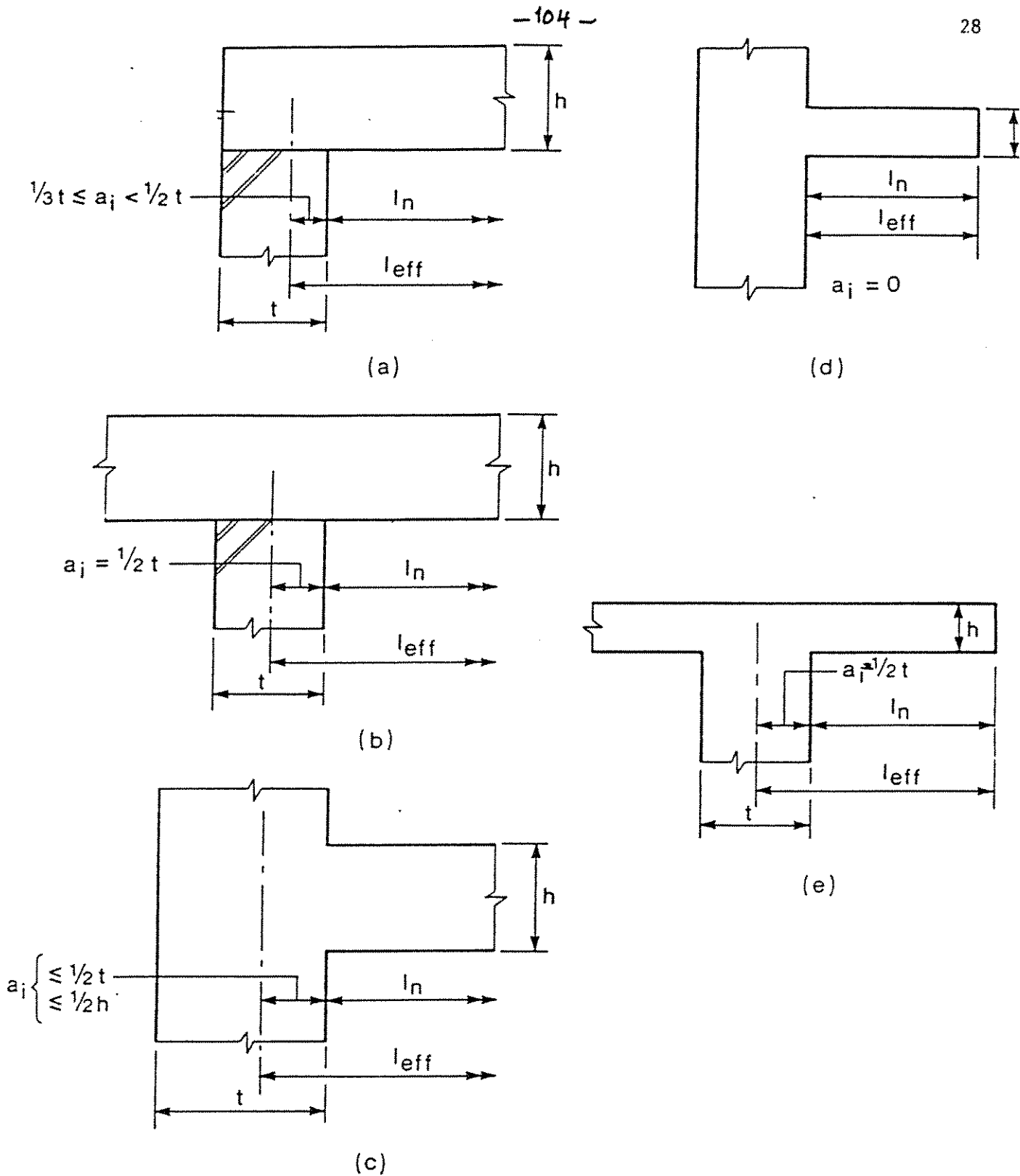


Figure 3.6- Portées "effectives" à prendre en compte dans les calculs

- a) Poutres sur appuis simples
- b) Poutres continues
- c) Appuis considérés comme parfaitement encastrés
- d) Console isolée
- e) Porte-à-faux prolongeant une travée de rive

prenant en compte la rigidité initiale, correspondant à la section non fissurée. Si la fissuration a un effet défavorable, elle doit être prise en compte.

### 2° - Etat-limite ultime

Dans ce cas, l'analyse peut être linéaire avec ou sans redistribution, non-linéaire ou plastique.

Pour l'application de la théorie élastique et linéaire, aucune mesure spécifique n'est à prendre pour assurer une ductilité convenable, sauf celle d'éviter les pourcentages élevés. Bien entendu, si l'on effectue une redistribution des moments, il convient de s'assurer que les sections critiques ont une capacité de rotation suffisante pour permettre la redistribution.

Dans l'analyse non-linéaire, on tient compte du comportement non-linéaire des sections en béton armé ou en béton précontraint (ne pas confondre avec l'analyse au second ordre qui tient compte du comportement non-linéaire dû à la déformation des éléments eux-mêmes).

On ne peut recourir à l'analyse plastique que pour des éléments très ductiles, armés d'aciers eux-mêmes de haute ductilité.

### 3° Simplifications (article 2.5.3.3)

#### a) - Ecrêtage sur appuis de la courbe des moments

Une poutre (ou une dalle) continue peut généralement être considérée comme simplement posée sur ses appuis. Dans ce cas, on peut "écrêter" la courbe des moments sur appuis tracée en considérant la portée entre axes des éléments (figure 3.7) de la quantité :

$$\Delta M_{Sd} = F_{S, sup} \frac{b}{8}$$

avec

$F_{S, sup}$  réaction d'appui  
 $b$  largeur de l'appui

(En effet, en admettant une distribution uniforme de la réaction  $F_{S, sup}$  sur la largeur  $b$  de l'appui, cette distribution crée dans l'axe de l'appui un moment égal à

$$\left( \frac{F_{S, sup}}{b} \right) \times \frac{(b/2)^2}{2} = F_{S, sup} \frac{b}{8}$$

cf. console de portée  $b/2$  uniformément chargée par  $F_{S, sup}/b$  )

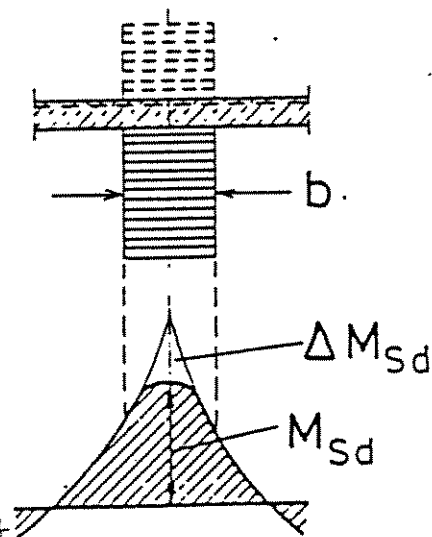


Figure 3.7- Ecrêtage de la courbe des moments sur appui.

Dans le cas où la poutre (ou la dalle) est solidaire des poteaux (ou murs) qui la supportent, le moment critique de calcul peut être pris égal au moment du nu d'appui sans que la valeur retenue puisse être inférieure à 65 % du moment d'encastrement parfait de la même poutre (20,43M

b) Efforts tranchants

Les efforts tranchants sur appui des dalles continues portant dans un seul sens ou ceux des poutres peuvent être calculés en faisant abstraction de la continuité, en supposant les éléments articulés sur les appuis et simplement posés sur ces derniers.

Cependant, dans le cas où les portées de part et d'autre d'un appui intermédiaire diffèrent de plus 30 % et dans le cas du premier appui voisin de l'appui de rive, les effets de la continuité sont à prendre en compte.

3.424. ANALYSE STRUCTURALE DES POUTRES ET DES PORTIQUES

Toutes les méthodes énumérées en 3.421 peuvent être utilisées.

3.424.1. Analyse linéaire avec ou sans redistribution (article 2.5.3.4.2)

Pour les calculs à l'état-limite ultime, les moments de flexion déterminés par une analyse linéaire élastique peuvent être redistribués, c'est-à-dire que les moments dans la section les plus sollicitées sont alors multipliés par un coefficient réducteur  $\delta$ , les moments dans les autres sections étant augmentés en conséquence pour maintenir l'équilibre.

Le coefficient  $\delta$  est limité en fonction de la classe du béton et de la hauteur de l'axe neutre à l'état limite ultime.

Pour les poutres continues dans lesquelles le rapport des portées de deux travées adjacentes est au plus égal à 2 et pour les ossatures à noeuds fixes, un contrôle de la capacité de rotation des sections critiques n'est pas nécessaire si le coefficient  $\delta$  est tel que :

- pour les bétons de classe au plus égale à C35 :

$$1 \geq \delta \geq 0,44 + 1,25 \frac{x}{d} \left\{ \begin{array}{l} \dagger 0,7 \text{ pour les aciers de classe de ductilité A} \\ \dagger 0,85 \text{ pour les aciers de classe B.} \end{array} \right.$$

- pour les bétons des classes supérieures à C35 :

$$1 \geq \delta \geq 0,56 + 1,25 \frac{x}{d} \left\{ \begin{array}{l} \dagger 0,7 \text{ pour les aciers de classe de ductilité A} \\ \dagger 0,85 \text{ pour les aciers de classe de ductilité B} \end{array} \right.$$

la hauteur  $x$  de l'axe neutre étant calculée à l'état-limite ultime après redistribution et le terme  $x/d$  se rapportant à la section dans laquelle on réduit le moment (en flexion simple,  $x/d \dagger 0,4$  dans la section critique).

Toutes les conséquences de la redistribution supposée et de la dispersion possible doivent être prises en compte dans le calcul, à toutes les étapes de la vérification.

Il s'agit des conséquences sur l'effort tranchant, les ancrages et les arrêts de barres ainsi que sur la fissuration. En particulier les longueurs des armatures doivent être suffisantes pour qu'aucune autre section ne devienne critique.

Aux nus d'appuis, le moment pris en compte doit être au moins égal à 65 % du moment d'encastrement parfait ( $\sim 0,43M_0$ )



### 3.424.2 Analyse non linéaire

Des indications concernant les méthodes d'analyse linéaire sont données à l'annexe 2 de l'EC2 ainsi que dans un "document d'accompagnement" ("supporting document")

Ces indications sont résumées à l'annexe 1 du présent cours, à laquelle il convient de se reporter également pour l'analyse plastique des poutres, ainsi que pour l'analyse structurale des dalles et des voiles chargés dans leur propre plan.

### 3,9 - BIBLIOGRAPHIE SELECTIONNEE DU CHAPITRE 3

- *Instructions techniques sur les directives communes de 1979 relatives au calcul des constructions.* Circulaire n° 79-25 du 13 mars 1979. BOUL Fascicule spécial 79-12 bis.
- *Conception, calcul et épreuves des ouvrages d'art, titre I et III du fascicule 61 du CPC.* Circulaire n° 65 du 19 août 1960. Titre I : *Programme de surcharges et épreuves des ponts-raïls.* titre III : *Programme de charge et épreuve des ponts-canaux.* BOUL Fascicule spécial n° 60-17 bis
- *Conception, calcul et épreuves des ouvrages d'art.* Titre II du fascicule 61 du CPC (*Programme de charges et épreuves des ponts-routiers*) Circulaires n° 71-155 du 29 décembre 1971 et n° 75-156 du 30 décembre 1971. BOUL Fascicule spécial n° 72-21 bis.
- *Bases de calcul des constructions. Charges d'exploitation des bâtiments.* NF P 06-001, juin 1986, AFNOR.
- *Règles définissant les effets de la neige et du vent sur les constructions.* Règles NV 65 révisées 1967, 1970, 1974, 1975 et 1976, et annexes; 1983 Eyrolles.
- *Règles parasismiques 1969, complétées en 1982* (Eyrolles).
- ISO - Rapport technique 6116 - (1981) *Actions sur les structures.*
- *Manuel "Sécurité des structures",* Bulletins d'information du CEB n°<sup>s</sup> 127 et 128, décembre 1979, janvier 1980 (rédigés par H. MATHIEU).
- *Règles NB4. Actions de la neige sur les constructions, DTU P06-006, CSTB 1987*  
ou Titre IV, section II du Fascicule 61 du CCTG, BOUL Fascicule spécial 85-37 bis.

ASSOCIATION ACIER-BETON

4.0 - DISPOSITION DES ARMATURES

4.01 - DISPOSITION GENERALE

Pour simplifier, on considère le cas d'une poutre horizontale à plan moyen vertical.

Les armatures dites "longitudinales" sont toujours disposées en nappes horizontales (on dit aussi: lits horizontaux) et en files verticales.

Les files des lits inférieurs et supérieurs doivent se correspondre de façon à réserver des passages verticaux pour le coulage du béton et à simplifier le tracé des armatures d'âme.

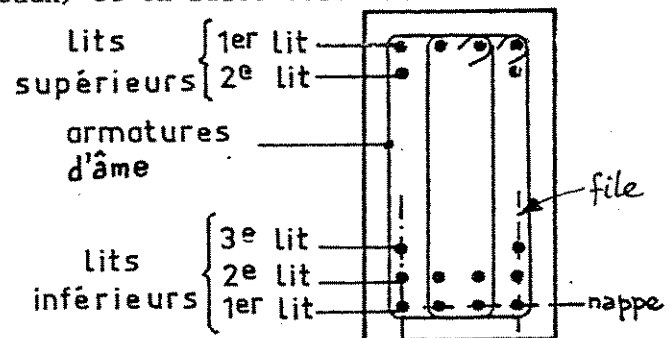


fig 4.1

4.02 - ENROBAGES MINIMAUX ET DISTANCES ENTRE BARRES

On appelle "enrobage" ("cover", en anglais<sup>(1)</sup>) la distance qui sépare la génératrice extérieure de toute armature à la paroi de béton la plus voisine

a) Prescriptions des Règles BAEL

On n'étudie pas dans ce qui suit le cas où les barres sont groupées en paquets de plus de deux.

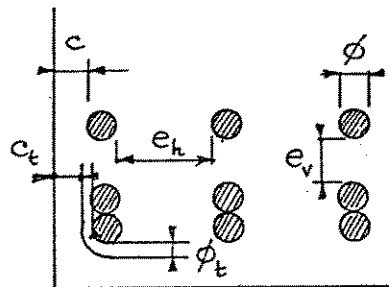


Figure 4.2

Pour des granulats roulés de dimension maximale  $c_g = 25$  mm (notations, voir fig. 4.2) :

- c (ou  $c_t$ ) :

$$c \text{ (ou } c_t) \geq \text{Max} [a ; \phi ; 1 \text{ cm}]$$

(1) Le mot anglais "cover" est parfois traduit incorrectement par "recouvrement" par des traducteurs non spécialistes. Le terme "recouvrement" prête à confusion, car il désigne en fait un mode de jonction entre barres (voir 4.5)

avec  $a = 5$  cm : ouvrages à la mer ou exposés aux embruns, aux brouillards salins, ou à des atmosphères agressives.

$a = 3$  cm : parois non coffrées soumises à des actions agressives et les parois exposées aux intempéries, aux condensations ou au contact d'un liquide.

$a = 1$  cm : parois situées dans des locaux clos et couverts et non exposées aux condensations.

Les valeurs de 5 cm et 3 cm peuvent être respectivement ramenées à :  
- 3 cm si, soit les armatures, soit le béton sont protégés par un procédé dont l'efficacité a été démontrée,  
- 2 cm si la résistance caractéristique du béton est supérieure à 40 MPa (l'efficacité de la protection apportée par l'enrobage est fonction de la compacité du béton, qui augmente avec sa résistance).

Les distances verticales ( $e_v$ ) et horizontales ( $e_h$ ) entre barres ou lits de barres doivent être telles que :

-  $e_v$  : entre deux barres isolées (ou entre un paquet de deux barres superposées et un autre paquet identique ou une barre isolée) :

$$e_v \geq \text{Max} [\emptyset ; c_g]$$

soit, en général :

$$e_v \geq \text{Max} [\emptyset ; 2,5 \text{ cm}] \quad (1)$$

-  $e_h$  :

$$e_h \geq \text{Max} [\emptyset ; 1,5 c_g]$$

soit, en général :

$$e_h \geq \text{Max} [\emptyset ; 4 \text{ cm}]$$

## b) Prescriptions de l'EC2

Les enrobages minimaux sont fixés en fonction des cinq "classes d'exposition" définies à l'article 4.1.3.3. (pour plus de détails, voir chapitre 15)

1. Environnement sec : par exemple, intérieurs des bâtiments à usage d'habitation ou de bureaux,

2. Environnement humide avec ou sans exposition au gel (en général, extérieur),

3. Ouvrages exposés à l'action des sels anti-verglas,

4. Environnement marin

5. Environnement chimiquement agressif

(1) Il est permis de superposer les barres deux par deux (BAEL, art. A-7.2,3) auquel cas la distance  $e_v$  est à respecter entre deux paquets successifs ou entre un paquet et une barre isolée (cas de la figure 4.2).

\* ENROBAGES MINIMAUX (article 4.1.3.3)

1°) Pour assurer une transmission correcte des forces d'adhérence et un serrage correct du béton, l'enrobage minimal ne doit jamais descendre au-dessous de

- $\phi$  ou  $\phi_n$  ( $\geq 40$  mm) ( $\phi_n$  diamètre équivalent d'un paquet =  $\phi \sqrt{n}$  de n barres)
- ou ( $\phi + 5$  mm) ou ( $\phi_n + 5$  mm) si la dimension maximale des granulats excède 32 mm.

2°) Pour toute armature de béton armé, l'enrobage minimal ne doit pas non plus être inférieur aux valeurs du tableau 4.1 :

TABLEAU 4.1

Classe d'exposition		1	2		3	4		5		
			2a	2b		4a	4b	5a	5b	5c*
Enrobage minimal (mm)	Dalles, voiles	15	15	20	35	35	35	20	25	35
	Autres	15	20	25	40	40	40	25	30	40

\* Enduit de protection à prévoir pour éviter un contact direct avec le milieu agressif.

3°) Tolérances t :

$0 \leq t \leq 5$  mm pour les éléments préfabriqués, si le contrôle de production permet de garantir ces valeurs et si elles sont vérifiées lors du contrôle de qualité

$5 < t \leq 10$  mm pour les éléments coulés en place.

L'enrobage minimal ne doit pas être inférieur à :

- 75 mm pour un béton coulé directement contre la terre,
- 40 mm pour un béton coulé contre un terrain préparé.

Pour des enrobages importants (comme ceux requis pour la protection incendie) il peut être nécessaire de prévoir une armature de peau avec un enrobage minimal de 15 mm.

\* ESPACES LIBRES HORIZONTAUX ET VERTICAUX ENTRE BARRES  
(article 5.2.1)

Entre barres isolées ou entre lits horizontaux de barres parallèles :

$$\left. \begin{array}{l} e_v \\ \text{ou} \\ e_h \end{array} \right\} \geq \text{Max} \left[ \phi_{\text{max}} ; 20 \text{ mm} \right]$$

Dans le cas de groupements de  $n$  barres de même diamètre  $\phi$ , la règle précédente s'applique en prenant en compte le diamètre équivalent  $\phi_n = \phi \sqrt{n}$  ( $n \leq 4$ ).

[  $\phi_{\max}$ , diamètre de la plus grosse barre du lit horizontal considéré ]

#### 4.1 - ADHERENCE DES BARRES DROITES ISOLEES

##### 4.11 - DEFINITION

Dans un élément en béton armé, les forces extérieures étant appliquées au béton, la transmission aux armatures des efforts auxquelles celles-ci doivent résister suppose qu'elles ne peuvent pas glisser dans la gaine de béton qui les enrobe, ou que les glissements éventuels demeurent dans des limites tolérables.

On appelle "adhérence" l'action des forces de liaison qui s'opposent au glissement des armatures dans leur gaine de béton. L'adhérence, qui est le phénomène fondamental sans lequel le matériau "béton armé" n'aurait pu exister, joue trois rôles :

- 1° - elle assure le scellement ou l'ancrage des barres arrêtées ;
- 2° - elle assure l'entraînement des armatures sous l'effort de glissement longitudinal provoqué par l'effort tranchant (en permettant le développement de contraintes tangentielles qui équilibrent les variations des contraintes longitudinales) ;
- 3° - avant fissuration, elle permet aux armatures de travailler en collaboration avec le béton tendu ; après fissuration, elle assure une répartition des fissures et l'équilibre des efforts de traction par les armatures, en maintenant une liaison entre le béton et l'acier dans les zones comprises entre les fissures.

La transmission des efforts aux armatures peut également résulter des formes courbes données à leurs lignes moyennes (ancrages courbes) ou de la présence de fils transversaux soudés (treillis soudés).

##### 4.12 - PHENOMENES EXPERIMENTAUX - THEORIE DE M. CAQUOT

Considérons une barre rectiligne lisse ou HA noyée dans un prisme de béton. Cherchons à l'extraire de ce prisme par traction (fig. 4.3).

Les forces de liaison qui s'opposent au glissement de la barre suivant son axe par rapport au béton sont :

- d'une part des forces capillaires et moléculaires, donc de nature physique, qui assurent le "collage" du béton et de l'acier ;
- d'autre part, des forces de frottement et de butée.

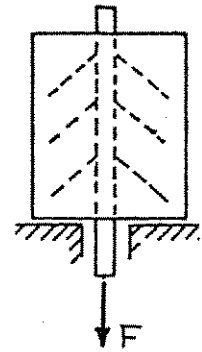


fig 4.3

Ces dernières assurent en majeure partie la liaison au béton des ronds lisses ou des barres HA. En effet :

- d'une part la résistance au décollement est extrêmement faible, comme on peut mettre en évidence expérimentalement, et peut être considérée comme négligeable
- d'autre part l'effort qu'il faut exercer pour extraire la barre par traction demeure important, même après un glissement de plusieurs millimètres, ce qui confirme l'existence d'un frottement (ronds lisses) accompagné de butées (barres HA).

D'après M. CAQUOT, sous l'action de l'effort de traction, des contraintes de cisaillement se développent sur des surfaces cylindriques coaxiales à la barre. Si l'effort de traction croît, ces contraintes entraînent la rupture du béton suivant des surfaces coniques de révolution formant un angle de 45° avec l'axe de la barre.

Les troncs de cône emboîtés ainsi formés tendent à se coincer sur la barre et à fonctionner comme des "encliquetages à frottement".

Ce phénomène, décrit de longue date par M. CAQUOT dans le cours de Béton Armé qu'il professait à l'Ecole Supérieure d'Aéronautique (1) vers 1930, a été confirmé expérimentalement en 1971 par GOTO (fig. 4.4, extraite de l'article de GOTO) au moyen d'un ingénieux système d'injection d'encre rouge au voisinage de la barre et sur toute sa longueur (2).

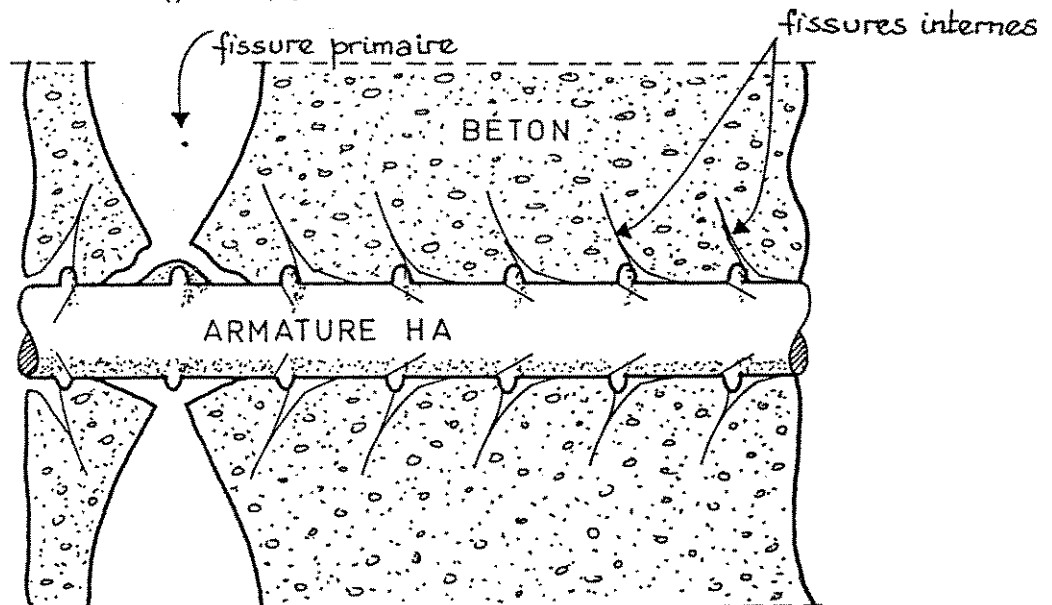


fig 4.4. Vue de la fissuration interne des tirants. (GOTO)

- (1) Dans ce cours, M. CAQUOT qui était avant tout un hydraulicien (on lui doit, entre autre l'étude des mécanismes de remplissage et vidange rapides des écluses de Donzère-Mondragon) et qui s'adressait à des élèves rompus à la Mécanique des Fluides, expliquait l'adhérence par similitude hydraulique. La formule [ 4.0 ] a été dérivée d'une formule établie par M. CAQUOT à partir de ces considérations hydrauliques.
- (2) GOTO, Y.: "Cracks formed in concrete around deformed tension bars", ACI Journal, Avril 1971.

Les spécialistes mondiaux de l'adhérence parlent beaucoup depuis des "GOTO cracks", qui sont avant tout les "fissures CAQUOT".

Les mêmes spécialistes disent plutôt maintenant qu'il se forme au voisinage de la barre des "dents" de béton (séparées par les fissures). L'état de contraintes de ces dents de béton est très complexe, surtout dans le cas des barres à haute adhérence (fig. 4.5 a et 4.5 b, d'après le Professeur TASSIOS (Grèce)).

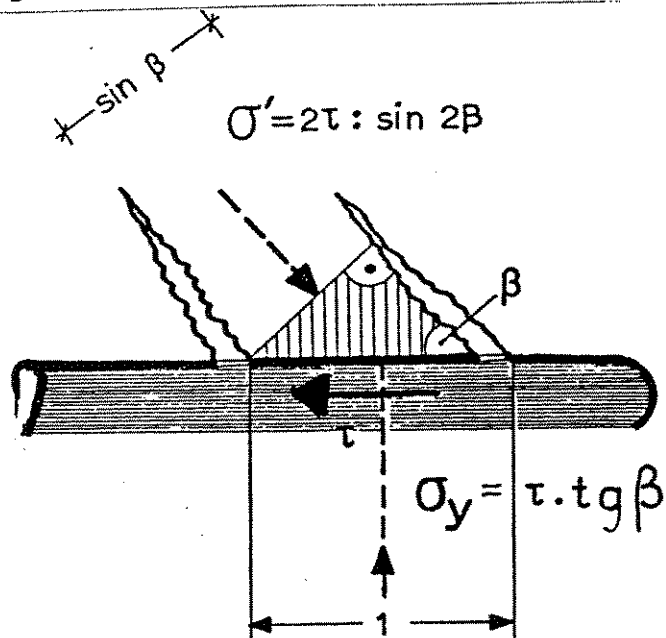


Figure 4.5 a - Etat de contraintes dans le cas d'un rond lisse

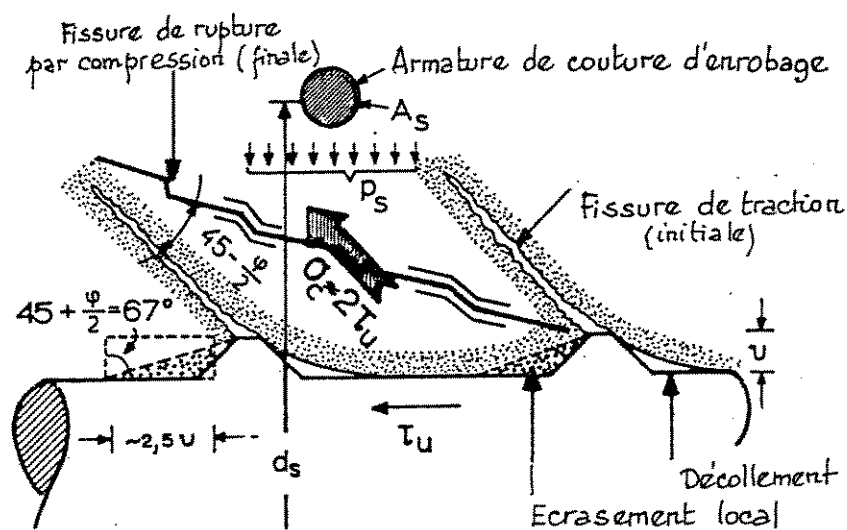


Figure 4.5 b - Etat de contraintes possible au moment de la rupture d'adhérence d'une barre HA; effet favorable de l'armature d'enrobage (TASSIOS).

De façon générale, la rupture d'adhérence peut se produire de deux façons différentes :

- soit par le glissement de la barre dans le béton qui reste apparemment intact, si cette barre est au centre d'une section de béton de dimensions transversales importantes (fig. 4.6 a) (principe de l'essai de pull-out) :
- soit par fissuration longitudinale et rupture du béton d'enrobage, si la barre est trop proche d'un parement (angle ou face) et s'il n'y a pas d'armatures "d'enrobage" cousant l'intervalle barre-paroi (fig. 4.6 b). Dans ce cas, la gaine qui enserre la barre à la manière d'un étau s'ouvre et l'adhérence disparaît. Ce mode de rupture est donc particulièrement dangereux et il faut tout mettre en oeuvre pour l'éviter.

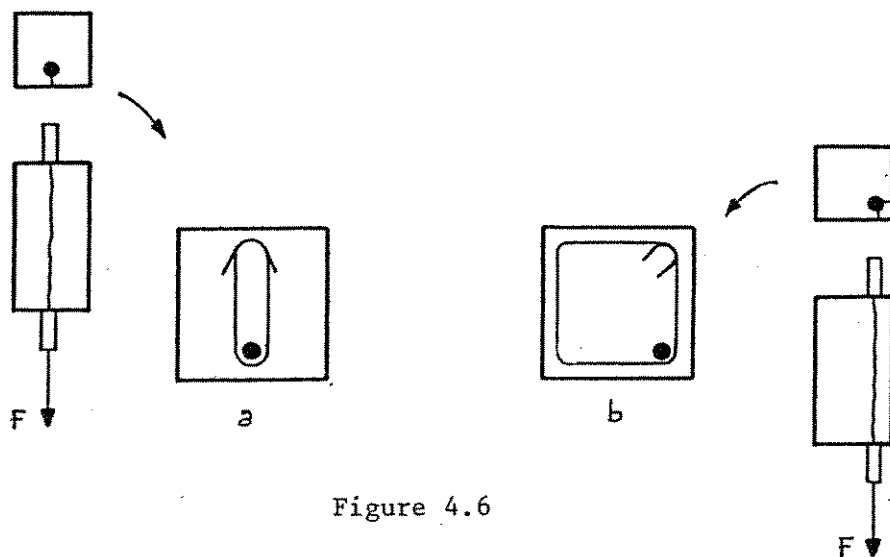


Figure 4.6

4.13 - MESURE DES CARACTERES D'ADHERENCE D'UNE BARRE

La Commission d'homologation et de contrôle des armatures pour béton armé a participé à l'élaboration de normes définissant, pour les barres à haute adhérence, certains profils-types avec fixation de valeurs numériques minimales ou maximales des paramètres géométriques de forme (voir 2.272 - 1 b). Les valeurs réglementaires de 1,5 pour le coefficient de scellement  $\psi_s$ , et de 1,6 pour le coefficient de fissuration  $\eta$ , valent pour les aciers répondant aux spécifications des normes.

Dans le cas contraire, il faut fournir des justifications expérimentales

Différents types d'essais ont été développés pour déterminer les caractères réels d'adhérence d'une barre au béton.

4.131 - Essais d'arrachement

Même lorsqu'ils comportent la mesure des glissements, ces essais ont l'inconvénient de ne donner que des renseignements globaux. Ils permettent toutefois des études comparatives sur différents types de barres.

4.131-1 - Essai d'adhérence par traction dit "pull-out test" (P.O.T)

C'est l'essai dont l'exécution est la plus simple et en principe la moins coûteuse.

Dans cet essai, préconisé par la RILEM, une barre noyée sur une longueur définie (5 diamètres), suivant l'axe d'un cube de béton armé de dimensions définies, est sollicitée à une extrémité par une force de traction jusqu'à rupture de l'adhérence et glissement de la barre (fig. 4.7).

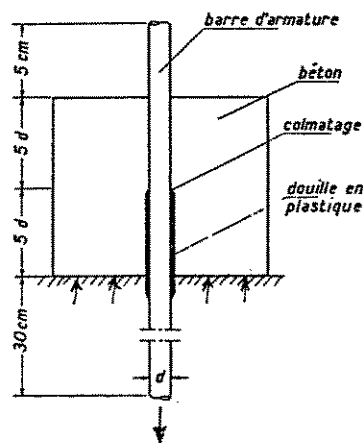


Figure 4.7



Au cours de l'essai, on enregistre la courbe force appliquée - glissement qui permet d'avoir la relation entre la contrainte d'adhérence et le déplacement relatif entre l'acier et le béton. A partir de tous les résultats individuels ainsi obtenus, on détermine une courbe moyenne qui sert à porter un jugement sur l'adhérence

Pour une nuance d'acier d'un profil donné, on doit contrôler l'adhérence pour trois diamètres différents se situant dans les domaines inférieur, moyen ou supérieur de la gamme de fabrication (par exemple : Ø 8, Ø 16 et Ø 25 mm). La RILEM demande d'effectuer pour chaque diamètre au moins 25 essais, mais ne définit pas la règle d'interprétation de ceux-ci.

#### 4.131-2 - Essai d'arrachement modifié

Cet essai a longtemps été utilisé en France.

On utilisait un bloc parallélépipédique suivant l'axe duquel étaient engagées symétriquement deux barres de même diamètre dont l'alignement était réalisé de manière rigoureuse afin d'assurer une traction axiale. Ce bloc de béton, de section déterminée, était armé par quatre barres longitudinales et une frette hélicoïdale. Comme, par suite des défauts de laminage et de l'oxydation naturelle, l'état de surface des ronds lisses n'est pas parfaitement connu, on effectuait des essais comparatifs, non pas avec des ronds lisses, mais avec un acier HA déjà connu.

L'essai consistait à déterminer la charge maximale provoquant le glissement de l'une des deux barres, d'où la contrainte de rupture d'adhérence expérimentale  $\tau_{rs}$  (voir 4.152).

Pour l'interprétation des essais, on utilisait la formule de l'article 2.33 des Règles BA 60 donnant la contrainte de rupture d'adhérence, reproduite ci-après, en notations BAEL :

$$\tau_{rs} = \frac{2 \eta_d^2 f_{tr}}{\left(1 + \frac{\eta_d \phi}{d_1}\right) \left(1 + \frac{\eta_d \phi}{d_2}\right)} \quad [4.0]$$

avec  $f_{tr}$  résistance moyenne à la traction du béton au jour de l'essai,  
 $d_1$  distance minimale de l'axe de la barre à la surface libre du béton ;  
 $d_2$  distance de l'axe de la barre à la surface libre du béton, dans la direction perpendiculaire à celle selon laquelle  $d_1$  est mesuré,  
 $\eta_d$  coefficient de scellement (Règles BA 1960).

En présence d'une armature d'enrobage (voir fig. 4.6 ; c'était le cas pour la frette hélicoïdale des éprouvettes soumises à essais)  $d_1$  et  $d_2$  devaient être augmentés en leur ajoutant une épaisseur fictive, exprimée en centimètres par le même nombre que la section  $A$  ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ) de l'armature d'enrobage.

Pour  $d_1 = d_2$  on avait ainsi :

$$\eta_d = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 f_{tr}}{\tau_{rs}} - \frac{\phi}{d}}}$$

avec  $d = d_1 + A$  ( $d$  et  $d_1$  en cm ;  $A$  en  $\text{cm}^2/\text{m}$ )

La contrainte expérimentale  $\tau_{rs}$  était rapportée, non pas à la longueur  $l$  réellement engagée de la barre, mais à la longueur  $l - d_1$ , pour tenir compte du fait que lorsque la barre commence à glisser, elle entraîne avec elle le premier cône à  $45^\circ$ .

Les formules de scellement ayant été quelque peu simplifiées dans les Règles BAEL 91 par rapport aux Règles BA 60, le coefficient de scellement  $\psi_s$  défini dans les Règles BAEL correspond à :

$$\psi_s = \frac{1,5}{\sqrt{2}} \eta_d$$

La valeur numérique  $\psi_s = 1,5$ , admise pour les barres HA qui satisfont aux conditions de forme spécifiées par les normes, comporte en elle-même une certaine sécurité, les valeurs obtenues expérimentalement étant plus couramment supérieures à 1,8 ou même à 2.

4.131-3 - Essai de flexion simple sur poutre ou "beam-test"

Cet essai, préconisé par la RILEM, est censé reproduire les conditions normales de sollicitation des armatures et permettre la détermination des caractères réels d'adhérence. Il consiste à mesurer le glissement d'une barre formant armature inférieure commune à deux blocs de béton distincts, dans un essai de flexion au cours duquel les blocs sont astreints à pivoter autour d'une articulation commune en acier.

Les dimensions de la poutre ainsi formée varient avec le diamètre des barres étudiées (fig. 4.8 ; dimensions valables pour  $\phi$  10 à 14).

La longueur d'adhérence imposée pour l'essai, égale à dix fois le diamètre nominal de la barre ou du fil, est localisée dans la zone centrale des deux blocs de béton. En dehors de ces deux zones, la barre est recouverte de manchons lisses en matière plastique, empêchant toute adhérence.

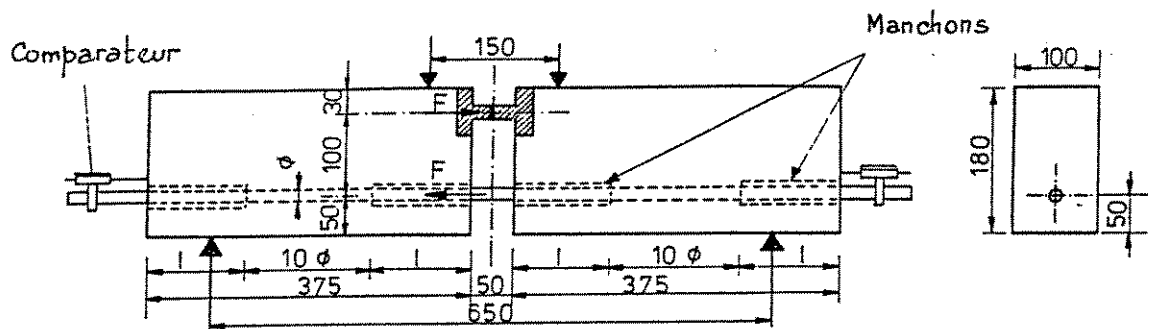


Figure 4.8

Au cours de la mise en charge, qui est poursuivie jusqu'à la rupture totale de l'adhérence dans chacune des deux demi-poutres, on mesure le glissement des deux extrémités de la barre et on obtient ainsi deux courbes "charge-glissement

Ces courbes permettent d'obtenir, pour toute valeur du glissement, la contrainte d'adhérence supposée uniformément répartie sur la longueur d'adhérence

Soit :

- $\tau_R$  la contrainte de rupture d'adhérence ( $\tau_R = F_{\max} / \pi \phi l = F_{\max} / 10 \pi \phi^2$ )
- $\tau_M$  la contrainte moyenne d'adhérence déterminée à partir du diagramme charges-glissements, en calculant la moyenne arithmétique des contraintes correspondant à des glissements de 0,01 mm, 0,1 mm et 1 mm à l'extrémité de la barre ou du fil.

Les Recommandations Internationales de 1970 (fascicules annexes) indiquent que, pour pouvoir être considérée comme à haute adhérence, une barre doit satisfaire aux relations :

$$\tau_R \geq 13 - 0,19 \phi \quad (\text{mm, MPa})$$

$$\tau_M \geq 8 - 0,12 \phi$$

En outre, la rupture d'adhérence ne doit pas se produire avant que le glissement n'ait atteint 0,5 mm.

#### 4.132 - Essais de fissuration

Il existe des théories de la fissuration qui permettent d'effectuer pour les cas courants un calcul théorique de l'ouverture maximale des fissures. En France, on trouve dans la théorie de M. BRICE, exposée à l'annexe C des Règles CCBA 68, l'origine du coefficient de fissuration  $\eta$  qui, dans les Règles BAEL 91, intervient dans la vérification des états-limites d'ouverture des fissures.

Ce coefficient peut s'obtenir par un essai assez simple dans son principe qui consiste à mesurer les espacements des fissures qui apparaissent dans un prisme en béton à section carrée assez long (environ 1,5 m) traversé suivant son axe par une barre, lorsqu'on exerce directement sur cette dernière un effort de traction correspondant à une contrainte égale aux trois-quarts de la limite d'élasticité de l'acier. Le choix de cette contrainte relativement élevée est arbitraire ; ce qu'il faut, c'est que la totalité des fissures susceptibles de se produire, se produisent effectivement au cours de l'essai, de manière que l'on puisse mener l'interprétation de celui-ci sur une éprouvette en état de fissuration "complète" (voir chapitre 15). Cette interprétation consiste à déduire des espacements constatés "la" valeur de l'espacement moyen  $\Delta l_m$  entre les fissures ; elle ne peut être faite que par des spécialistes.

La présence des fissures multiples ou ramifiées (fig.4.9) rend en effet cette interprétation délicate (voir Cours de Béton Armé de J.R. ROBINSON, chapitre V).

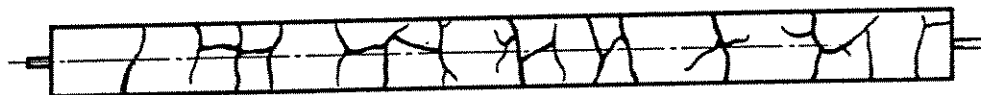


Figure 4.9

Une fois déterminée la valeur de  $\Delta l_m$ , on obtient le coefficient de fissuration expérimental par application de la formule de l'article C54 -iv des Règles CCBA 68, qui donne :

$$\eta = \frac{3 \phi}{\Delta l_m} \left( 1 + \frac{1}{10 \bar{\omega}_f} \right)$$

avec  $\bar{\omega}_f$  pourcentage géométrique d'armatures du prisme essayé. Si B est l'aire de la section droite du prisme :

$$\bar{\omega}_f = \frac{A}{B}$$

Les valeurs numériques,  $\eta = 1,6$  ou  $\eta = 1,3$  selon le cas, admises pour les barres HA ou les fils HA qui satisfont aux conditions de forme spécifiées par les normes, comportent en elles-mêmes une certaine sécurité, les valeurs obtenues expérimentalement étant généralement supérieures.

#### 4.133 - Cas des treillis soudés

L'adhérence au béton d'un treillis soudé dépend assez peu de l'adhérence propre des éléments longitudinaux, mais beaucoup de l'efficacité de l'accrochage des éléments transversaux, c'est-à-dire de la résistance de la soudure entre deux éléments d'armature. Celle-ci est contrôlée par des essais, mais il est possible d'extrapoler les essais décrits précédemment à des éléments de treillis soudés et par exemple, de réaliser un essai de beam-test sur une "échelle" découpée dans un panneau (échelle classique ou échelle de perroquet).

#### 4.14 - FACTEURS DONT DEPEND L'ADHERENCE

L'adhérence est d'autant plus grande que :

- 1°) la surface latérale des barres est plus rugueuse :
  - . barres rouillées > barres lisses non oxydées,
  - . barres HA > ronds lisses bruts de laminage > fils tréfilés cylindriques,
- 2°) la gaine qui enserre la barre à la manière d'un étau est plus épaisse et mieux cousue par des armatures transversales.
- 3°) la résistance à la traction du béton est plus élevée,
- 4°) l'"étau" constitué par la gaine est plus serré :
  - . une compression transversale augmente l'adhérence,
  - . une traction transversale la diminue.

#### 4.15 - CONTRAINTE D'ADHERENCE (BAEL, art. A-6.1,1)

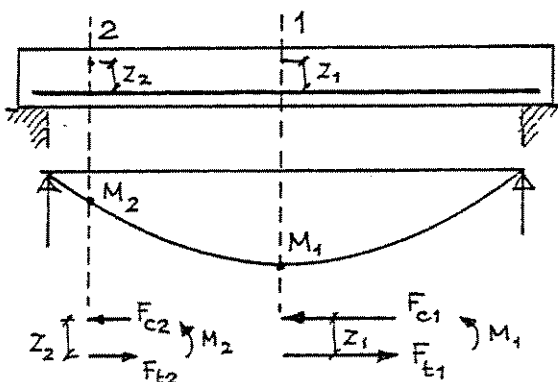
#### 4.151 - Remarque préliminaire

*Il n'y a mise en jeu de l'adhérence que si, entre deux sections droites d'une barre quelconque, l'effort de traction (ou de compression) est variable.*

En pratique, il en est presque toujours ainsi. Il y a en effet variation d'effort par exemple :

- à l'extrémité d'une barre (ancrage) où l'effort qui s'exerce en partie courante doit nécessairement s'annuler (donc décroît de sa valeur maximale jusqu'à zéro)
- le long des barres longitudinales d'une pièce fléchie, du fait de la variation du moment de flexion dans cette pièce.

Considérons en effet une poutre sur deux appuis simples : dans une section 1 quelconque on a, dans l'équilibre du couple de flexion :



$$M_1 = F_{c1} \cdot z_1 = F_{t1} \cdot z_1$$

De même, dans une section 2 plus proche de l'appui que la section 1 :

$$M_2 = F_{c2} \cdot z_2 = F_{t2} \cdot z_2$$

Comme  $z$  varie peu et comme  $M_1 > M_2$ , on a  $F_{t1} > F_{t2}$ .

Figure 4.10

Dans l'armature longitudinale inférieure il y a donc mise en jeu de l'adhérence, par entraînement, entre les sections 1 et 2.

4.152 - Définition de la contrainte moyenne d'adhérence

Par conséquent, si entre deux sections droites, distantes de  $dx$ , d'une barre isolée de diamètre nominal  $\phi$ , l'effort axial  $F$  varie de  $dF$  ou, ce qui revient au même, la contrainte normale  $\sigma_s$  varie de  $d\sigma_s$ , il y a mise en jeu de l'adhérence (fig. 4.11).

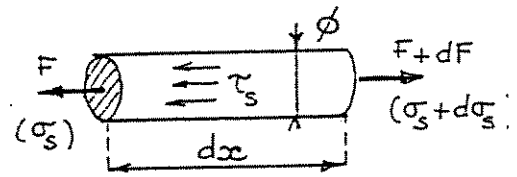


Figure 4.11

Par définition, la contrainte moyenne d'adhérence  $\tau_s$  est le quotient de la variation d'effort par unité de longueur par le périmètre nominal :

$$\tau_s = \frac{dF/dx}{\pi\phi} = \frac{\pi\phi^2}{4} \frac{d\sigma_s/dx}{\pi\phi} = \frac{\phi}{4} \frac{d\sigma_s}{dx} \quad [4.1]$$

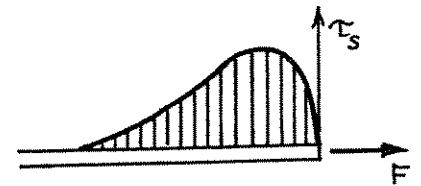


Figure 4.12

Le calcul réglementaire suppose  $\tau_s$  constant (ce qui ne correspond certainement pas à la réalité, la variation étant plutôt celle représentée figure 4.12).

Grâce à cette hypothèse, on peut écrire :

$$dF = (\pi\phi\tau_s) dx$$

Figure 4.13

et entre deux sections A et B d'abscisses  $x_A$  et  $x_B$ , en supposant  $F_A > F_B$  ;

$$F_A - F_B = \pi\phi\tau_s (x_A - x_B) = \pi\phi\tau_s \ell$$

ou  $F_A = F_B + \pi\phi\tau_s \ell$

[4.2]

4.2 - ANCRAGE DES BARRES DROITES ISOLEES

4.21 - DEFINITION

Soit une barre rectiligne supportant dans une section A un effort de traction axial  $F_s$ . Ancrer la barre, c'est assurer à partir du point A la transmission intégrale de cet effort au béton par adhérence.

Si l'effort de traction est égal à l'effort maximal admissible ( $\sigma = f_e$ ) l'ancrage est appelé "total" par les Règles BAEL (fig. 4.14)

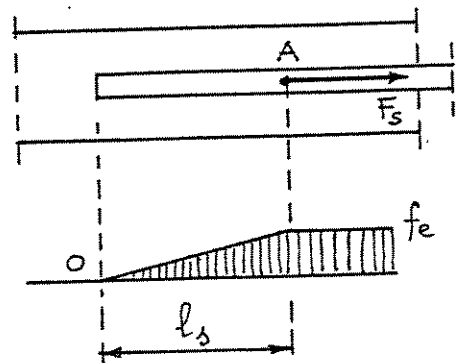


Figure 4.14

4.22 - VALEURS LIMITEES DE LA CONTRAINTE D'ADHERENCE A L'ETAT-LIMITE ULTIME

Pour assurer un ancrage correct (c'est-à-dire empêcher le glissement des armatures dans leur gaine de béton), la contrainte d'adhérence doit être limitée. La valeur maximale réglementaire pour le calcul des ancrages est fixée comme suit par les règles BAEL et l'EC2 :

a) Règles BAEL (art. A 6.1, 21) :

$$\tau_{su} = 0,6 \psi_s^2 f_{t28} \quad [4.3]$$

avec  $\psi_s$  coefficient de scellement (voir 2.272-1 b)

$f_{t28}$  résistance à la traction du béton (voir tableau 2.5)

d'où :

- pour les ronds lisses ( $\psi_s = 1$ )

$$\tau_{su} = 0,6 f_{t28} \quad [4.4]$$

- pour les barres HA ( $\psi_s = 1,5$ )

$$\tau_{su} = 1,35 f_{t28} \quad [4.5]$$

ce qui conduit aux valeurs suivantes de  $\tau_{su}$  en MPa (tableau 4.2) :

$f_{c28}$	MPa	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f_{t28}$	MPa	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2
Barres HA		2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,5	4,9	5,3	5,7
Ronds lisses		1,1	1,3	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,3	2,5

Tableau 4.2 . BAEL . Valeurs limites de  $\tau_{su}$

b) EC2, art 5.2.2.2

L'EC2 établit une distinction entre les conditions d'adhérence satisfaisantes et les conditions d'adhérence médiocres.

Les conditions d'adhérence sont jugées satisfaisantes si (fig 4.15) :

a) toutes les barres ont une inclinaison sur l'horizontale lors du bétonnage, comprise entre  $45^\circ$  et  $90^\circ$

b) toutes les barres dont l'inclinaison est comprise entre  $0^\circ$  et  $45^\circ$  sont :

- soit placées dans des éléments dont la hauteur, dans le sens du bétonnage, est au plus égale à 250 mm,

- soit noyées dans des éléments de hauteur supérieure à 250 mm et qu

après bétonnage, sont :

- soit dans la moitié inférieure de l'élément,

- soit à 350 mm au moins de son parement supérieur.  
Toutes les autres conditions sont jugées médiocres.

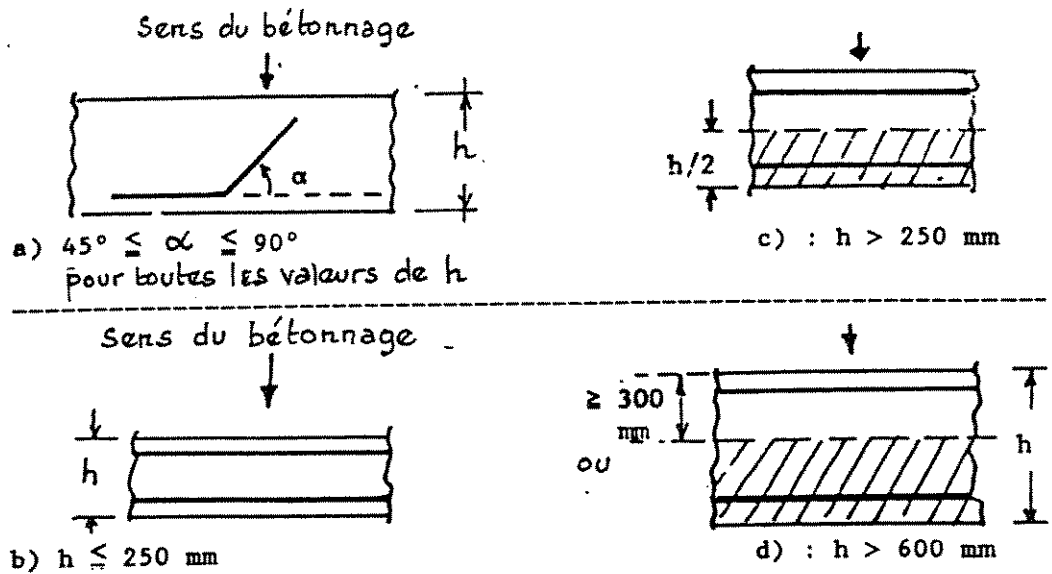


Fig 4.15 . Conditions d'adhérence, selon l'EC2

a et b : conditions satisfaisantes pour toutes les barres

c et d : barres de la zone hachurée : conditions satisfaisantes  
barres hors de la zone hachurée : conditions médiocres.

Dans les conditions d'adhérence satisfaisantes, la contrainte ultime d'adhérence, notée  $f_{bd}$ , est prise égale à :

$$f_{bd} = \frac{2,25 f_{ctk 0,05}}{\gamma_c} \quad \text{pour les barres HA} \quad [1]$$

$$\text{ou } f_{bd} = \frac{0,36 \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad \text{pour les ronds lisses} \quad [2]$$

ce qui, avec  $\gamma_c = 1,5$ , conduit aux valeurs du tableau 4.3 :

Tableau 4.3 - EC2 . Contrainte ultime d'adhérence  $f_{bd}$ .

$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
Barres HA ( $\phi \leq 32$ mm)	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	3,9	4,2	4,5
Ronds lisses	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7

Dans les conditions d'adhérence médiocre, les valeurs du tableau sont à multiplier par 0,7.

On constate l'identité des valeurs de  $f_{bd}$  et de  $\tau_{su}$  en ce qui concerne les barres HA (comparer les tableaux 4.3 et 4.2).

En revanche, pour les ronds lisses, les valeurs de l'EC2 sont légèrement inférieures à celles des Règles BAEL.

## 4.23 LONGUEUR DE SCCELLEMENT DROIT (BAEL) ET LONGUEURS D'ANCRAGE (EC2)

### 4,231 Longueur de scellement droit $l_s$ (BAEL, A 6.1, 221)

On appelle "longueur de scellement droit  $l_s$ " (fig. 4.16) la longueur nécessaire pour assurer sous contrainte d'adhérence limite ( $\tau_s = \tau_{su}$ ) l'ancrage total (soit  $\sigma_s = f_e$ ) d'une barre droite tendue, c'est-à-dire, en appliquant la formule [4.2] avec :

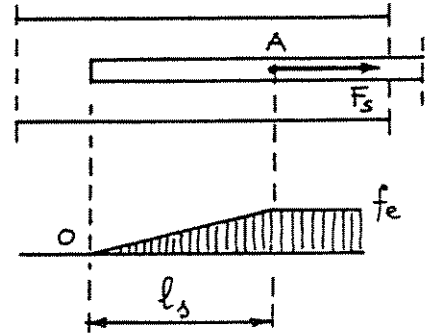
$$F_B = 0,$$

$$F_A = \frac{\pi \phi^2}{4} f_e,$$

$$l = l_s,$$

$$\tau_s = \tau_{su} :$$

Fig 4.16



$$l_s = \frac{\phi}{4} \frac{f_e}{\tau_{su}} \quad [4.6]$$

Cette formule, qui est fondamentale, est valable aussi bien en traction qu'en compression (BAEL, art. A-6.1, 221).

On arrive ainsi au tableau 4.4, qui donne les valeurs de  $l_s/\phi$  en fonction de  $f_{c28}$  (valeurs arrondies à l'entier le plus voisin)

$f_{c28}$ MPa	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Barres HA FeE 500 et fils HA	51	44	39	34	31	28	26	24	22
Barres HA FeE 400	41	35	31	27	25	22	21	19	18
Ronds lisses	50	43	37	33	30	27	25	23	21

Tableau 4.4 - BAEL - Valeurs de  $l_s/\phi$ .

On voit que les valeurs forfaitaires proposées par les Règles BAEL,  $\bar{\sigma}$  savoir :  $l_s = 50\phi$  pour les barres HA FeE 500 et les ronds lisses,  $l_s = 40\phi$  pour les barres HA FeE 400, constituent des approximations assez grossières, valables uniquement pour des bétons de très faible résistance (mais qu'elles sont dans le sens de la sécurité)

Remarque : Si, pour des raisons pratiques, on est amené à disposer des armatures en sorte que l'aire réelle  $A$  de leur section droite soit supérieure à la section  $A_{cal}$  strictement requise par le calcul (section  $A$  surabondante), il faut



substituer à  $l_s$  la longueur d'ancrage  $l_a$  (fig. 4.17 définie par (BAEL, art. A-6.1,222) :

$$l_a = l_s \frac{A_{cal}}{A} \leq 10 \phi \quad [4.7]$$

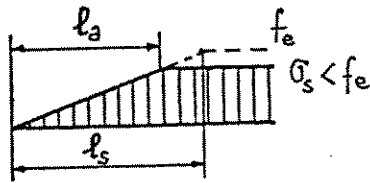


Figure 4.17

Ce cas se rencontre notamment lorsque l'on effectue une épure d'arrêt des barres longitudinales (voir annexes au présent texte). Une partie de l'armature inférieure devant être prolongée jusqu'aux appuis, on peut être conduit, pour respecter la symétrie, à conserver par

exemple deux barres, alors qu'une seule serait strictement suffisante.

#### 4.232 Longueurs d'ancrage (EC2, art. 5.2.2 et 5.2.3)

##### 4.232-1 LONGUEUR D'ANCRAGE "DE REFERENCE" (longueur de scellement droit) (article 5.2.2.3)

La longueur d'ancrage "de référence" est donnée par :

$$l_b = \frac{\phi}{4} \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad \text{avec} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad [4.8]$$

Bien noter que la différence avec les Règles BAEL est que cette longueur d'ancrage est déterminée à partir de la "résistance de calcul de l'acier" ( $f_{yd}$ ) et non à partir de la limite d'élasticité ( $f_{yk}$ ). Comme, pour les barres HA,  $f_{bd} \approx \tau_{su}$  dans les conditions d'adhérence satisfaisantes, les longueurs d'ancrage de ces barres sont, avec l'EC2, inférieures de 13% à celles des Règles BAEL, comme le montre le tableau 4.5 :

$f_{ck}$	MPa	12	16	20	25	30	35	40	45	50
Barres B 500	(BAEL)	68	54	45	39	34	30	28	26	24
				(51)	(44)	(39)	(34)	(31)	(28)	(26)
Barres HA 400	(BAEL)	54	43	36	31	27	24	22	21	19
				(41)	(35)	(31)	(27)	(25)	(22)	(21)
Ronds lisses 215	(BAEL)	52	47	42	39	36	33	31	29	27
				(50)	(43)	(37)	(33)	(30)	(27)	(25)

Tableau 4.5 : EC2 - Valeurs de  $l_b/\phi$  (ces valeurs doivent être multipliées par 1,4 en cas de conditions d'adhérence médiocres)

##### 4.232-2 LONGUEUR D'ANCRAGE "REQUISE" (article 5.2.3.4)

Pour des barres droites, la longueur d'ancrage requise est :

$$l_{b,net} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \leq l_{b,min} \quad [4.9]$$

avec :

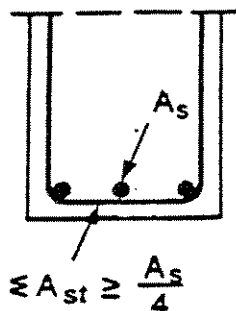
$A_{s,cal}$  section d'acier strictement requise par le calcul

$A_{s,ef}$  section d'acier effectivement prévue :

$$l_{b,min} = \begin{cases} \text{Max} [ 0,3 l_b ; 10 \varnothing ; 100 \text{ mm} ] & \text{pour des barres tendues} \\ \text{Max} [ 0,6 l_b ; 10 \varnothing ; 100 \text{ mm} ] & \text{pour des barres comprimées.} \end{cases}$$

S'il n'y a pas de compression transversale due à une réaction d'appui, une armature de couture est nécessaire. L'aire minimale de cette couture doit représenter au moins un quart de l'aire de la barre ancrée, et être distribuée régulièrement sur la longueur  $l_{b,net}$ .

(a) poutre



(b) dalle

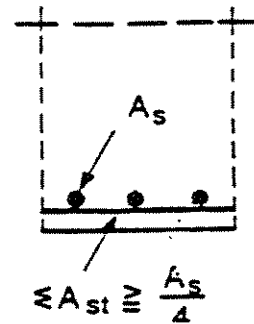


Fig 4.18 - EC2 - Armatures de couture d'un ancrage

#### 4.3 - ADHERENCE DES BARRES COURBES

Lorsque l'encombrement d'un ancrage par scellement droit est excessif, on a recours aux ancrages par courbure.

Un tel ancrage est défini par :

- le rayon de courbure  $r$  de l'axe de la barre :  $r = \frac{D + \varnothing}{2}$  si  $D$  est le diamètre du mandrin de cintrage (fig. 4.19) ;
- l'angle au centre  $\theta$  de la partie courbe, supposée circulaire.

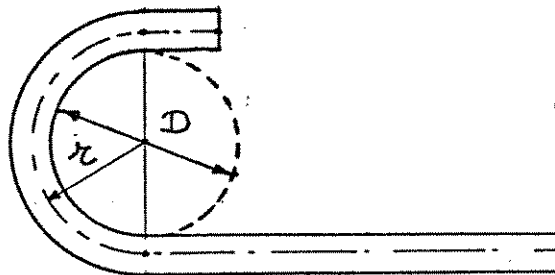


Figure 4.19

#### 4.31 - VARIATION DE L'EFFORT LE LONG D'UNE BARRE COURBE

Les hypothèses sont :

- a) la liaison d'adhérence subsiste avec la même valeur que pour une barre droite
- b) il s'y ajoute un effet de frottement dit "effet de courroie" dû à la courbure
- c) le glissement de la barre dans sa gaine développe une contrainte d'adhérence égale à  $\tau_{su}$ .

1°) Soit un tronçon de barre courbe infiniment petit représenté par sa ligne moyenne  $ab$  (fig. 4.20).

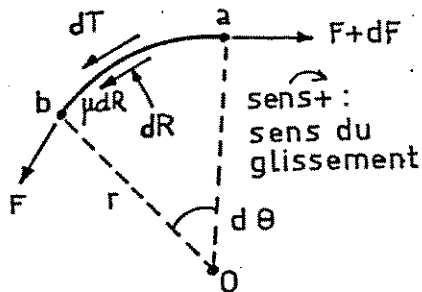


fig. 4.20

Ce tronçon est soumis :

- aux forces  $F$  en  $b$ ,  $F + dF$  en  $a$ , dirigées suivant les tangentes en ces points ;
- à la force d'adhérence  $dT$  sur la longueur  $\widehat{ab} = r d\theta$  (dirigée en sens inverse du glissement) :

$$dT = \pi \phi r d\theta \cdot \tau_{su}$$

- à la réaction transversale  $dR$  du béton.

En projetant les forces sur le rayon  $Oa$ , on trouve ( $dF$  infiniment petit du 2° ordre) :

$$dR = F d\theta$$

Si  $\mu$  est coefficient de frottement entre acier et béton ( $\mu \approx 0,4$ ) cette réaction développe une force tangentielle égale à  $\mu dR = \mu F d\theta$ , de sens opposé à celui du glissement).

Projetons les forces sur la tangente en  $a$  :

$$-F + F + dF - \mu dR - dT = 0$$

c'est-à-dire :

$$dF - F \mu d\theta - \pi \phi r \tau_{su} d\theta = 0$$

ou

$$dF - \mu d\theta \left( F + \frac{\pi \phi r \tau_{su}}{\mu} \right) = 0$$

ou encore

$$\frac{dF}{F + \frac{\pi \phi r \tau_{su}}{\mu}} = \mu d\theta \quad [4.10]$$

2°) Soit maintenant une barre finie comportant une partie courbe  $AB$  supposée circulaire. Si l'on suppose  $F_A > F_B$  et si l'on compte positivement les angles dans le sens du glissement (donc de  $B$  vers  $A$ ), la relation [4.10] donne :

$$\left| \log \left( F + \frac{\pi \phi r \tau_{su}}{\mu} \right) \right|_B^A = \left| \mu \theta \right|_0$$

ou encore

$$F_A = F_B e^{\mu \theta} + \frac{\pi \phi r \tau_{su}}{\mu} (e^{\mu \theta} - 1) \quad [4.11]$$

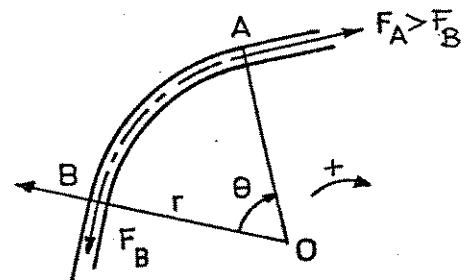


Figure 4.21

Le premier terme du second membre représente la part de variation de l'effort due à la courbure de la barre : il traduit "l'effet de courroie".

Le second terme représente la part de variation de l'effort due à l'adhérence. Comme  $e^{\mu\theta} - 1 > \mu\theta$ , cet effort est supérieur à :

$$\frac{\pi \phi r \tau_{su}}{\mu} \mu \theta = \pi \phi \widehat{AB} \cdot \tau_{su}$$

qui serait celui correspondant à la barre droite de longueur AB .

Posons  $\psi = e^{\mu\theta}$ ,  $\psi' = \frac{1}{\mu} (e^{\mu\theta} - 1)$  la formule [4.11] s'écrit :

$$F_A = \psi F_B + \psi' \pi \phi r \tau_{su} \quad [4.12]$$

En général  $\mu = \frac{1}{8} \pi \approx 0,4$ , ce qui conduit pour différentes valeurs de  $\theta$  aux valeurs de  $\psi$  et  $\psi'$  données dans le tableau 4.6.

TABLEAU 4.6

Valeurs des coefficients  $\psi$  et  $\psi'$  de la formule [4.12] (calculés avec  $\mu = 0,4$ ).

$\theta$	45°	90°	120°	135°	180°
$\psi$	1,37	1,87	2,31	2,57	3,51
$\psi'$	0,92	2,19	3,28	3,92	6,28

#### 4.32 - PRESCRIPTIONS DES RÈGLES BAEL POUR LES ANCRAGES COURBES

Des ancrages courbes ne peuvent être envisagés que pour des barres tendues.

##### 4.321 Rayons de courbure minimaux

Dans le cas d'un ancrage courbe, le rapport  $\rho = \frac{r}{\phi}$  du rayon de courbure de l'axe de la barre à son diamètre nominal doit satisfaire aux conditions suivantes :

a) pour les barres longitudinales :

- $\rho \geq 3$  s'il s'agit de ronds lisses (diamètre du mandrin de cintrage :  $5 \phi$ )
- $\rho \geq 5,5$  s'il s'agit de barres HA (diamètre du mandrin de cintrage :  $10 \phi$ )

b) pour les cadres, étriers, épingles :

- $\rho \geq 2$  s'il s'agit de ronds lisses (diamètre du mandrin de cintrage :  $3 \phi$ )
- $\rho \geq 3,5$  s'il s'agit de barres (ou fils) HA (diamètre du mandrin de cintrage :  $6 \phi$ )

##### 4.322 - Modes d'ancrage usuels

On utilise de façon courante :

- le crochet normal :  $\theta = 180^\circ$  (voir fig. 4.24a)  
(lorsque  $r = 3 \phi$ , ce crochet est appelé "crochet CONSIDERE");
- le crochet dit "à 45°" :  $\theta = 135^\circ$  (voir fig. 4.24b)  
(fréquemment utilisé dans les semelles de fondation) ;

- le crochet dit "à 60°" :  $\theta = 120^\circ$  (voir figure 4.24c)  
(ancrages des armatures longitudinales des poutres de pont) ;
- le retour d'équerre :  $\theta = 90^\circ$  ; si la partie en retour est au voisinage d'une paroi, la partie coudée a tendance à se redresser, et il faut prévoir des armatures de couture horizontales pour éviter l'éclatement du béton au voisinage au point C (fig. 4.22 a) ;
- l'ancrage à double coude :  $\theta = 90^\circ$  (voir fig. 4.22 b) :

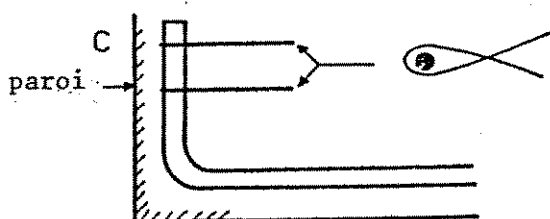


Figure 4.22 a

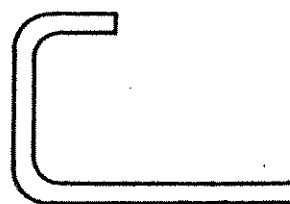


Figure 4.22 b

#### 4.323 - Méthode de calcul d'un ancrage courbe

Soit un ancrage courbe d'angle au centre  $\theta$  quelconque, de rayon  $r = \rho \phi$  quelconque, et comportant à son extrémité un retour droit de longueur quelconque  $\lambda \phi$ . Déterminer la profondeur  $l_a$  de cet ancrage comptée depuis le plan tangent extérieur en fonction de la longueur de scellement droit  $l_s$ .

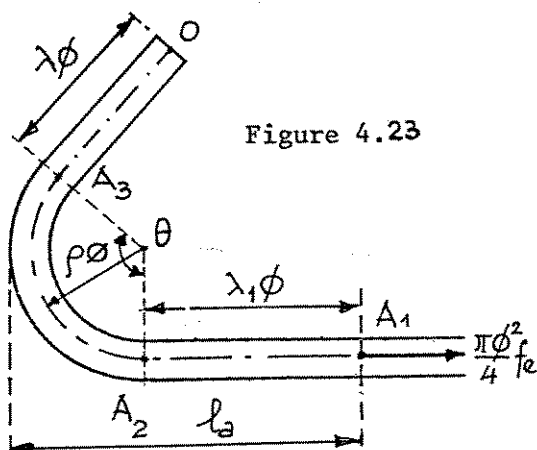


Figure 4.23

La barre est supposée ancrée à partir du point  $A_1$  situé à une distance  $\lambda_1 \phi$  de l'origine  $A_2$  de la courbure.

Méthode : on applique les formules [4.2] avec  $\tau_s = \tau_{su}$  et [4.12] aux différents tronçons droits ou courbes à partir du point O où l'effort est nul, et on écrit que l'effort en  $A_1$  est égal à  $\frac{\pi \phi^2}{4} f_e$

- tronçon  $OA_3$ , formule [4.2] :

$$F_{A3} = 0 + \pi \phi \cdot \lambda \phi \tau_{su} = \lambda \pi \phi^2 \tau_{su}$$

- tronçon  $A_3A_2$ , formule [4.12] :

$$F_{A2} = \psi F_{A3} + \psi' \pi \phi r \tau_{su} = \pi \phi^2 \tau_{su} (\lambda \psi + \rho \psi')$$

- tronçon  $A_2A_1$ , formule [4.2] :

$$F_{A1} = F_{A2} + \pi \phi \cdot \lambda_1 \phi \tau_{su} \tag{4.12a}$$

$$\text{ou } F_{A1} = \frac{\pi \phi^2}{4} f_e = \pi \phi^2 \tau_{su} (\lambda \psi + \rho \psi' + \lambda_1)$$

En divisant les deux membres par  $\pi \phi \tau_{su}$  :

$$l_s = \phi (\lambda \psi + \rho \psi') + \lambda_1 \phi$$

d'où  $\lambda_1 \phi = l_s - \phi (\lambda \psi + \rho \psi')$

et comme  $l_a = \lambda_1 \phi + \rho \phi + \frac{\phi}{2} = l_s - \phi \left[ \lambda \psi + \rho (\psi' - 1) - \frac{1}{2} \right]$

on trouve finalement :  $l_a = l_s - k \phi$

avec :  $k = \lambda \psi + (\psi' - 1) \rho - \frac{1}{2}$  [4.13]

L'application de cette formule aux ancrages usuels conduit aux résultats donnés page 117.

### 4,324 Application aux crochets normaux

Dans le cas de ronds lisses avec un crochet "CONSIDERE" (défini par  $\lambda = 2$ ,  $\rho = 3$ ,  $\theta = 180^\circ$  d'où  $\psi = 3,51$  et  $\psi' = 6,28$ ), on arrive à :

$$k \approx 22 \quad \text{d'où} \quad l_a = l_s - 22 \phi.$$

Pour des barres HA munies de crochets "normaux" ( $\lambda = 2$ ,  $\rho = 5,5$ ,  $\theta = 180^\circ$  d'où  $\psi = 3,51$  et  $\psi' = 6,28$ ), on arriverait à :

$$k \approx 36$$

ce qui conduirait à des longueurs d'ancrage très faibles et même, dans certains cas négatives !

Il paraît donc raisonnable :

- tout en gardant  $\rho = 5,5$ , de conserver pour les barres HA la valeur  $k = 2$  trouvée pour le crochet CONSIDERE,
  - de limiter à  $10\phi$  la longueur d'ancrage minimale,
- ce qui, compte tenu des valeurs de  $l_s/\phi$  données en 4,231, conduit au tableau 4.7 :

Tableau 4.7 - BAEL - Longueurs d'ancrage des crochets normaux

$f_{c28}$ MPa		20	25	30	35	40	45	50	55	60
$\frac{l_a}{\phi}$	Barres et fils HA FeE500	29	22	17	12	10	10	10	10	10
	Barres HA FeE400	19	13	10	10	10	10	10	10	10
	Ronds lisses	28	21	15	11	10	10	10	10	10
$\frac{l_a}{l_s}$	Barres et fils HA FeE500	0,55	0,48	0,41	0,32	0,32	0,36	0,38	0,42	0,45
	Barres HA FeE400	0,44	0,34	0,32	0,37	0,40	0,45	0,48	0,53	0,56
	Ronds lisses	0,54	0,47	0,38	0,30	0,33	0,37	0,40	0,43	0,48

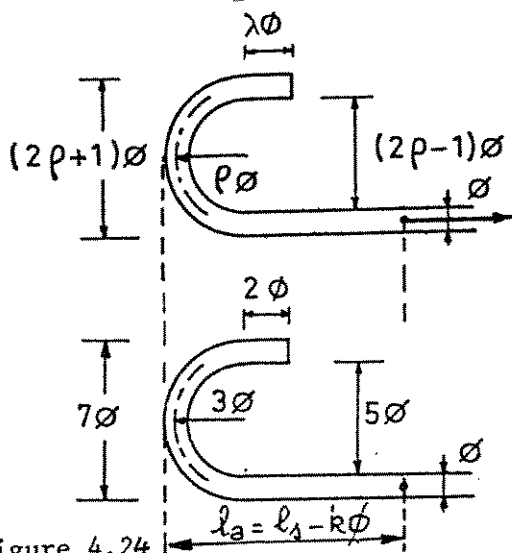


Figure 4.24 a

**CROCHET NORMAL**  $\begin{cases} \rho \geq 3 \text{ ronds lisses (1)} \\ \rho \geq 5,5 \text{ barres HA} \end{cases}$

$\theta = 180^\circ \quad k = 3,57 \lambda + 5,39 \rho - 0,5$

Si  $\lambda = 2 \quad k = 6,64 + 5,39 \rho$

Cas particulier : crochet "CONSIDERE"

(Fe E 215 et Fe E 235 seulement) :  $\rho = 3$

$k = 22,4$

\* Valeurs forfaitaires admises :

- ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235 :  $l_a = 0,6 l_s$

- barres HA Fe E 400 et Fe E 500 :  $l_a = 0,4 l_s$

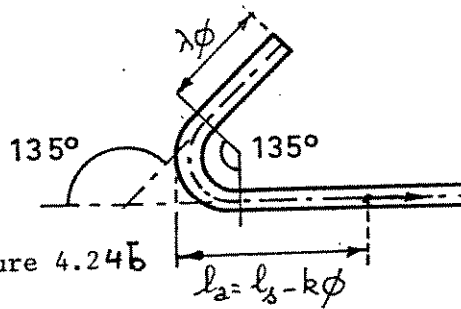


Figure 4.24b

**CROCHET A 135°** improprement appelé CROCHET "A 45°"

$\theta = 135^\circ \quad k = 2,56 \lambda + 2,90 \rho - 0,5$

Si  $\lambda = 6 \quad k = 14,86 + 2,90 \rho$

↑ équivalent au crochet CONSIDERE si  $\rho = 3$ .

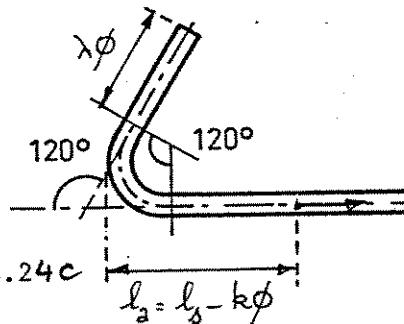


Figure 4.24c

**CROCHET A 120°** improprement appelé CROCHET "A 60°"

$\theta = 120^\circ \quad k = 2,33 \lambda + 2,30 \rho - 0,5$

Si  $\lambda = 8 \quad k = 18,64 + 2,30 \rho$

↑ équivalent au crochet CONSIDERE si  $\rho = 3$

**RETOUR D'EQUERRE**

armature de couture  
nécessaire pour  
éviter la poussée  
au vide

$\theta = 90^\circ \quad k = 1,89 \lambda + 1,20 \rho - 0,5$

Si  $\lambda = 10 \quad k = 18,4 + 1,20 \rho$

↑ équivalent au crochet CONSIDERE si  $\rho = 3$

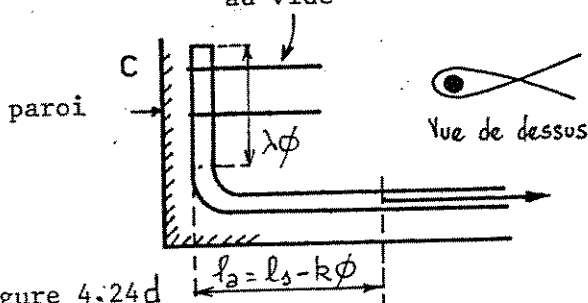


Figure 4.24d

(1) Le respect de ces dispositions dispense de vérifier la condition de non-écrasement

Dans le cas de barres terminées par des crochets normaux, les Règles BAEL proposent les valeurs forfaitaires suivantes (art. A 6.1, 253):

- $l_d = 0,4 l_s$  pour les barres HA FeE500 et FeE400
- $l_d = 0,6 l_s$  pour les ronds lisses FeE215 et FeE235

La valeur 0,6 est plutôt pénalisante lorsque la résistance du béton est élevée en revanche la valeur 0,4 est, dans l'ensemble, plutôt optimiste (vis-à-vis des hypothèses prudentes que nous avons adoptées).

Voir note (1) au bas de la page 119.

#### 4,33 PRESCRIPTIONS DE L'EC2 POUR LES ANCRAGES COURBES

##### 4,331 Diamètres minimaux des mandrins de pliage (art. 5.2.1.2)

Tableau 4.8- Diamètres minimaux des mandrins de pliage pour éviter l'écrasement ou le fendage du béton (EC2)

	Crochets, équerres boucles		Barres relevées ou autres barres pliées		
	Diamètre de la barre		Epaisseur $c$ de béton perpendiculaire au plan de la courbure		
	$\phi < 20 \text{ mm}$	$\phi \geq 20 \text{ mm}$	$c \geq 100 \text{ mm}$ et $c \geq 7 \phi$	$50 < c < 100$ et $3 \phi < c < 7 \phi$	$c \leq 50 \text{ mm}$ et $c \leq 3 \phi$
Ronds lisses 220	$2,5 \phi$	$5 \phi$	$10 \phi$	$10 \phi$	$15 \phi$
Barres HA 400, 500	$4 \phi$	$7 \phi$	$10 \phi$	$15 \phi$	$20 \phi$

##### 4,332 Types d'ancrage

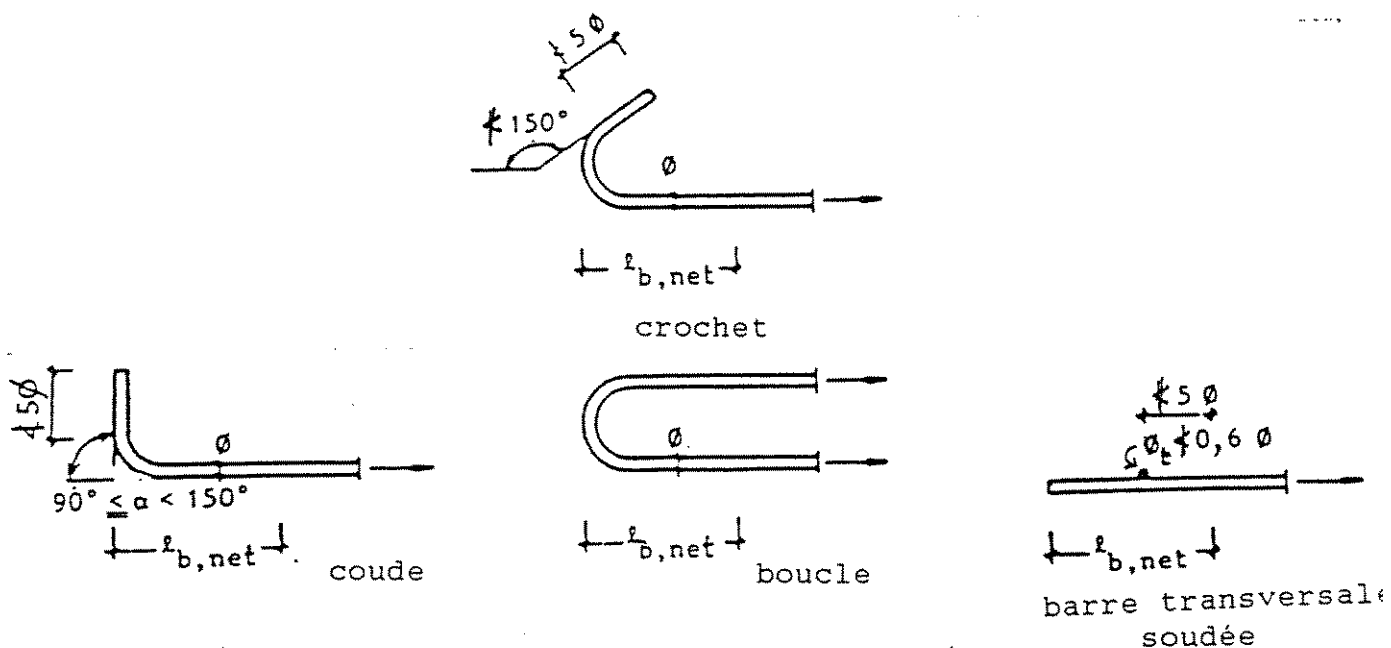


Figure 4.25 : Longueur d'ancrage requise selon l'EC2



### 4,333 Longueur d'ancrage requise

Pour les ancrages courbes en traction, à condition que l'épaisseur de béton perpendiculaire au plan de la courbure soit au moins égale à  $3 \phi$ ,

$$l_{b,net} = 0,7 l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \leq l_{b,min}^{(1)} \quad [4.14]$$

Pour la signification des symboles, voir 4,232-2.

La formule de l'EC2 conduit donc, pour des barres HA, à des longueurs d'ancrage très supérieures à celles résultant des Règles BAEL.

Pour les armatures de couture (obligatoires), voir 4,232-2.

### 4,34 ANCRAGES DES CADRES, ÉTRIERS ET ÉPINGLES

#### a) Règles BAEL, art A-6.1,251.

Il est rappelé qu'il faut avoir  $\rho \geq 3,5\phi$  pour les barres ou fils HA (voir 4,321).

Pour les retours droits de ces armatures, les Règles BAEL (art. A-6.1,251 et A-6.1,255) admettent les valeurs forfaitaires suivantes (fig.4.26):

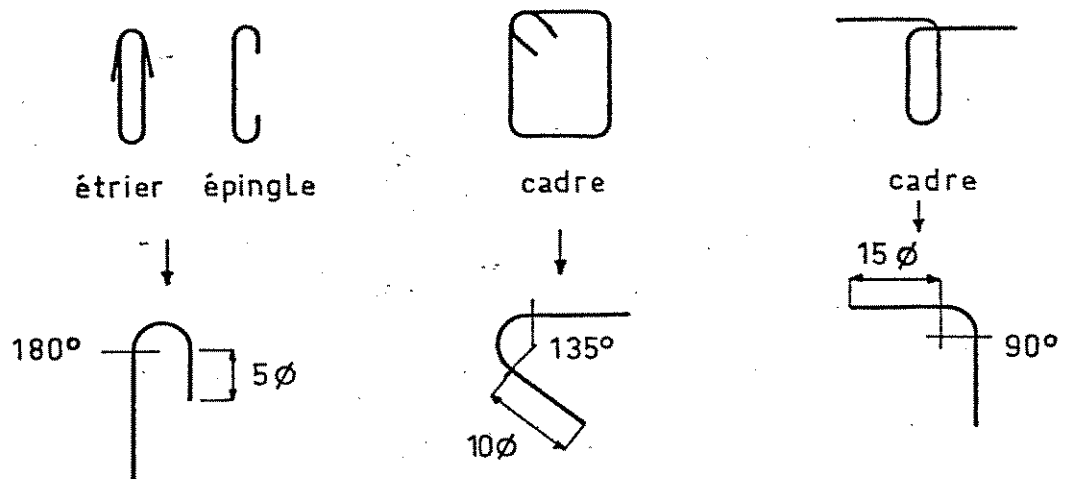


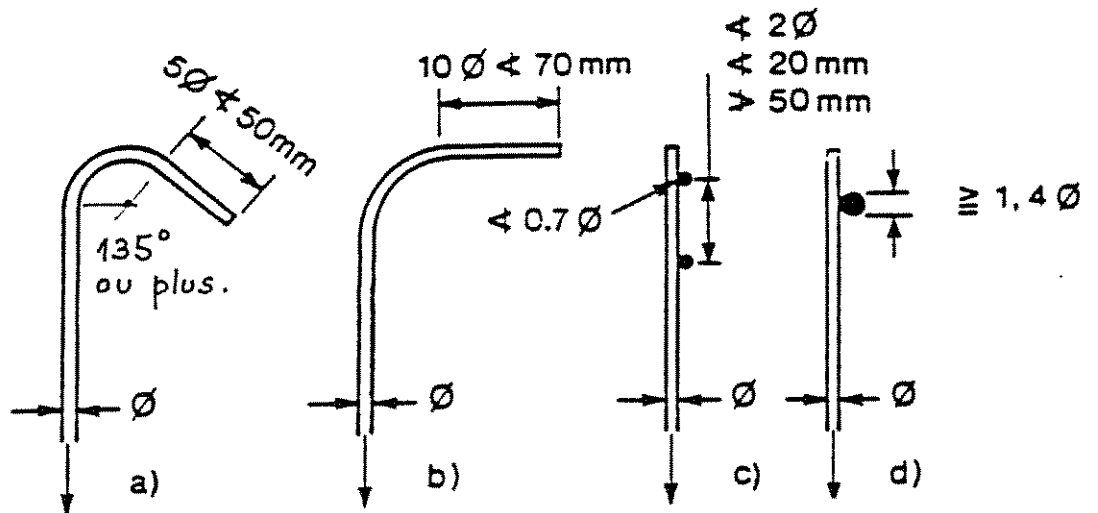
Figure 4.26

Remarque : Les valeurs indiquées supposent que les plans des ancrages ne font pas un angle supérieur à  $\pi/8$  avec les sections droites où sont disposés les aciers en cause.

#### b) EC2, art. 5.2.5

L'ancrage est considéré comme correct si les conditions définies par la figure 4.27 sont respectées.

(1) Bien que cela ne soit pas explicitement mentionné dans les Règles BAEL, lorsque la section A mise en place excède la section  $A_{cal}$  résultant du calcul, la longueur d'ancrage  $l_a$  (valeurs du tableau 4.7 ou valeurs forfaitaires) peut, comme le fait l'EC2, être réduite dans le rapport  $A_{cal}/A$ , sans descendre au-dessous de  $10\phi$ .



(possibilité de remplacer les coudes par des barres transversales soudées)

Fig. 4.27 Ancrage des cadres et étriers (EC2)

4.4 - EFFORTS EXERCES PAR UNE BARRE COURBE SUR LE BETON

Une barre courbe développe sur le béton, du côté de sa concavité, une pression :

$$\frac{dR}{\phi r d\theta} = \frac{F}{\phi r} = \frac{\pi}{4} \frac{\phi \sigma_s}{r} \quad [4.15]$$

d'autant plus élevée que le rayon de courbure  $r$  est plus faible et que la contrainte de l'acier est plus élevée, et d'autant plus dangereuse que la distance du centre de courbure à la paroi la plus voisine est plus faible.

Le danger est double :

- risque de "poussée au vide",
- risque d'écrasement du béton sous la barre ou de fendage dans le plan de la courbure.

4.41 - POUSSEES AU VIDE

L'exemple classique des poussées au vide est celui de barres qui suivent le contour d'un angle rentrant alors qu'elles sont tendues ou qui suivent le contour d'un angle saillant alors qu'elles sont comprimées (fig. 4.28).

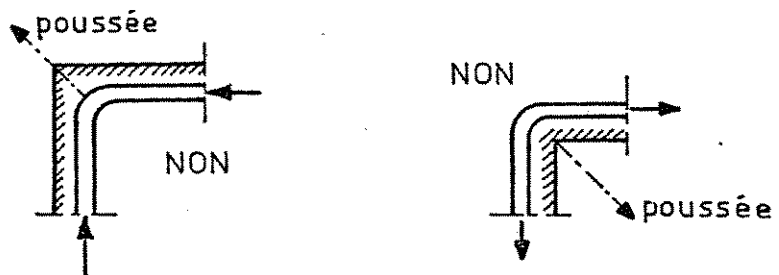


Figure 4.28

En fait, il s'agit d'un phénomène général, qui peut exister même en l'absence de barres d'armatures, dès qu'une pièce présente une courbure ou une brisure de sa ligne moyenne : du fait de cette disposition, il se produit des tractions normales au contour, qui peuvent entraîner la fissuration du béton par traction (courbure des isostatiques) (fig. 4.29a)

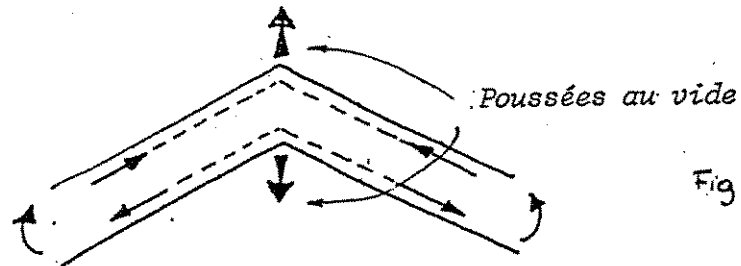


Fig 4.29a

Il existe donc des poussées au vide non seulement des armatures

mais aussi du béton même non armé. Par

exemple, dans la disposition adoptée

sur la figure 4.29b la poussée au

vide des compressions du béton dans

l'angle convexe n'est pas équilibrée.

Voir également le cas des angles des pièces polygonales sollicitées en torsion (13,64, fig. 13.25).

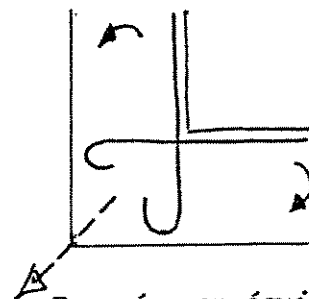


Figure 4.29b

Par un tracé judicieux des armatures, on peut le plus souvent éviter les poussées au vide (fig. 4.29c):

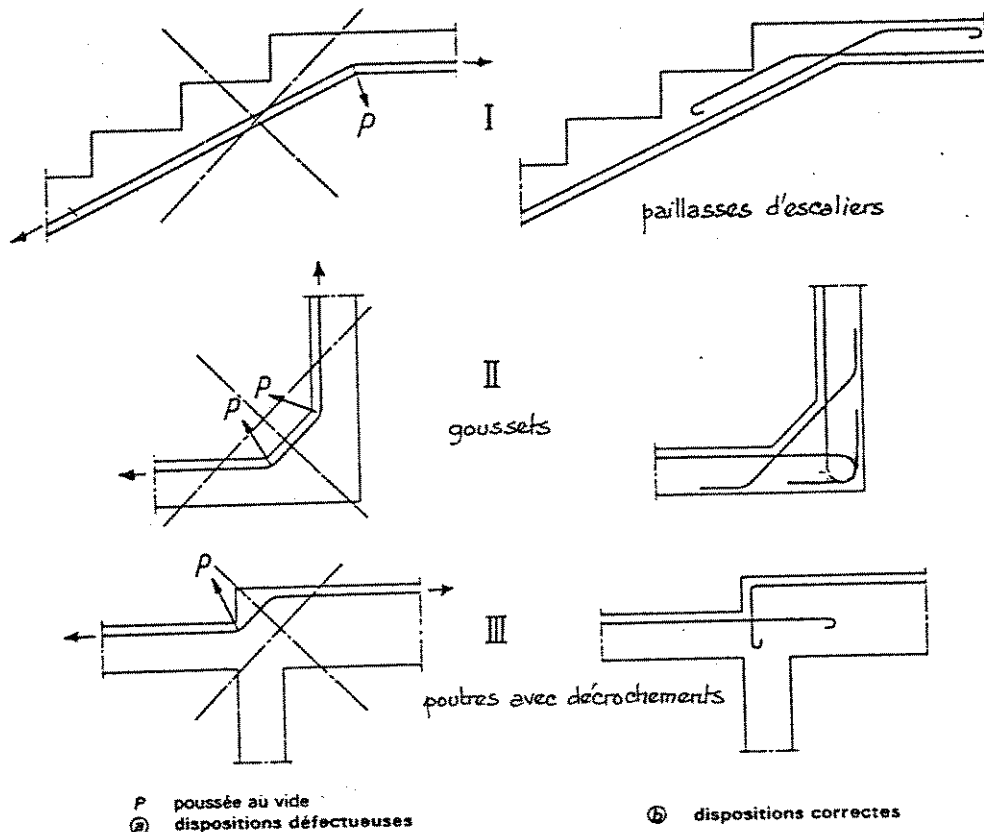


Figure 4.29c

S'il est impossible d'éviter un tracé courbe donnant lieu à des poussées au vide, il faut équilibrer celles-ci par des armatures transversales convenablement placées et convenablement ancrées, et de section suffisante.

- a) Si la poussée au vide résultante à l'état-limite ultime est une force concentrée  $R_u$ , il faut prévoir au voisinage de son point d'application une section totale  $(\Sigma A_t)$  d'armatures de couture telle que :

$$(\Sigma A_t) \frac{f_{et}}{1,15} \geq R_u \quad [4.16]$$

avec  $f_{et}$  limite d'élasticité des armatures de couture.

La figure 4.29d indique deux dispositions possibles.

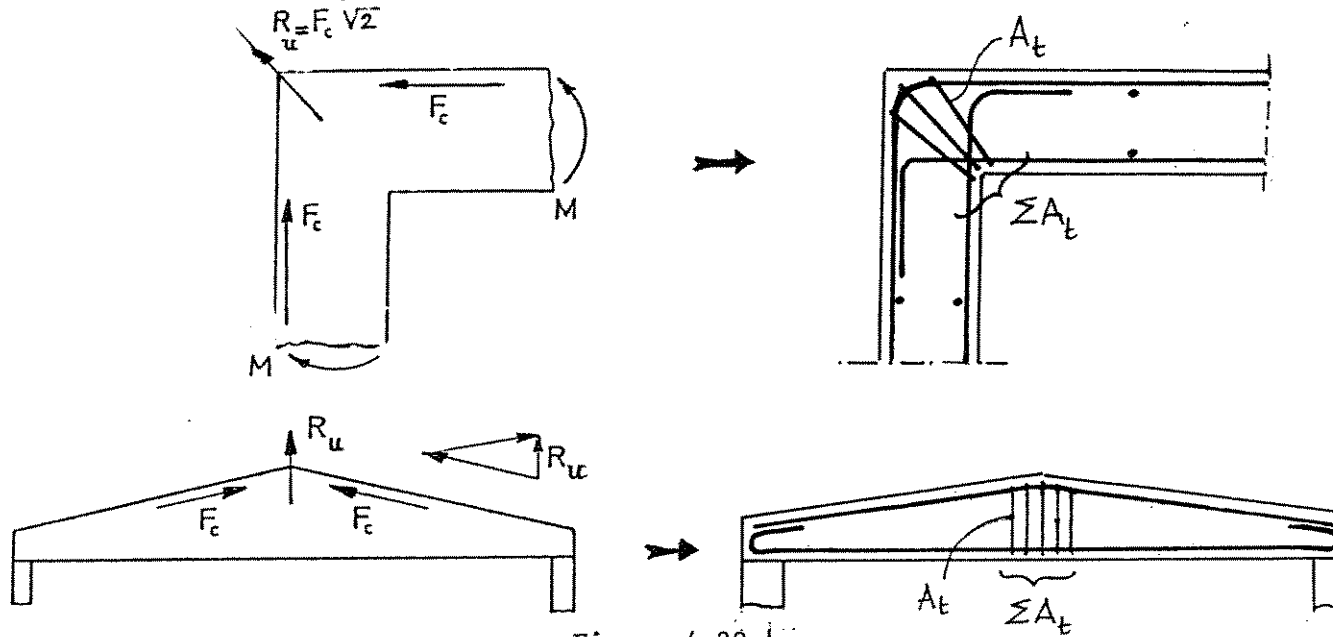


Figure 4.29 d

- b) Dans le cas où la poussée au vide résultante à l'état-limite ultime est étalée sur une certaine longueur (fig. 4.29e) il faut prévoir des nappes de section  $A_t$  espacées de  $s_t$  et telles que :

$$\frac{A_t}{s_t} \frac{f_{et}}{1,15} \geq \frac{F_c \text{ (ou } F_t)}{r} \quad [4.17]$$

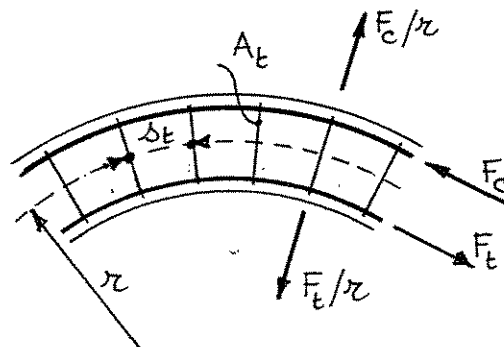


Figure 4.29 e

Remarque : On rencontre des phénomènes qui s'apparentent à la poussée au vide dans les cas suivants :

- a) armatures longitudinales comprimées droites non maintenues par des armatures transversales, qu'il s'agisse de poutres fléchies ou de

poteaux. Dans ces deux cas, les Règles BAEL demandent de prévoir des armatures transversales maintenant les armatures longitudinales et espacées d'au plus  $15 \phi_l$ .

- b) redressement de l'extrémité droite des ancrages par retour d'équerre (fig. 4.22a et 4.24d).

#### 4.42 - CONDITION DE NON-ECRASEMENT DU BETON

Pour les crochets normaux tels qu'ils sont définis page 117 et pour les cadres, étriers et épingles, aucune vérification particulière vis-à-vis de l'écrasement du béton n'est exigée par les Règles BAEL.

En dehors de ces deux cas, il faut vérifier la condition (BAEL, art. 6.1,252) :

$$\rho = \frac{r}{\phi} \geq 0,2 \left( 1 + \frac{\phi}{e_r} \right) \frac{\sigma_s}{f_{c28}} \quad v \quad [4.18]$$

avec  $r$  rayon de courbure de la ligne moyenne ;

$\phi$  diamètre de la barre ;

$\sigma_s$  contrainte de la barre, sous sollicitation ultime, à l'origine  $A_2$  de la courbure ( $\sigma_s = f_e - 4 \lambda_1 \tau_{su}$ ) (1) ;

$e_r$  distance du centre de courbure de la barre à la paroi la plus voisine (fig. 4.30) ;

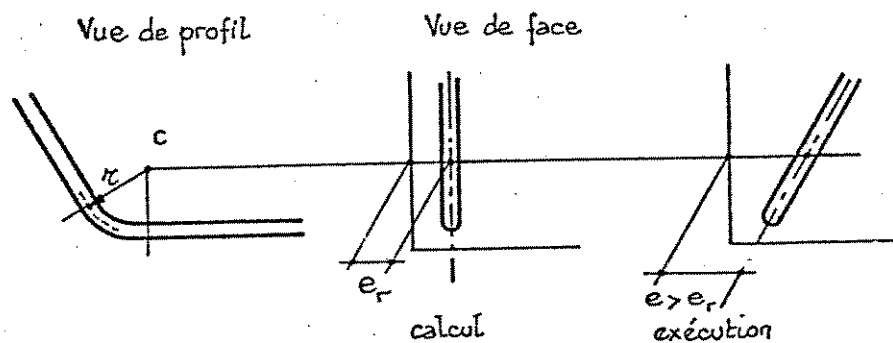


Figure 4.30

$v$  coefficient numérique fonction du nombre  $n$  de lits ( $n \leq 4$ ) :

$$v = \frac{1 + 2n}{3}$$

( $v = 1$  pour une barre isolée ou appartenant à un lit unique).

Les valeurs minimales du rapport  $\frac{r}{\phi}$  peuvent être lues sur la figure 4.31.

Le calcul doit toujours être conduit avec la valeur de  $e_r$  la plus défavorable (plan de la barre courbe parallèle à la paroi) mais à l'exécution, il est recommandé, si cela est possible, d'incliner ce plan pour augmenter  $e_r$ , ce qui va dans le sens de la sécurité (fig. 4.30)

Remarque : Le calcul qui a conduit à la formule [4.18] est assez simpliste. Dans le cas d'une contrainte appliquée sur une zone

(1) Ce que l'on retrouve facilement au moyen de la formule [4.12a] en l'écrivant :

$$(A f_e)_{A_1} = (A \sigma_s)_{A_2} + \pi \phi \lambda_1 \phi \bar{\tau}_s \quad \text{avec} \quad A = \frac{\pi \phi^2}{4}$$

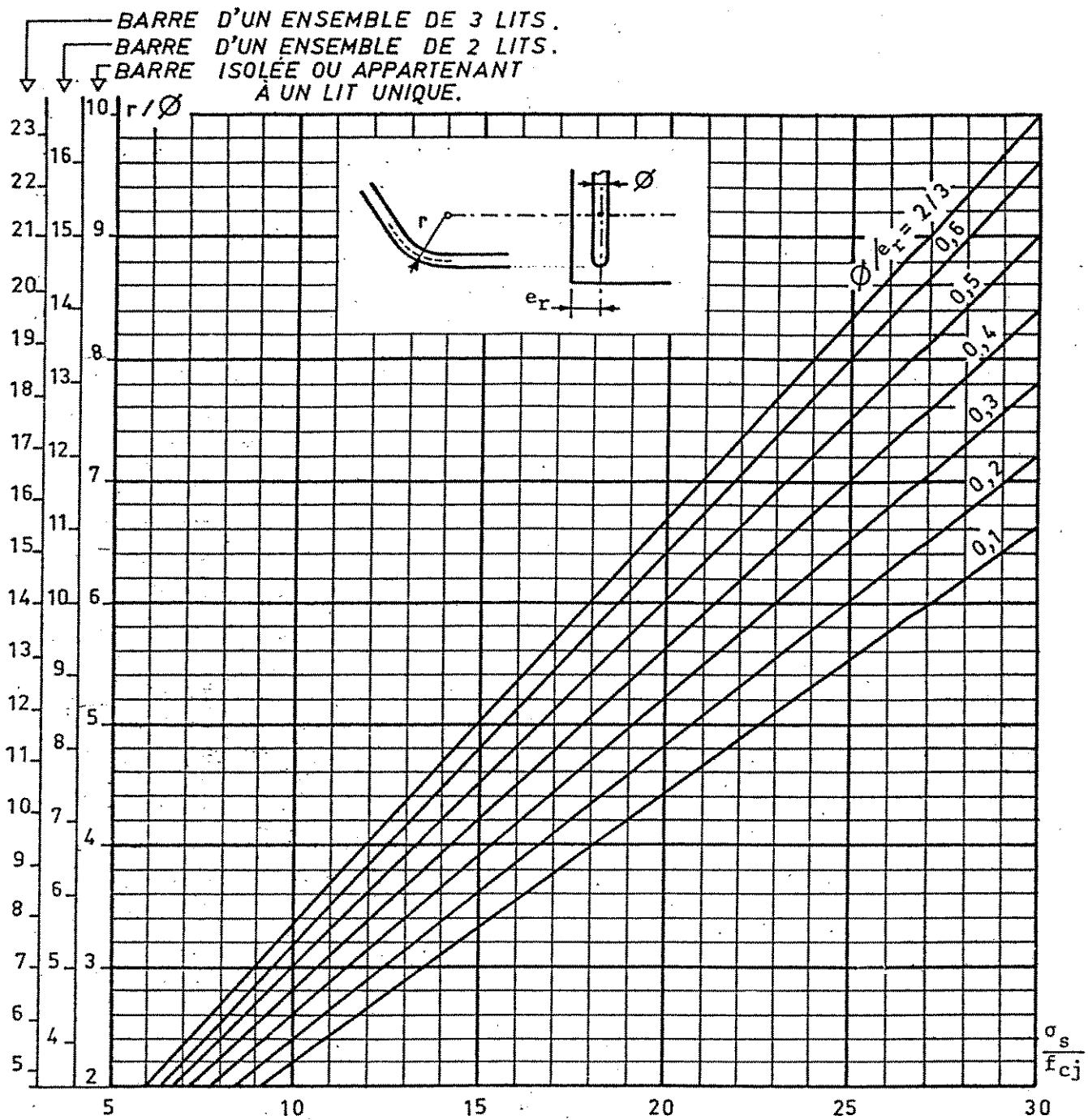


Figure 4.31 - Condition de non-écrasement du béton

restreinte  $C_1$  de la surface  $C_0$  (supposée plane) d'un élément de béton, l'article 3.442 des Règles BA 1960 autorisait à multiplier la contrainte admissible par un coefficient :

$$1 + (3 - 2\lambda)(1 - \lambda)$$

avec  $\lambda$  rapport le plus faible de l'homothétie effectuée à partir du centre de gravité  $G_1$  de  $C_1$

et amenant un point de  $C_0$  sur le contour  $C_1$  (fig. 4.32) :

$$\lambda = \min \left[ \frac{G_1 B}{G_1 A} \right]$$

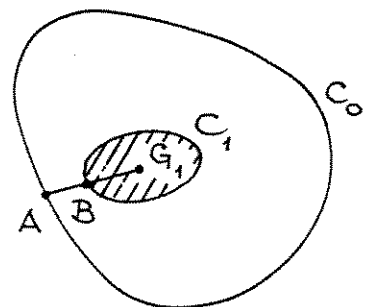
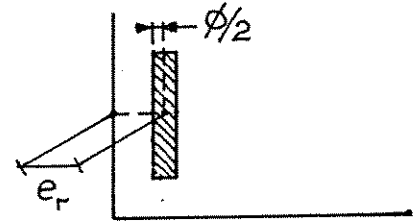


Figure 4.32

L'article 3.442 des Règles BA 1960 n'avait d'ailleurs fait que reprendre l'article 2.252 des Règles BA 1945 où le coefficient défini ci-avant était donné par une formule plus générale et légèrement plus complexe, due à M. CAQUOT.

Si l'on extrapole la formule des Règles BA 1960 au cas d'un ancrage courbe, on trouve (fig. 4.33)

$$\lambda = \frac{\phi}{2 e_r}$$



Vue de face

Figure 4.33

et compte tenu de la formule [4.15] la condition de non-écrasement s'écrit alors

$$\frac{\pi}{4} \phi \frac{\sigma_s}{r} \leq \frac{f_{c28}}{1,5} \left[ 1 + (3 - 2\lambda)(1 - \lambda) \right]$$

Or si  $e_r$  peut être quasi-infini (crochet "en pleine masse"), il ne peut être inférieur à  $1,5 \phi$  puisqu'une barre doit toujours être enrobée par une épaisseur de béton au moins égale à son diamètre. Il en résulte que :

$$0 \leq \lambda \leq \frac{1}{3}$$

Dans cet intervalle, on peut remplacer l'expression  $1 + (3 - 2\lambda)(1 - \lambda)$  par l'expression approchée par défaut  $\frac{4}{1 + 2\lambda}$  (fig. 4.34).

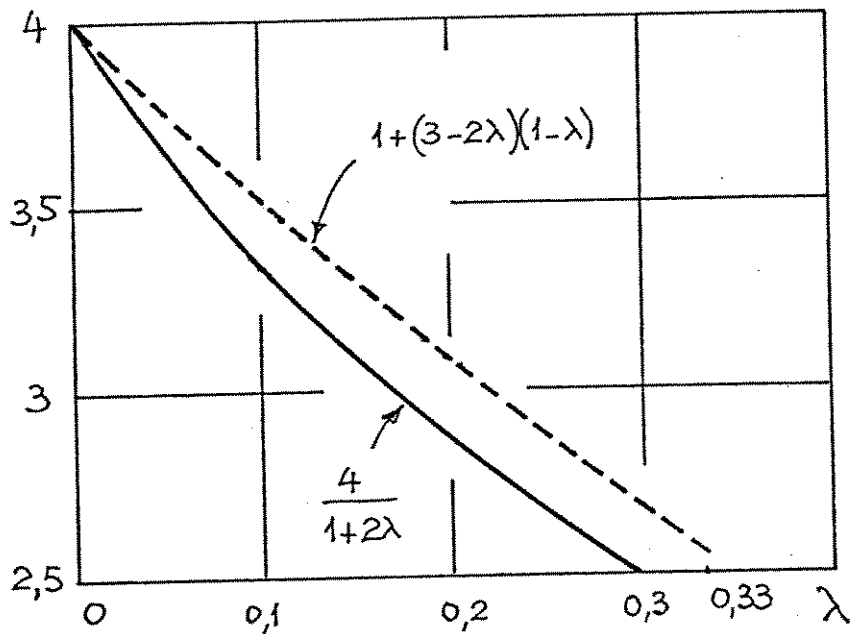


Figure 4.34

On peut par ailleurs observer que la contrainte  $\sigma_s$  n'est pas constant le long de la courbure. Elle est maximale à l'origine de celle-ci ( $\sigma_{s \max}$ ) et en faisant abstraction de l'effet favorable de l'adhérence, elle vaudrait  $\frac{\sigma_{s \max}}{\psi}$  en tout autre point,  $\psi$  étant le coefficient de la formule [4.10].

En adoptant une valeur moyenne de l'ordre de  $\frac{\sigma_{s \max}}{1,5}$ , la condition de non écrasement devient :

$$r \geq \frac{\pi}{4} \phi \frac{\sigma_{s \max}}{1,5} \frac{(1 + 2\lambda)}{4 \frac{f_{c28}}{1,5}} = \frac{\pi}{16} \phi \frac{\sigma_{s \max}}{f_{c28}} \left(1 + \frac{\phi}{e_r}\right)$$

qui est la formule des Règles BAEL ( $\frac{\pi}{16} \approx 0,20$ ).

#### 4.5 - JONCTIONS PAR RECOUVREMENT (pour l'EC2, voir 4,53)

Lorsque les longueurs de barres nécessaires dépassent les longueurs commerciales (cas par exemple des poutres de grande portée, des tirants de voûte de grande ouverture, etc..) l'armature est nécessairement formée de différents tronçons et il faut rétablir la continuité mécanique entre deux tronçons successifs.

Pour obtenir ce résultat, on peut avoir recours à divers procédés.

Le procédé le plus courant consiste à faire appel à l'adhérence en faisant chevaucher deux tronçons successifs de barre sur une certaine longueur. On obtient ainsi une jonction par recouvrement et la longueur de chevauchement est appelée longueur de recouvrement et désignée par  $l_r$ .

On peut aussi avoir recours, lorsque l'acier est soudable, au soudage bout à bout ou avec recouvrement ou encore, mais pour les barres HA uniquement au manchonnage au moyen de manchons sertis ou vissés sur les deux tronçons en prolongement l'un de l'autre<sup>(1)</sup>. Plus rarement, on utilise des coupleurs où la liaison est assurée par injection de métal fondu (aluminothermie), de résine ou de mortier.

Dans ce qui suit, on n'étudie que les jonctions par recouvrement.

##### 4.51 - RECOUVREMENT DES BARRES TENDUES

##### 4.511 - Transmission des efforts

Soit deux barres parallèles de même type et de même diamètre nominal  $\phi$  dont les axes sont distants de  $c$ , se chevauchant sur une longueur  $l_r$  et soumises à deux forces égales et opposées (fig. 4.35).

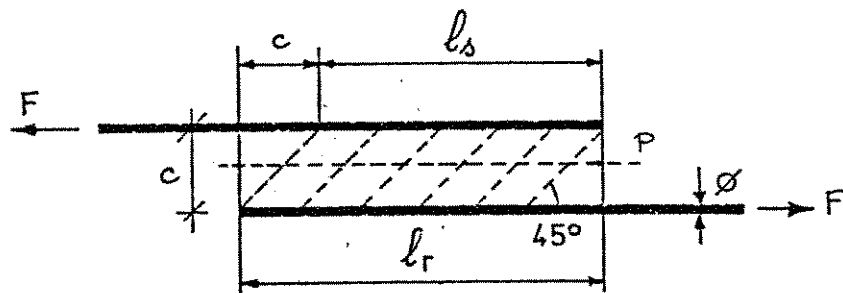


Figure 4.35

(1) Ces dispositifs sont maintenant normalisés (voir normes NF A 35-020 -1 et -2, juillet 1980)



On admet :

- 1°) que le béton situé entre deux barres se fissure,
- 2°) que les fissures sont inclinées à 45° sur la direction des barres,
- 3°) que la transmission des efforts d'une barre à l'autre s'effectue par compressi des "bielles" de béton découpées par les fissures.

Cette transmission n'est donc effective que sur la longueur  $l_r - c$ .

4.512 - Longueur de recouvrement  $l_r$

Les barres ne doivent pas glisser dans leur gaine : chaque barre doit donc être totalement ancrée. D'où, compte tenu du fait que l'on peut négliger  $c$  si  $c \leq 5 \phi$ , les longueurs de recouvrement (BAEL, art. A-6.1,223):

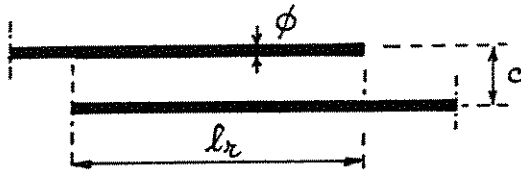


Figure 4.36 a

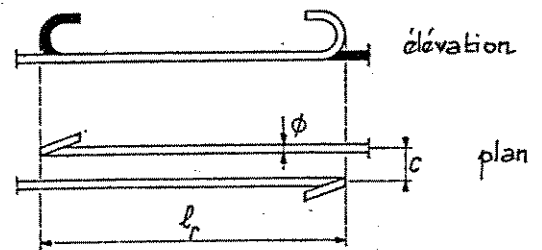


Figure 4.36 b

TABLEAU 4.9

Entre-axes des barres	Barres rectilignes (fig. 4.36 a)	Barres munies de crochets normaux (fig. 4.36 b)
$c \leq 5 \phi$	$l_r = l_s$	$l_r = l_a$ c'est-à-dire, forfaitairement : - Ronds lisses : Fe E 215 } $0,6 l_s$ et Fe E 235 } - Barres HA : Fe E 400 } $0,4 l_s$ et Fe E 500 } <i>(mais adopter plutôt les valeurs du tableau 4.7 page 116)</i>
$c > 5 \phi$	$l_r = l_s + c$	$l_r = l_a + c$ c'est-à-dire, forfaitairement : - Ronds lisses : Fe E 215 } $0,6 l_s + c$ et Fe E 235 } - Barres HA : Fe E 400 } $0,4 l_s + c$ Fe E 500 } <i>même remarque que ci-dessus en n'oubliant pas d'ajouter "c"</i>

Les plans des ancrages doivent être cousus; voir 4.513 b.

Remarques :

- 1) Si les deux barres ont des diamètres différents,  $l_r$  doit être évalué à partir du  $l_s$  le plus grand.
- 2) Le schéma de la figure 4.37 donne le diagramme des contraintes de l'acier dans le cas d'une jonction par recouvrement (on a supposé  $c \leq 5 \phi$ ) :

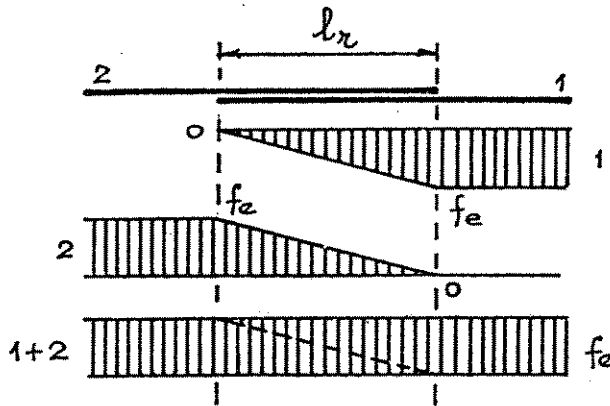


Figure 4.37

Tout se passe donc bien comme si on avait une seule barre continue ; cependant, sur toute la zone de longueur  $l_r$ , l'encombrement latéral correspond à deux barres : il faut y penser lors du dimensionnement des sections de béton.

4.513 - Armatures de couture

Du fait de la fissuration du béton à  $45^\circ$  et de la mise en compression des bielles découpées par les fissures, une jonction par recouvrement donne naissance à un effort transversal  $F_t$  égal à l'effort longitudinal  $F_\ell$  s'exerçant dans chacune des barres, ainsi que le montrent les conditions d'équilibre (fig. 4.38).

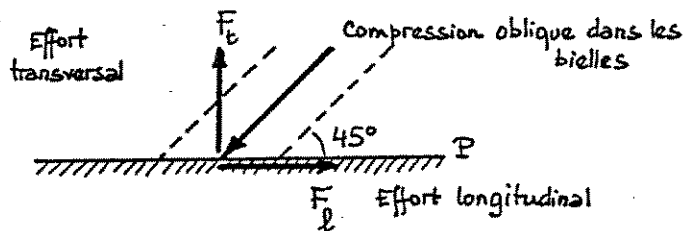


Figure 4.38

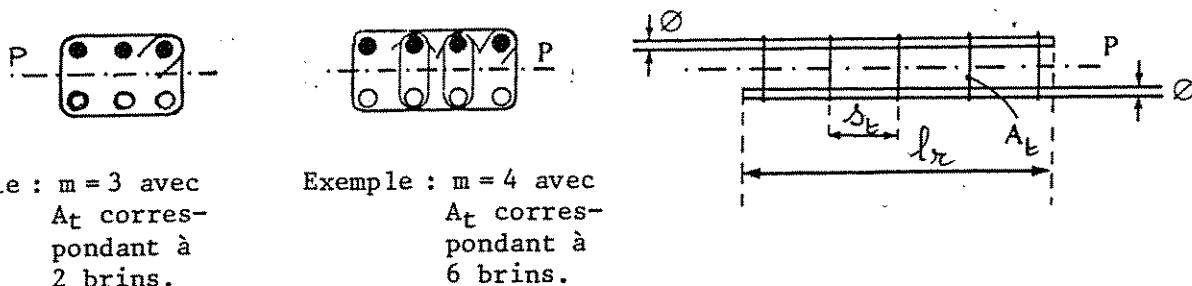
Pour équilibrer cet effort transversal, c'est-à-dire pour assurer l'équilibre des bielles et empêcher la fissuration longitudinale selon le plan P de la figure 4.35, il faut normalement disposer sur la longueur  $l_r$  des armatures de couture, sauf (BAEL, art. A-6.1,23) :

- dans les poutres, si la proportion de barres arrêtées ne dépasse pas 1/4 sur l'étendue d'une longueur d'ancrage  $l_a$  et si  $l_a \geq l_s$ ,
- dans les dalles armées de treillis soudés, dans tous les cas,
- dans les dalles non armées de treillis soudés, si la proportion de barres en recouvrement dans une même nappe est au plus égale à :
  - . 1/3 pour la nappe la plus proche de la paroi voisine
  - . 1/2 pour toute nappe séparée d'une paroi par une nappe de direction différent

En dehors de ces trois cas, des armatures de couture sont nécessaires ; elles sont déterminées comme indiqué ci-après.

a) Cas de barres rectilignes

On raisonne sur le cas de  $m$  barres rectilignes de même diamètre, en recouvrement de part et d'autre d'une même plan (fig. 4.39). S'il n'y a que deux barres en recouvrement :  $m = 1$ .



Exemple :  $m = 3$  avec  $A_t$  correspondant à 2 brins.

Exemple :  $m = 4$  avec  $A_t$  correspondant à 6 brins.

Figure 4.39

Soit :

- $A_t$  la section totale pour une nappe d'armatures de couture, des brins qui traversent le plan P ;
- $s_t$  l'équidistance des nappes d'armatures de couture ;
- $f_{et}$  la limite d'élasticité de ces armatures.

L'effort total qu'elles peuvent équilibrer est (BAEL, art. A-6.1,23) :

$$F_t = (\Sigma A_t) f_{et}$$

L'effort longitudinal est  $F_l = A \cdot f_e$ .

Il faut avoir  $F_t \geq F_l$  c'est-à-dire :

- au total :

$$(\Sigma A_t) f_{et} \geq A \cdot f_e$$

- ou, par unité de longueur, puisque l'effort longitudinal s'annule sur la longueur  $l_s$  :

$$\frac{A_t}{s_t} \cdot f_{et} \geq \frac{A f_e}{l_s} \quad [4.19]$$

c'est-à-dire, compte tenu de ce que

$$l_s = \frac{\phi}{4} \frac{f_e}{\tau_{su}} \quad \text{et} \quad A = m \frac{\pi \phi^2}{4}$$

$$\frac{A_t}{s_t} f_{et} \geq m \cdot \pi \phi \tau_{su} \quad [4.20]$$

( $m = 1$  s'il n'y a que deux barres en recouvrement).

Les armatures de couture doivent être disposées sur la longueur  $l_r$  et non sur la longueur  $l_s$ .

De manière générale les recouvrements doivent être décalés (c'est-à-dire qu'il ne convient pas d'arrêter l'ensemble des  $m$  barres dans la même section transversale).

b) Cas de barres munies d'ancrages courbes (BAEL, art. A-6.1,254)

Pour parer au risque de fendage du béton suivant les plans contenant le ancrages par courbure, ces plans doivent être cousus. Dans le cas de recouvrements avec crochets normaux, la section des armatures de couture doit être au moins égale à la moitié de celle résultant de l'application de la formule [4.21]

4.514 - Barres couvre-joints - Chaînages

Les barres "couvre-joints" sont utilisées pour transmettre les efforts entre deux barres placées bout à bout dans le prolongement l'une de l'autre, ce qui évite la création de moments secondaires au droit de la jonction ; on les dispose de telle sorte que  $c \leq 5 \phi$  (fig. 4.40). Leur longueur est alors au moins égale à  $2 l_s$ .

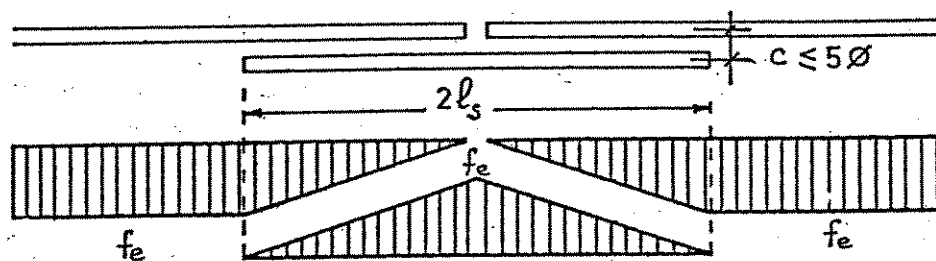


Figure 4.40

Si le nombre de barres est élevé, les barres couvre-joints deviennent continues et ne se distinguent plus alors des autres barres. On a un "chaînage".

Sur l'exemple simple du couvre-joint de la figure 4.40, on remarque que sur une longueur  $l_s$  de part et d'autre de la coupure, on a "physiquement" deux barres mais, "mécaniquement", une seule barre. Chaque coupure entraîne donc la perte mécanique d'une barre dans le nombre total des barres mises en place.

En généralisant cette constatation au cas d'un chaînage, on aboutit à la règle ci-après :

Règle : Un chaînage de  $m$  barres de même diamètre comportant  $p$  coupures par longueur de scellement droit est mécaniquement équivalent à  $m - p$  barres continues.

Exemple, figure 4.41 :  $m = 6$   $p = 2$  nombre de barres utiles : 4.

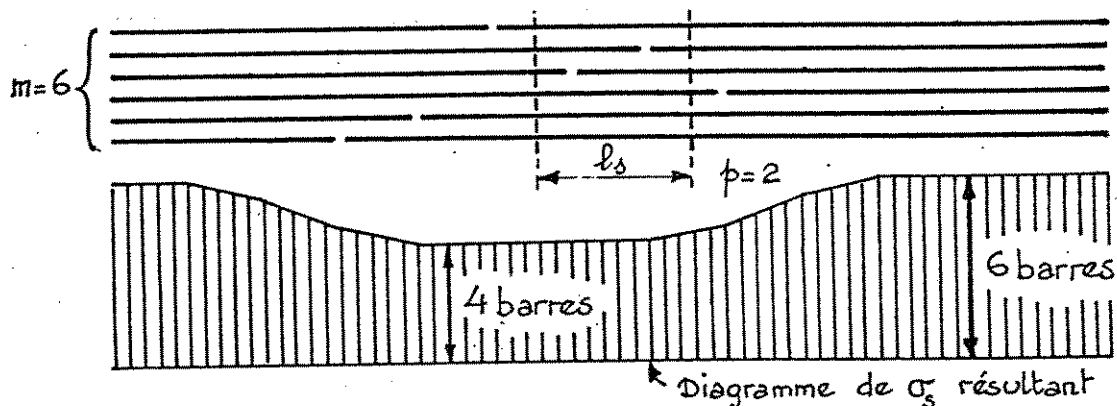


Figure 4.41

4.52 - RECOUVREMENT DES BARRES COMPRIMEES EN PERMANENCE (voir nota (1) au bas de la page 130 )

Dans ce cas, il faut toujours prévoir des ancrages droits.

4.521 - Longueur de recouvrement  $l'_r$

Dans le cas où elle est soumise à un effort de compression, une barre vient prendre appui sur le béton par sa face terminale ; la dilatation transversale (effet Poisson) a par ailleurs pour effet de plaquer la surface latérale de la barre contre la gaine de béton.

Ces deux effets, qui sont favorables, sont annihilés dans le cas de barres soumises à des chocs de direction axiale (armatures longitudinales des pieux mis en place par battage, par exemple) ou à des vibrations. D'où les valeurs à prendre en compte :

- a) Cas général, où il n'y a ni chocs, ni vibrations et où la distance entre axes des barres est plus égale à  $5 \phi$  :

$$l'_r = 0,6 l_s$$

Les Règles BAEL admettent les valeurs forfaitaires suivantes :

- barres HA Fe E 400	}	$l'_r = 24 \phi$ (0,6 x 40 $\phi$ )	} si on utilise le tableau 4.7 page 116 prendre quand même $l'_r \geq 10 \phi$ .
- fils tréfilés HA Fe TE 400			
- barres HA Fe E 500	}	$l'_r = 30 \phi$ (0,6 x 50 $\phi$ )	
- fils tréfilés HA Fe TE 500			
- ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235			

- b) Cas de barres soumises à des chocs ou à des vibrations :

$$l'_r = l_s$$

4.522 - Armatures de couture à disposer sur la longueur  $l'_r$

Ces armatures font l'objet de règles particulières (voir 10.432 b).

4.53 PRESCRIPTIONS DE L'EC2 CONCERNANT LES RECOUVREMENTS

Pour les barres, la longueur de recouvrement est :

$$l_o = \alpha_1 l_{b,net} \geq l_{o,min} = \text{Max} [ 0,3 \alpha_1 l_b ; 15 \phi ; 200 \text{ mm} ] \quad [4.2]$$

$\alpha_1$  dépend du pourcentage de barres en recouvrement dans une même section et de la distance de la jonction au parement voisin ou à une autre jonction adjacente :

- pour les barres comprimées :  $\alpha_1 = 1$

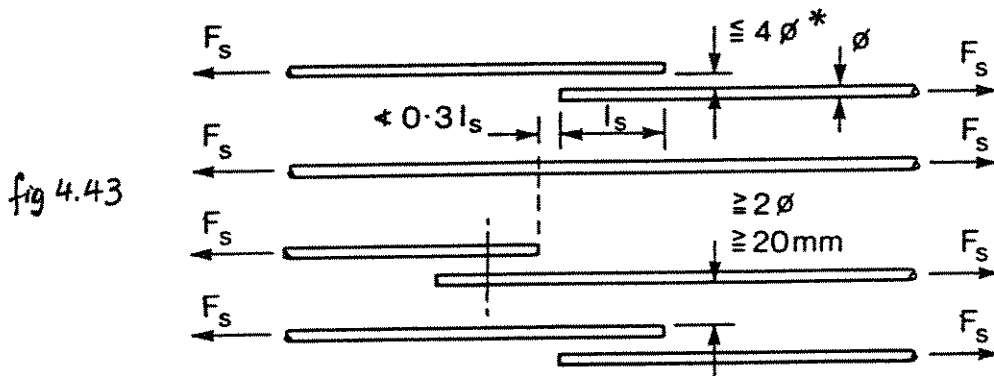
- pour les barres tendues :

- a)  $\alpha_1 = 1$  lorsque la proportion des barres en recouvrement dans une même section est inférieure à 30 % et lorsque  $a \geq 10 \phi$  et  $b \geq 5 \phi$  (fig 4.42).



- b)  $\alpha_1 = 1,4$  lorsque l'une ou l'autre des trois conditions ci-dessus n'est pas satisfaite (c'est-à-dire soit proportion  $\geq 30\%$  soit  $a < 10 \varnothing$  ou  $b < 5 \varnothing$  ;
- c)  $\alpha_1 = 2$  lorsqu'aucune des conditions précédentes n'est satisfaites (c'est-à-dire à la fois proportion  $\geq 30\%$ ,  $a < 10 \varnothing$  et  $b < 5 \varnothing$ ).

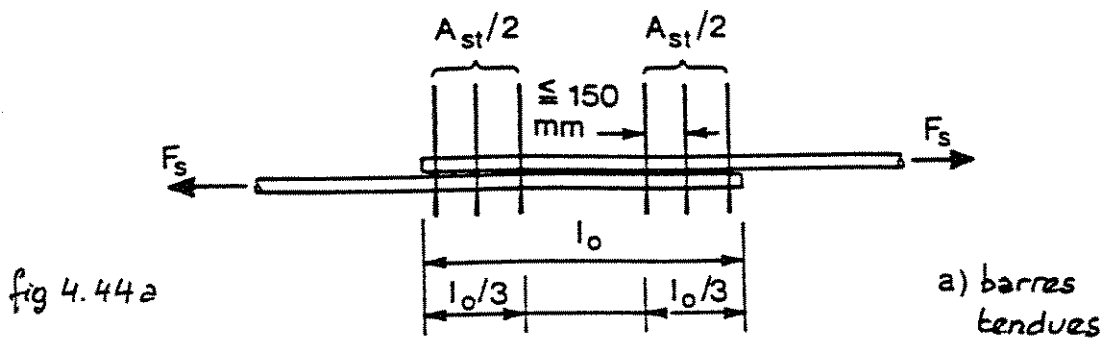
Les recouvrements doivent être décalés conformément à la figure 4.43 (ce qui conduit à un fort étalement des recouvrements !):



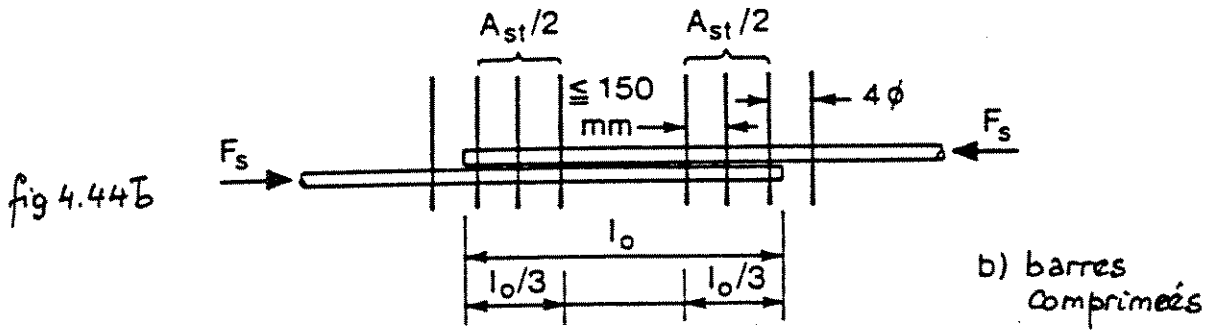
Couture du recouvrement

Si  $\varnothing \leq 16 \text{ mm}$  ou si la proportion de barres en recouvrement dans une même section est inférieure à 20 %, il n'est pas nécessaire de prévoir d'autres armatures de couture que celles prévues pour d'autres raisons (armatures d'âme ou armatures de répartition).

Sinon, il faut prévoir une section totale d'armatures de couture au moins égale à l'aire d'une des barres du recouvrement (obligatoirement sous forme d'étriers si  $a \leq 10 \varnothing$ ) et disposée comme indiqué sur les figures 4.44a et 4.44b.



(1) Pour les barres susceptibles d'être tendues dans certains cas de charge et comprimées dans d'autres, les règles concernant les barres tendues, qui conduisent aux plus grandes longueurs de recouvrement, sont applicables. Sauf impossibilité totale, il faut éviter également dans ce cas, de prévoir des ancrages courbes.



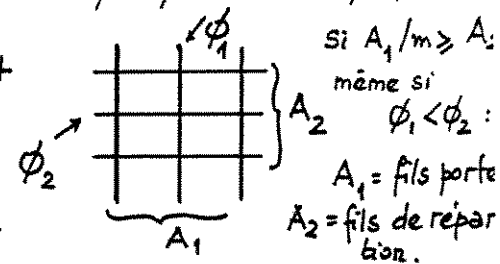
4.6 - ANCRAGES ET RECOUVREMENTS DES TREILLIS SOUDES

4.61 - TREILLIS SOUDES FORMES DE FILS LISSES (BAEL, art. A-6.2,2)

4.611 - Définition

La définition qui suit, proposée par l'ADETS, n'a pas été reprise par les Règles BAEL:  
 "Quel que soit leur diamètre sont considérés conventionnellement:  
 - comme fils porteurs ceux qui engendrent une section par mètre supérieure ou égale à celle engendrée par les fils qui leur sont perpendiculaires;  
 - comme fils de répartition, même si leur diamètre est le plus grand, ceux qui engendrent une section par mètre inférieure à celle engendrée par les fils qui leur sont perpendiculaires." (fig 4.45)

A noter qu'une telle définition ne préjuge absolument pas du rôle mécanique joué dans l'ouvrage par chacune des deux directions d'armatures.



4.612 - Ancrages rectilignes

L'ancrage d'un fil est supposé assuré non par adhérence propre du fil mais uniquement par appui sur le béton des fils transversaux qui lui sont soudés. L'ancrage total rectiligne est supposé assuré par (fig. 4.46) :

- au moins trois soudures d'aciers transversaux (de répartition en général) pour un fil porteur ;
- au moins deux soudures d'aciers transversaux (porteurs) pour un fil de répartition.

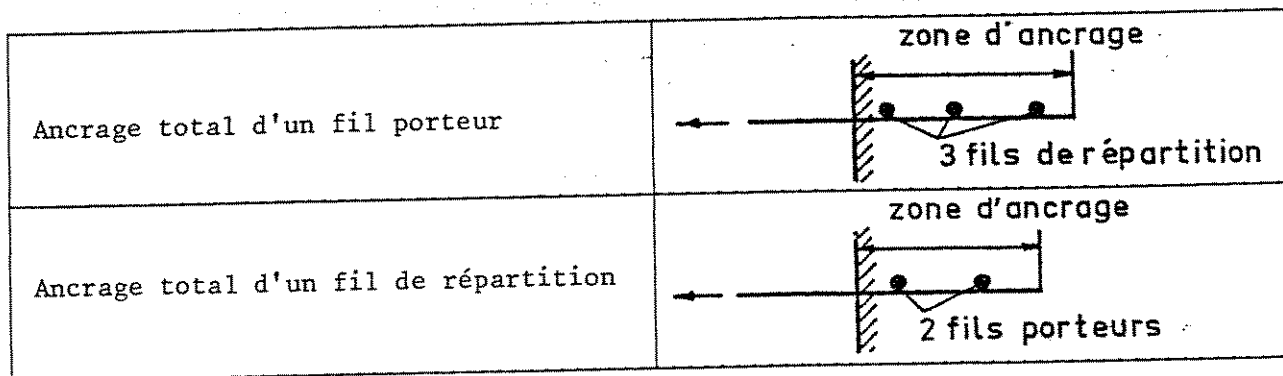


fig. 4.46

La possibilité de réaliser des ancrages partiels conduit en pratique aux dispositions suivantes :

a) Fils porteurs

Soit  $A$  l'aire réelle d'un fil porteur du treillis

$A_{cal}$  l'aire de la section strictement requise par le calcul.

Au-delà du point où s'exerce l'effort à ancrer on doit trouver :

- trois soudures si  $A_{cal} \leq A < 2 A_{cal}$
- deux soudures si  $2 A_{cal} \leq A < 3 A_{cal}$
- une soudure si  $3 A_{cal} \leq A$

b) Fils de répartition

Au-delà du point où s'exerce l'effort à ancrer on doit trouver en général deux soudures.

4.613 - Ancrages par courbure

Les Règles BAEL autorisent (art. A-8.1,21) l'utilisation de treillis soudés lisses pour constituer les armatures longitudinales, et donc aussi transversales, d'une poutre ou d'un poteau.

a) Diamètres minimaux des mandrins de cintrage

Ces diamètres sont ceux donnés dans le tableau 4.10 (qui donne également les diamètres minimaux pour réaliser éventuellement des ancrages courbes à l'extrémité des panneaux de treillis).

TABLEAU 4.10

Diamètres minimaux des mandrins de cintrage des treillis soudés (en mm)

	Diamètre nominal du fil (en mm)						
	$\leq 5,5$	6	7 - 8	9 - 10	12	14	16
Cadres et étriers	30	40	50	70	70	100	150
Ancrages		70	70	100	100	150	150

Divers cas peuvent se rencontrer en pratique :

1° cas : les aciers transversaux sont placés du côté intérieur (fig. 4.47).

Le diamètre  $D$  doit au moins être égal à celui indiqué dans le tableau 4.10. Il faut avoir  $E \geq 0,65 D + 2 \phi_t$ , ou sinon, prévoir un mandrin échancré (fig. 4.47 b) :



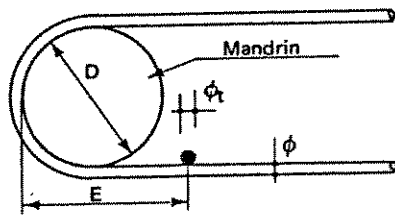


Figure 4.47 a

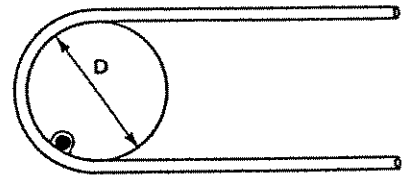


Figure 4.47 b

2° cas : les aciers transversaux sont placés à l'extérieur (fig. 4.48).

Le diamètre  $D$  doit être au moins égal à celui indiqué dans le tableau 4.10. Il faut avoir  $E \geq 0,5 D + \phi_t$ , ou sinon, adopter  $D \geq 20 \phi$  (fig. 4.48 b) :

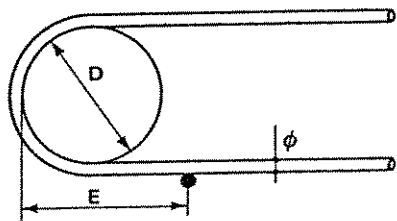


Figure 4.48 a

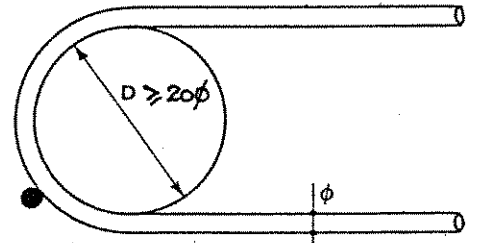


Figure 4.48 b

b) Longueur des retours droits

Il convient de respecter les dispositions de la figure 4.49, plus contraignantes que celles données en 4.323.

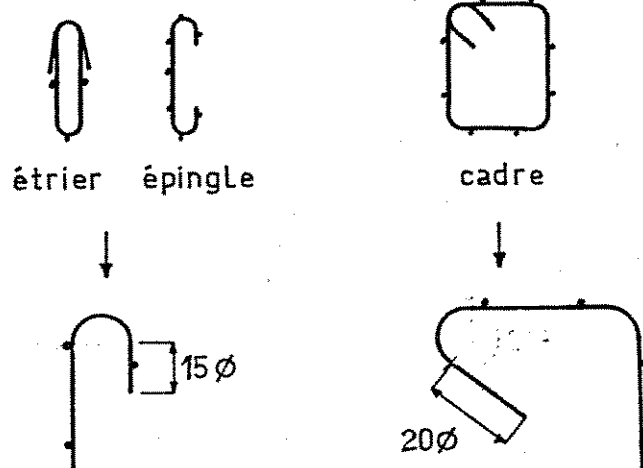


Figure 4.49

Les Règles BAEL indiquent que dans le cas d'un angle de  $90^\circ$  (retour d'équerre), la partie rectiligne prolongeant l'arc de cercle doit obligatoirement comporter un fil soudé perpendiculaire (fig. 4.50 a) : une telle disposition n'est réellement applicable que pour des cadres ouverts (fig. 4.50 b).

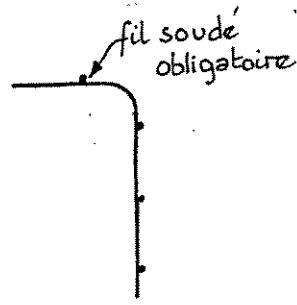


Figure 4.50 a

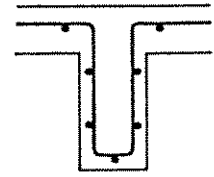
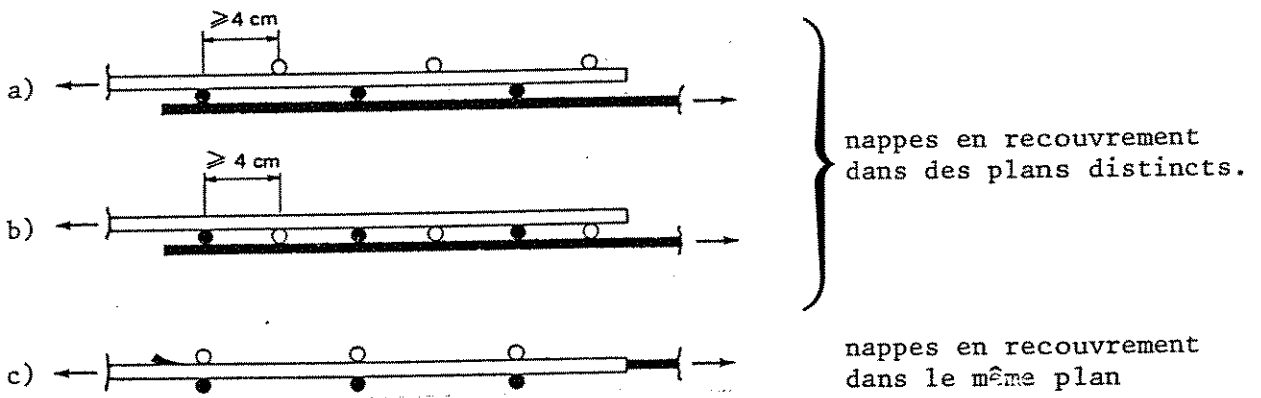


Figure 4.50 b

4.614 - Recouvrements

La jonction par recouvrement de deux fils rectilignes doit comporter sur chaque fil : trois soudures dans le cas de fils porteurs (fig. 4.51), deux soudures dans le cas de fils de répartition (fig. 4.52).

Les soudures intéressées sur l'un et l'autre fils sont décalées de 4 cm dans le sens qui augmente la longueur de recouvrement, à moins que les fils en jonction ne soient dans un même plan. Comme indiqué en 4,513, on ne prévoit pas d'armatures de couture pour de telles jonctions.



Recouvrement des fils porteurs

Figure 4.51

Ces dispositions entraînent automatiquement les dispositions suivantes des fils de répartition:

- pour la disposition a :

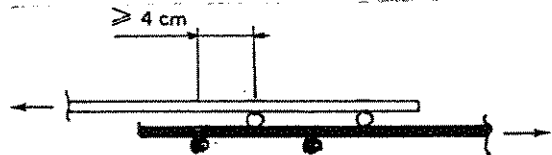
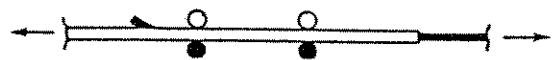
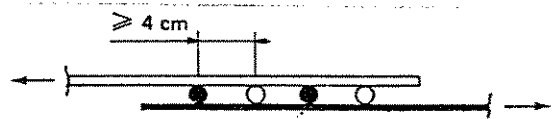


fig 4.52

- pour la disposition b :



- pour la disposition c :



Remarque : Les solutions type a ont l'inconvénient de conduire à un encombrement en hauteur des panneaux. De ce point de vue, les solutions types b ou c sont préférables.

4.62 - TREILLIS SOUDES FORMES DE FILS A HAUTE ADHERENCE (BAEL, art. A-6.2,1)

Les fils constituant un treillis soudé à haute adhérence sont ancrés individuellement ou par les soudures selon le cas le plus favorable.

Pour les ancrages rectilignes, et en particulier pour le calcul de la longueur de scellement droit, il convient de se reporter au paragraphe 4.23.

Pour les ancrages par courbure, les diamètres minimaux des mandrins de cintrage étant ceux du tableau 4.10 les dispositions qui ont été indiquées page 117 et au paragraphe 4.323, figure 4.26, sont applicables.

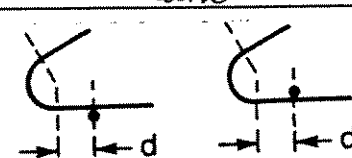
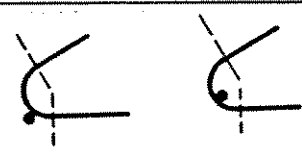
Pour les jonctions par recouvrement, se reporter au tableau 4.9.

4.63 PRESCRIPTIONS DE L'EC2 CONCERNANT LES TREILLIS SOUDES

4,631 Diamètres minimaux des mandrins de pliage

Dans le cas des treillis soudés, les diamètres minimaux du mandrin de pliage sont donnés par le tableau 4.11 :

Tableau 4.11 - EC2 - Diamètres minimaux de pliage des treillis soudés.

Diamètre minimal du mandrin	
Soudures en dehors de la partie courbe	Soudures dans la partie courbe
	
$c < 4 \varnothing : 20 \varnothing$ $c \geq 4 \varnothing : \text{voir tableau ci-avant}$	$20 \varnothing$

4,632. Longueur d'ancrage

La longueur d'ancrage peut également être calculée par la formule [4.9], mais s'il existe des barres transversales soudées sur la longueur d'ancrage, on peut lui appliquer un coefficient de réduction égal à 0,7.

4,633. Longueur de recouvrement des TSHA

Dans le sens "porteur", la longueur de recouvrement est définie par :

$$l_o = \alpha_2 l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \leq l_{o,min} \quad [4.22]$$

avec

$l_b$  calculée par l'équation [4.8] en prenant la valeur  $f_{bd}$  des barres HA

$$\alpha_2 = 0,4 + \frac{A_s/s}{800} \left\{ \begin{array}{l} \dagger 1 \\ \dagger 2 \end{array} \right. \left[ A_s/s \text{ en mm}^2/\text{m (section réellement prévue)} \right]$$

s distance entre barres longitudinales

$$\ell_{o,\min} = \text{Max} [ 0,3 \alpha_2 \ell_b ; 200 \text{ mm} ; s_t ]$$

s<sub>t</sub> distance entre barres transversales.

La proportion des barres en recouvrement dans une même section peut être prise égale à :

$$100 \% \text{ si } A_s/s \leq 1200 \text{ mm}^2/\text{m}$$

60 % dans le cas contraire, et s'il s'agit d'un panneau inférieur.

Les recouvrements effectués sur deux nappes superposées doivent être décalés de 1,3  $\ell_o$  dans le sens horizontal.

Dans le sens "non porteur", la proportion des barres en recouvrement peut être de 100 % ; la longueur de recouvrement peut être tirée du tableau 4.12 :

Diamètre des barres HA (mm) du sens non porteur	$\phi \leq 6$	$6 < \phi \leq 8,5$	$8,5 < \phi \leq 12$
Longueur de recouvrement $\ell_o$	Max $\left\{ \begin{array}{l} s_\ell \\ 150 \text{ mm} \end{array} \right.$	Max $\left\{ \begin{array}{l} s_\ell \\ 250 \text{ mm} \end{array} \right.$	Max $\left\{ \begin{array}{l} s_\ell \\ 350 \text{ mm} \end{array} \right.$

s<sub>ℓ</sub> = distance des barres du sens "porteur".

Tableau 4.12 - EC2 - Longueurs de recouvrement minimales des T.S.H.A. dans le sens non porteur.

#### 4.9 - BIBLIOGRAPHIE SELECTIONNEE DU CHAPITRE 4

- ROBINSON (J.R), ZSUTTY (T.C.), GUIORGADZE (G.), LIMA (L.J.), HOANG LONG HUNG et VILLATOUX (J.P.) - *La couture des jonctions par adhérence*. Annales ITBTP, juin 1974.
- *Bond action and bond behaviour of reinforcement* - Bulletin d'Information CEB n° 151, décembre 1981.
- FAUCHART (J.) et HOANG LONG HUNG - *Ancrage des treillis soudés formés de fils bruts de tréfilage de forme cylindrique*. Annales ITBTP, avril 1973.
- *Recommandations RILEM* (avril 1982)
  - . RC2 - *Essai de traction*
  - . RC4 - *Essai de pliage - dépliage*
  - . RC5 - *Essai d'adhérence* :
    - 1 - "Beam-test"
    - 2 - "Pull-out test"
- ROBINSON (J.R) - *La poutre en béton armé à talon et l'adhérence des barres groupées par deux au contact*. Annales ITBTP, décembre 1956.

II

**ÉTATS-LIMITES ULTIMES DE RÉSISTANCE  
SOUS SOLLICITATIONS NORMALES**

- 5 - HYPOTHESES
- 6 - TRACTION SIMPLE
- 7 - FLEXION SIMPLE
- 8 - FLEXION COMPOSÉE
- 9 - FLEXION DÉVIÉE
- 10 - COMPRESSION SIMPLE
- 11 - FLAMBEMENT

HYPOTHESES ET DONNEES POUR LES CALCULS  
SOUS SOLLICITATIONS NORMALES

Les sollicitations normales sont celles qui développent des contraintes normales sur les sections droites. Elles sont caractérisées par un moment fléchissant et/ou un effort normal, rapportés au centre de gravité de la section homogène lorsqu'il s'agit de calculs élastiques et que la section des armatures est connue ou au centre de gravité de la section de béton seul dans tous les autres cas, voir chapitre 8.

5.1 - HYPOTHESES GENERALES

Ces hypothèses sont celles utilisées en Résistance des Matériaux dans la théorie des poutres, à savoir :

- dimensions transversales faibles par rapport à la longueur ;
- rayon de courbure de la fibre moyenne grand par rapport aux dimensions transversales ;
- variations des dimensions de la section droite lentes et progressives.

5.2 - CALCULS VIS-A-VIS DES ETATS-LIMITES ULTIMES DE RESISTANCE SOUS SOLLICITATIONS NORMALES

5.21 - HYPOTHESES FONDAMENTALES

5.211 Hypothèses adoptées par les Règles BAEL (art. A-4.3,2)

Les hypothèses qui suivent sont celles qui sont applicables lorsque les effets du second ordre (influence des déformations sur les sollicitations) peuvent être négligés.

Lorsqu'il n'en est pas ainsi, il faut effectuer une vérification d'état-limite ultime de stabilité de forme, selon les hypothèses et méthodes indiquées au chapitre 11.

Ces hypothèses sont au nombre de six :

- 1 - au cours de la déformation d'une poutre sous l'action d'un système quelconque de forces extérieures, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions (principe de Bernoulli) (1) ;
- 2 - la résistance du béton tendu est considérée comme nulle ;
- 3 - par suite de l'adhérence, chaque armature subit la même variation linéaire que le béton situé à son niveau (supposé non fissuré si l'armature considérée est tendue) ;
- 4 - le raccourcissement relatif  $\epsilon_{bc}$  du béton est limité à :  
 $3,5 \cdot 10^{-3}$  en flexion  
 $2,0 \cdot 10^{-3}$  en compression simple ;
- 5 - l'allongement relatif  $\epsilon_s$  de l'acier le plus tendu est limité à  $10 \cdot 10^{-3}$  (2) ;  
(cette hypothèse n'est pas systématiquement retenue par l'EC2 (voir 5.212))

(1) Ce qui implique en corollaire l'absence de glissement entre les armatures longitudinales et le béton, hypothèse reprise au point 3.

(2) En règle générale, pour des armatures tendues disposées en nappes, on peut les supposer concentrées en leur centre de gravité.

6 - ("Règle des trois pivots"). Le dimensionnement d'une section à l'état-limite ultime est conduit en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C défini ci-après (BAEL, art. 4.3,3), chacun d'eux définissant une région.

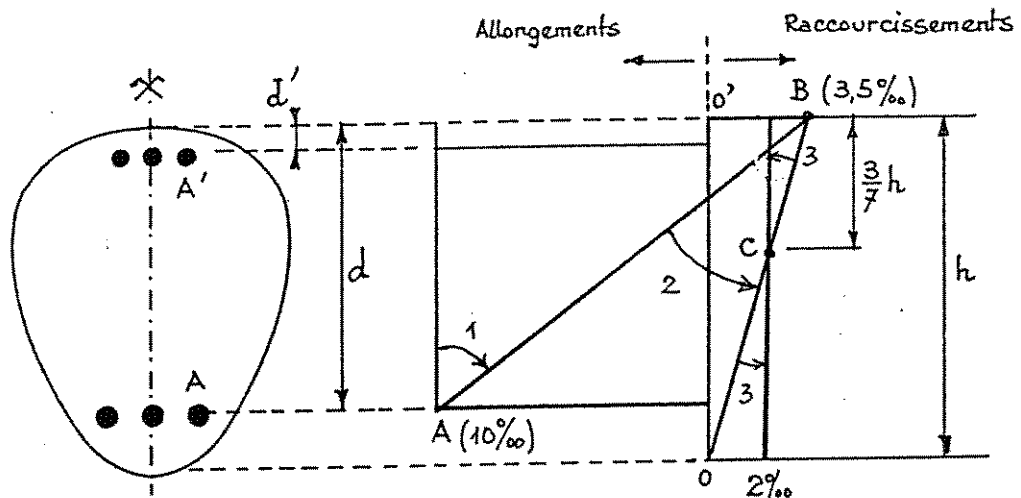


Figure 5.1

Pivot A Région 1 - L'allongement  $\epsilon_s$  de l'acier tendu est égal à  $10 \cdot 10^{-3}$ . La section est soumise à la traction simple ou à la flexion simple ou composée.

Pivot B Région 2 - Le raccourcissement  $\epsilon_{bc}$  du béton est égal à  $3,5 \cdot 10^{-3}$ . La section est soumise à la flexion simple ou composée.

Pivot C Région 3 - Le raccourcissement  $\epsilon_{bc}$  du béton au niveau de C est égal à  $2 \cdot 10^{-3}$ . La section est soumise à la flexion composée ou à la compression simple.

Pour la vérification d'une section à l'état-limite ultime, il suffit d'apporter la preuve qu'aucune des déformations limites n'est dépassée, c'est-à-dire

- qu'au niveau de l'acier le plus tendu,  $\epsilon_s \leq 10 \text{ ‰}$ ,
- que, sur la fibre extrême la plus comprimée de la section :

$$\epsilon_{bc} \leq 3,5 \text{ ‰}$$

- que, sur la fibre située à  $\frac{3}{7} h$  de la fibre la plus comprimée :

$$\epsilon_{bc} \leq 2 \text{ ‰}$$

### 5,212 Hypothèses adoptées par l'EC2

L'EC2 adopte les hypothèses 1 à 4 énumérées ci-dessus. En revanche il ne retient pas l'hypothèse 5, en indiquant seulement que "dans certains cas, il peut s'avérer utile de considérer une valeur limite pour la déformation des armatures de béton armé".

La valeur limite de 10‰ avait été adoptée par le CEB pour éviter que l'état-limite ultime ne soit atteint "par déformation plastique excessive".

Cette limite, pourtant bien commode pour le tracé des diagrammes d'interaction (voir chap. 8) est maintenant remise en cause par certains pays qui

considèrent qu'elle n'est pas nécessaire. Elle n'est d'ailleurs considérée ni par la norme britannique BS 8110, ni par le Code ACI. Dans l'Eurocode 2, elle n'est donnée qu'à titre indicatif. La norme allemande DIN 1045 a toujours pris en compte une limite de  $5 \cdot 10^{-3}$ .

Quoiqu'il en soit, on peut vérifier qu'une variation importante de la valeur numérique de la limite d'allongement de l'acier n'a qu'une faible incidence sur l'estimation des capacités de résistance d'une section. Cependant, ne pas fixer de valeur numérique ne signifie pas que l'allongement de l'acier à l'état limite ultime n'est pas limité, et cela pour deux raisons :

- l'allongement sous charge maximale (voir 2.251.3) constitue une limite physique qu'on ne peut franchir : au-delà, commence le phénomène de striction qu'il faut, pour des raisons évidentes, éviter ;
- l'adoption d'un pourcentage minimal d'acier (voir 7.411-5) entraîne un plafonnement automatique de l'allongement maximal de l'acier, correspondant à l'état d'équilibre de la section armée au pourcentage minimal.

### 5.22 - DIAGRAMMES CONTRAINTES-DEFORMATIONS DE CALCUL

#### 5.221 - Acier (BAEL, art. A-4.3,2)

Le module  $E_s$  n'étant que peu affecté par la dispersion, le diagramme de calcul d'un acier se déduit du diagramme idéalisé (voir 2.262) par une affinité parallèle à la droite de Hooke et de rapport  $1/\gamma_s$ , avec  $\gamma_s = 1,15$  en général ( $\gamma_s = 1$  vis-à-vis des sollicitations accidentelles).

Ce diagramme permet, connaissant la déformation relative  $\epsilon_s$  d'un acier occupant une position quelconque dans la section droite, d'en déduire la contrainte de calcul  $\sigma_s$  correspondante.

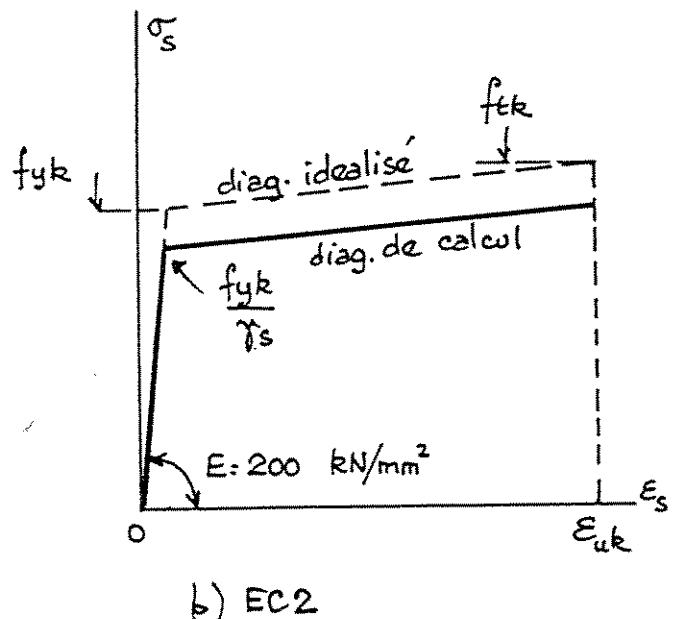
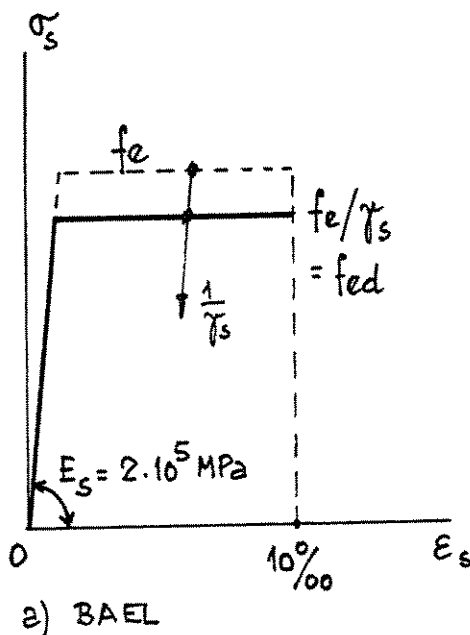


fig 5.2  
- 136<sup>2</sup> -



5.222 - Béton

En ce qui concerne le diagramme contraintes-déformations de calcul du béton, on fait l'hypothèse qu'il existe une loi de comportement unique traduite par une expression analytique dans laquelle la contrainte  $\sigma_{bc}$  est une fonction univoque de la déformation  $\epsilon_{bc}$ , et qui est valable dans tout le domaine de la flexion simple ou composée, pour toutes les fibres de la zone comprimée. Cette hypothèse est communément admise pour les calculs des éléments dans lesquels l'état-limite ultime est atteint par accroissement monotone de la sollicitation ; elle implique, en fait, l'hypothèse d'un comportement univoque non linéaire en compression et, en conséquence, elle n'est plus suffisante pour les calculs sous sollicitations alternées par exemple.

1° Diagramme parabole-rectangle (BAEL, art. A-4.3,41)

Le diagramme de calcul idéalisé du béton est le diagramme dit "parabole-rectangle" constitué par un arc de parabole du second degré prolongé par une ligne droite (fig 5.3):

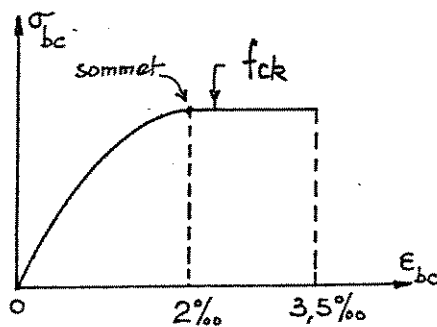


Fig 5.3

Bien noter que ce diagramme n'étant introduit que par un artifice de calcul, il n'a aucune signification physique et il serait faux de vouloir déduire de la pente de la tangente à l'origine la valeur du module de déformation longitudinale du béton. (Celle pente vaut en effet  $1000f_{ck}$ , à comparer à la formule [2.9] page 47 et aux valeurs du tableau 2.6 page 53.)  
 \* Diagramme parabole-rectangle de calcul

La pente de la tangente à l'origine n'étant pas indépendante de la résistance à la compression du béton, le diagramme parabole-rectangle "de calcul" se déduit du diagramme parabole-rectangle "caractéristique" par une affinité effectuée parallèlement à l'axe  $O\sigma_{bc}$  des contraintes, et de rapport  $\alpha/\gamma_b$ , avec  $\gamma_b = 1,5$ , sauf pour les actions accidentelles, pour lesquelles  $\gamma_b = 1,15$  (BAEL) ou  $\gamma_b = 1,3$  (EC2).

Enfin, le diagramme parabole-rectangle de calcul est défini (fig 5.4):

- par une parabole du second degré dont le sommet se trouve à l'abscisse  $2 \cdot 10^{-3}$  et à l'ordonnée  $\frac{\alpha f_{ck}}{\gamma_c}$  en notations EC2 ( $\alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_b}$  en notations BAEL - normalement,  $j=28$  jours)

- par un palier horizontal à cette ordonnée, s'étendant jusqu'à l'abscisse  $3,5 \cdot 10^{-3}$ .

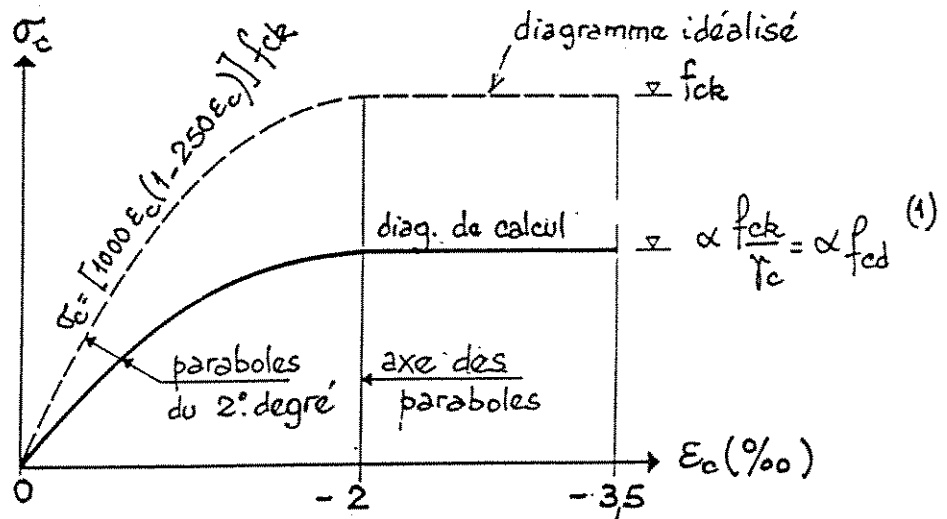


Figure 5.4 Diagramme  $\sigma - \epsilon$  du béton à utiliser pour la vérification des sections.

La raison du coefficient  $\alpha$  ( $< 1$ ) est que la résistance à la compression du béton dépend, entre autres paramètres, de la durée d'application des charges. Ce phénomène a été étudié en 2,121-4. Il est rappelé que des contraintes soutenues entraînent une chute de la résistance apparente du béton à la compression. En contrepartie, le durcissement entraîne une augmentation de la résistance dans le temps. Ces deux phénomènes, qui agissent en sens inverse, finissent par se compenser: il existe alors une résistance minimale du béton sous une charge appliquée pendant un temps critique, qui est de l'ordre de 85% de la résistance sous charges de longue durée ("effet RÜSCH", voir Bulletin d'information du CEB n°36)

Dans les Règles BAEL 90, la valeur  $\alpha$  a été modulée et prise égale à

$$\alpha = \frac{0,85}{\theta} \quad (1)$$

avec:

$\theta = 1$  lorsque la durée d'application de la combinaison d'actions considérée est supérieure à 24h

$\theta = 0,9$  lorsque cette durée est comprise entre 1h et 24h

$\theta = 0,85$  lorsqu'elle est inférieure à 1h.

Cette modulation n'a pas une grande conséquence pratique lorsque l'état limite ultime serait atteint par suite de l'allongement excessif des aciers (à notre avis, elle constitue un "raffinement" inutile qui ne fait que compliquer le calcul!). Elle n'existe pas dans l'EC2, qui indique seulement que  $\alpha$  peut généralement être pris égal à 0,85, et qu'il doit être réduit à

(1) Faire attention que " $\alpha$ " est le "coefficient à tout faire" des Règles BAEL; il y a en effet des significations multiples: rapport de longueurs, de charges, de moments, etc...

0,80 pour les zones comprimées dont la largeur décroît vers les fibres les plus comprimées. Cette réduction n'est prise en compte dans les Règles BAEL que dans le cas où l'on utilise le diagramme rectangulaire simplifié.

1 dans certains cas limites l'introduction de  $\theta$  (qui revient à augmenter  $f_{c28}$ ) conduit à une anomalie; prévoir des aciers comprimés, qui n'auraient pas été nécessaires sans cela!

2°. Diagramme rectangulaire

La distribution rectangulaire des contraintes de compression du béton que l'on trouve dans la plupart des textes réglementaires (BAEL, EC2, BS 8110, DIN 1045, ACI, etc.) constitue une simplification qui a été tirée de la condition que, pour un type de section donné, avec différents modes de chargement, l'armature nécessaire soit sensiblement la même que celle que l'on obtiendrait avec un diagramme plus exact, tel que le diagramme parabole rectangle.

Cette simplification a surtout de l'intérêt dans le cas où l'axe neutre est à l'intérieur de la section, c'est-à-dire ceux où la section n'est pas entièrement comprimée, c'est-à-dire encore ceux qui correspondent à des diagrammes de déformation passant par l'un des pivots A ou B, à l'exclusion du pivot C. Dans ce cas, en effet, les résultats sont en bon accord avec ceux donnés par le diagramme parabole-rectangle.

L'équivalence des deux diagrammes se vérifie en observant que les "volumes des contraintes" qui mesurent la force de compression du béton sont sensiblement égaux et que leur centre de gravité occupe sensiblement la même position. Pour une zone comprimée de largeur constante, cette équivalence se ramène à celle des surfaces et aux positions respectives de leurs centres de gravité.

En désignant par  $y_u$  la distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée, on définit comme suit le diagramme rectangulaire simplifié (fig 5.5):

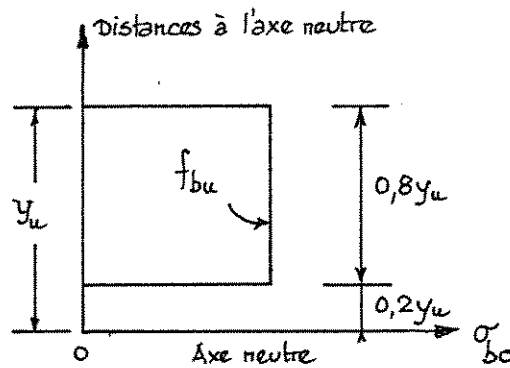


Figure 5.5

- sur une distance  $0,2 y_u$  à partir de l'axe neutre, la contrainte est nulle,
- sur la distance  $0,8 y_u$  restante, la contrainte vaut  $\frac{\alpha f_{ck}}{\gamma_b}$  avec:

a) Dans le cas de l'EC2:

$\alpha = 0,85$ , cette valeur étant ramené à 0,80 dans le cas de zones comprimées dont la largeur décroît vers les fibres les plus comprimées (triangle, cercle, etc.)

b) Dans le cas des Règles BAEL:

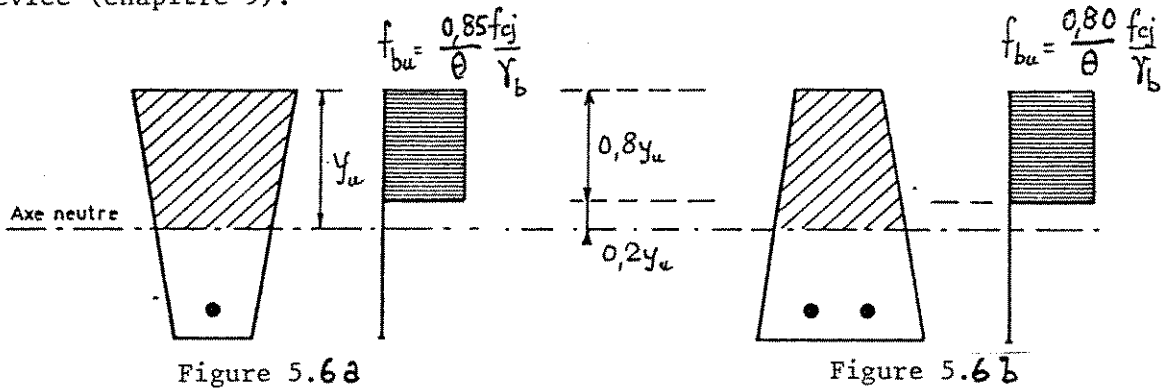
Pour les zones comprimées dont la largeur est, soit constante, soit croissante vers les fibres les plus comprimées (voir figure 5.6a),

$$\alpha = \frac{0,85}{\theta} \quad (\text{pour } \theta, \text{ voir page 138!})$$

Pour les zones comprimées dont la largeur est décroissante vers les fibres les plus comprimées (figure 5.6b)

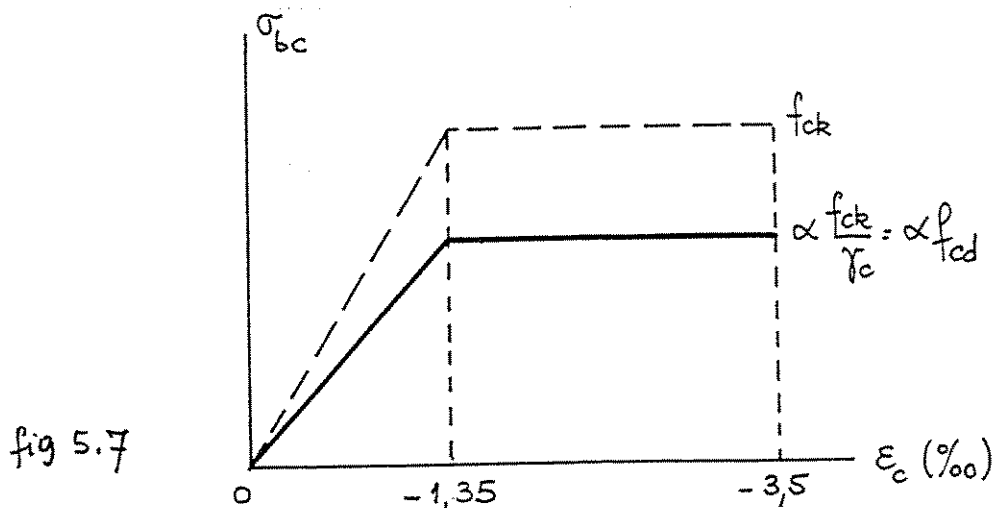
$$\alpha = \frac{0,80}{\theta} \quad (\text{pour } \theta, \text{ voir page 138!})$$

Cette valeur doit, en particulier, être adoptée dans les calculs de flexion déviée (chapitre 9).



3°. Autres diagrammes

L'EC2 autorise l'utilisation d'autres diagrammes idéalisés, à condition qu'ils soient "équivalents" au diagramme parabole-rectangle, ce qui est le cas du diagramme bilinéaire représenté fig 5.7 (mais que nous n'utiliserons pas dans la suite du cours).



5.3 - CALCULS VIS-A-VIS DES ETATS-LIMITES DE SERVICE SOUS SOLLICITATIONS NORMALES  
(CALCULS ELASTIQUES)

5.31 HYPOTHÈSES FONDAMENTALES

Les trois hypothèses qui suivent sont les mêmes que les trois premières hypothèses prises en compte dans les calculs vis-à-vis des états-limites ultimes de résistance (voir 5.211):

- 1 - les sections droites restent planes,
- 2 - la résistance du béton tendu est considérée comme nulle,
- 3 - l'armature subit la même variation linéaire que le béton situé à son niveau (1)
- 4 - Le béton et l'acier sont supposés obéir à la loi de Hooke, c'est-à-dire qu'à toute déformation relative  $\epsilon$  d'un élément de fibre compris entre deux sections droites infiniment voisines correspond une contrainte normale

$$\sigma = E \epsilon$$

avec  $E$ , module de déformation longitudinale du matériau constitutif de la fibre considérée.

5.32 CONSÉQUENCES DE CES HYPOTHÈSES - COEFFICIENT D'ÉQUIVALENCE

D'après l'hypothèse 3 faite en 5.31, en un point où béton et acier sont au contact, les deux matériaux subissent, du fait de l'adhérence, la même déformation

$$\epsilon_s = \epsilon_b$$

c'est-à-dire que l'on a, d'après l'hypothèse 4:

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_b}{E_b}$$

ou  $\sigma_s = \frac{E_s}{E_b} \sigma_b = n \sigma_b$ , en posant  $n = \frac{E_s}{E_b}$

La force dans l'acier (aire de la section droite  $A$ ) est ainsi :

$$F_s = A \sigma_s = A (n \sigma_b) = (nA) \cdot \sigma_b$$

Il est donc possible d'appliquer au béton armé, matériau hétérogène, les formules classiques de la Résistance des Matériaux établies pour les corps homogènes à condition :

- 1°) de remplacer toute aire  $A$  d'acier par une aire de béton fictive équivalente  $nA$  ayant même centre de gravité ;
- 2°) de considérer, à la place des aires réelles constituées par une aire totale  $B$  de béton et une aire totale  $A$  d'acier, des sections homogènes réduites constituées

(1) Toutefois, si on calcule les déformations d'ensemble d'un tronçon de poutre ou de poteau on peut tenir compte de l'influence du béton tendu entre les fissures sur l'allongement global de la zone fissurée (voir chap. 15 et BAEL, art. A-4.6,12).

par une aire de béton  $[(B - B_t) + nA]$ , où  $B_t$  désigne l'aire de la zone de béton éventuellement tendu, qui doit être déduite de l'aire totale  $B$  en vertu de l'hypothèse 2.

Les formules de la Résistance des Matériaux sont donc appliquées à ces sections homogènes réduites.

Le coefficient  $n$ , théoriquement égal à  $E_s/E_b$  est le coefficient d'équivalence. Mais si  $E_s$  est constant,  $E_b$  dépend de la durée d'application de charges et varie entre  $E_i$  et  $E_v$  (voir 2.144).

Pour simplifier, conventionnellement, on adopte pour les calculs vis-à-vis des états-limites de service, la valeur fixe  $n = 15$ .

Ainsi, dans un état-limite de service, la contrainte d'une fibre d'acier est égale à quinze fois la contrainte de la fibre de béton qui aurait le même cent de gravité.

### 5.33 HYPOTHÈSES COMPLÉMENTAIRES

Ces hypothèses, qui complètent les hypothèses 1 à 4 ci-dessus, sont au nombre de 3. L'hypothèse n° 7 ne figure sous cette forme dans aucun texte réglementaire, ni dans aucun cours de béton armé; cette présentation inhabituelle a simplement pour but de mettre en évidence certaines analogies entre les hypothèses du calcul à l'état-limite ultime avec celles du calcul aux états-limites de service (puisque, dans ce dernier cas, limiter les contraintes revient à limiter les déformations, d'après la loi de Hooke):

5 - la contrainte maximale de la fibre de béton la plus comprimée est limitée à une valeur  $\bar{\sigma}_{bc}$

6 - la contrainte maximale des armatures les plus tendues, supposées concentrées en leur centre de gravité, est limitée, normalement, à une valeur  $\bar{\sigma}_s$

7 - ("Règle des deux pivots"). Le dimensionnement d'une section à un état-limite de service est conduit en supposant que le diagramme des contraintes est le

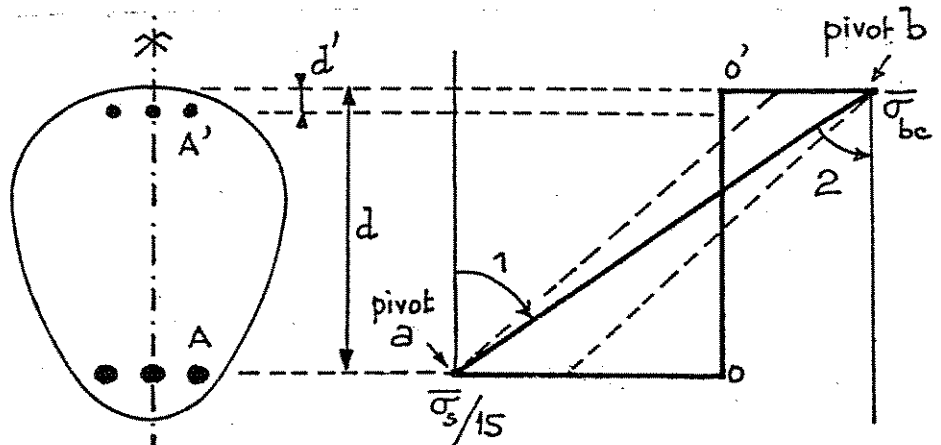


Figure 5.8

diagramme linéaire dit "diagramme de Navier" -  $\sigma_{bc}$  pour le béton ;  $\frac{\sigma_s}{15}$  pour l'acier, voir 5,32 - et qu'il passe par l'un des deux pivots a ou b définis sur la figure 5.8, chacun d'eux définissant une région:

Pivot a, Région 1 : le diagramme de Navier passe par le point a qui correspond à la contrainte limite  $\bar{\sigma}_s$  (en fait  $\frac{\bar{\sigma}_s}{15}$  sur le diagramme) de l'acier le plus tendu : la section est soumise à la traction simple ou à la flexion simple ou composée.

Pivot b, Région 2 : le diagramme de Navier passe par le point b qui correspond à la contrainte limite  $\bar{\sigma}_{bc}$  de la fibre la plus comprimée : la section est soumise à la flexion simple ou composée.

Pour la vérification d'une section aux états-limites de service, il suffit d'apporter la preuve qu'aucune des contraintes limites n'est dépassée, c'est à-dire :

- qu'au niveau de l'acier le plus tendu :  $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$
- que, sur la fibre extrême la plus comprimée de la section :  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ .

## 5.34 PRESCRIPTIONS DES RÈGLES BAEL

### 5.341 Etat-limite de compression du béton (BAEL, art. A 4.5, 2)

Cet état-limite est défini par  $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$ .

### 5.342 Etats-limites d'ouverture des fissures (BAEL, art A 4.5,33 et A4.5,34)

#### - 1 Classement des éléments selon le danger présenté par leur fissuration

Le commentaire de l'article A 4.5,31 indique qu'étant donné la très grande variété du phénomène de fissuration et le nombre de paramètres en cause, il est impossible de fixer des règles générales concernant le degré de nocivité des fissures.

Pour les bâtiments et ouvrages assimilés, l'article B 2.4 précise toutefois que la fissuration est considérée comme :

- préjudiciable pour les éléments :
  - . exposés aux intempéries ou à des condensations,
  - . ou alternativement noyés et émergés en eau douce.
- très préjudiciable pour les éléments :
  - . exposés à un milieu agressif (eau de mer, embruns, brouillards salins, eau très pure, gaz ou sols corrosifs) ;
  - . ou devant assurer une étanchéité.
- peu préjudiciable "dans les autres cas".

Parmi ces "autres cas", on peut citer par exemple:

- . les éléments situés dans des locaux couverts et clos, non soumis (sauf exceptionnellement et pour de courtes durées) à des condensations ;
- . les parements non visibles ou ne faisant pas l'objet de conditions spécifiques concernant l'ouverture des fissures.

Pour les ponts routiers, le commentaire déjà cité de l'article A 4,5,31 considère que la fissuration est:

- peu préjudiciable dans la plupart des cas où les ouvrages sont de formes simples, en milieu peu agressif, avec des armatures telles que  $f_e \leq 400$  MPa,
- préjudiciable en milieu modérément agressif, avec des ouvrages minces, de nombreuses surfaces de reprise ou lorsqu'il s'agit d'éléments soumis à une traction peu excentrée,
- très préjudiciable en milieu fortement agressif.

- 2 Limites imposées à la contrainte des aciers tendus

La contrainte en service des aciers tendus n'est limitée qu'en cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable:

- fissuration préjudiciable:

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left[ \frac{2}{3} f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}^* \right] \quad (\text{MPa})$$

- fissuration très préjudiciable:

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left[ \frac{1}{2} f_e ; 90 \sqrt{\eta f_{t28}}^{**} \right] \quad (\text{MPa})$$

où  $\eta$  désigne le coefficient de fissuration (= 1,6 pour les barres HA courantes et  $f_{t28}$  la résistance du béton à la traction.

Les valeurs de  $\bar{\sigma}_s$  auxquelles conduisent les formules précédentes sont données par le tableau 5.1 ci-après.

Remarque: Le fait que  $\bar{\sigma}_s$  ne soit pas limité en cas de fissuration peu préjudiciable ne signifie pas pour autant que sa valeur "va atteindre des sommets". En flexion simple, par exemple, si l'on calcule la contrainte de l'acier en service d'une section dimensionnée à l'état-limite ultime, on trouve que  $0,5 f_e \leq \bar{\sigma}_s \leq 0,7 f_e$ .

\* ou encore  $85,2 \sqrt{\eta} \sqrt{1 + \frac{f_{c28}}{10}}$  en faisant apparaître  $f_{c28}$  (au lieu de  $f_{t28}$ )

\*\* ou encore  $69,7 \sqrt{\eta} \sqrt{1 + \frac{f_{c28}}{10}}$



$f_{c28}$ MPa	$f_{t28}$ MPa	Fissuration préjudiciable			Fissuration très préjudiciable		
		Barres et fils HA TS HA		Treillis soudés lisses	Barres et fils HA TSHA		Treillis soudés lisses
		$\eta=1,6$	$\eta=1,3$	$\eta=1$	$\eta=1,6$	$\eta=1,3$	$\eta=1$
20	1,8	186,7	168,3	147,6	152,7	137,7	120,7
25	2,1	201,6	181,8	159,4	165,0	148,7	130,4
30	2,4	215,6	194,3	170,4	176,4	159,0	139,4
35	2,7	228,6	206,1	180,8	187,1	168,6	147,9
40	3,0	241,0	217,2	190,5	197,2	177,7	155,9
45	3,3	252,8	227,8	199,8	206,8	186,4	163,5
50	3,6	264,0	238,0	208,7	216,0	194,7	170,8
55	3,9	274,8	247,7	217,2	224,8	202,7	177,7
60	4,2	285,2	257,0	225,4	233,3	210,3	184,5

(les valeurs n'ont pas, volontairement, été arrondies à l'entier le plus voisin. Dans la pratique, une telle précision ne s'impose pas et on peut travailler avec des valeurs arrondies (202 MPa au lieu de 201,6 par exemple)..

Tableau 5.1 . Règles BAEL : Valeurs de  $\bar{\sigma}_s$

### 5.35 PRESCRIPTIONS DE L'EC2 (chapitre 4.3)

Les vérifications relatives aux conditions de service sont définies par référence à :

- 1 - une limitation des contraintes en service
- 2 - des états-limites de fissuration
- 3 - des états-limites de déformation (voir chapitre 15 du présent cours)

Les exigences vis-à-vis de la fissuration se réfèrent à cinq classes d'exposition définies dans le chapitre 4.4 Durabilité

- 1 - Environnement sec : par exemple, intérieurs des bâtiments à usage d'habitation ou de bureaux
- 2 - Environnement humide avec ou sans exposition au gel (en général, extérieur)

- 3 - Ouvrages exposés à l'action des sels anti-verglas.
- 4 - Environnement marin
- 5 - Environnement chimiquement agressif.

5.351 - LIMITATION DES CONTRAINTES EN SERVICE (article 4.3.1.1)

- 1 - LIMITATION DE LA CONTRAINTE DE COMPRESSION DU BETON

- 1°) Pour éviter l'apparition de fissures longitudinales, à moins que des mesures spéciales telles que augmentation de l'enrobage des aciers comprimés ou frettage du béton comprimé n'aient été prises, la contrainte du béton, pour les classes d'exposition 3 ou 4 est limitée, sous les combinaisons rares, à  $0,6 f_{ck}$ .
- 2°) Pour éviter que le fluage du béton comprimé n'affecte le comportement de l'élément considéré, à moins que le rapport  $\lambda/d$  d'un élément soit au plus égal à 85 % des valeurs données à l'article 4.3.3.2 (voir chap. 15), la contrainte du béton sous charges quasi-permanentes est limitée à  $0,45 f_{ck}$ .

- 2 - LIMITATION DE LA CONTRAINTE DE TRACTION DE L'ACIER

Afin de respecter les exigences de durabilité et d'éviter une ouverture excessive des fissures, la contrainte de l'acier en service est limitée :

- sous les combinaisons rares, à  $0,8 f_{yk}$  (ce qui n'est guère contraignant; voir remarque au bas de la page 141!)
- sous l'effet des déformations imposées seules, à  $f_{yk}$ .

Ces limites sont réputées non atteintes lorsque :

- le calcul à l'état-limite ultime de résistance sous sollicitations normales a été conduit conformément aux règles du chapitre 4.1 (voir 5.2/2);
- le pourcentage minimal d'armatures est respecté ;
- les dispositions constructives du chapitre 5 sont suivies ;
- l'analyse à l'état-limite ultime a été faite en limitant à 30 % ( $\delta \geq 0,7$ , voir 3.424-1) le pourcentage de redistribution des moments de flexion.

- 3 - CALCUL DES CONTRAINTES (article 4.3.1.2)

Ce calcul est fait selon le cas :

- soit en section homogène, si la contrainte maximale du béton en traction calculée sous les combinaisons rares est inférieure à  $f_{ctm}$ ,
- soit en section fissurée, dans le cas contraire, en négligeant toute contribution du béton tendu.

Pour le calcul des contraintes, il faut en outre tenir compte :

- des effets du retrait et du fluage,
- des autres actions indirectes, telles que la température.

Si plus de 50 % des contraintes proviennent d'actions quasi-permanentes, celles-ci sont prises en compte et l'on prend  $\alpha_e = 15$  ( $\alpha_e$  = coefficient d'équivalence). Sinon, ces actions sont négligées.

### 5.352 - ETATS-LIMITES DE FISSURATION

La vérification a pour objet de s'assurer que l'ouverture maximale calculée des fissures n'excède pas une limite fixée en accord avec le client en fonction de la nature et de la destination de l'ouvrage et du coût résultant de cette limitation.

*Il y a là une différence sensible avec les Règles BAEL : celles-ci ne demandent pas un calcul de l'ouverture des fissures, estimant que les limitations de contraintes qu'elles proposent suffisent pour maintenir l'ouverture des fissures dans des limites acceptables ( voir dans ce cours, la remarque au bas de la page 18 ).*

En l'absence d'exigences particulières (telles que l'étanchéité par exemple), il peut être admis que :

- pour la classe d'exposition 1, la largeur des fissures n'a pas à être limitée car elle n'a pas d'effet sur la durabilité ;
- pour les classes d'exposition 2, 3 et 4, l'ouverture maximale calculée des fissures sous les combinaisons d'actions quasi-permanentes est limitée, pour les bâtiments, à 0,3 mm environ.

La limitation de l'ouverture des fissures est obtenue :

- en prévoyant un pourcentage minimal d'armatures adhérentes déterminé de manière que la limite d'élasticité de l'armature ne soit pas atteinte avant la charge de fissuration ;
- en limitant les distances entre les barres et les diamètres de celles-ci.

*Se reporter au chapitre 15 pour les détail des prescriptions de l'EC2.*

TRACTION SIMPLE

(ce chapitre se réfère exclusivement aux Règles BAEL)

6.0 - DEFINITION

Une poutre rectiligne est sollicitée en traction simple lorsque l'ensemble des forces extérieures agissant à gauche d'une section droite  $\Sigma$  est réductible au centre de gravité  $G$  de  $\Sigma$  à une force unique  $N$  (effort normal) perpendiculaire au plan de  $\Sigma$  et dirigée vers la gauche (fig. 6.1).

Dans une poutre rectiligne en béton armé sollicitée en traction simple ou "tirant", le centre de gravité des armatures est confondu avec le centre de gravité  $G_0$  du béton seul.

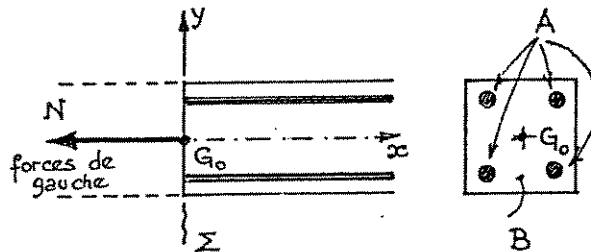


Figure 6.1

6.1 - COMPORTEMENT EXPERIMENTAL DES ELEMENTS SOUMIS A LA TRACTION SIMPLE

Dans ces éléments, le béton armé ne se comporte élastiquement que dans un domaine limité où la contrainte de l'acier reste faible par rapport aux contraintes correspondant aux états-limites de service.

Si l'on fait croître l'effort de traction, l'élément, s'il n'est pas fragile (voir 6,2), peut supporter des efforts normaux notablement supérieurs à ceux correspondant à l'allongement de rupture du béton à la traction (allongement unitaire de l'ordre de  $80 \times 10^{-6}$ ), tout en restant apparemment intact, c'est-à-dire sans que l'on décèle à l'oeil nu des fissures.

Dans le cas de bétons possédant une bonne résistance à la traction et d'éléments comportant des armatures de faible diamètre très bien réparties dans la section, on peut atteindre des allongements de l'ordre de  $1000 \mu/m$  soit plus de dix fois l'allongement de rupture du béton, l'élément restant apparemment intact.

Tout se passe comme si le béton s'allongeait sous effort de traction constant. Ce phénomène a été pendant longtemps désigné sous le terme d'"étirage du béton". Mais ce comportement est en fait plus apparent que réel.

En utilisant des moyens d'investigation plus perfectionnés que le simple examen visuel, l'observation attentive des éléments en béton armé montre que le béton apparemment non fissuré présente en réalité de fines fissures.

Dès avant la dernière guerre, de nombreuses études expérimentales avaient été entreprises sur les phénomènes de fissuration des éléments en béton armé, qu'il s'agisse de pièces tendues ou des parties tendues des pièces fléchies. On a pu observer que les fissures n'ont pas une ouverture constante et que ce n'est que lorsqu'elles atteignent une certaine ouverture critique en surface qu'elles se propagent jusqu'à l'armature.

Vers 1960, parmi d'autres auteurs, L.P. Brice a donné une théorie générale de la fissuration reposant sur des hypothèses simples : il admettait que l'adhérence est un phénomène de frottement et que la contrainte d'adhérence est constante le long d'une barre. Cette théorie, développée en annexe des Règles BA 1960 et reprise en annexe des Règles CCBA 68 était en accord satisfaisant avec l'expérience, malgré le caractère très aléatoire du phénomène de fissuration (position, développement, espacements et ouvertures des fissures). Elle conduisait à une expression de l'ouverture des fissures et permettait à l'inverse d'établir des formules limitant la contrainte des armatures en fonction des conditions imposées (du fait du milieu ambiant), du diamètre des barres et de leur enrobage (1).

Cette théorie n'a pas été reprise dans les Règles BAEL, d'une part dans un but de simplification, d'autre part pour tenir compte du fait que les effets de corrosion éventuelle ne présentent pas le même caractère de gravité avec des armatures de faible diamètre ou avec des armatures de gros diamètre. L'état-limite de service des éléments soumis à la traction simple est ainsi défini par une limite imposée à la contrainte de l'acier en service (voir tableau 5.1) indépendante de certains des paramètres autrefois pris en compte (pourcentage d'armatures, par exemple).

## 6.2 - CONDITION DE NON-FRAGILITE

La ruine d'un élément soumis à la traction simple survient (par déformation excessive) lorsque la contrainte des armatures atteint la valeur de la limite d'élasticité au droit d'une fissure largement ouverte.

La sollicitation provoquant la fissuration du béton ne doit donc pas entraîner dans l'acier le dépassement de la limite d'élasticité (BAEL, art. A-4.2).

Cette condition se traduit par :

$$A f_e \geq B \cdot f_{t28} \quad [6.1a]$$

avec : A    aire totale de la section des armatures longitudinales  
B    aire de la section droite de béton  
 $f_e$     limite d'élasticité de l'acier (voir 2.261, tableau 2.8)  
 $f_{t28}$     résistance caractéristique à la traction du béton  
          (voir tableau 5.1 )

(1) Les problèmes relatifs à la fissuration du béton sont repris et développés au chapitre 15 .

### 6.3 - DETERMINATION DES ARMATURES LONGITUDINALES

Le béton tendu étant négligé, l'effort de traction doit être intégralement équilibré par les armatures longitudinales.

$$\text{Données : } \begin{cases} N_u = \sum \gamma_i N_i & (\text{voir 3.311-1 et -2}) \\ N_{ser} = \sum N_i & (\text{voir 3.312}) \\ B, f_e, f_{t28}, \bar{\sigma}_s & (\text{voir tableau 5.1}) \end{cases}$$

Inconnue : Section A des armatures longitudinales

#### 1° Cas où la fissuration est considérée comme peu préjudiciable :

Dans ce cas, le dimensionnement résulte uniquement de l'état limite ultime et

$$A = \text{Max} [A_u ; A_{min}]$$

\* Calcul de  $A_u$  :

A l'état-limite ultime, la droite des déformations est la verticale du pivot A (voir 5.2H-6). A l'allongement  $\epsilon_s = 10 \%$  des aciers correspond la contrainte  $f_{ed} = f_e / 1,15$  (en général) :

$$A_u = \frac{N_u}{f_{ed}} \quad (\text{m}^2, \text{MN}, \text{MPa}) \quad [6.2]$$

\* Calcul de  $A_{min}$  :

La condition de non-fragilité donne  $A_{min} = \frac{B f_{t28}}{f_e}$ .

#### 2° Cas où la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable :

a) Pour  $f_e = 500 \text{ MPa}$ , le dimensionnement résulte uniquement de l'état-limite de service. Il faut prendre :

$$A = \text{Max} [A_{ser} ; A_{min}]$$

avec  $A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$  ( $\text{m}^2, \text{MN}, \text{MPa}$ ) et  $A_{min} = \frac{B f_{t28}}{f_e}$

$\bar{\sigma}_s$  est donné par les conditions de fissuration (cf. tableau 5.1).

b) Pour  $f_e \leq 400 \text{ MPa}$ , le dimensionnement peut résulter soit de l'état-limite ultime, soit de l'état-limite de service, et dans ce cas :

$$A = \text{Max} [A_u ; A_{ser} ; A_{min}]$$

En effet, on a  $A_u > A_{ser}$  lorsque

$$\gamma = \frac{N_u}{N_{ser}} > \frac{f_e}{1,15 \bar{\sigma}_s}$$

En général  $1,35 \leq \gamma \leq 1,5$

Compte-tenu des valeurs de  $\bar{\sigma}_s$ , l'inégalité précédente n'est jamais vérifiée dans le cas des aciers FeE 500 (en effet, la plus grande valeur possible de  $\bar{\sigma}_s$  est  $\bar{\sigma}_s = 285,2 \text{ MPa}$  et  $\frac{500}{1,15 \times 285,2} = 1,52 > 1,5$ ) ce qui implique que l'on a toujours  $A_{ser} > A_u$  pour ces aciers.

En ce qui concerne les aciers FeE 400, on aboutit aux conclusions suivantes :

- en cas de fissuration préjudiciable,
  - si  $f_{c28} \leq 35 \text{ MPa}$ , le calcul de  $A_u$  est inutile ( $A_{ser} > A_u$ )
  - si  $f_{c28} = 40 \text{ MPa}$  ou  $f_{c28} = 45 \text{ MPa}$ , il faut calculer  $A_u$  et  $A_{ser}$
  - si  $f_{c28} \geq 50 \text{ MPa}$ , le calcul de  $A_{ser}$  est inutile ( $A_u > A_{ser}$ )
- en cas de fissuration très préjudiciable, on a toujours  $A_{ser} > A_u$ , sauf si  $f_{c28} = 60 \text{ MPa}$ , auquel cas il faut calculer  $A_u$  et  $A_{ser}$ .

La section A une fois déterminée, on en déduit le diamètre  $\emptyset$  des barres et le nombre  $m$  de barres nécessaires, en choisissant :

- $\emptyset \geq 6 \text{ mm}$  en cas de fissuration préjudiciable
- et  $\emptyset \geq 8 \text{ mm}$  en cas de fissuration très préjudiciable.

Ne pas oublier de prévoir les recouvrements éventuels ou bien des barres supplémentaires pour rétablir la continuité au droit des coupures des barres principales (voir 4.514).

Pour les armatures transversales, voir 6.6.

#### 6.4 - DIMENSIONNEMENT (BETON ET ARMATURES)

Données :  $N_u$  et  $N_{ser}$ ,  $f_e$ ,  $f_{t28}$ ,  $\bar{\sigma}_s$  (tableau 5.1)

Inconnues : A et B

1 - Section A :

\* Cas des aciers FeE 500 :

- fissuration peu préjudiciable :  $A = A_u$
- fissuration préjudiciable ou très préjudiciable :  $A = A_{ser}$

\* Cas des aciers FeE 400 :

- fissuration peu préjudiciable :  $A = A_u$
  - fissuration préjudiciable :
- $f_{c28} \leq 35 \text{ MPa}$  :  $A = A_{ser}$

$$\left. \begin{array}{l} f_{c28} = 40 \text{ MPa} \\ f_{c28} = 45 \text{ MPa} \end{array} \right\} A = \text{Max} [A_u; A_{ser}]$$

$$f_{c28} \geq 50 \text{ MPa} : A = A_u$$

- fissuration très préjudiciable :  $A = A_{ser}$  sauf si

$$f_{c28} = 60 \text{ MPa} : A = \text{Max} [A_u; A_{ser}]$$

$A_u$  et  $A_{ser}$  calculés à chaque fois comme indiqué ci-dessus.

En déduire le diamètre  $\emptyset$  des barres et le nombre  $m$  de barres nécessaires, comme ci-dessus en 6.3.

## 2 - Section B

Bien que n'intervenant pas dans le calcul, la section B de béton ne peut être choisie quelconque. Elle doit :

- satisfaire à la condition [6.1] de non-fragilité

$$B \leq A \frac{f_e}{f_{t28}}$$

- assurer l'enrobage des armatures (voir 4.0) compte tenu des distances minimales réglementaires à respecter entre les barres,
- permettre de loger l'ensemble des barres nécessaires à l'équilibre en prévoyant éventuellement des barres supplémentaires pour rétablir la continuité au droit des coupures des barres principales (voir 4.514).

Pour les armatures transversales, voir 6.6.

## 6.5 - VERIFICATION DES CONTRAINTES EN SERVICE

(Si la fissuration est peu préjudiciable, cette vérification est sans objet).

Données :  $N_{ser}$ , B, diamètre  $\emptyset$  des barres, nombre total  $m$  de barres

Inconnue :  $\sigma_s$  en service ( $\sigma_{s,ser}$ )

S'il s'agit de barres d'une seule longueur ou de cerces fermées (armatures de parois de réservoirs circulaires par exemple) dont les extrémités se chevauchent sur la longueur  $l_r$ , les  $m$  barres sont utiles et

$$A = m \frac{\pi \emptyset^2}{4}$$

Si certaines barres sont coupées et si l'on rencontre  $p$  coupures sur une longueur de tirant égale à la longueur  $l_s$ , il n'y a que  $m - p$  barres utiles (voir 4.514) et

$$A = (m - p) \frac{\pi \emptyset^2}{4}$$



Il faut vérifier :  $A \geq B f_{t28} / f_e$ . Si oui, on a (béton tendu non pris en compte) :

$$\sigma_{s,ser} = \frac{N_{ser}}{A}$$

Il faut :  $\sigma_{s,ser} \leq \bar{\sigma}_s$ ,  $\bar{\sigma}_s$  fixé par les conditions de fissuration (tableau 5.1).

### 6.6 - ARMATURES TRANSVERSALES DES TIRANTS

a) Diamètre  $\phi_t$  : si ces armatures transversales sont :

- des ronds lisses ou des barres HA :  $\phi_t \geq \frac{\phi_\ell}{3}$

- des fils tréfilés HA :  $\phi_t \geq \frac{\phi_\ell}{4}$

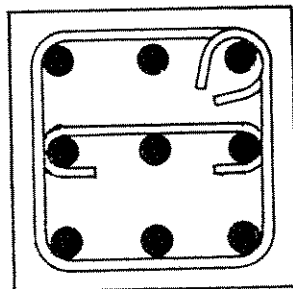
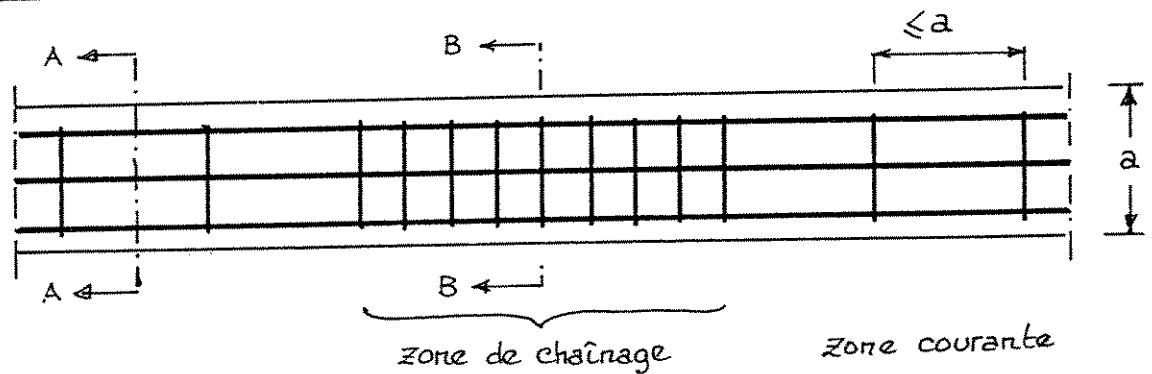
$\phi_\ell$  diamètre des armatures longitudinales à maintenir.

b) Espacement  $s_t$

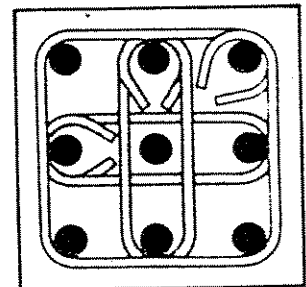
- en zone courante :  $s_t \leq a$  avec  $a$ , petit côté de la section

- dans une zone de recouvrement : armatures de couture, voir 4.513.

### 6.7 - FERRAILLAGE D'UN TIRANT (exemple)



Coupe AA  
(Zone courante)



Coupe BB  
(Zone de chaînage)

Figure 6.2

7  
FLEXION SIMPLE<sup>(1)</sup>

7.0 - DEFINITION

Une poutre à plan moyen, c'est-à-dire "à plan de symétrie", est sollicitée en flexion plane simple lorsqu'elle est soumise à l'action de forces contenues dans des plans normaux à la ligne moyenne et disposées symétriquement par rapport au plan moyen, ou à l'action de couples d'axes perpendiculaires à ce plan.

Il en résulte que lorsqu'une poutre à plan moyen est sollicitée en flexion plane simple, l'ensemble des forces ou couples appliqués à gauche d'une section droite  $\Sigma$  est réductible au centre de gravité G de  $\Sigma$  à (fig. 7.1) :

- un couple M d'axe perpendiculaire au plan moyen (moment fléchissant)
- une force V située dans le plan de  $\Sigma$  et dans le plan moyen (effort tranchant).

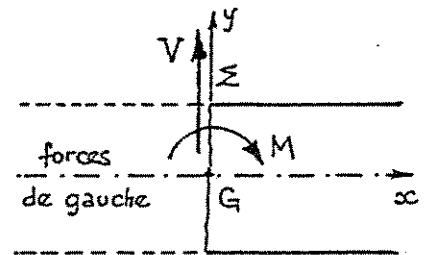


Figure 7.1

Les effets de M et ceux de V sont étudiés séparément :

- si M est positif, ce qui est en particulier le cas des sections en travée des poutres, continues ou non, soumises à des charges de pesanteur, la partie supérieure de la section est comprimée, la partie inférieure est tendue ;
- si M est négatif, ce qui est en particulier le cas des sections sur appuis des poutres continues soumises à des charges de pesanteur et de toutes les sections des consoles ou parties en porte-à-faux de poutres, la partie supérieure de la section est tendue, la partie inférieure est comprimée.

7.1 - COMPORTEMENT EXPERIMENTAL DES ELEMENTS EN BETON ARME SOUMIS A LA FLEXION SIMPLE

7.11 - DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

Les essais sur éléments fléchis sont généralement réalisés en appliquant à des poutres reposant sur deux appuis simples des systèmes de charges concentrées (deux pour les éléments de portée relativement faible) égales et symétriquement disposées. Il est en effet assez difficile de réaliser pratiquement des charges réparties.

Le dispositif de transmission des charges (fig. 7.2) comporte généralement un linteau de répartition en profilé métallique, de poids  $G_1$ , reposant sur deux appuis supérieurs, et recevant les efforts appliqués par un vérin hydraulique par l'intermédiaire d'une rotule sphérique. Les appuis des poutres, comme ceux du linteau de répartition, sont rendus rigoureusement libres au moyen de rouleaux à roulement à billes et de plaquettes. Ainsi on est assuré que les réactions des appuis sont bien verticales. Toutefois, ce système étant très instable par suite de l'absence presque totale de forces de frottement, la course des appuis inférieurs doit être limitée.

(1) Même si les méthodes exposées dans ce chapitre constituent plutôt une application des Règles BAEL, elles sont aisément transposables à l'EC2 dont les hypothèses diffèrent peu de celles des Règles BAEL.

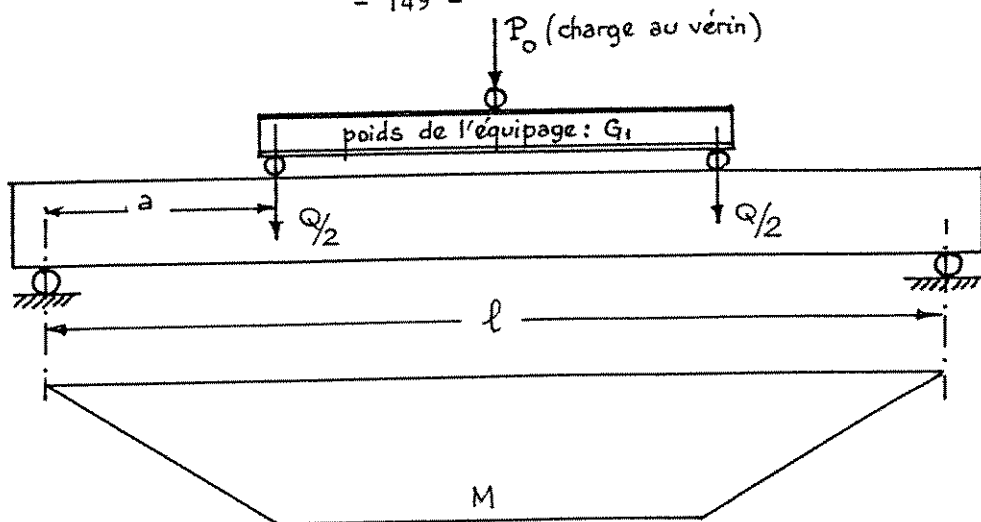


Figure 7.2

Dans la partie comprise entre les deux charges, de longueur  $(l - 2a)$ , la poutre est soumise à un moment de flexion sensiblement constant (au moment dû au poids propre près) et à un effort tranchant nul (à l'effort tranchant dû au poids propre près). C'est la sollicitation dite "de flexion circulaire".

Le moment de flexion constant vaut (1) :

$$M = \frac{gl^2}{8} + \frac{Qa}{2}$$

avec  $g$  poids propre de la poutre

$$Q = P_o + G_1$$

$P_o$  charge appliquée par le vérin de la machine d'essais

$G_1$  poids propre du linteau de répartition et des appareils d'appui de celui-ci.

Pour  $a = \frac{l}{4}$ , on a donc

$$M = \frac{gl^2}{8} + \frac{Ql}{2}$$

c'est-à-dire que le moment a même valeur que le moment maximal dans une poutre uniformément chargée de  $q = g + \frac{Q}{l}$  par unité de longueur.

Dans les sections comprises entre les appuis et les points d'application des charges, l'effort tranchant est sensiblement constant (à l'effort tranchant dû au poids propre près), et vaut (2) :

$$V = \pm \left( \frac{gl}{2} + \frac{Q}{2} \right)$$

Lorsque l'on veut étudier les conditions de résistance aux moments de flexion, on doit prendre toutes dispositions pour que la poutre ne se rompe pas par effort tranchant entre les charges et les appuis. Dans ces conditions, la rupture survient pratiquement toujours entre les charges.

Lorsque l'on fait des essais de recherche, il est indispensable de déterminer exactement les caractères mécaniques :

a) des armatures longitudinales et, le cas échéant, des armatures d'âme (limite d'élasticité, résistance à la traction avec, si possible, enregistrement des diagrammes contraintes-allongements) ;

(1) en fait, pour  $a \leq x \leq l - a$  :  $M = \frac{gx(l-x)}{2} + \frac{Qa}{2}$

(2) en fait, pour  $x \leq a$  ou  $x \geq l - a$  :  $V = \pm \left[ \frac{gl}{2} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) + \frac{Q}{2} \right]$

b) du béton (résistances à la compression et à la traction au jour de l'essai).

De plus, les dimensions exactes des poutres et la hauteur utile exacte de chaque barre sont relevées après chaque essai.

#### 7.12 - ESSAIS DE POUTRES SOUS MOMENT CONSTANT

De très nombreux essais ont été effectués sur des éléments en béton armé fléchis. Notamment, depuis 1950, des programmes expérimentaux systématiques ont été réalisés tant en France - sous l'égide de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé et des autres Organismes Techniques Professionnels - que dans la plupart des pays étrangers, en particulier dans le cadre des recherches entreprises par le CEB.

Au départ, les études expérimentales avaient plus spécialement pour objet :

1°) d'observer le processus du développement des phénomènes de fissuration sous charges croissantes et de rechercher une théorie susceptible de rendre compte des phénomènes observés (voir 15.1) ;

2°) de mesurer les flèches sous charges croissantes et de rechercher des formules permettant de prévoir ces flèches (voir 15.2) ;

3°) de déduire, des charges de rupture observées, les coefficients de sécurité réels auxquels conduisait l'application des méthodes réglementaires.

Par la suite, on a cherché à déterminer l'évolution de la répartition des contraintes dans les sections les plus sollicitées.

#### 7.121 - Cas des poutres comportant un pourcentage "moyen" d'armatures tendues

Il s'agit du pourcentage géométrique  $(A/b \cdot d)$  supposé, pour fixer les idées inférieur à 2 % et même de l'ordre de 1 % à 1,5 %.

Pour déceler plus facilement l'apparition des fissures, les poutres sont, avant essai, badigeonnées au lait de chaux sur leurs faces latérales. Le film ainsi déposé, n'ayant pas d'élasticité propre, ne risque pas de masquer le phénomène que l'on veut observer.

Sauf cas exceptionnels correspondant à des phénomènes de retrait anormaux, un examen attentif ne révèle pas de fissures tout au début du chargement.

Après cette phase où la poutre est apparemment intacte, les charges croissant, on constate l'apparition de fissures à la partie inférieure de la poutre dans sa zone centrale. Ces fissures sont normales à l'axe longitudinal de la poutre elles intéressent la face tendue et les faces latérales jusqu'à une certaine hauteur. L'observation de ces premières fissures perceptibles à l'oeil nu dépend notamment :

- de l'état de surface des poutres essayées : surface plus ou moins lisse résultant du soin apporté à la confection du coffrage et à la mise en oeuvre du béton, badigeonnage des faces au lait de chaux ou non ;
- des conditions d'éclairage : intensité de la source lumineuse et incidence ;
- de l'acuité visuelle et, il faut bien le dire, d'un certain entraînement des expérimentateurs. Sur des poutres dont les faces ont été badigeonnées au lait de chaux et intensément éclairées, des expérimentateurs exercés décèlent des fissures extrêmement fines, qui échapperaient à un examen, même minutieux, dans les conditions usuelles de service.

L'ouverture des premières fissures perceptibles à l'oeil nu est de l'ordre de 1/20 et même 1/50 mm; ce sont donc, au sens propre, des fissures capillaires. De telles fissures peuvent se produire sous des charges d'essai nettement inférieures aux charges de service, et correspondant à des contraintes des armatures (calculées avec les hypothèses des états-limites de service) inférieures à 10 MPa. Il faut donc admettre qu'il existe normalement des fissures capillaires dans les ouvrages en service.

Ce fait a été reconnu dès 1960 dans les textes réglementaires, puisque l'on peut lire à l'article 0,3 des Règles BA 1960 :

*"Les fissures sont la conséquence du fonctionnement mécanique normal de l'ouvrage ; elles ne compromettent ni sa résistance, ni sa durabilité, si elles restent assez fines pour que, du fait de leur existence, les armatures ne soient pas exposées à la corrosion dans les conditions d'exploitation de l'ouvrage.*

*Sous l'action des charges et surcharges de service, un ouvrage en béton armé peut donc se présenter comme un ensemble de blocs de béton prenant appui les uns sur les autres et reliés entre eux par les armatures. C'est cet ensemble, désigné dans ce qui suit sous le nom de "système fissuré", qui doit être pris en considération dans les calculs de résistance".*

Quand les charges continuent à augmenter, le nombre de fissures s'accroît, l'ordre dans lequel elles apparaissent successivement étant quelconque. Leur ouverture et leur hauteur croissent également aussi bien pour les fissures déjà existantes que pour les fissures nouvelles. Celles-ci recoupent assez régulièrement l'intervalle entre les fissures initiales ce qui est conforme aux prévisions des théories de la fissuration (fig. 7.3).

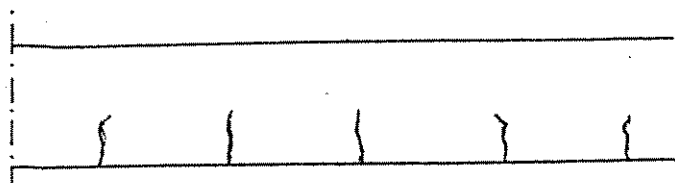


Figure 7.3 a

*Apparition de fines fissures verticales dans la zone des M maximaux*

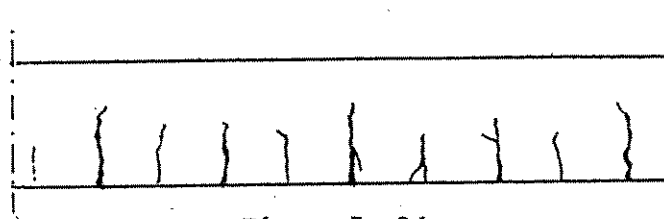


Figure 7.3 b

*Formation de nouvelles fissures  
Accentuation des premières*

Figure 7.3

L'ouverture des fissures ne dépend pas uniquement de la contrainte des barres mais également de leur diamètre, de leur état de surface et des conditions d'enrobage. Avec des barres comportant des traces profondes d'oxydation, pourvu qu'elles soient débarrassées de la rouille non adhérente, les fissures sont plus nombreuses et moins ouvertes - toutes choses égales par ailleurs - qu'avec des barres non oxydées.

7.121-1 - Cas des poutres armées de ronds lisses

Dans ce cas, lorsque la contrainte calculée de l'acier approche la limite d'élasticité, les fissures s'ouvrent notablement et se propagent vers la partie supérieure de la poutre. Une fissure, parfois deux ou trois fissures voisines s'ouvrent nettement plus que les autres et accentuent davantage leur progression vers la partie supérieure de la poutre, ce qui a pour effet de réduire de plus en plus la hauteur de la zone comprimée de la section correspondante.

Finalement la ruine de la poutre survient par écrasement progressif du béton comprimé consécutif à l'allongement excessif des armatures, dans une région de la zone de moment constant qu'il n'est pas possible de prévoir avant les dernières phases de l'essai, et dont l'emplacement relève du hasard (fig.7.4).

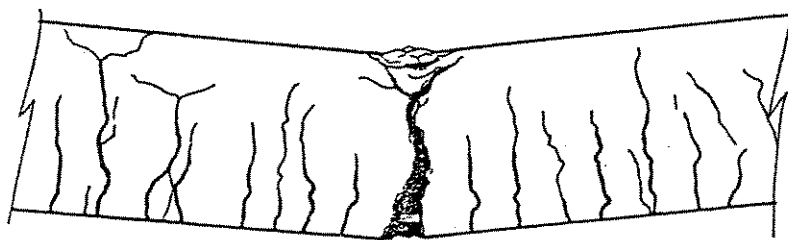


Figure 7.4

La poutre après rupture accuse une déformation accentuée au droit des fissures les plus ouvertes et présente après rupture un aspect en V caractéristique, dont les deux branches semblent s'articuler sur le béton comprimé.

Les phénomènes observés au cours de l'essai peuvent s'expliquer ainsi :

- a) La formation d'une ou de très larges fissures implique de part et d'autre de celles-ci des glissements locaux importants des barres par rapport au béton. Or dans une zone de moment constant c'est-à-dire d'effort tranchant nul, les forces qui tendent à faire glisser l'acier par rapport au béton sont nécessairement très petites (voir 12.82) c'est donc que l'adhérence est devenue très faible : de ce fait, deux parties de poutre séparées par une fissure peuvent tourner l'une par rapport à l'autre, ce qui amène la rupture du béton par compression sur leur arête de contact commune.
- b) Lorsque l'acier commence à s'allonger plastiquement, il se produit une contraction transversale importante (par effet Poisson), ce qui diminue l'adhérence. La contraction latérale qui amène la disparition de l'adhérence est atteinte en un point du diagramme de traction situé sur le palier de plasticité. D'où la contrainte de l'acier à la rupture de la poutre, égale à la limite d'élasticité

Ainsi, la ruine de la poutre survient lorsque l'acier atteint son palier de ductilité, par écrasement du béton comprimé au-dessus de la ou des fissures les plus ouvertes, cet écrasement étant consécutif à l'allongement excessif des armatures. Pour cette raison, bien que l'acier demeure continu et que la rupture survienne par écrasement du béton, on dit que l'on a affaire à une "rupture par l'acier" (qui, d'après ce qui a été dit ci-dessus, est plutôt une rupture d'adhérence).

Il convient de noter qu'avec un pourcentage normal d'armatures, on n'obtient jamais la ruine de la poutre par rupture de ses armatures. Cette rupture ne pourrait se produire que dans le cas de pourcentages très faibles tels que la résistance à la traction de l'acier tendu soit inférieure à celle du béton de la poutre en section homogène : pour des poutres ainsi constituées, lorsque la

résistance à la traction du béton est atteinte, les armatures ne peuvent plus assurer la résistance aux efforts de traction, et la rupture se produit brutalement. Il faut absolument éviter que les constructions en béton armé ne comportent de tels éléments fragiles ; c'est pour cette raison que les Règles imposent toujours le respect d'un pourcentage minimal dans les éléments tendus (tirants) ou fléchis (poutres et dalles) (cf. art.A-4.2 des Règles BAEL 91).

#### 7.121-2 - Cas des poutres armées de barres à haute adhérence

Dans ce cas, le processus de développement des fissures appelle les remarques suivantes :

- en premier lieu, il est difficile de noter, à pourcentage d'armatures égal, un avantage marqué résultant de l'emploi de barres HA par rapport aux ronds lisses, quant à l'apparition des premières fissures, mais ce point est sans grande importance pratique ;
- les fissures sont, *en revanche*, normalement plus nombreuses avec les barres HA, mieux réparties et nettement moins ouvertes, à égalité de contrainte, et c'est là précisément que réside l'avantage essentiel de l'utilisation de ces barres.

Approximativement, la contrainte calculée qui provoque une valeur moyenne  $w_m$  donnée d'ouverture des fissures est, avec des barres HA, supérieure de près de 60 % à celle correspondant à des ronds lisses. (voir 2.272-1 b).

Ici encore, les fissures qui s'ouvrent se propagent vers la partie supérieure de la poutre, mais la rupture d'adhérence ne peut plus se produire sur d'aussi grandes longueurs que dans le cas des ronds lisses. On voit alors dans la région qui sera celle de la rupture, s'ouvrir plus largement quelques fissures ; l'ouverture de chacune de ces dernières demeure toutefois beaucoup plus faible que dans le cas des ronds lisses.

Ainsi, la rotation mutuelle des deux parties de la poutre qui amène la rupture se répartit sur plusieurs fissures au lieu de se concentrer sur une seule.

La ruine se produit encore par écrasement progressif du béton comprimé, consécutif à l'allongement excessif des armatures, mais cette fois la poutre rompue présente une courbure continue (sans cassure accentuée) ; la rupture intéresse plus une zone qu'une section, et par suite de phénomènes secondaires dans la phase finale de l'essai, la zone rompue est bordée de deux surfaces de fracture formant un X ou un Y selon le cas (fig. 7.5 et 7.6).

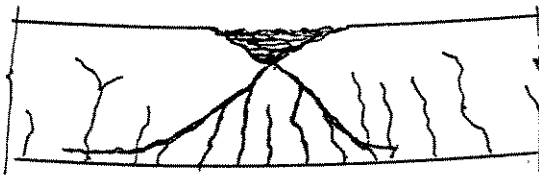


Figure 7.5

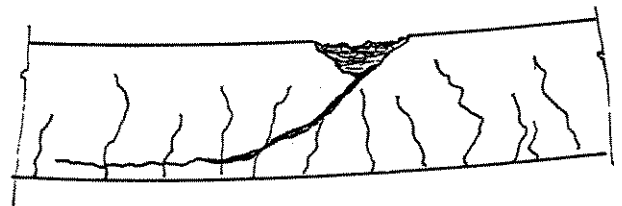


Figure 7.6

#### 7.122 - Cas des poutres comportant un pourcentage "élevé" d'armatures tendues

Il s'agit d'un pourcentage géométrique supérieur à 3 % environ.

Dans ce cas, la fissuration garde jusqu'à la fin une apparence normale, les fissures étant relativement peu ouvertes et peu développées, et la rupture survient assez brusquement par écrasement du béton. Lorsqu'il n'y a pas d'armatures comprimées ou lorsque le pourcentage de celles-ci est très faible, on peut parfois

avoir des ruptures extrêmement brutales (rupture "en coup de canon"), qui intéressent une large zone ; si la poutre ne comporte pas d'armatures d'âme dans cette zone (où  $M$  étant pratiquement constant,  $V \approx 0$ ) il peut y avoir détachement d'un bloc de béton important (fig. 7.7).

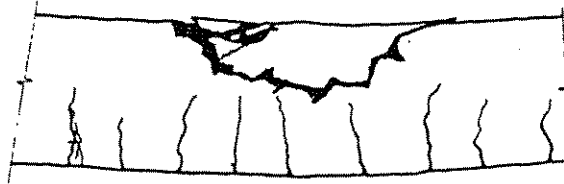


Figure 7.7

On dit que l'on a affaire à une "rupture par le béton". La contrainte de l'acier au moment de la rupture est inférieure à sa limite d'élasticité. L'acier est donc mal utilisé et les poutres de ce type ne sont absolument pas économiques.

La présence d'armatures comprimées dans la section de rupture a une influence favorable non seulement sur la valeur du moment de rupture mais sur le caractère plus progressif de celle-ci, sous réserve que ces armatures comprimées soient empêchées de flamber par des armatures transversales suffisamment rapprochées (ce cas est celui normalement rencontré pour les sections sur appuis des poutres continues, sections généralement rectangulaires soumises à des moments de flexion négatifs).

En anticipant sur ce qui suit (voir 7.411), on peut dire que les ruptures par l'acier sont celles qui se produisent pour des poutres dont le calcul a été conduit à l'état-limite ultime soit au pivot A, soit au pivot B avec  $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$  (voir 7.413) alors que les ruptures par le béton sont celles qui se produiraient pour des poutres dont le calcul à l'état-limite ultime aurait été conduit à l'état-limite ultime au pivot B, avec  $\mu_{bu} \gg \mu_{lu}$ , sans prévoir d'aciers comprimés.

## 7.2 - NOTATIONS ET TERMINOLOGIE

Dans ce qui suit on utilisera les notations et la terminologie suivantes (fig. 7.8) :

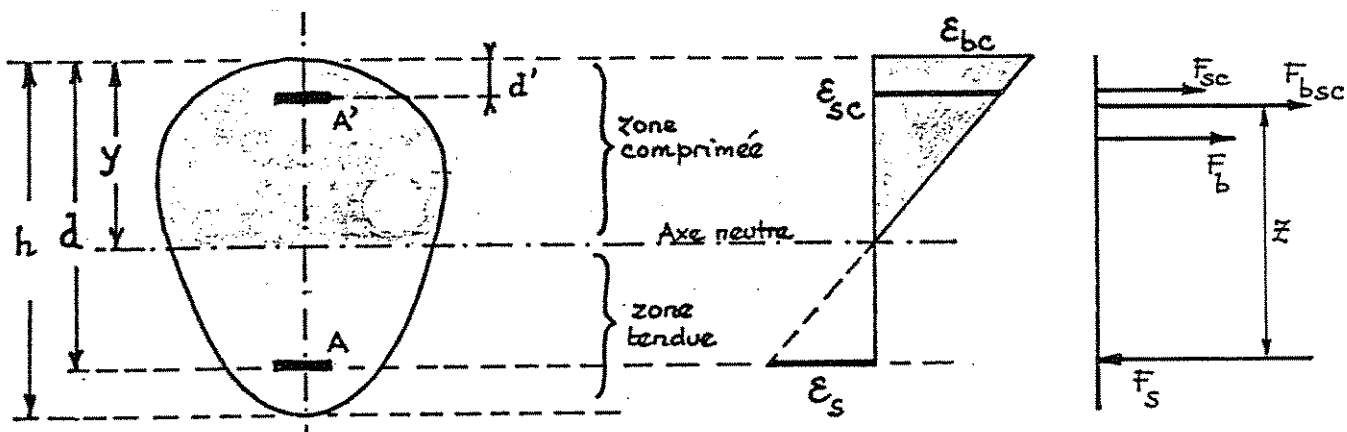


Figure 7.8



- B' aire du béton comprimé
- A aire des armatures tendues
- A' aire des armatures comprimées éventuelles
- d' distance de leur centre de gravité aux fibres les plus comprimées
- h hauteur totale de la section

On appelle :

- HAUTEUR UTILE d : la distance du centre de gravité des armatures tendues supposées concentrées en leur centre de gravité, aux fibres les plus comprimées de la section.
- BRAS DE LEVIER z : la distance entre la résultante  $F_{b_{sc}}$  des efforts de compression dans le béton comprimé et dans les armatures comprimées d'une part et la résultante  $F_s$  des efforts de traction dans les armatures tendues d'autre part.

### 7.3 - PRINCIPES GENERAUX DE CALCUL EN FLEXION SIMPLE OU COMPOSEE

En flexion simple ou composée, la détermination des sections d'armatures, le dimensionnement ou la vérification des sections peuvent découler :

- soit d'un calcul à l'état-limite ultime de résistance,
- soit d'un calcul aux états-limites de service ; pour ceux-ci, il peut s'agir :
  - . ou bien de l'état-limite de compression du béton (BAEL, art. A-4.5,2) caractérisé par la limitation à  $0,6 f_{cj}$  de la contrainte de compression du béton (par exemple, pour  $f_{cj} = f_{c28} = 25$  MPa,  $\bar{\sigma}_{bc} = 15$  MPa) ;
  - . ou bien des états-limites d'ouverture des fissures (BAEL, art. A-4.5,3) caractérisés, pour les cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable uniquement, par une limitation de la contrainte de traction de l'acier tendu, aux valeurs indiquées dans le tableau 5.1.

#### 7.31 - DONNEES GENERALES CONCERNANT L'ETAT-LIMITE ULTIME DE RESISTANCE

A l'état-limite ultime de résistance sous sollicitations normales (voir 5.2 )

- 1°) les sollicitations agissantes ultimes sont  $M_u$  et  $N_u$  ;
- 2°) les diagrammes déformations-contraintes du béton et de l'acier sont ceux donnés en 5.22 .
- 3°) pour le dimensionnement, le diagramme des déformations est supposé passer soit par le pivot A ( $\epsilon_s = 10$  ‰), soit par le pivot B ( $\epsilon_{bc} = 3,5$  ‰), soit encore par le pivot C ( $\epsilon_{bc} = 2$  ‰ sur la fibre située aux 3/7 de la hauteur totale). Dans le cas de la flexion simple, seuls peuvent intervenir les pivots A et/ou B (1).

(1) La "justification" réglementairement exigée consiste à faire la preuve qu'aucune des déformations limites n'est dépassée.

7.311 - Différents aspects de la distribution des contraintes de compression du béton

Quand le pivot (A, B ou C) est connu, la distribution des déformations et donc des contraintes ne dépend plus que d'un seul paramètre (par exemple  $\alpha = \frac{y}{d}$  ou  $\alpha_t = \frac{y}{h}$ , avec  $y$  hauteur de l'axe neutre à l'état-limite ultime).

Du fait de l'hypothèse de Bernoulli, le raccourcissement  $\epsilon$  d'une fibre quelconque est proportionnel à sa distance  $\zeta$  à l'axe neutre ; suivant le pivot, la distribution des contraintes du béton comprimé affecte l'une des formes suivantes (fig. 7.9).

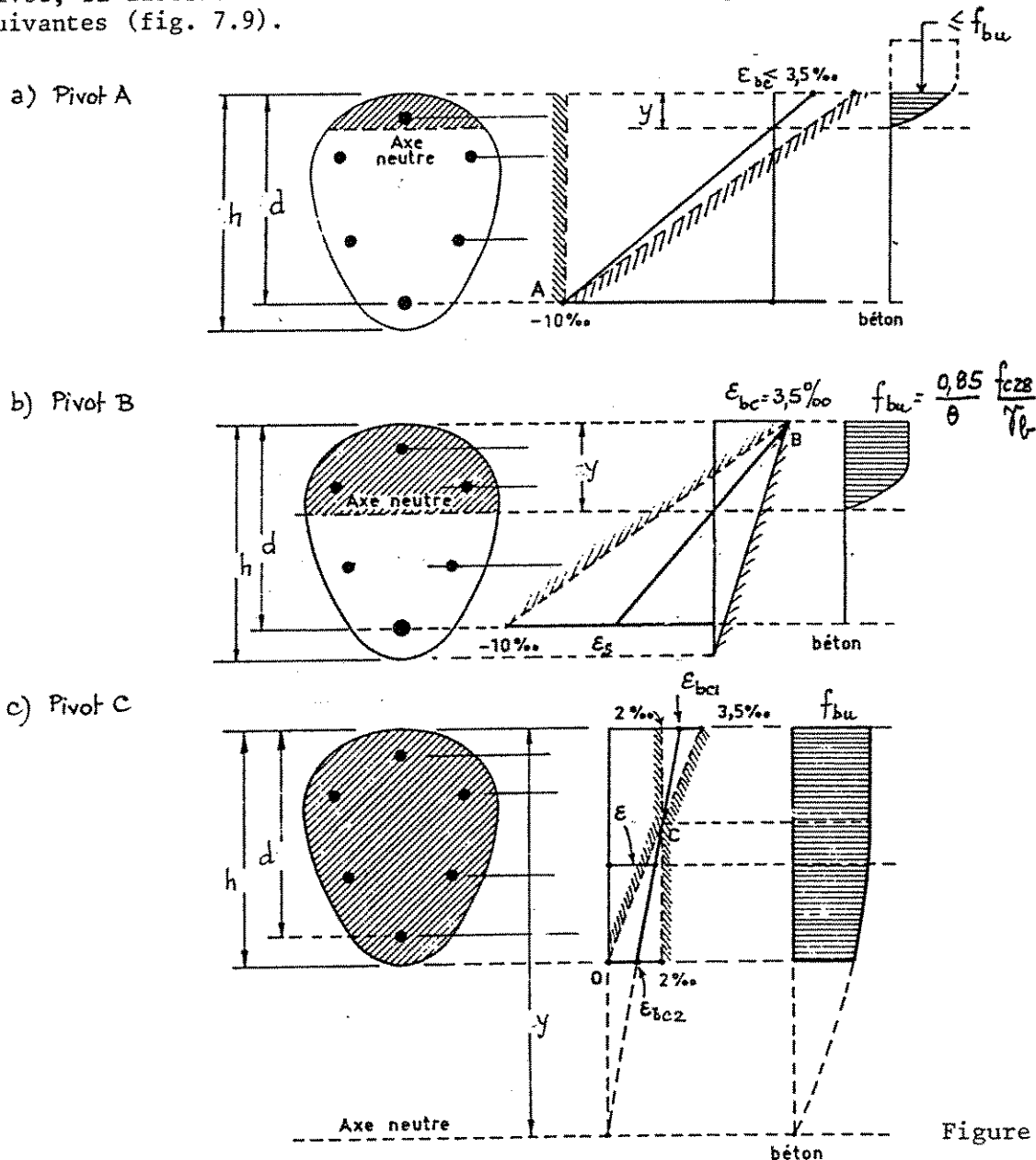


Figure 7.9

Le cas a est celui du pivot A, région 1 : la distribution des contraintes correspond à un diagramme parabole-rectangle tronqué ("vers le haut") limité soit à un arc de la parabole, soit à la parabole complète plus une fraction seulement de la partie rectangulaire.

Le cas b est celui du pivot B, région 2 : la distribution des contraintes correspond au diagramme parabole-rectangle complet.

Le cas c est celui du pivot C, région 3 : la distribution des contraintes correspond au diagramme parabole-rectangle doublement tronqué ("vers le haut" et "vers le bas").

7.312 - Moments frontières ; définition du pivot

On appelle "moments frontières" les moments  $M_{AB}$  et  $M_{BC}$  évalués par rapport au centre de gravité de l'armature la moins comprimée ou la plus tendue et correspondant aux positions frontières AB ou BC du diagramme des déformations.

Soit  $M_{uA}$  le moment agissant ultime, rapporté au centre de gravité de l'armature la plus tendue ou la moins comprimée. Le dimensionnement doit être conduit au moyen des équations correspondant :

- au pivot A, si  $M_{uA} \leq M_{AB}$
- au pivot B, si  $M_{AB} < M_{uA} \leq M_{BC}$
- au pivot C, si  $M_{uA} > M_{BC}$

7.32 - DONNEES GENERALES CONCERNANT LES ETATS-LIMITES DE SERVICE

Aux états-limites de service sous sollicitations normales (voir 5.3).

1° - les sollicitations agissantes de service sont  $M_{ser}$  et  $N_{ser}$

2° - les diagrammes déformations-contraintes sont linéaires :

- pour l'acier :  $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$  avec  $E_s = 2.10^5$  MPa

- pour le béton :  $\sigma_{bc} = E_b \cdot \varepsilon_{bc}$  ou, puisque conventionnellement  $n = \frac{E_s}{E_b} = 15$  :

$$\sigma_{bc} = \frac{E_s}{15} \varepsilon_{bc}$$

3° - pour le dimensionnement, le diagramme des contraintes est supposé passer soit par le pivot "a" ( $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$ ) soit par le pivot "b" ( $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ ) (1).

7.321 - Différents aspects de la distribution des contraintes

Quand le pivot (a ou b) est connu, la distribution des contraintes ne dépend plus que d'un seul paramètre (par exemple,  $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$  avec  $y_1$  hauteur de l'axe neutre à l'état-limite de service).

Du fait de l'hypothèse de Navier, la contrainte  $\sigma_z$  d'une fibre quelconque est proportionnelle à sa distance  $z$  à l'axe neutre ; suivant le pivot on peut avoir l'un des deux cas suivants (fig. 7.10).

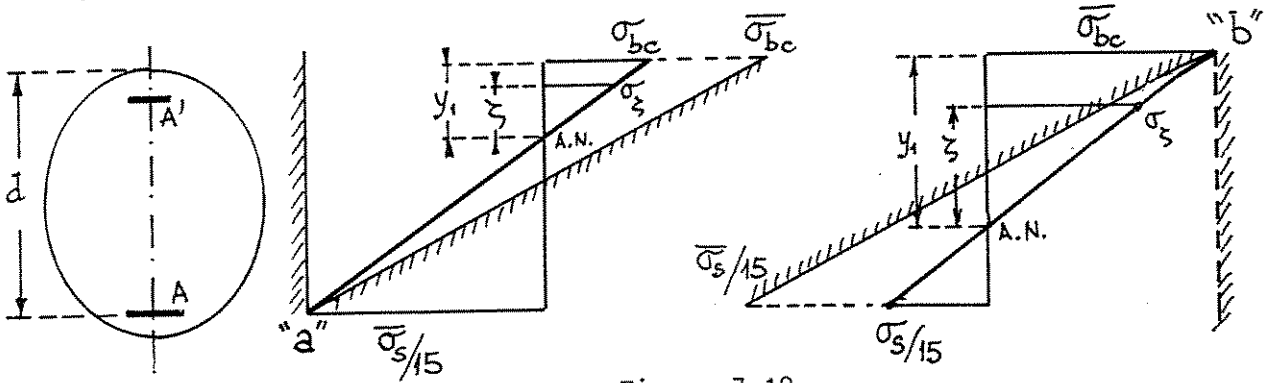


Figure 7.10

(1) La "justification" réglementairement exigée consiste à faire la preuve qu'aucune des contraintes limites n'est dépassée.

Le cas a est celui du pivot "a": la contrainte de l'acier le plus tendu est supposée atteindre la valeur limite  $\bar{\sigma}_s$ . La fibre de béton la plus comprimée est soumise à une contrainte  $\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc}$ .

Le cas b est celui du pivot "b": la contrainte maximale du béton comprimé est supposée atteindre la valeur limite  $\bar{\sigma}_{bc}$ . L'acier situé dans la zone tendue est soumis à une contrainte  $\sigma_s < \bar{\sigma}_s$ .

### 7.322 - Moment frontière (moment-résistant béton) ; définition du pivot

On appelle "moment-résistant béton" le moment  $M_{ab}$  (1) évalué par rapport au centre de gravité de l'armature la moins comprimée ou la plus tendue et correspondant à la position frontière  $ab$  du diagramme des contraintes.

Soit  $M_{ser A}$  le moment agissant de service, rapporté au centre de gravité de l'armature la plus tendue ou la moins comprimée. Le dimensionnement doit être conduit au moyen des équations correspondant :

- au pivot a, si  $M_{ser A} \leq M_{ab}$
- au pivot b, si  $M_{ser A} > M_{ab}$ .

### 7.33 - EQUATIONS GENERALES DE LA FLEXION POUR UNE SECTION A DEUX NAPPES D'ARMATURES

Soit une section de forme quelconque, à plan moyen, comportant une nappe d'armatures inférieures et éventuellement, une nappe d'armatures supérieures. La résistance à la traction du béton tendu étant négligée, les efforts de traction doivent être intégralement équilibrés par les armatures.

Soit  $F_{bsc}$  la résultante des forces de compression dans le béton comprimé ( $F_{bc}$ ) et dans les armatures situées dans la zone comprimée ( $F_{sc}$ ) (voir fig. 7.8)

$F_s$  la force résultante de traction dans les armatures tendues.

Pour résoudre tout problème de flexion simple ou composée soit à l'état-limite ultime soit à l'état-limite de service, on dispose et on dispose seulement de trois systèmes d'équations à savoir :

- les équations de "compatibilité" (des déformations dans le cas de l'ELU, des contraintes dans le cas de l'ELS) exprimant la conservation des sections planes (relations de triangles semblables) ;
- les deux équations de la Statique :
  - . équilibre des forces,
  - . équilibre des moments.

Ces trois équations permettent à elles seules de résoudre le problème, lorsqu'il n'y a que 3 inconnues (en général hauteur de l'axe neutre, contrainte et section des armatures tendues). S'il y a  $n$  inconnues ( $n > 3$ ), il faut s'en fixer  $n - 3$  a priori et le problème comporte alors plusieurs solutions ; l'une d'entre elles seulement constitue la solution la plus économique, mais il n'est pas toujours aisé de la déterminer.

(1) Dans le calcul des sections rectangulaires, on a conservé la notation traditionnelle  $M_{rb}$  au lieu de  $M_{ab}$  ici.

7.331 - Les équations de compatibilité

7.331-1 - Cas de l'état-limite ultime

a) Déformations de fibres particulières

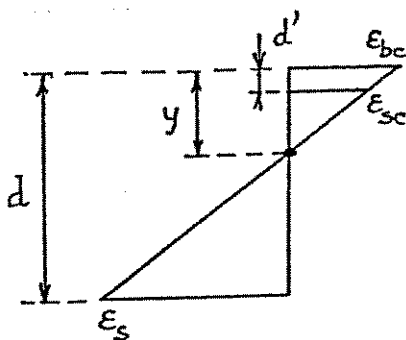
Soit  $\epsilon_{bc}$  le raccourcissement ultime du béton comprimé

$\epsilon_{sc}$  le raccourcissement des aciers les moins tendus ou les plus comprimés (s'il y en a)

$\epsilon_s$  l'allongement des aciers les moins comprimés ou les plus tendus

$y$  la hauteur de l'axe neutre.

Aux pivots A et B on a, de façon générale (fig. 7.11)



$$\frac{\epsilon_{bc}}{y} = \frac{\epsilon_{sc}}{y - d'} = \frac{\epsilon_s}{d - y}$$

$$\text{ou } y = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc} + \epsilon_s} d$$

La position frontière AB correspond à  $\epsilon_{bc} = 3,5 \%$  et  $\epsilon_s = 10 \%$ .

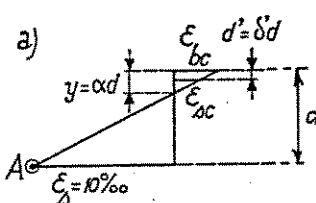
d'où  $y = 0,259 d$

Figure 7.11

La position frontière BC correspond à  $y = h$ .

En posant  $\alpha = \frac{y}{d}$ ,  $\delta' = \frac{d'}{d}$ ,  $\alpha_t = \frac{y}{h}$  et  $\delta'_t = \frac{d'}{h}$ , les équations de compatibilité s'écrivent (fig. 7.12 a, b et c) :

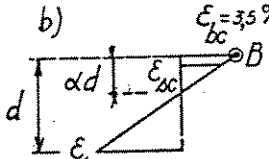
- au pivot A ( $\epsilon_s = 10 \%$ ) :

a)  . pour  $\alpha < \delta'$  :  $\epsilon_{bc} = \frac{10}{1000} \frac{\delta' - \alpha}{1 - \alpha}$  [7.0]

. pour  $\delta' < \alpha \leq 0,259$  :

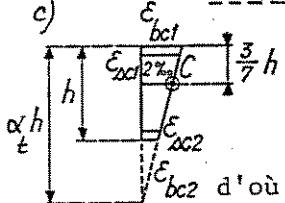
$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{bc} &= \frac{10}{1000} \frac{\alpha}{1 - \alpha} \\ \epsilon_{sc} &= \frac{10}{1000} \frac{\alpha - \delta'}{1 - \alpha} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &[7.1 a] \\ &[7.1 b] \end{aligned}$$

- au pivot B ( $\epsilon_{bc} = 3,5 \%$ ,  $0,259 < \alpha \leq \frac{h}{d}$ ) :

b)   $\epsilon_{bc} = 3,5 \%$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_s &= \frac{3,5}{1000} \frac{1 - \alpha}{\alpha} = \frac{3,5}{1000} \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) \\ \epsilon_{sc} &= \frac{3,5}{1000} \frac{\alpha - \delta'}{\alpha} = \frac{3,5}{1000} \left( 1 - \frac{\delta'}{\alpha} \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &[7.2 a] \\ &[7.2 b] \end{aligned}$$

- au pivot C :  $\alpha > \frac{h}{d}$  (ou  $\alpha_t > 1$ )

c)   $\frac{3}{7} h$

$$\frac{\epsilon_{bc 1}}{\alpha_t} = \frac{\epsilon_{bc 2}}{\alpha_t - 1} = \frac{\epsilon_{sc 1}}{\alpha_t - \delta'_t 1} = \frac{\epsilon_{sc 2}}{\alpha_t - 1 + \delta'_t 2} = \frac{2}{1000 \left( \alpha_t - \frac{3}{7} \right)} \quad [7.3]$$

d'où il est facile de tirer les valeurs respectives de  $\epsilon_{bc 1}$ ,  $\epsilon_{bc 2}$ ,  $\epsilon_{sc 1}$ ,  $\epsilon_{sc 2}$ .

fig 7.12

b) Déformation et contrainte d'une fibre de béton comprimé quelconque

Le pivot et donc  $\alpha$  ( $\geq 0$ ) étant supposés connus, le raccourcissement maximal du béton  $\epsilon_{bc}$  (ou  $\epsilon_{bc1}$ ) est donné par les équations de compatibilité.

Une fibre de béton quelconque, située à une distance  $y_\zeta$  de l'axe neutre subit une déformation relative  $\epsilon_\zeta$  telle que

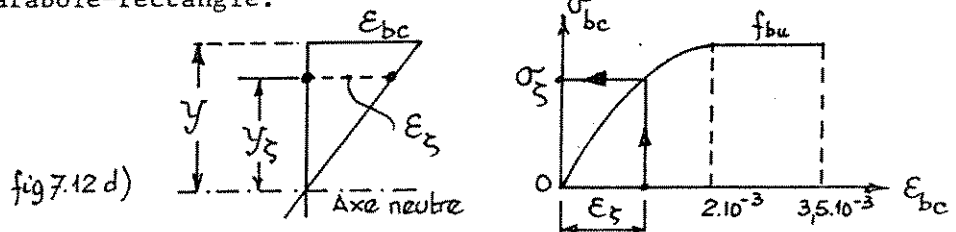
$$\frac{\epsilon_\zeta}{y_\zeta} = \frac{\epsilon_{bc}}{y}$$

ou encore, en posant

$$\frac{y_\zeta}{d} = \zeta$$

$$\frac{\epsilon_\zeta}{\zeta} = \frac{\epsilon_{bc}}{\alpha}$$

La contrainte  $\sigma_\zeta$  de la fibre considérée se déduit de  $\epsilon_\zeta$  au moyen du diagramme parabole-rectangle.



7.331-2 - Cas des états-limites de service

a) Contraintes de fibres particulières

Soit  $\sigma_{bc}$  la contrainte du béton sur la fibre la plus comprimée  
 $\sigma_{sc}$  la contrainte des aciers les moins tendus ou les plus comprimés (s'il y en a)  
 $\sigma_s$  la contrainte des aciers les moins comprimés ou les plus tendus  
 $y_1$  la hauteur de l'axe neutre.

On a, de façon générale (fig. 7.13) :

Figure 7.13

$$\frac{\sigma_{bc}}{y_1} = \frac{\sigma_{sc}}{15(y_1 - d')} = \frac{\sigma_s}{15(d - y_1)}$$

La position frontière ab correspond à  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$  et  $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$  d'où :

$$y_1 = \bar{y}_1 = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s} d$$

ou, en posant  $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$  :

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s} \quad [7.4]$$

En posant encore  $\delta' = \frac{d'}{d}$ ,  $\alpha_{t1} = \frac{y_1}{h}$  et  $\delta'_t = \frac{d'}{h}$ , les équations de compatibilité s'écrivent :

- au pivot "a" ( $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$ ) :

pour  $\alpha_1 < 0$  :

$$\sigma_{sc} = \bar{\sigma}_s \frac{|\alpha_1| + \delta'}{1 + |\alpha_1|} \quad [7.5]$$

. pour  $0 < \alpha_1 \leq \bar{\alpha}_1$  (avec  $\bar{\alpha}_1 = \frac{\bar{y}_1}{d}$ )

$$\sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} \quad \left. \vphantom{\sigma_{bc}} \right\} \quad [7.6 a]$$

$$\sigma_{sc} = \bar{\sigma}_s \frac{\alpha_1 - \delta'}{1 - \alpha_1} \quad \left. \vphantom{\sigma_{sc}} \right\} \quad [7.6 b]$$

- au pivot "b" ( $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$  ;  $\alpha_1 > \bar{\alpha}_1$ ) :

$$\sigma_s = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \left( \frac{1}{\alpha_1} - 1 \right) \quad \left. \vphantom{\sigma_s} \right\} \quad [7.7 a]$$

$$\sigma_{sc} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{\alpha_1 - \delta'}{\alpha_1} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \left( 1 - \frac{\delta'}{\alpha_1} \right) \quad \left. \vphantom{\sigma_{sc}} \right\} \quad [7.7 b]$$

b) Contrainte d'une fibre de béton comprimé quelconque

La distribution des contraintes est triangulaire. Le pivot et donc  $\alpha_1$  ( $\geq 0$ ) étant supposés connus, la contrainte maximale du béton  $\sigma_{bc}$  est donnée par les équations de compatibilité.

Une fibre de béton quelconque, située à une distance  $y_\zeta$  de l'axe neutre subit une contrainte  $\sigma_\zeta$  telle que :

$$\frac{\sigma_\zeta}{y_\zeta} = \frac{\sigma_{bc}}{y_1}$$

ou encore, en posant  $\frac{y_\zeta}{d} = \zeta$  :  $\sigma_\zeta = \frac{\sigma_{bc}}{\alpha_1} \zeta$ .

7.332 - Les équations d'équilibre

Données : Forme et dimensions de la section

Sollicitations agissantes  $N, M_A$  rapportées au centre de gravité des aciers les plus tendus ou les moins comprimés ( $N_u, M_{uA}$  à l'état-limite ultime ;  $N_{ser}, M_{serA}$  aux états-limites de service).

Inconnue : Section A des aciers les plus tendus ou les moins comprimés (si la section A' des aciers les moins tendus ou les plus comprimés est connue) ou réciproquement.

Dans ce qui suit, on suppose que A' est connu et A inconnu. Les équations indiquées sont valables aussi bien à l'état-limite ultime qu'aux états-limites de service puisqu'il s'agit des équations résultant de la Statique ; il suffit de considérer la distribution convenable des contraintes de compression du béton : parabole-rectangle tronqué ou non pour l'état-limite ultime, triangle pour les états-limites de service (fig. 7.14).

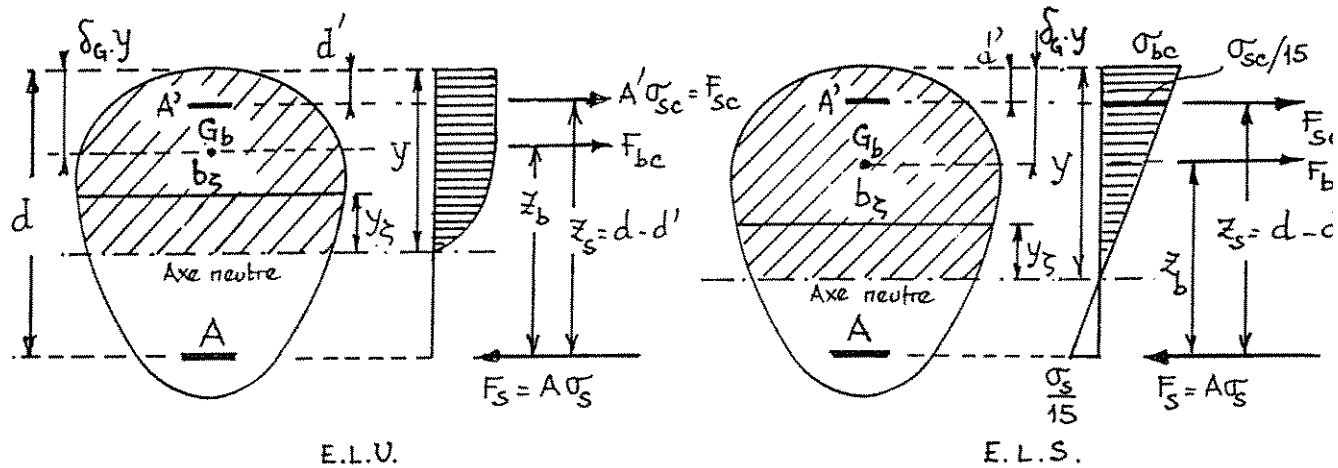


Figure 7.14

1°) Valeurs de la résultante  $F_{bc}$  des contraintes de compression sur la zone comprimée et de son bras de levier  $z_b$  par rapport aux aciers les moins comprimés ou les plus tendus.

Si  $b_\zeta$  est la largeur de la section à la distance  $y_\zeta$  de l'axe neutre, on a, en rappelant (1) que  $\alpha = \frac{y}{d}$  et  $\zeta = \frac{y_\zeta}{d}$  :

$$F_{bc} = \int_0^y b_\zeta \sigma_\zeta dy_\zeta = d \cdot \int_0^\alpha b_\zeta \sigma_\zeta d\zeta$$

Le moment de cette force par rapport aux aciers les plus tendus (ou les moins comprimés) est :

$$M_{bA} = \int_0^y b_\zeta \sigma_\zeta (d - y + y_\zeta) dy_\zeta = d^2 \int_0^\alpha b_\zeta \sigma_\zeta (1 - \alpha + \zeta) d\zeta$$

Le bras levier est :

$$z_b = \frac{M_{bA}}{F_{bc}}$$

On peut poser  $z_b = d - \delta_G y$ , en appelant  $\delta_G y$  la distance du point de passage  $G_b$  de  $F_{bc}$  à la fibre la plus comprimée de la section.

Dans le cas de l'état-limite ultime, si on utilise le diagramme rectangulaire, on a  $\sigma_\zeta = f_{bu}$  sur la hauteur  $0,8 y$  et les expressions précédente deviennent :

$$F_{bc} = f_{bu} \int_0^{0,8 y} b_\zeta dy_\zeta = d \cdot f_{bu} \int_0^{0,8 \alpha} b_\zeta d\zeta$$

(1) Aux états-limites de service,  $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$  ; les indices ont été supprimés pour pouvoir traiter le cas sous forme générale (mais  $y_u \neq y_{ser}$ !).



$$M_{bA} = f_{bu} \int_0^{0,8y} b_{\zeta} (d - y + y_{\zeta}) d\zeta = d^2 f_{bu} \int_0^{0,8\alpha} b_{\zeta} (1 - \alpha + \zeta) d\zeta$$

2°) Valeurs de la force de  $F_{sc}$  dans les aciers les moins tendus ou les plus comprimés et de son bras de levier  $z_s$  par rapport aux aciers les moins comprimés ou les plus tendus.

Le pivot et donc  $\alpha$  étant supposés connus, les équations de compatibilité permettent de connaître la contrainte  $\sigma_{sc}$  de l'acier le moins tendu ou le plus comprimé :

- aux états-limites de service,  $\sigma_{sc}$  est donné par les équations [7.6 b] ou [7.7 b]
- à l'état-limite ultime, les équations [7.1 b], [7.2 b] ou [7.3] donnent  $\epsilon_{sc}$  d'où  $\sigma_{sc} = g(\epsilon_{sc}, f_{ed})$  par le diagramme de calcul.

On a alors :

$$F_{sc} = A' \sigma_{sc}$$

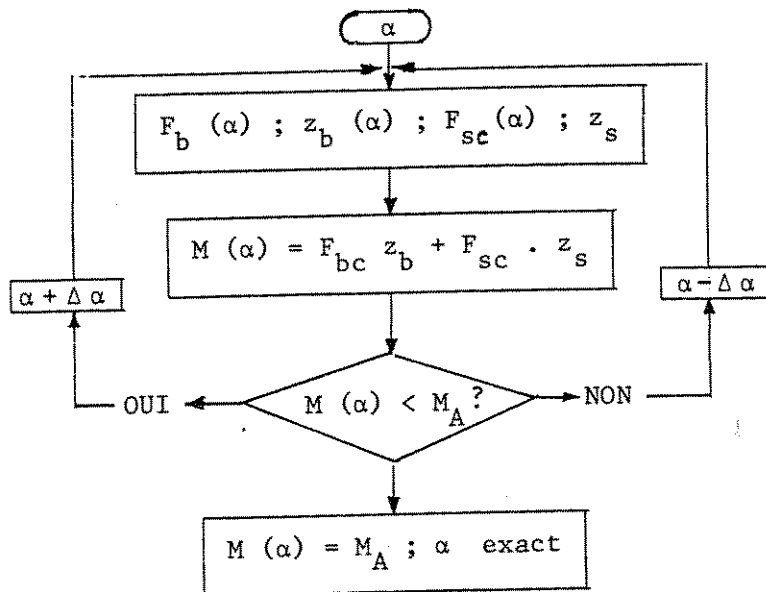
$$z_s = d - d'$$

3°) Equation d'équilibre des moments

$\alpha$  étant supposé connu, le moment que peuvent équilibrer le béton comprimé et les aciers les plus comprimés ou les moins tendus est ( $F_{sc}(\alpha) < 0$  si  $\alpha < \delta'$ ) :

$$M(\alpha) = F_{bc}(\alpha) \cdot z_b(\alpha) + F_{sc}(\alpha) \cdot z_s$$

A partir de cette relation, on cherche par itération (manuellement ou en ayant recours à l'ordinateur) la valeur de  $\alpha$  correspondant au moment agissant  $M_A$  (ultime  $M_{uA}$  ou de service  $M_{serA}$ ).



4°) Equation d'équilibre des forces. Section des armatures les plus tendues (ou les moins comprimées).

La valeur exacte de  $\alpha$  ainsi trouvée donne immédiatement :

- la valeur exacte de  $F_{bc}$
- la valeur exacte de  $F_{sc} = A' \sigma_{sc}$

et on peut connaître, à partir des équations de compatibilité, la valeur de la contrainte  $\sigma_s$  de l'acier le plus tendu ou le moins comprimé :

- aux états-limites de service :

- . ou  $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$  si le pivot est le point "a" ( $\alpha \leq \bar{\alpha}_1$ )
- . ou  $\sigma_s$  est donné par l'équation [7.7 a] si le pivot est le point "b"

- à l'état-limite ultime :

- . ou  $\epsilon_s = 10 \text{ ‰}$  et  $\sigma_s = f_{ed}$  si le pivot est le point A ( $\alpha \leq 0,259$ )
- . ou la valeur  $\epsilon_s$  est donnée par l'équation [7.2 a] si le pivot est le point B (allongement si  $\alpha \leq 1$ ) ou par les équations [7.3] ( $\epsilon_s = \epsilon_{sc2}$ ) si le pivot est le point C .

De  $\epsilon_s$  on déduit  $\sigma_s$  par le diagramme de calcul :

$$\sigma_s = g(\epsilon_s, f_{ed})$$

■ 1° cas : Si  $\alpha \leq 0$  ( $y \leq 0$ ) il n'existe pas de béton comprimé et les nappes d'acier sont toutes deux tendues (fig. 7.15).

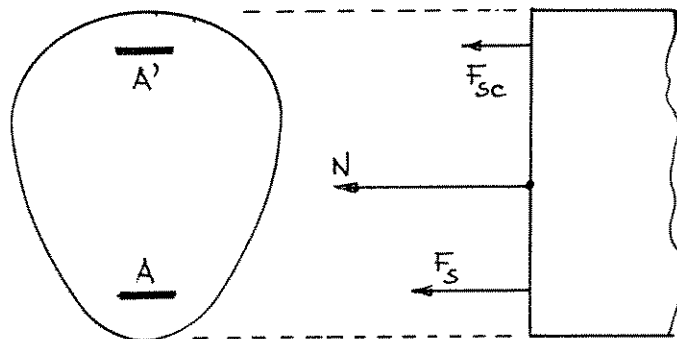


Figure 7.15

La force de traction  $F_s$  dans l'armature la plus tendue s'obtient par l'équation d'équilibre des forces :

$$F_s = N - F_{sc}$$

et la section de cette armature doit être au moins égale à :

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s} = \frac{N - F_{sc}}{\sigma_s} \quad [7.8]$$

avec :

- à l'état-limite de service :  $N = N_{ser}$  et  $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$
- à l'état-limite ultime :  $N = N_u$  et  $\sigma_s = f_{ed}$  .

■ 2° cas : Si  $0 < \alpha \leq 1$  c'est-à-dire  $0 < y \leq d$ , l'armature inférieure est tendue (fig. 7.16).

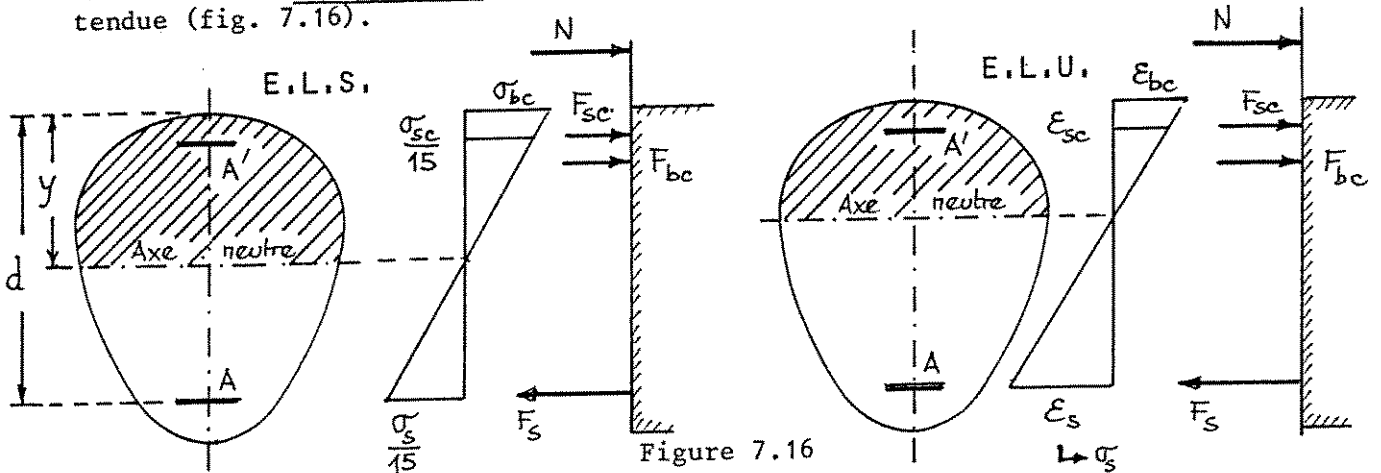


Figure 7.16

La force de traction  $F_s$  dans l'armature tendue s'obtient par l'équation d'équilibre des forces :

$$F_s = F_{bc} + F_{sc} - N$$

et la section de cette armature doit être au moins égale à :

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s} = \frac{1}{\sigma_s} [F_{bc} + F_{sc} - N] \quad [7.9]$$

avec :

- à l'état-limite de service :  $N = N_{ser}$  et

$\sigma_s = \bar{\sigma}_s$  si le pivot est le point "a" ( $0 < \alpha_1 \leq \bar{\alpha}_1$  ou  $M_{ser A} \leq M_{ab}$ )

$\sigma_s$  tiré de l'équation de compatibilité [7.7 a] si le pivot est le point "1" ( $\alpha_1 > \bar{\alpha}_1$  ou  $M_{ser A} > M_{ab}$ )

- à l'état-limite ultime  $N = N_u$  et

$\sigma_s = f_{ed}$  si le pivot est le point A ( $0 < \alpha \leq 0,259$  ou  $M_{uA} \leq M_{AB}$ )

$\sigma_s = g(\epsilon_s; f_{ed})$ ,  $\epsilon_s$  étant donné par l'équation de compatibilité [7.2 a] correspondant au pivot B ( $0,259 < \alpha \leq \frac{h}{d}$  ou  $M_{AB} < M_{uA} \leq M_{BC}$ ).

Pour la flexion simple, annuler  $N$  ( $N_{ser}$  ou  $N_u$ ) dans [7.9].

■ 3° cas : Si  $\alpha > 1$  les deux nappes d'armatures sont comprimées; deux sous-cas sont à envisager (fig. 7.17 et 7.18).

$d < y < h$  (pivot "b" aux états-limites de service, pivot B à l'état limite ultime)

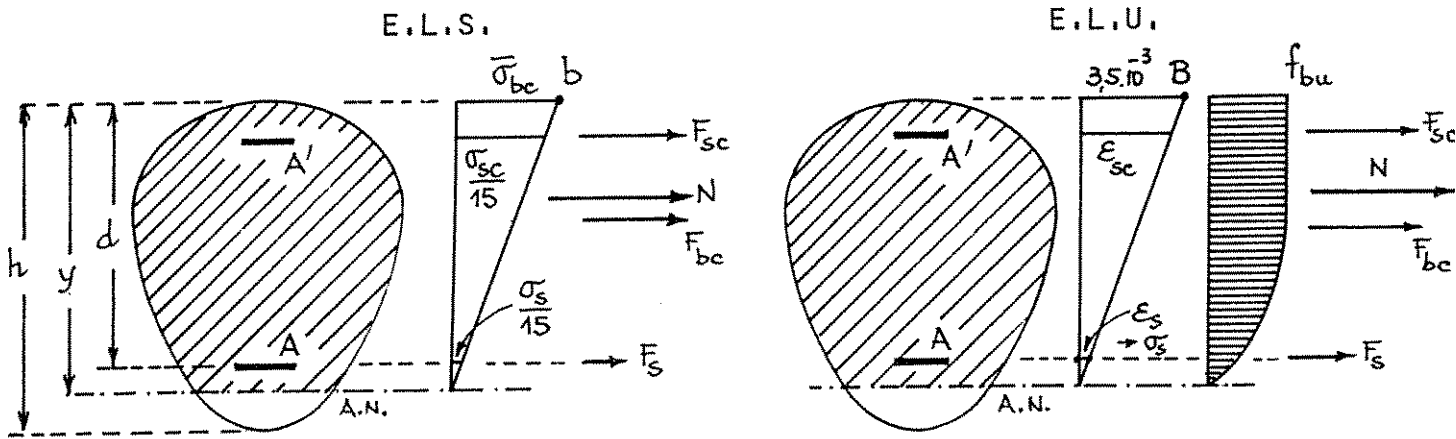


Figure 7.17

ou  $y > h$  (pivot "b" aux états-limites de service, pivot C à l'état limite ultime)

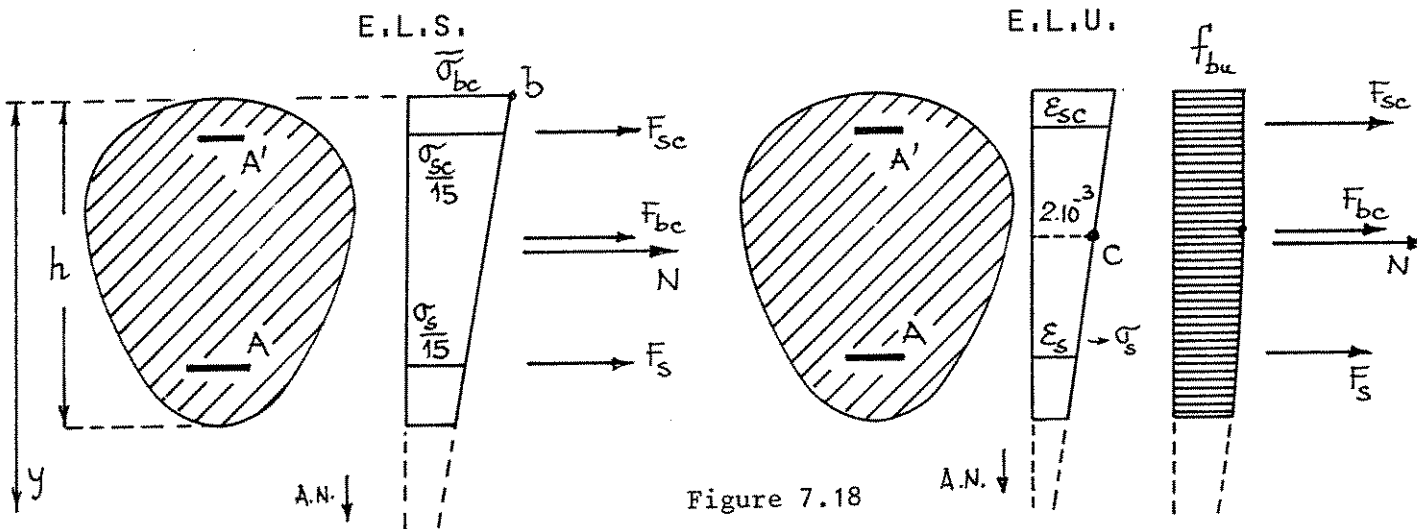


Figure 7.18

L'effort de compression  $F_s$  dans l'armature la moins comprimée s'obtient par l'équation d'équilibre des forces :

$$F_s = N - F_{bc} - F_{sc}$$

et la section  $A$  de cette armature doit au moins être égale à :

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s} = \frac{1}{\sigma_s} (N - F_{bc} - F_{sc}) \quad [7.10]$$

avec :

- à l'état-limite de service,  $N = N_{ser}$  et  $\sigma_s$  est tiré de l'équation de compatibilité [7.7 a] ;
- à l'état-limite ultime,  $N = N_u$  et  $\sigma_s = g(\epsilon_s, f_{ed})$ ,  $\epsilon_s$  étant tiré soit de l'équation de compatibilité [7.2 a] s'il s'agit du pivot B ou des équations de compatibilité [7.3] s'il s'agit du pivot C.

*Remarque* : Le sens de la force  $F_s$  dans l'armature inférieure doit être compatible avec le sens de la déformation relative  $\epsilon_s$  ou avec le signe de la contrainte  $\sigma_s$ . Dans le cas contraire :

- si, lorsque  $\alpha < 1$ , on trouve :

$\epsilon_s < 0$  avec  $F_s > 0$  (ou  $\sigma_s < 0$  avec  $F_s > 0$ ) c'est-à-dire un allongement (ou une contrainte de traction) incompatible avec une force de compression : ceci signifie que le béton seul est surabondant pour résister aux sollicitations agissantes de calcul. Dans ce cas, il suffit de prévoir l'armature minimale réglementaire.

- si, lorsque  $\alpha > 1$ , on trouve :

$\epsilon_s > 0$  avec  $F_s < 0$  (ou  $\sigma_s > 0$  avec  $F_s < 0$ ) c'est-à-dire un raccourcissement (ou une contrainte de compression) incompatible avec une force de traction ceci signifie que la résistance de la section aux sollicitations agissantes ne peut être assurée, compte tenu de ses dimensions, et des valeurs de  $f_{c28}$ ,  $f_e$  (ou  $\sigma_s$ ). Le dimensionnement doit alors être complètement repris.

### 7.34 - CALCUL DES CONTRAINTES NORMALES EN SERVICE POUR UNE SECTION QUELCONQUE EN FLEXION SIMPLE (1)

Données : - dimensions géométriques de la section  
 - sections A et A' des armatures  
 - moment de service  $M_{ser}$   
 - contraintes limites  $\bar{\sigma}_{bc}$  et  $\bar{\sigma}_s$ .

Inconnues : - contrainte maximale du béton  $\sigma_{bc}$   
 - contrainte  $\sigma_s$  des armatures tendues et, éventuellement, contrainte  $\sigma_{sc}$  des armatures comprimées.

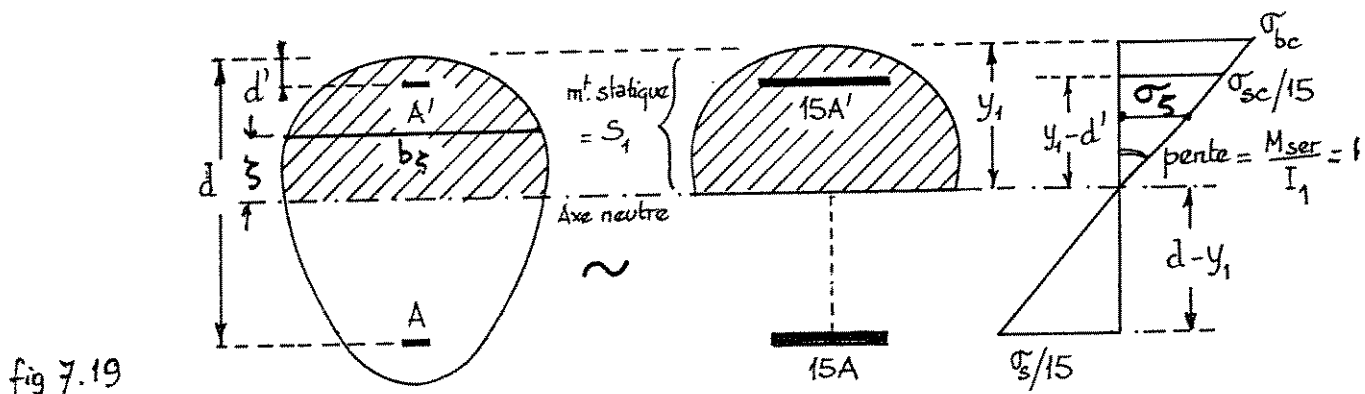


fig 7.19

De façon générale, on a  $\sigma = K\xi$ , en posant  $K = \frac{M_{ser}}{I_1}$ , coefficient angulaire du diagramme des contraintes, avec  $I_1$  moment d'inertie de la section homogène réduite par rapport à l'axe neutre.

Si  $\xi$  désigne la distance à l'axe neutre d'une fibre de béton quelconque, et  $b_\xi$  la largeur de la section à ce niveau, la force élastique élémentaire dans le béton au niveau  $\xi$  est

$$b_\xi \cdot \sigma_\xi \cdot d\xi$$

(1) Pour le cas de la flexion composée, voir 8.6 .

et la résultante des compressions sur la zone de béton comprimée est :

$$F_{bc} = \int_0^y b_z \cdot \sigma_z d\zeta = K \int_0^y b_z \zeta d\zeta$$

La force de compression dans les aciers comprimés vaut :

$$F_{sc} = A' \sigma_{sc} = [15 K (y_1 - d')] A'$$

et la force de traction dans les aciers tendus :

$$F_s = A \sigma_s = [15 K (d - y_1)] A$$

L'équation d'équilibre des forces s'écrit donc :

$$\int_0^y b_z \zeta d\zeta + 15 A' (y_1 - d') = 15 A (d - y_1)$$

L'intégrale représente le moment statique par rapport à l'axe neutre de l'aire de béton comprimée,  $15 A' (y_1 - d')$  celui des aciers comprimés, et  $15 A (d - y_1)$  celui des aciers tendus.

La position de l'axe neutre est donc donnée par l'équation dite "des moments statiques" :

$$f(y_1) = S_1 - 15 A (d - y_1) = 0 \quad [7.11]$$

où  $S_1$  désigne le moment statique par rapport à l'axe neutre de l'ensemble de la zone comprimée, aciers comprimés compris :

$$S_1 = \int_0^y b_z \zeta d\zeta + 15 A' (y_1 - d')$$

L'égalité des moments statiques par rapport à l'axe neutre de la zone comprimée et des aciers tendus traduit le fait qu'en flexion simple, l'axe neutre passe par le centre de gravité de la section (en béton armé, section réduite homogène). On retrouve donc là un résultat bien connu.

1°) Contrainte maximale du béton sur la fibre extrême comprimée :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_1} y_1 = K y_1 \quad [7.12]$$

$K = \frac{M_{ser}}{I_1}$  coefficient angulaire du diagramme des contraintes. On a aussi

$$K = \frac{\sigma_{bc}}{y_1} \quad [7.13]$$

2°) Contrainte du béton en un point quelconque à la distance  $\zeta$  de l'axe neutre

$$\sigma_z = \frac{M_{ser}}{I_1} \zeta = K \zeta = \sigma_{bc} \frac{\zeta}{y_1} \quad [7.14]$$

3°) Contrainte des armatures tendues :

$$\frac{\sigma_s}{15} = \frac{M_{ser}}{I_1} (d - y_1) \quad [7.15 a]$$

$$\sigma_s = 15 K (d - y_1) \quad [7.15 b]$$

$$\text{ou } \sigma_s = 15 \sigma_{bc} \frac{d - y_1}{y_1} \quad [7.15 c]$$

On retrouve les équations de compatibilité.

4°) Contrainte des armatures comprimées (si on en a besoin) :

$$\frac{\sigma_{sc}}{15} = \frac{M_{ser}}{I_1} (y_1 - d') \quad [7.16 a]$$

$$\sigma_{sc} = 15 K (y_1 - d') \quad [7.16 b]$$

$$\text{ou } \sigma_{sc} = 15 \sigma_{bc} \frac{y_1 - d'}{y_1} \quad [7.16 c]$$

5°) Expression de  $\frac{y_1}{d}$

$$\frac{y_1}{d} = \frac{15 \sigma_{bc}}{15 \sigma_{bc} + \sigma_s} \quad [7.17]$$

6°) Expressions de  $F_{bsc}$ ,  $F_s$  et  $z$

$$F_{bsc} = \iint_{B_A} \sigma_s (n dB_A) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n = 1 & \text{si } dB_A \text{ est une fibre de béton} \\ n = 15 & \text{si } dB_A \text{ est une armature comprimée} \end{cases}$$

(pour la définition de  $F_{bsc}$ , voir 7.33).

Compte tenu de [7.14]

$$F_{bsc} = \iint_B \frac{M_{ser}}{I_1} (n \zeta dB_A) = \frac{M_{ser} S_1}{I_1} \quad [7.18 a]$$

$$\text{ou } F_{bsc} = \frac{\sigma_{bc}}{y_1} S_1 \quad [7.18 b]$$

$$\text{et } F_s = A \sigma_s \quad [7.19]$$

D'après le principe d'équivalence, en flexion simple :

$$M_{ser} = F_{bsc} \cdot z = F_s \cdot z$$

On a donc :

$$z = \frac{M_{ser}}{F_{bsc}} = \frac{I_1}{S_1} \quad [7.20]$$

ou

$$z = \frac{M_{ser}}{F_s} = \frac{M_{ser}}{A \sigma_s} \quad [7.21]$$

Ces deux expressions sont fondamentales.

7.4 - SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION SIMPLE

7.41 - SECTION RECTANGULAIRE SANS ACIERS COMPRIMÉS : CAS DE LA FISSURATION PEU PRÉJUDICIABLE.

Dans le cas de la fissuration peu préjudiciable, la contrainte de traction de l'acier en service n'est pas limitée. En revanche, la contrainte maximale en service du béton comprimé est limitée.

7.411 - Section d'armatures tendues nécessaires pour que l'état-limite ultime de résistance ne soit pas atteint

Données :

- dimensions  $b_o, d$
- $f_{ed} = \frac{f_e}{1,15}$  et  $f_{bu} = \frac{0,85}{\theta} \frac{f_{c28}}{1,5}$   
 [ pour le dimensionnement sous sollicitations accidentelles, prendre  $f_{ed} = f_e$  et  $f_{bu} = f_{c28}/1,15$  ]
- moment agissant de calcul  $M_u$

Inconnue : section  $A_u$  des armatures tendues

7.411-1 - Coefficient de remplissage  $\psi$  ; coefficient de centre de gravité  $\delta_G$

Soit :  $F_{bc}$  la résultante des efforts de compression dans la zone de béton comprimé,

$y$  la hauteur de cette zone,

$z_b$  le bras de levier de la résultante  $F_{bc}$  par rapport au centre de gravité des aciers tendus ("bras de levier du béton seul").

L'effort de compression  $F_{bco}$  dans le béton comprimé qui correspondrait à une contrainte uniforme et égale à  $f_{bu}$  sur la totalité de la hauteur  $y$  est (figure 7.20)

$$F_{bco} = b_o y f_{bu}$$

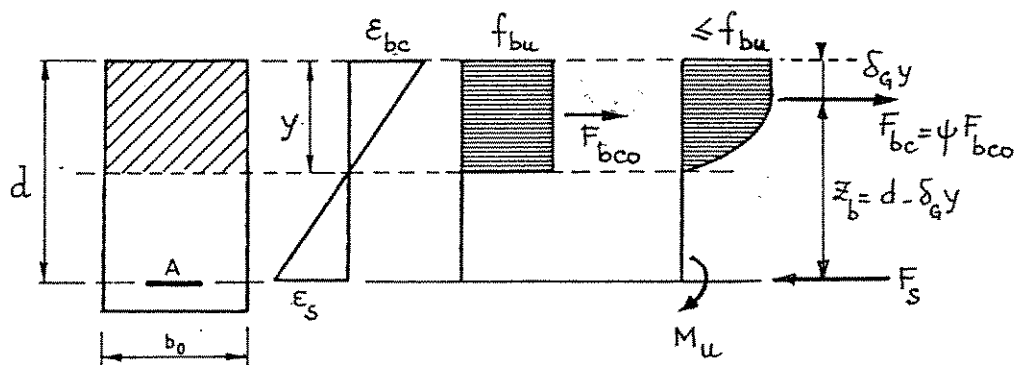


Figure 7.20

On appelle :

- coefficient de remplissage  $\psi$ , le rapport  $\psi = \frac{F_{bc}}{F_{bco}}$
- coefficient de centre de gravité  $\delta_G$  : le coefficient permettant de définir la distance  $\delta_G y$  du point de passage de la résultante  $F_{bc}$  à la fibre la plus comprimée.



On peut donc écrire :

$$F_{bc} = \psi F_{bco} = \psi b_o y f_{bu} \quad [7.22]$$

$$z_b = d - \delta_G y \quad [7.23]$$

En flexion simple, sans aciers comprimés, comme il n'y a pas d'effort normal extérieur,

$$F_{bc} = F_s = A \sigma_s \quad [7.24]$$

et le moment agissant  $M_u$  doit être équilibré par le moment résistant  $F_{bc} \cdot z_b$  (égal au moment  $F_s \cdot z_b$ ) d'où :

$$M_u = F_{bc} \cdot z_b = \psi b_o y f_{bu} (d - \delta_G y) \quad [7.25 a]$$

équivalente à

$$M_u = F_s \cdot z_b = A \sigma_s z_b \quad [7.25 b]$$

ou en posant :

$$\alpha = \frac{y}{d} \text{ et } \mu_{bu} = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}} \quad (\text{moment "réduit", sans dimensions, toujours inférieur à 0,5})$$

$$\mu_{bu} = \psi \alpha (1 - \delta_G \alpha) \quad [7.26]$$

### Cas du diagramme parabole-rectangle

a) Si le pivot est le point A (région 1),  $\psi$  et  $\delta_G$  dépendent de  $\alpha$ .

Le raccourcissement maximal du béton, 3,5 %, n'est pas atteint et l'équilibre s'obtient avec une contrainte maximale du béton qui peut être inférieure à  $f_{bu}$ .

En revanche, l'allongement de l'acier tendu reste constamment égal à 10 %.

L'équation de compatibilité [7.1 a] :

$$\epsilon_{bc} = \frac{10}{1000} \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

donne

$$\alpha = \frac{1000 \epsilon_{bc}}{10 + 1000 \epsilon_{bc}}$$

Pour la valeur particulière  $\epsilon_{bc} = 2 \cdot 10^{-3}$  le diagramme parabole-rectangle se réduit à un diagramme parabolique ; la valeur correspondante de  $\alpha$  est  $\alpha = \frac{2}{12} = 0,1667$ .

PREMIER CAS :  $0 \leq \alpha \leq 0,1667$  ou  $0 \leq \epsilon_{bc} \leq 2 \text{ ‰}$ .

Soit  $\lambda y$  ( $\lambda > 1$ ) la valeur de l'ordonnée correspondant au raccourcissement de 2 ‰ dans le diagramme des déformations fictivement prolongé (fig. 7.21).

D'après les triangles semblables :

$$\frac{\epsilon_{bc}}{y} = \frac{2}{1000 \lambda y}$$

d'où, compte tenu de la valeur de  $\epsilon_{bc}$  en fonction de  $\alpha$  rappelée ci-avant :

$$\lambda = \frac{2}{10} \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

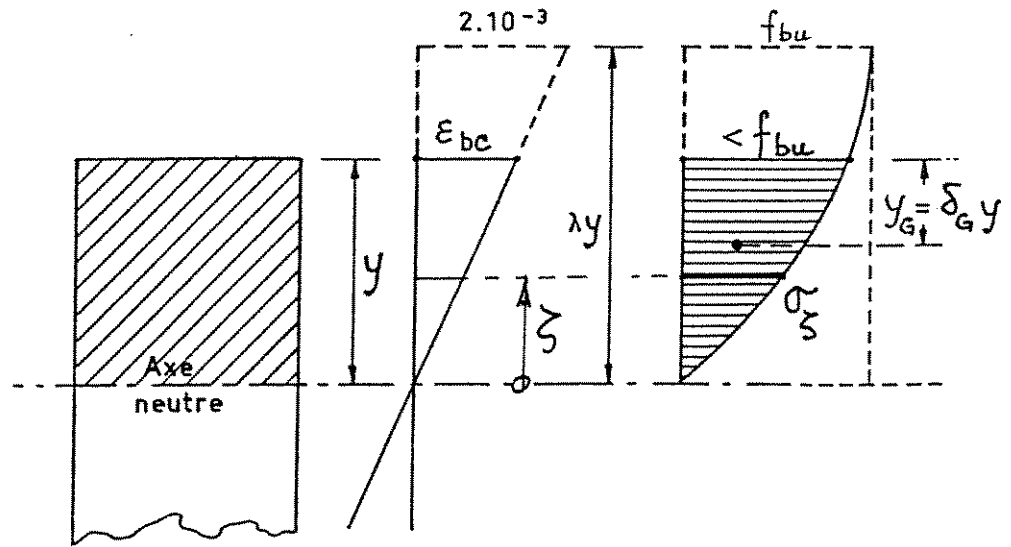


Figure 7.21

La parabole ayant pour équation  $\sigma_{\zeta} = \frac{2\zeta}{\lambda y} (1 - \frac{\zeta}{2\lambda y}) f_{bu}$  l'aire du diagramme est égale à :

$$\int_0^y \sigma_{\zeta} d\zeta = \frac{y f_{bu}}{3 \lambda^2} (3 \lambda - 1)$$

En d'autres termes, son "coefficient de remplissage" est :

$$\psi = \frac{3 \lambda - 1}{3 \lambda^2}$$

Son centre de gravité est situé à une distance  $y_G$  des fibres les plus comprimées égale à (moment statique par rapport à ces fibres) :

$$y_G = \frac{\int_0^y \sigma_{\zeta} (y - \zeta) d\zeta}{\int_0^y \sigma_{\zeta} d\zeta} = \frac{y}{4} \frac{4 \lambda - 1}{3 \lambda - 1}$$

c'est-à-dire que le coefficient de centré de gravité est :

$$\delta_G = \frac{4 \lambda - 1}{4 (3 \lambda - 1)}$$

En remplaçant  $\lambda$  par sa valeur dans les expressions de  $\psi$  et  $\delta_G$ , on trouve :

$$\psi = \frac{5 \alpha (3 - 8 \alpha)}{3 (1 - \alpha)^2}$$

$$\delta_G = \frac{4 - 9 \alpha}{4 (3 - 8 \alpha)}$$

DEUXIEME CAS :  $0,1667 < \alpha \leq 0,2593$  soit  $2 \% < \epsilon_{bc} \leq 3,5 \% .$

Soit  $\lambda y$  ( $\lambda \leq 1$ ) la valeur de l'ordonnée du diagramme des déformations pour laquelle le raccourcissement est égal à 2 ‰ (fig. 7.22) :  $\lambda$  conserve la même valeur que dans le premier cas.

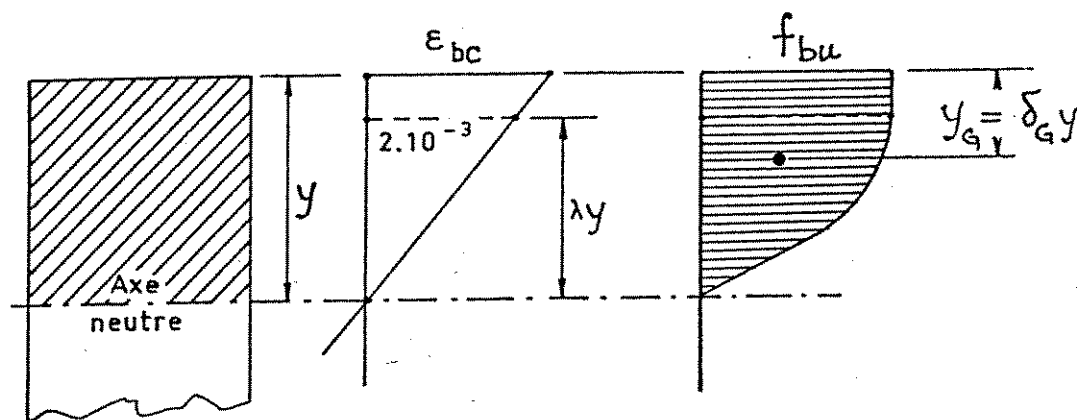


Figure 7.22

L'aire du diagramme est égale à :  $\frac{2}{3} \lambda y f_{bu} + y (1 - \lambda) f_{bu}$

ou encore à :  $y f_{bu} (1 - \frac{\lambda}{3})$

c'est-à-dire que le "coefficient de remplissage" est :

$$\psi = 1 - \frac{\lambda}{3}$$

Le centre de gravité de cette aire est situé à une distance  $y_G$  des fibres les plus comprimées égale à (moments statiques par rapport à ces fibres) :

$$y_G = \frac{\frac{2}{3} \lambda y f_{bu} \left[ \frac{3}{8} \lambda y + y (1 - \lambda) \right] + y (1 - \lambda)^2 \cdot \frac{y}{2} f_{bu}}{y f_{bu} (1 - \frac{\lambda}{3})}$$

ou encore à :

$$y_G = \frac{\lambda^2 - 4 \lambda + 6}{3 - \lambda} \cdot \frac{y}{4}$$

c'est-à-dire que le coefficient de centre de gravité est :

$$\delta_G = \frac{\lambda^2 - 4 \lambda + 6}{4 (3 - \lambda)}$$

d'où, en remplaçant  $\lambda$  par sa valeur en fonction de  $\alpha$  :

$$\psi = \frac{16 \alpha - 1}{15 \alpha}$$

$$\delta_G = \frac{171 \alpha^2 - 22 \alpha + 1}{10 \alpha (32 \alpha - 2)}$$

Pour chacun des deux cas, les valeurs de  $\alpha$ ,  $\psi$  et  $\delta_G$  peuvent être lues en fonction de  $\mu_{bu}$  dans le tableau 7.1.

Remarque : Les valeurs de  $\mu_{bu}$  inférieures à 0,030 ( $\alpha < 0,0815$ ) ne sont pas considérées, car il faut toujours prévoir une section d'armatures minimales (voir 7.411,5) qui vient borner inférieurement  $\mu_{bu}$  et donc  $\alpha$ .

TABLEAU 7.1

$\mu_{bu}$	$\alpha$	$\psi$	$\delta_G$
0,030	0,0815	0,3780	0,3478
0,035	0,0886	0,4073	0,3494
0,040	0,0952	0,4338	0,3511
0,045	0,1026	0,4627	0,3530
0,050	0,1097	0,4896	0,3549
0,055	0,1136	0,5039	0,3560
0,060	0,1194	0,5247	0,3577
0,065	0,1250	0,5442	0,3594
0,070	0,1305	0,5627	0,3611
0,075	0,1359	0,5802	0,3629
0,080	0,1413	0,5971	0,3648
0,085	0,1466	0,6130	0,3668
0,090	0,1518	0,6279	0,3688
0,095	0,1570	0,6422	0,3708
0,100	0,1623	0,6559	0,3731
0,1042	0,1667	0,6667	0,3750
0,105	0,1676	0,6689	0,3754
0,110	0,1728	0,6809	0,3778
0,115	0,1782	0,6926	0,3804
0,120	0,1835	0,7034	0,3830
0,125	0,1900	0,7158	0,3861
0,130	0,1943	0,7236	0,3832
0,135	0,1980	0,7300	0,3900
0,140	0,2053	0,7419	0,3934
0,145	0,2108	0,7504	0,3960
0,150	0,2164	0,7586	0,3985
0,155	0,2220	0,7664	0,4010
0,160	0,2277	0,7739	0,4035
0,165	0,2334	0,7810	0,4059
0,170	0,2390	0,7877	0,4082
0,175	0,2448	0,7943	0,4105
0,180	0,2507	0,8007	0,4128
0,185	0,2566	0,8069	0,4150
0,1873	0,2593	0,8096	0,4160

b) Si le pivot est le point B (région 2), le diagramme parabole-rectangle est "complet".

En conservant les proportions de ce diagramme et en se rapportant à des quantités sans dimensions, on trouve aisément les valeurs des coefficients  $\psi$  et  $\delta_G$ .

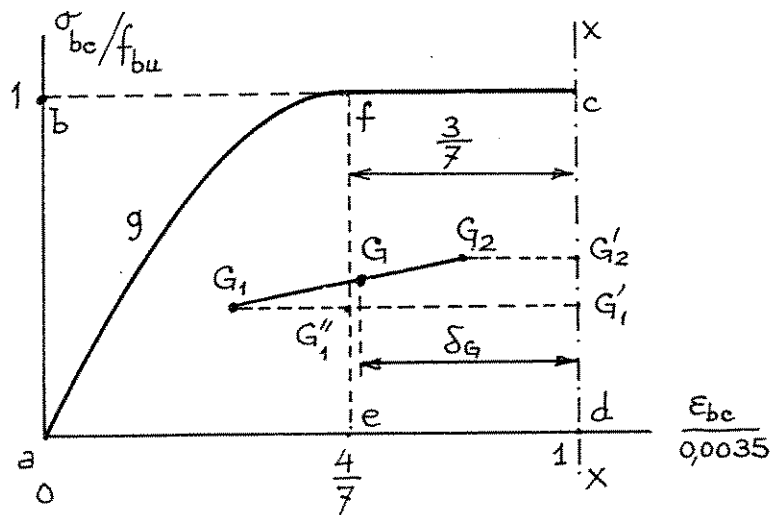


Figure 7.24

Le coefficient de remplissage  $\psi$  est donné par :

$$\psi = \frac{\text{aire agfcd}}{\text{aire abcd}} = \frac{\text{aire agfe} + \text{aire efcd}}{\text{aire abcd}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \times 1 + \frac{3}{7} \times 1}{1 \times 1} = \frac{17}{21} = 0,8095 \approx 0,81$$

Le coefficient de remplissage s'obtient en prenant les moments statiques par rapport à l'axe XX :

$$\delta_G = \frac{(\text{aire agfe}) \times \overline{G_1' G_1} + (\text{aire efcd}) \times \overline{G_2' G_2}}{\text{aire agfe} + \text{aire efcd}}$$

avec  $\overline{G_1' G_1} = \frac{3}{7} + \overline{G_1'' G_1} = \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \left(\frac{4}{7}\right)$

$$\text{soit } \delta_G = \frac{(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \times 1) (\frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{7}) + (\frac{3}{7} \times 1) (\frac{3}{7} \times \frac{1}{2})}{(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \times 1) + (\frac{3}{7} \times 1)} = \frac{36 + \frac{27}{2}}{7(8+9)} = 0,416$$

Avec  $\psi = 0,81$  et  $\delta_G = 0,416$ , on arrive à :

$$\alpha = \frac{1}{2\delta_G} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\delta_G}{\psi} \mu_{bu}}\right) = 1,2 \left(1 - \sqrt{1 - 2,06 \mu_{bu}}\right) \quad [7.27]$$

Cas du diagramme rectangulaire simplifié (voir 5,222, 2°)

On peut démontrer que lorsque les pivots sont Bou A (ce qui est le cas en flexion simple), on peut substituer au diagramme parabole-rectangle considéré comme le diagramme "exact" de distribution des contraintes dans le béton comprimé, un diagramme approché, de forme rectangulaire, défini comme suit (fig. 7.24 a) :

- sa largeur est égale à  $f_{bu}$
- il s'étend depuis la fibre la plus comprimée sur une hauteur égale aux  $8/10$  de la hauteur  $y$  de l'axe neutre (axe des déformations nulles).

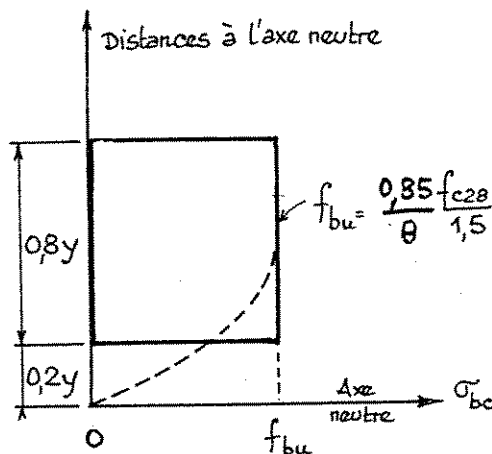
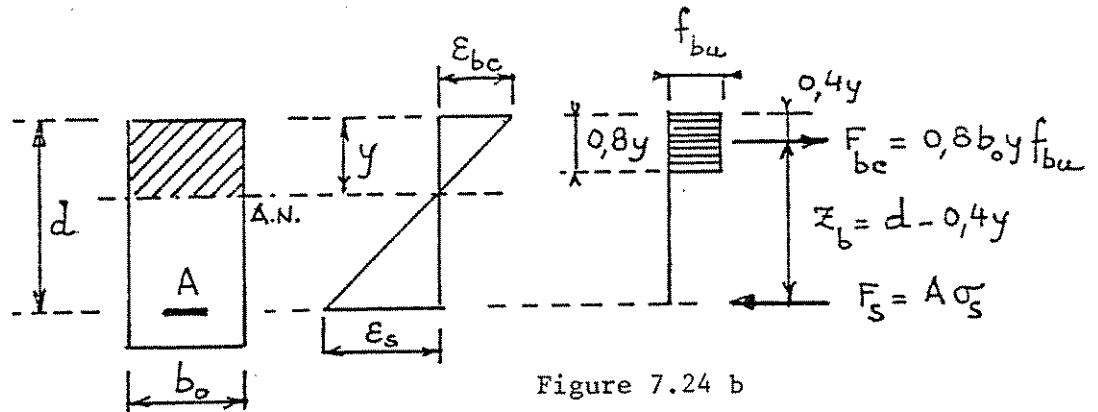


Figure 7.24 a



Ce diagramme rectangulaire est donc caractérisé par les valeurs :

$$\psi = 0,80$$

$$\delta_G = 0,40$$

L'équivalence avec le diagramme parabole-rectangle ("PR") est évidente en ce qui concerne le pivot B (où les valeurs "exactes" de  $\psi$  et  $\delta_G$  sont 0,81 et 0,416). Elle n'est nullement évidente au pivot A : en fait, en utilisant le diagramme rectangulaire ("R"), on commet une erreur sur la valeur de  $y$  ( $y_R < y_{PR}$ ) compensée par le fait que l'on adopte un coefficient de remplissage généralement supérieur et un coefficient de centre de gravité également supérieur (du moins tant que  $\mu_{bu} < 0,153$ ; voir le tableau 7.1).

En définitive, on ne se trompe guère ni sur la valeur de la force de compression dans le béton, ni sur celle du bras de levier, c'est-à-dire que les valeurs de  $F_{bc}$  et de  $z_b$  tirées des équations [7.22] et [7.23] sont sensiblement les mêmes qu'en remplaçant  $\psi y_{PR}$  et  $\delta_G y_{PR}$  par les valeurs  $0,8 y_R$  ( $\approx \psi y_{PR}$ ) et  $0,4 y_R$  ( $\approx \delta_G y_{PR}$ ) (voir fig. 7.24 c).

Dans ce qui suit, nous n'utiliserons plus que le diagramme rectangulaire<sup>(1)</sup>

Les équations [7.22] à [7.27] doivent alors être modifiées comme suit :

La résultante des efforts de compression dans le béton mesurée par le "volume des contraintes" (parallélépipède de côtés  $0,8 y \cdot b_o \cdot f_{bu}$ ), a pour valeur :

$$F_{bc} = 0,8 b_o y f_{bu} = 0,8 b_o d \alpha f_{bu} \quad [7.28]$$

Le bras de levier est :

$$z_b = d - 0,4 y = d (1 - 0,4 \alpha) \quad [7.29]$$

On a toujours  $F_{bc} = F_s$  c'est-à-dire :

$$0,8 b_o d \alpha f_{bu} = A \sigma_s \quad [7.30]$$

$$\text{et} \quad M_u = F_{bc} \cdot z_b = 0,8 b_o y f_{bu} (d - 0,4 y) \quad [7.31 a]$$

$$\text{ou encore} \quad M_u = F_s \cdot z_b = A \cdot \sigma_s \cdot z_b \quad [7.31 b]$$

(1) Le diagramme bilinéaire défini en 5.222.3° est tel que  $\psi = 0,807$  et  $\delta_G = 0,411$ . Mais son emploi est bien moins commode que celui du diagramme rectangulaire.

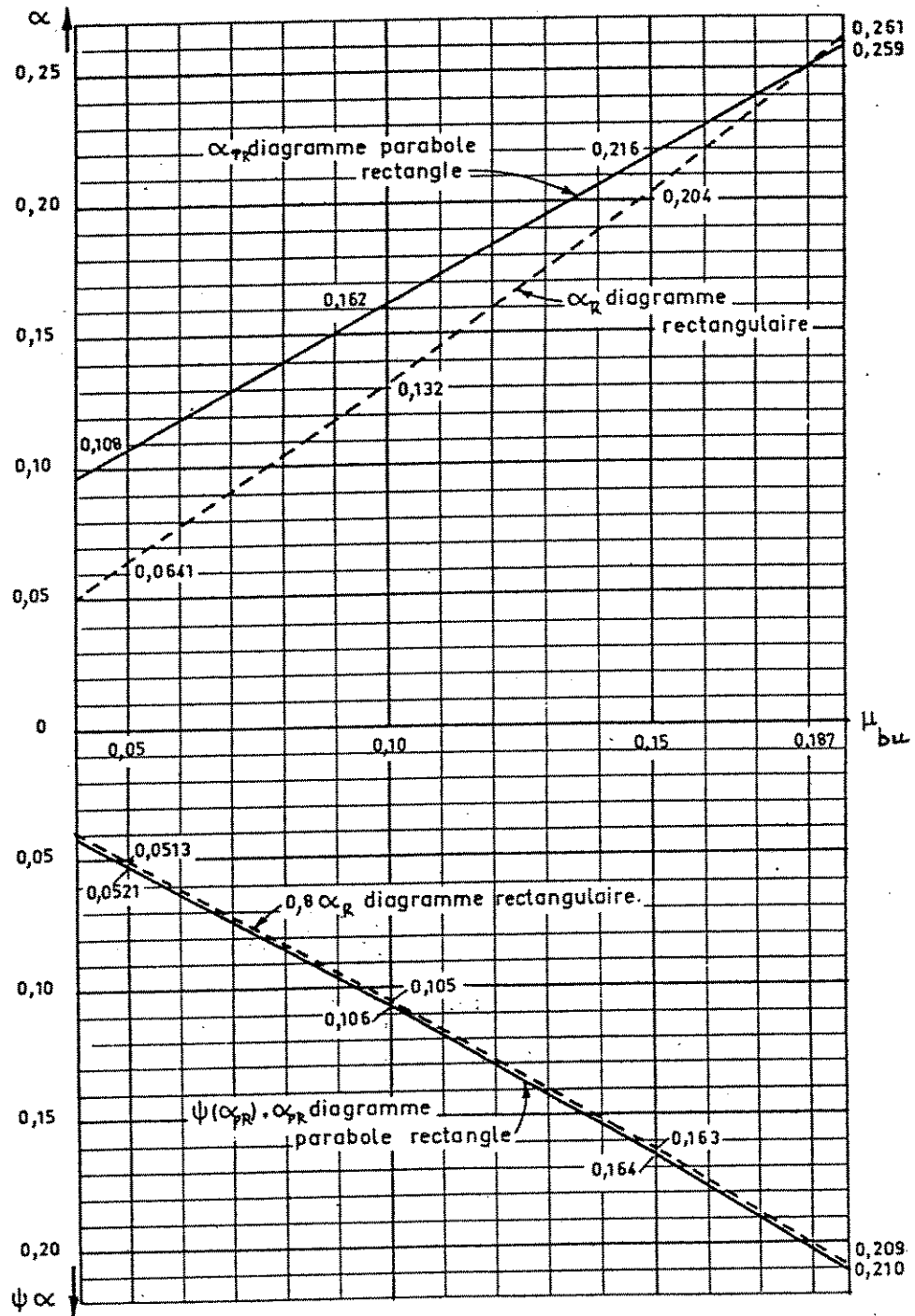


Figure 7.24 c - Equivalence du diagramme parabole-rectangle et du diagramme rectangulaire (pivots A et B seulement).

On a donc 
$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}} = 0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) \quad [7.32]$$

et 
$$\alpha = \frac{y}{d} = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}}) \quad [7.33]$$

7,411-2 - Moment frontière  $M_{AB}$

Il s'agit du moment évalué par rapport au centre de gravité de l'armature tendue et correspondant à la position AB du diagramme des déformations (fig. 7.25 a).

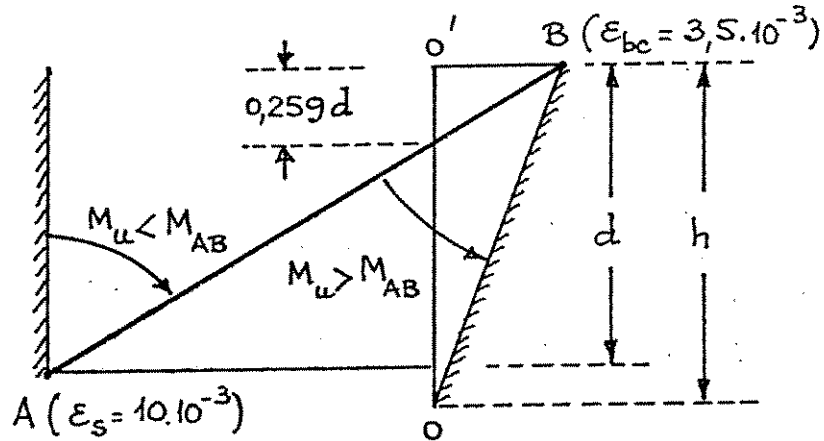


Figure 7.25 a

$M_{AB}$  correspond à  $\epsilon_s = 10 \cdot 10^{-3}$ ,  $\epsilon_{bc} = 3,5 \cdot 10^{-3}$  c'est-à-dire (triangles semblables) à :

$$\alpha = \frac{y}{d} = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc} + \epsilon_s} = \frac{3,5}{3,5 + 10} \approx 0,259$$

On a alors, d'après [7.32] :

$$\mu_{AB} = 0,8 \times 0,259 (1 - 0,4 \times 0,259)$$

soit  $\mu_{AB} = 0,186$

et 
$$M_{AB} = 0,186 b_o d^2 f_{bu}$$

Nota : Avec le diagramme parabole-rectangle, on aurait trouvé par l'équation [7.26] avec  $\psi = 0,81$  et  $\delta_G = 0,416$  :  $\mu_{AB} = 0,187$ .

- a) Si  $M_u \leq M_{AB}$  c'est-à-dire si  $\mu_{bu} \leq 0,186$  ou  $\alpha \leq 0,259$  le pivot est le point A ;
- b) Si  $M_u > M_{AB}$  c'est-à-dire si  $\mu_{bu} > 0,186$  ou  $\alpha > 0,259$  le pivot est le point B .

Dans les calculs pratiques, compte-tenu de l'adoption pour les aciers d'un diagramme de calcul à palier horizontal (voir 2,261 et 5,221) la référence à  $M_{AB}$  n'est pas indispensable (voir 7.411-3 ci-après).



### 7,411-3 Contrainte de l'acier

Soit  $\epsilon_s$  l'allongement de l'acier tendu

#### a) Cas des Règles BAEL

Compte tenu de l'adoption d'un diagramme de calcul à palier horizontal (voir 5,221) on a (fig 7.25b) :

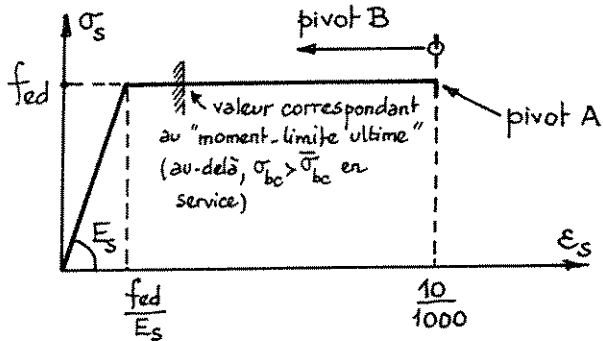


fig 7.25 b

$$* \text{ si } \frac{f_{ed}}{E_s} \leq \epsilon_s \leq \frac{10}{1000} : \sigma_s = f_{ed}$$

Cette double condition équivaut à :

$$0 \leq \alpha \leq \frac{3,5}{3,5 + 1000 \frac{f_{ed}}{E_s}}$$

ou encore à

$$\alpha \leq \frac{700}{700 + f_{ed}}$$

(voir équation [7.2a] avec  $\epsilon_s = \frac{f_{ed}}{E_s}$ )

$$* \text{ si } \epsilon_s < \frac{f_{ed}}{E_s} : \sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s, \text{ avec } E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa.}$$

Ce cas correspond à des solutions peu économiques, car l'acier est mal utilisé ( $\sigma_s < f_{ed}$ ). Pour éviter de se trouver dans cette situation, il faut prévoir des aciers comprimés. Mais nous verrons par ailleurs (en 7,414-2,1°) que l'obligation de vérifier en service l'état-limite de compression du béton implique de borner, à l'état-limite ultime  $\epsilon_s$  à une valeur généralement bien supérieure à  $f_{ed}/E_s$  <sup>(1)</sup>.

Il en résulte qu'en pratique, sous réserve que la condition relative à  $\sigma_{bc}$  en service soit bien vérifiée, c'est-à-dire sous réserve que  $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$ , on aura toujours :

$$\sigma_s = f_{ed}$$

**IMPORTANT** → Il est donc inutile de calculer l'allongement  $\epsilon_s$  de l'acier pour en déduire sa contrainte. systématiquement

(1) De nombreux auteurs adoptent pourtant/cette valeur  $f_{ed}/E_s$  pour définir le moment de flexion au-delà duquel il est nécessaire de prévoir des aciers comprimés. On voit qu'ils commettent une erreur car ce moment est supérieur dans la plupart des cas au "moment limite ultime" pour lequel  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ .

On voit ainsi qu'en pratique la référence à  $M_{AB}$  n'est pas indispensable (elle le serait pour un diagramme ne comportant pas de palier horizontal)

b) Cas de l'EC2 :

Dans l'EC2, deux options sont possibles :

\* Adoption d'un diagramme de calcul à palier horizontal, sans la limite d'allongement à 10‰.

Dans ce cas, ce qui vient d'être dit pour les Règles BAEL s'appliquent intégralement.

\* Adoption d'un diagramme avec branche inclinée, l'allongement étant limité à 10‰.

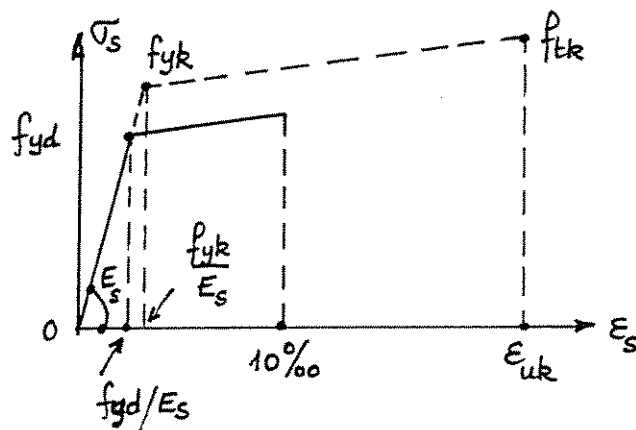


fig 7.25 c.

La pente de la branche inclinée du diagramme idéalise est

$$\frac{f_{yk} \left( \frac{f_{tk}}{f_{yk}} - 1 \right)}{E_{uk} - \frac{f_{yk}}{E_s}}$$

c'est aussi celle du diagramme de calcul déduit du précédent par l'affinité  $\frac{1}{\gamma_s}$  parallèlement à la droite de Hooke. Compte tenu des valeurs adoptées  $\gamma_s$  par l'EC2 pour  $E_{uk}$  et pour le rapport  $f_{tk}/f_{yk}$ , on aboutit aux expressions suivantes, valables pour  $\epsilon_s \geq \frac{f_{yd}}{E_s}$  (avec  $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ )

Aciers à haute ductilité (B500B):

$$\sigma_s = 0,9958 f_{yd} + 842,1 \epsilon_s \quad [7.33 \text{ bis}]$$

Aciers de ductilité normale (B500A):

$$\sigma_s = 0,9944 f_{yd} + 1111,1 \epsilon_s \quad [7.33 \text{ ter}]$$

Pour  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$  et  $\gamma_s = 1,15$ , on a ainsi:

$$\sigma_s = 433 + 842,1 \epsilon_s \quad \succ 441 \text{ MPa}$$

$$\text{ou } \sigma_s = 432 + 1111,1 \epsilon_s \quad \succ 443 \text{ MPa}$$

7.411-4 - Section d'armatures  $A_u$

On dispose des deux équations d'équilibre [7.30] et [7.31 b] qui s'écrivent ici, avec :

$$F_s = A_u f_{ed} ; F_{bc} = 0,8 b_o y f_{bu} ; F_{sc} = 0 ; M = M_u$$

$$A_u f_{ed} = 0,8 b_o y f_{bu} = 0,8 b_o d \alpha f_{bu} \quad [7.34]$$

$$\text{et } M_u = A_u f_{ed} z_b \quad [7.35]$$

1 - On commence donc par calculer :  $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}}$

2 - Si  $\mu_{bu} > \mu_{lu}$  (voir pages 187<sup>4</sup> à 188<sup>3</sup>, tableaux 7.3a, b, c ou 7.4 et abaque) il faut prévoir des aciers comprimés.

3 - Si  $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$ , on tire  $\alpha$  de l'équation [7.32] :

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}}) \quad [7.36]$$

$$\text{d'où } z_b = d (1 - 0,4 \alpha) \quad [7.29]$$

4 - Finalement, la section d'armatures cherchée est, d'après [7.31 b] :

$$A_u = \frac{M_u}{z_b \cdot f_{ed}}$$

avec  $z_b = d (1 - 0,4 \alpha)$

$$(m^2, m, MNm, MPa) \quad [7.37]$$

L'organigramme page 181 synthétise la marche à suivre avec les Règles BAEL (pour le cas visé par l'EC2, voir page 182!)

Remarque 1 - Si l'on adopte un diagramme de calcul de l'acier comportant une branche inclinée (voir EC2) la marche à suivre doit être légèrement modifiée.

Après avoir calculé  $\alpha$ , il faut déterminer l'allongement  $\epsilon_s$  de l'acier par

$$\epsilon_s = \frac{3,5}{1000} \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

puis calculer  $\sigma_s$  par l'une des expressions [7.33 bis] ou [7.33 ter] selon le cas considéré et prendre enfin

$$A_u = \frac{M_u}{z_b \cdot \sigma_s} \quad (m^2, m, MNm, MPa)$$

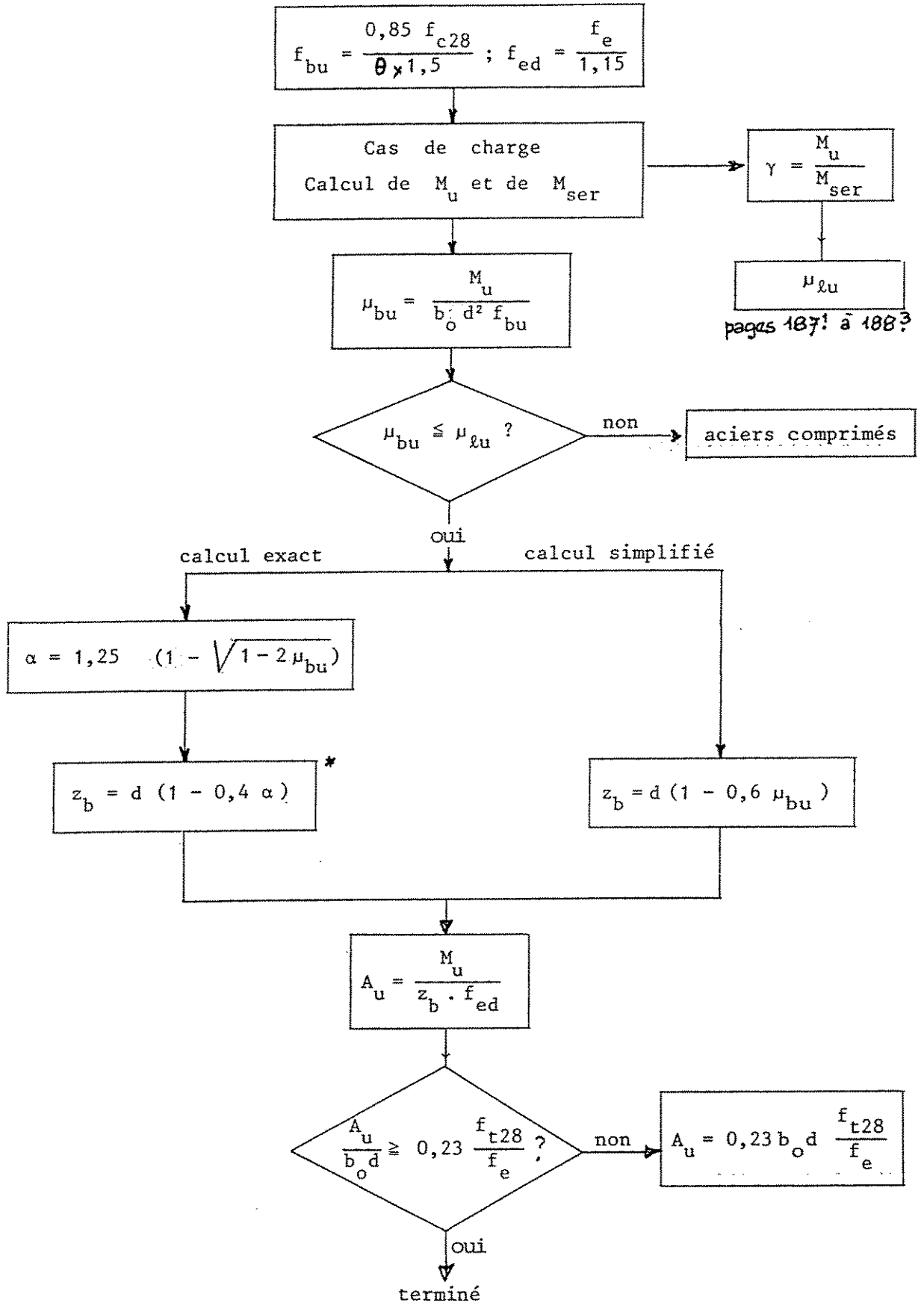
Remarque 2 - Dans le cas où l'on utilise de l'acier FeE 500, on a, pour  $\gamma_s = 1,15$

$$\frac{1}{f_{ed}} = \frac{1,15}{500} = \frac{2,3}{1000}$$

ce qui permet de prendre directement, en utilisant l'équation [7.37]:

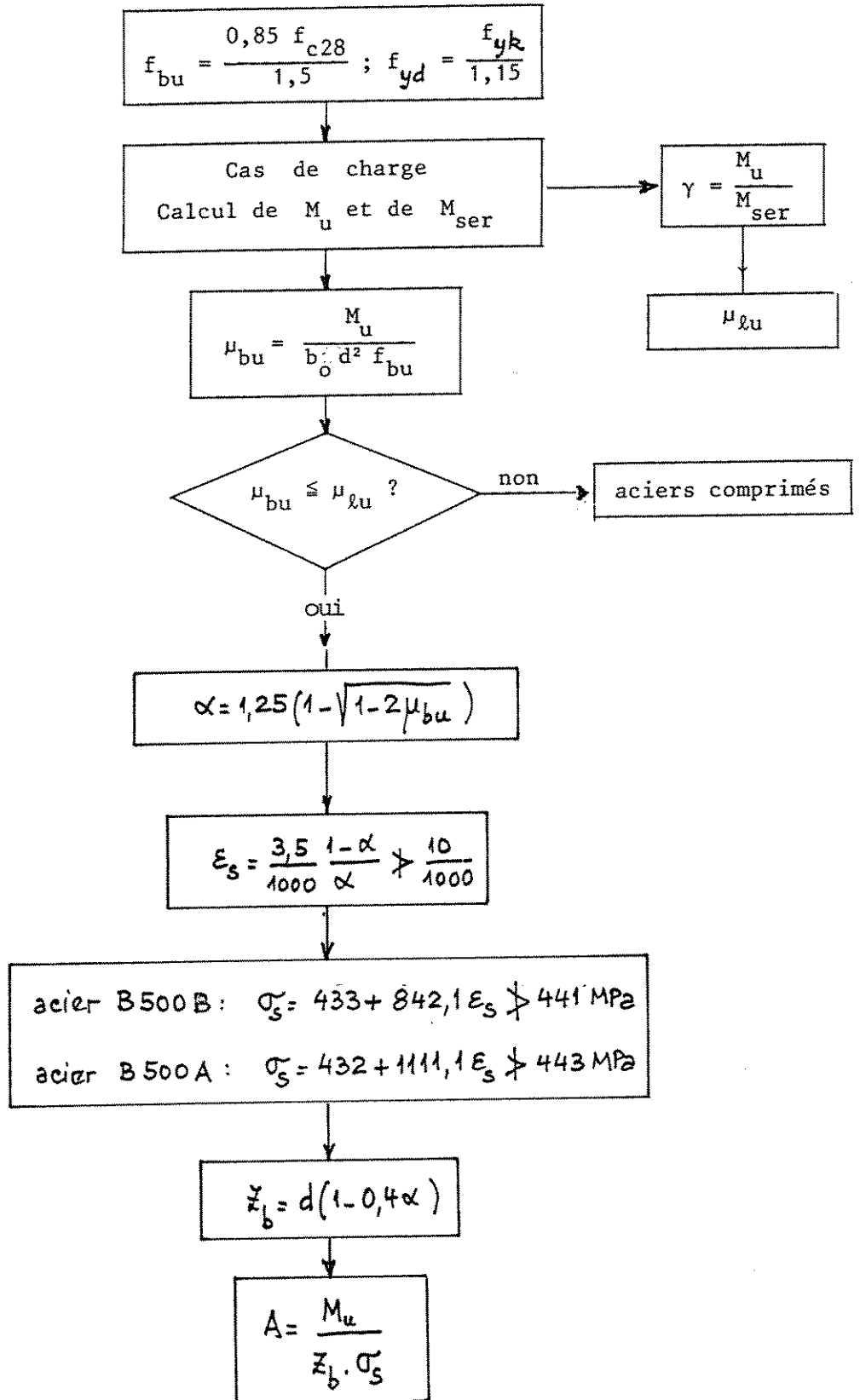
$$A (cm^2) = 23 \frac{M_u}{z_b} \quad (m, MNm)$$

CALCUL DES ARMATURES D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION SIMPLE



\* ou, directement,  $z_b = 0,5d (1 + \sqrt{1 - 2\mu_{bu}})$

CALCUL DES ARMATURES D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION SIMPLI  
(Cas du diagramme de l'acier de l'EC2, avec branche inclinée)



7.411-5 - Section  $A_u$  minimale

Il faut vérifier que la section  $A_u$  trouvée satisfait à la condition de non-fragilité.

a) Règles BAEL :

La condition s'obtient en écrivant que le moment résistant ultime du béton armé, l'acier étant supposé soumis à une contrainte égale à sa limite d'élasticité, est au moins égal au moment résistant ultime du béton non armé.

Pour une section rectangulaire  $b_o h$ , le moment résistant ultime du béton non armé est (fig. 7.26) :

$$M_{rb} = \left(\frac{I}{v}\right) f_{t28} = \frac{b_o h^2}{6} f_{t28}$$

avec  $f_{t28}$  résistance caractéristique du béton à la traction

$$\left( I = \frac{b_o h^3}{12}, v = \frac{h}{2} \right)$$

Le moment résistant ultime du béton armé avec la section minimale  $A_{min}$  est

$$M_{ra} = A_{min} f_e z$$

La condition de non-fragilité s'exprime par :

$$A_{min} f_e z = \frac{b_o h^2}{6} f_{t28}$$

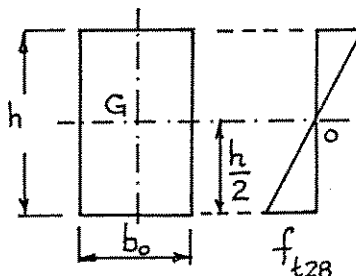


Figure 7.26

Comme  $z \approx 0,9d$  et  $d \approx 0,9h$  ou  $h \approx \frac{d}{0,9}$ , en remplaçant dans l'expression ci-dessus  $z$  et  $h$  par ces valeurs, on trouve, tous calculs faits :

$$A_{min} = b_o d \frac{1}{0,9 \times 0,81 \times 6} \frac{f_{t28}}{f_e} \approx 0,23 b_o d \frac{f_{t28}}{f_e}$$

Il faut donc que l'on ait :

$$\frac{A_u}{b_o d} \geq 0,23 \frac{f_{t28}}{f_e} \quad [7.38]$$

Remarque : Pour  $A = A_{min}$ , on a  $\mu_{bu} = \frac{b_o h^2 f_{t28}}{6 (b_o d^2 f_{bu})} \approx 0,2 \frac{f_{t28}}{f_{bu}}$ .

Pour  $f_{c28} = 25$  MPa, c'est-à-dire  $f_{t28} = 2,1$  MPa et  $f_{bu} = 14,2$  MPa, on trouve  $\mu_{bu} = 0,030$  ce qui justifie la remarque du bas de la page 173.

TABLEAU 7.2  
ACIERS FeE 500. POURCENTAGES MINIMAUX

$f_{c28}$ (MPa)	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$100 \frac{A_{min}}{b_e d}$	0,083	0,097	0,110	0,124	0,138	0,152	0,166	0,179	0,193

Remarque 2 : La formule 7.38 n'est pas applicable aux sections en T, étudiées plus loin, même lorsque ces sections peuvent, pour le calcul de leurs armatures, être assimilées à des sections rectangulaires.

Une telle erreur est fréquemment commise. Dès que la section n'est plus rectangulaire, il faut déterminer son module d'inertie ( $I/v$ ) et prendre

$$A_{min} = \left( \frac{I}{v} \right) \cdot \frac{f_{t28}}{0,9d \cdot f_e}$$

( $v$ , distance du centre de gravité de la section à la fibre la plus tendue)

b) Eurocode 2

A l'article 4.2.1.5, l'EC2 attire l'attention sur deux points :

- 1° Le risque de rupture fragile d'une section lors de l'apparition de la première fissure doit être évité. Cet objectif est normalement atteint en prévoyant le pourcentage minimal d'armatures fixé, pour les poutres, à l'article 5.4.2.1.1 de l'EC2, c'est-à-dire :

$$A_{min} = \text{Max} \left[ \frac{0,6 b_t d}{f_{yk}} ; 0,0015 b_t d \right] \quad \text{soit} \quad \frac{0,15}{100} b_t d \quad \text{si} \quad f_{yk} = 500 \text{ MPa.}$$

avec  $b_t$  largeur moyenne de la zone tendue (ou de la nervure seule s'il s'agit d'une poutre en T avec axe neutre dans la table).

L'armature minimale nécessaire au contrôle de la fissuration est à prévoir, si elle est supérieure aux valeurs ci-dessus.

on constate ici que la section minimale de l'EC2 ne dépend pas de la résistance du béton, qu'elle est plus forte que celle des Règles BAEL si  $f_{c28} < 45 \text{ MPa}$  et plus faible si  $f_{c28} > 45 \text{ MPa}$ .

- 2° Des résistances en flexion excédant celles qui résultent de l'application des hypothèses de calcul ne doivent pas être considérées dans le calcul des éléments faiblement armés, même si des essais montrent que de tels phénomènes "d'hyper-résistance" existent (lorsque l'on observe une "hyper-résistance", le moment calculé en prenant  $z = d$  et simultanément,  $\sigma_s$  égal à la résistance à la traction de l'acier, demeure encore très inférieur au moment de rupture réellement observé. R. CHAMBAUD (voir bibliographie en 1,932 page 227) explique ce phénomène par le fait que la striction et le glissement des fibres d'acier se trouveraient gênés par l'enrobage de l'enveloppe de béton (ouvrage cité, page 77) comme si l'acier demeurait entouré d'une gaine de béton non fissurée, et participant à la résistance.

7.412 - Section d'armatures nécessaire pour que les états-limites de service ne soient pas atteints

**BAEL :** On rappelle ici que les états-limites de service sont, pour les Règles

- un état-limite de compression du béton (défini par  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$ ) à vérifier dans tous les cas, que la fissuration soit peu préjudiciable ou non;
- des états-limites d'ouverture des fissures (définis par  $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$ , voir le tableau 5.1) qui ne concernent que les cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable.

7.412-1 - Généralisation de la notion de coefficient de remplissage et de coefficient de centre de gravité

Soit  $F_{bc1}$  la résultante des efforts de compression dans la zone comprimée  
 $y_1$  la hauteur de cette zone  
 $z_{b1}$  le bras de levier de la résultante  $F_{bc1}$  par rapport au centre de gravité des aciers tendus (fig. 7.27).

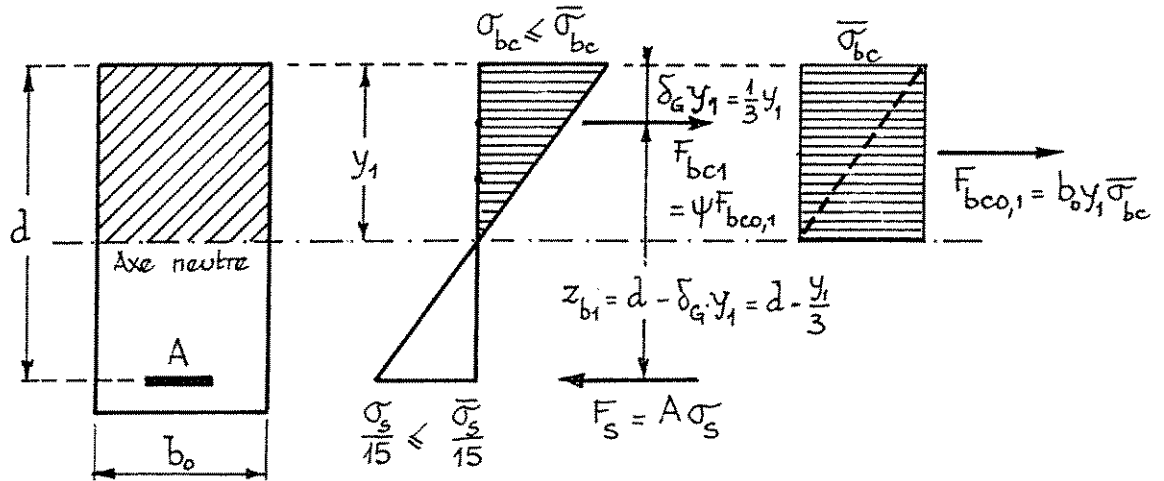


Figure 7.27



L'effort de compression  $F_{bc1,0}$  dans le béton comprimé, qui correspondrait à une contrainte uniforme et égale à  $\bar{\sigma}_{bc}$  sur la totalité de la hauteur  $y_1$  est :

$$F_{bc1,0} = b_o y_1 \bar{\sigma}_{bc}.$$

En généralisant les notions déjà établies pour le calcul à l'état limite ultime (7.411-1), on appellera :

- coefficient de remplissage  $\psi_1$ , le rapport  $\psi_1 = \frac{F_{bc1}}{F_{bc1,0}}$
- coefficient de centre de gravité  $\delta_{G1}$ , le coefficient permettant de définir la distance  $\delta_{G1} y_1$  du point de passage de la résultante  $F_{bc1}$  à la fibre la plus comprimée.

On peut donc écrire :  $F_{bc1} = \psi_1 F_{bc1,0} = \psi_1 b_o y_1 \bar{\sigma}_{bc}$  [7.39]

$$z_{b1} = d - \delta_{G1} \cdot y_1$$
 [7.40]

Le moment agissant  $M_{ser}$  doit être équilibré par le moment résistant  $F_{bc1} \cdot z_{b1}$  d'où :

$$M_{ser} = F_{bc1} \cdot z_{b1} = \psi_1 b_o y_1 \bar{\sigma}_{bc} (d - \delta_{G1} y_1)$$
 [7.41]

ou, en posant  $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$  et

$$\mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{b_o d^2 \bar{\sigma}_{bc}} \quad (\text{moment de service "réduit", sans dimensions})$$

$$\mu_{ser} = \psi_1 \alpha_1 (1 - \delta_{G1} \alpha_1)$$
 [7.42]

Bien noter qu'ici, le moment réduit  $\mu_{ser}$  est rapporté à  $\bar{\sigma}_{bc}$  qui figure au dénominateur, et non à  $f_{bu}$ , puisque cette contrainte n'intervient qu'à l'état-limite ultime.

a) Si le pivot est le point "a" ( $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$  ;  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ )  $\psi_1$  dépend de  $\alpha_1$ .  
On trouve (fig. 7.28 a) :

$$\psi_1 = \frac{\sigma_{bc}}{2 \bar{\sigma}_{bc}} = \frac{\bar{\sigma}_s}{2 n \bar{\sigma}_{bc}} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}$$

ou

$$\psi_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{30 \bar{\sigma}_{bc}} \cdot \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}$$
 [7.43]

et

$$\delta_{G1} = \frac{1}{3}$$

d'où

$$\mu_{ser} = \frac{\bar{\sigma}_s}{30 \bar{\sigma}_{bc}} \frac{\alpha_1^2}{1 - \alpha_1} \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$$
 [7.44]

b) Si le pivot est le point "b" ( $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$  ;  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ ) on a (fig. 7.28 b)

$$\psi_1 = \frac{1}{2}$$
 [7.45]

d'où

$$\mu_{ser} = \frac{1}{2} \alpha_1 \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$$
 [7.46]

7.412-2 - Section d'armatures nécessaire pour que l'état-limite de compression du béton en service ne soit pas atteint

ATTENTION:  
IMPORTANT!

→ En pratique, ce calcul n'a jamais à être fait. Il ne sert ici qu'à fournir les éléments nécessaires à la compréhension de la discussion faite au paragraphe 7.413.

Données :  $b_o, d, \bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$

Moment de service  $M_{ser}$

Inconnue : Valeur minimale de  $A_{ser}$  pour laquelle on a  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ .

Il faut appliquer les équations du pivot "b".

La résolution de l'équation [7.41] avec  $\psi_1 = \frac{1}{2}$  et  $\delta_G = \frac{1}{3}$  donne :

$$\alpha_1 = 1,5 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{ser}} \right] \quad [7.47]$$

La contrainte de l'acier vaut (triangles semblables) :

$$\sigma_s = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \quad [cf. 7.7 a]$$

Bien noter que la valeur de  $\alpha_1$ , donnée par l'équation [7.47] n'est pas celle qu'il convient d'utiliser lorsque la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable (voir 7.431). Cette erreur est fréquemment commise.

Finalement, la section cherchée d'armatures nécessaire est :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_{b1} \cdot \sigma_s} \quad [7.48]$$

avec ici  $z_{b1} = d (1 - \delta_{G1} \alpha_1) = d (1 - \frac{\alpha_1}{3}) \quad [7.49]$

7.413 - Discussion : Notion de moment-limite ultime  $M_{lu}$

La formule [7.37] a fourni la section d'armatures  $A_u$  nécessaire pour que l'état-limite ne soit pas atteint.

Par la formule [7.48], on a obtenu la section d'armatures  $A_{st}$  nécessaire pour que l'état-limite de compression du béton en service ne soit pas atteint.

On appelle "moment-limite ultime  $M_{lu}$ " la valeur du moment agissant ultime pour laquelle

$$(1) \quad A_u = A_{ser}$$

Cette valeur limite dépend :

- de  $\theta$
- de  $f_{c28}$  (dont dépendent  $\mu_{bu}$  et donc  $A_u, \bar{\sigma}_{bc}, \mu_{ser}$  et donc  $A_{ser}$ )
- de  $f_e$  (dont dépend  $A_u$ )
- du rapport  $\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$

(1) quand il en est ainsi le calcul à l'ELU correspond donc à l'EL de compression du béton en service ( $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ ). - 184 -

Posons  $\mu_{lu} = \frac{M_{lu}}{b_0 d^2 f_{bu}}$

La valeur numérique de  $\mu_{lu}$  ne résulte pas d'un calcul simple. Il est nécessaire d'avoir recours au calcul automatique (voir organigramme) page 186.

Ce calcul a permis de dresser des tableaux (voir par exemple, pages 187<sup>1</sup>, 187<sup>2</sup> et 188<sup>1</sup>: les tableaux 7.3<sup>a</sup>, 7.3<sup>b</sup> et 7.3<sup>c</sup> qui donnent les valeurs précises de  $\mu_{lu}$ ) et de dresser un abaque (voir page 188<sup>3</sup>) qui donne  $\mu_{lu}$  en fonction de  $\frac{f_{c28}}{\theta}$  et de  $\gamma$ . On peut utiliser aussi des formules approchées, de la forme

$$\mu_{lu} = a\gamma - b$$

comme celles du tableau 7.4, page 188.2.

(Suivant le mode de calcul des valeurs numériques des coefficients a et b par les divers auteurs, il peut y avoir de légères différences dans les formules proposés, sans conséquences pratiques.)

Dans tous les cas,  $\mu_{lu}$  est plafonné à la valeur pour laquelle l'allongement  $\epsilon_s$  de l'acier atteindrait la valeur  $f_{ed}/E_s$ . En effet, au delà de cette limite, la contrainte de l'acier n'atteignant plus  $f_{ed}$ , celui-ci serait mal utilisé. Le rôle des aciers comprimés n'est plus alors de bloquer à  $\bar{\sigma}_{bc}$  la contrainte en service du béton comprimé, mais de bloquer à  $f_{ed}$  la contrainte des aciers tendus à l'état-limite ultime.

Lorsque  $\epsilon_s = \frac{f_{ed}}{E_s}$ , la hauteur relative  $\alpha$  de l'axe neutre prend la valeur particulière

$$\alpha_0 = \frac{700}{700 + f_{ed}}$$

et la valeur plafond de  $\mu_{lu}$  est donc égale à  $0,8\alpha_0(1 - 0,4\alpha_0)$ .

On trouve ainsi :

- pour  $f_e = 500 \text{ MPa}$  :  $\alpha_0 = 0,6169$  valeur plafond : 0,3717
- pour  $f_e = 400 \text{ MPa}$  :  $\alpha_0 = 0,6681$  valeur plafond : 0,3916

Les tableaux qui donnent les valeurs exactes de  $\mu_{lu}$  montrent qu'avec les aciers FeE500, la valeur plafond 0,3717 :

- n'est jamais atteinte si  $f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$
  - est atteinte pour  $f_{c28} = 45 \text{ MPa}$  si  $\gamma \geq 1,474$
  - pour  $f_{c28} = 50 \text{ MPa}$  si  $\gamma \geq 1,441$
  - pour  $f_{c28} = 55 \text{ MPa}$  si  $\gamma \geq 1,414$
  - pour  $f_{c28} = 60 \text{ MPa}$  si  $\gamma \geq 1,390$
- } et uniquement dans le cas  $\theta = 1$

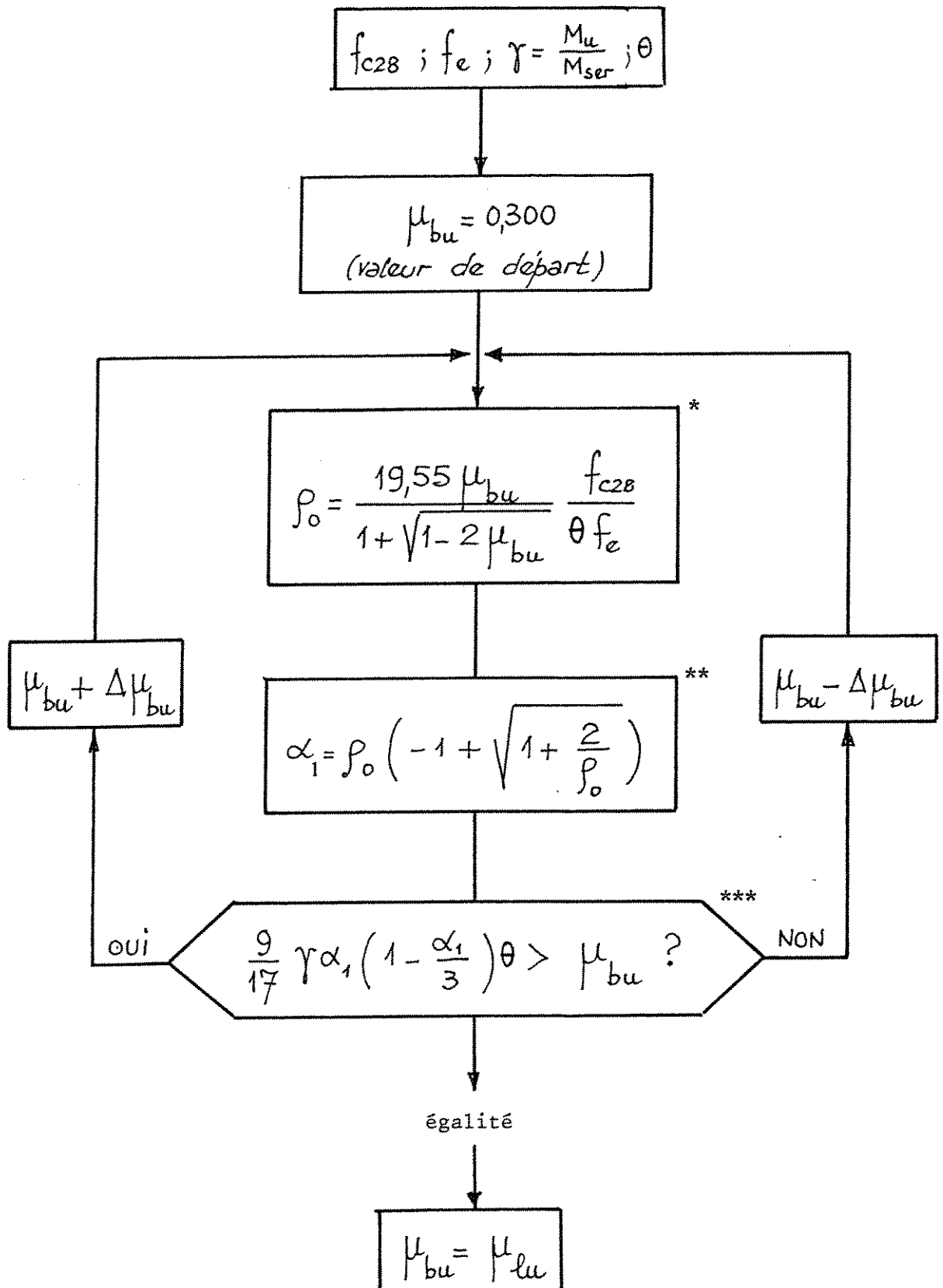
Ce serait donc une erreur, comme le font certains auteurs, de ne prévoir des aciers comprimés que lorsque  $\mu_{bu} \geq 0,3717$  (ou  $\mu_{bu} \geq 0,3916$ , selon le cas).

Nota : Pour les aciers FeE400, on peut prendre, comme valeur approchée de  $\mu_{lu}$  :

$$\mu_{lu}(400) \approx 1,1 \mu_{lu}(500)$$

ou opérer comme indiqué au bas de la page 188<sup>3</sup>.

ORGANIGRAMME DE CALCUL DU MOMENT LIMITE ULTIME ( $\mu_{lu}$ )



\* calcul de  $\rho_0 = \frac{15 A}{b_0 d}$  à l'ELU ( $19,55 = 15 \cdot \frac{0,85 \gamma_s}{0,5 \gamma_b}$ )

\*\* équation des moments statiques

\*\*\*  $\gamma M_{ser} > M_u ? \rightarrow \left( \gamma \frac{\alpha_1}{2} \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) b_0 d^2 \times 0,6 f_{c28} > \mu_{bu} b_0 d^2 \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \times 1,5} ? \right)$

TABLEAU 7.32  
Aciers Fe E 500

Valeurs de  $\mu_{lu}$ ,  $\alpha_{lu}$ ,  $\beta_{lu}$

$f_{ce0}$ (MPa)	$\theta$		$\gamma$			
			1,35	1,40	1,45	1,50
20	1	$\mu_{lu}$	0,2271	0,2411	0,2556	0,2704
		$\alpha_{lu}$	0,3265	0,3505	0,3761	0,4029
		$\beta_{lu}$	0,8694	0,8598	0,8496	0,8388
	0,9	$\mu_{lu}$	0,2024	0,2148	0,2275	0,2404
		$\alpha_{lu}$	0,2856	0,3059	0,3272	0,3493
		$\beta_{lu}$	0,8857	0,8776	0,8691	0,8603
	0,85	$\mu_{lu}$	0,1903	0,2019	0,2138	0,2258
		$\alpha_{lu}$	0,2662	0,2848	0,3043	0,3243
		$\beta_{lu}$	0,8935	0,8861	0,8783	0,8703
25	1	$\mu_{lu}$	0,2554	0,2708	0,2864	0,3025
		$\alpha_{lu}$	0,3757	0,4037	0,4330	0,4644
		$\beta_{lu}$	0,8497	0,8385	0,8268	0,8142
	0,9	$\mu_{lu}$	0,2275	0,2410	0,2548	0,2687
		$\alpha_{lu}$	0,3272	0,3503	0,3746	0,3998
		$\beta_{lu}$	0,8691	0,8599	0,8501	0,8401
	0,85	$\mu_{lu}$	0,2139	0,2265	0,2393	0,2523
		$\alpha_{lu}$	0,3045	0,3255	0,3474	0,3702
		$\beta_{lu}$	0,8782	0,8698	0,8610	0,8519
30	1	$\mu_{lu}$	0,2784	0,2947	0,3113	0,3283
		$\alpha_{lu}$	0,4178	0,4490	0,4821	0,5175
		$\beta_{lu}$	0,8329	0,8204	0,8072	0,7930
	0,9	$\mu_{lu}$	0,2479	0,2621	0,2766	0,2914
		$\alpha_{lu}$	0,3624	0,3878	0,4145	0,4426
		$\beta_{lu}$	0,8550	0,8449	0,8342	0,8230
	0,85	$\mu_{lu}$	0,2330	0,2463	0,2598	0,2735
		$\alpha_{lu}$	0,3366	0,3596	0,3836	0,4087
		$\beta_{lu}$	0,8654	0,8562	0,8466	0,8365

TABLEAU 7.3b  
Aciers Fe E 500

Valeurs de  $\mu_{lu}$ ,  $\alpha_{lu}$ ,  $\beta_{lu}$

f <sub>c28</sub> (MPa)	θ		γ			
			1,35	1,40	1,45	1,50
35	1	$\mu_{lu}$	0,2973	0,3143	0,3316	0,3493
		$\alpha_{lu}$	0,4541	0,4882	0,5246	0,5638
		$\beta_{lu}$	0,8184	0,8047	0,7902	0,7745
	0,9	$\mu_{lu}$	0,2647	0,2795	0,2946	0,3099
		$\alpha_{lu}$	0,3925	0,4199	0,4488	0,4792
		$\beta_{lu}$	0,8430	0,8320	0,8205	0,8083
0,85	$\mu_{lu}$	0,2488	0,2626	0,2766	0,2909	
	$\alpha_{lu}$	0,3640	0,3887	0,4145	0,4416	
	$\beta_{lu}$	0,8544	0,8445	0,8342	0,8233	
40	1	$\mu_{lu}$	0,3132	0,3307	0,3485	0,3668
		$\alpha_{lu}$	0,4860	0,5226	0,5619	0,6048
		$\beta_{lu}$	0,8056	0,7909	0,7752	0,7581
	0,9	$\mu_{lu}$	0,2788	0,2941	0,3095	0,3253
		$\alpha_{lu}$	0,4186	0,4479	0,4784	0,5111
		$\beta_{lu}$	0,8326	0,8209	0,8086	0,7956
0,85	$\mu_{lu}$	0,2620	0,2762	0,2906	0,3053	
	$\alpha_{lu}$	0,3876	0,4137	0,4411	0,4700	
	$\beta_{lu}$	0,8450	0,8345	0,8236	0,8120	
45	1	$\mu_{lu}$	0,3267	0,3446	0,3628	0,3717*
		$\alpha_{lu}$	0,5141	0,5531	0,5952	0,6169
		$\beta_{lu}$	0,7944	0,7787	0,7619	0,7533
	0,9	$\mu_{lu}$	0,2907	0,3064	0,3221	0,3382
		$\alpha_{lu}$	0,4413	0,4722	0,5044	0,5389
		$\beta_{lu}$	0,8235	0,8111	0,7982	0,7844
0,85	$\mu_{lu}$	0,2732	0,2878	0,3025	0,3174	
	$\alpha_{lu}$	0,4081	0,4357	0,4644	0,4946	
	$\beta_{lu}$	0,8367	0,8257	0,8142	0,8022	

\* Valeurs correspondant à  $E_s = f_{ed} / E_s$  (et non à  $\sigma_{bc} = \overline{\sigma}_{bc}$ )

TABLEAU 7.30  
Aciers FeE 500

Valeurs de  $\mu_{lu}$ ,  $\alpha_{lu}$ ,  $\beta_{lu}$

f <sub>c28</sub> (MPa)	θ		γ			
			1,35	1,40	1,45	1,50
50	1	$\mu_{lu}$	0,3382	0,3563	0,3717*	0,3717*
		$\alpha_{lu}$	0,5389	0,5799	0,6169	0,6169
		$\beta_{lu}$	0,7844	0,7680	0,7533	0,7533
	0,9	$\mu_{lu}$	0,3010	0,3169	0,3329	0,3492
		$\alpha_{lu}$	0,4614	0,4936	0,5274	0,5635
		$\beta_{lu}$	0,8154	0,8026	0,7891	0,7746
0,85	$\mu_{lu}$	0,2829	0,2976	0,3126	0,3277	
	$\alpha_{lu}$	0,4263	0,4547	0,4847	0,5162	
	$\beta_{lu}$	0,8295	0,8181	0,8061	0,7935	
55	1	$\mu_{lu}$	0,3482	0,3666	0,3717*	0,3717*
		$\alpha_{lu}$	0,5613	0,6043	0,6169	0,6169
		$\beta_{lu}$	0,7755	0,7883	0,7533	0,7533
	0,9	$\mu_{lu}$	0,3099	0,3259	0,3422	0,3587
		$\alpha_{lu}$	0,4792	0,5124	0,5478	0,5855
		$\beta_{lu}$	0,8083	0,7950	0,7809	0,7658
0,85	$\mu_{lu}$	0,2913	0,3062	0,3213	0,3366	
	$\alpha_{lu}$	0,4424	0,4718	0,5027	0,5354	
	$\beta_{lu}$	0,8230	0,8113	0,7989	0,7858	
60	1	$\mu_{lu}$	0,3569	0,3717*	0,3717*	0,3717*
		$\alpha_{lu}$	0,5813	0,6169	0,6169	0,6169
		$\beta_{lu}$	0,7675	0,7533	0,7533	0,7533
	0,9	$\mu_{lu}$	0,3177	0,3339	0,3503	0,3669
		$\alpha_{lu}$	0,4952	0,5295	0,5660	0,6051
		$\beta_{lu}$	0,8019	0,7882	0,7736	0,7580
0,85	$\mu_{lu}$	0,2986	0,3137	0,3290	0,3444	
	$\alpha_{lu}$	0,4567	0,4870	0,5190	0,5527	
	$\beta_{lu}$	0,8173	0,8052	0,7924	0,7789	

\* valeurs correspondant à  $E_s = f_{ed} / E_s$  (et non à  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ )

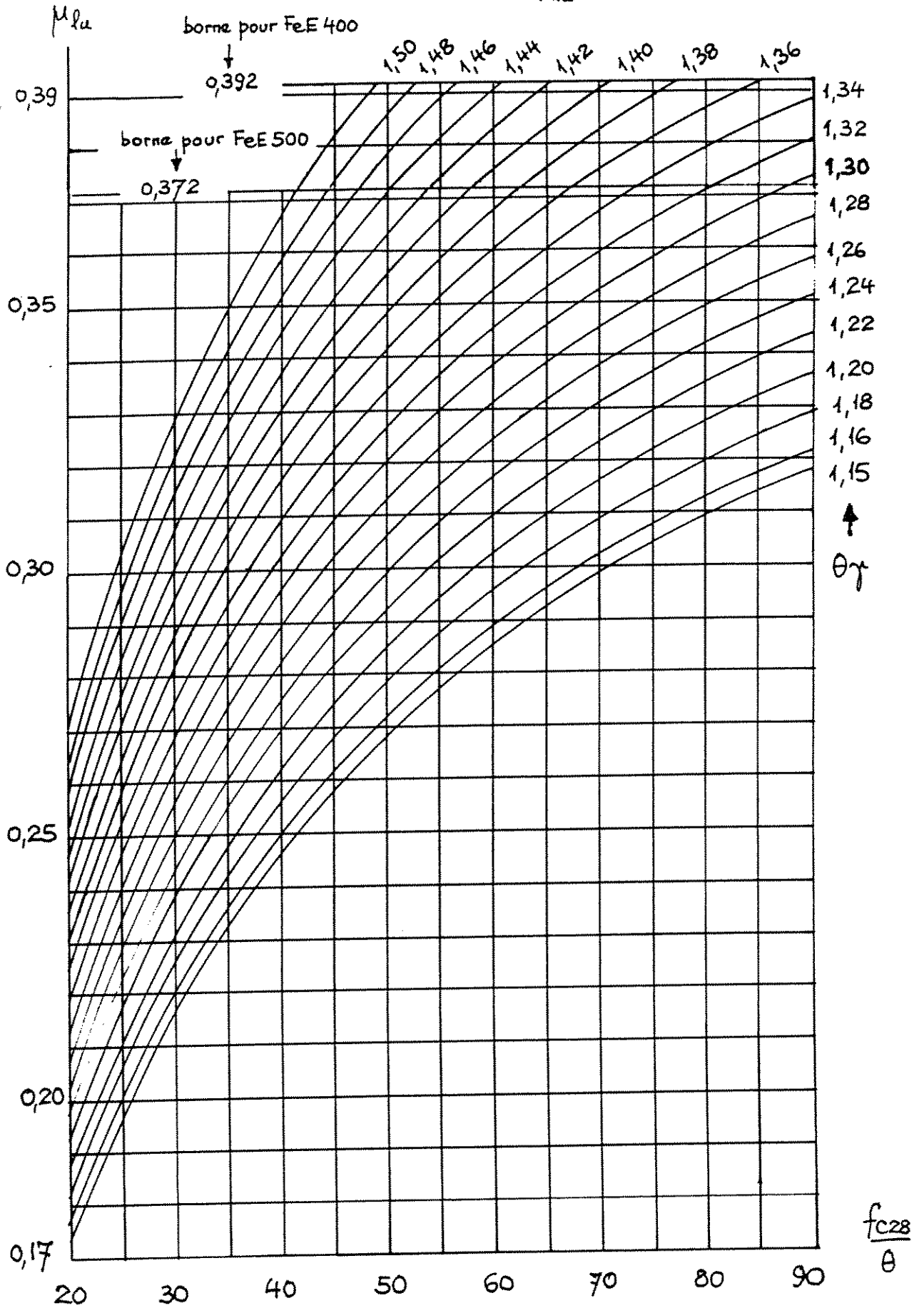
TABLEAU 7.4

Formules approchées pour le calcul de  $\mu_{lu}$

$f_{c28}$ (MPa)	$\theta$	$\mu_{lu}$
20	1	$0,293 \gamma - 0,1691$
	0,9	$0,256 \gamma - 0,1436$
	0,85	$0,239 \gamma - 0,1327$
25	1	$0,317 \gamma - 0,1730$
	0,9	$0,277 \gamma - 0,1468$
	0,85	$0,258 \gamma - 0,1347$
30	1	$0,336 \gamma - 0,1757$
	0,9	$0,293 \gamma - 0,1481$
	0,85	$0,272 \gamma - 0,1345$
35	1	$0,350 \gamma - 0,1757$
	0,9	$0,304 \gamma - 0,1461$
	0,85	$0,283 \gamma - 0,1336$
40	1	$0,361 \gamma - 0,1747$
	0,9	$0,312 \gamma - 0,1427$
	0,85	$0,291 \gamma - 0,1312$
45	1	$0,368 \gamma - 0,1706 \nabla 0,3717$
	0,9	$0,318 \gamma - 0,1388$
	0,85	$0,298 \gamma - 0,1266$
50	1	$0,376 \gamma - 0,1701 \nabla 0,3717$
	0,9	$0,323 \gamma - 0,1353$
	0,85	$0,301 \gamma - 0,1238$
55	1	$0,380 \gamma - 0,1654 \nabla 0,3717$
	0,9	$0,328 \gamma - 0,1333$
	0,85	$0,304 \gamma - 0,1194$
60	1	$0,384 \gamma - 0,1621 \nabla 0,3717$
	0,9	$0,330 \gamma - 0,1281$
	0,85	$0,307 \gamma - 0,1161$



VALEURS DU MOMENT LIMITE ULTIME  
RÉDUIT  $M_{lu}$



L'abaque est établi pour l'acier FeE 500. En cas d'emploi d'acier FeE 400, entrer en abscisse  $1,25 \frac{f_{c28}}{\theta}$

7.414 Calcul pratique

on n'envisage ici que le calcul manuel.

7.414-1 Calcul exact

a) Calculer  $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}}$

et  $\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}})$

ou utiliser l'abaque p. 18

b) Déterminer  $\mu_{lu}$  par les tableaux 7.3a, b, c ou 7.4/ et comparer  $\mu_{bu}$  à  $\mu_{lu}$ .

c) Si  $\mu_{bu} > \mu_{lu}$ , cela signifie que  $A_{ser} > A_u$ .

La figure 7.29 montre que  $A_{ser}$  finit par croître beaucoup plus vite que  $\mu_{ser}$ , ce qui conduit à une solution peu économique.

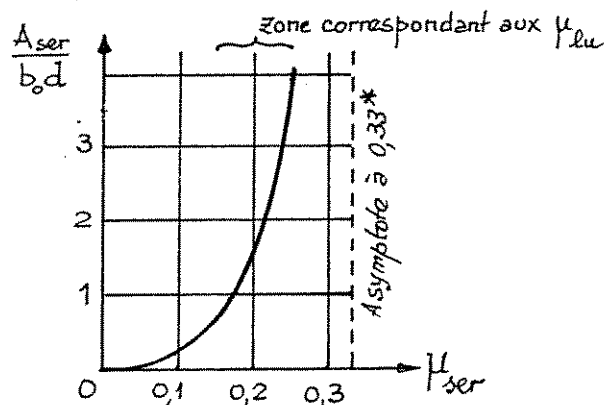


Figure 7.29

Dans ce cas, il est donc préférable, si cela est possible, de modifier les dimensions de la section ou, sinon, de placer des aciers comprimés, à calculer selon 7.42.

d) Si  $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$ , cela signifie que  $A_u \geq A_{ser}$ , le calcul peut être poursuivi sans se préoccuper de la vérification de la contrainte de compression du béton en service, puisque  $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$  implique automatiquement, en service,  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ . Voir organigramme page 181.

7.414-2 - Formules approchées

1° - Valeur approchée de  $z_b$

On a établi :  $\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}})$

et  $z_b = d (1 - 0,4 \alpha) = 0,5 d \left[ 1 + \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right]$

La fonction  $\beta = \frac{z_b}{d} = g(\mu_{bu})$  est représentée sur la figure 7.30.

\* L'asymptote à 0,33 vient de ce que, quand  $y_1 = d$ ,  $\sigma_s = 0$  et donc  $A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_b \sigma_s}$  est infini.  
 Quand  $y_1 = d$ ,  $\mu_{ser} = \frac{\alpha_1}{2} \left( 1 - \frac{\alpha_1}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ .  
 ( $\alpha_1 = 1$ ) - 189! -

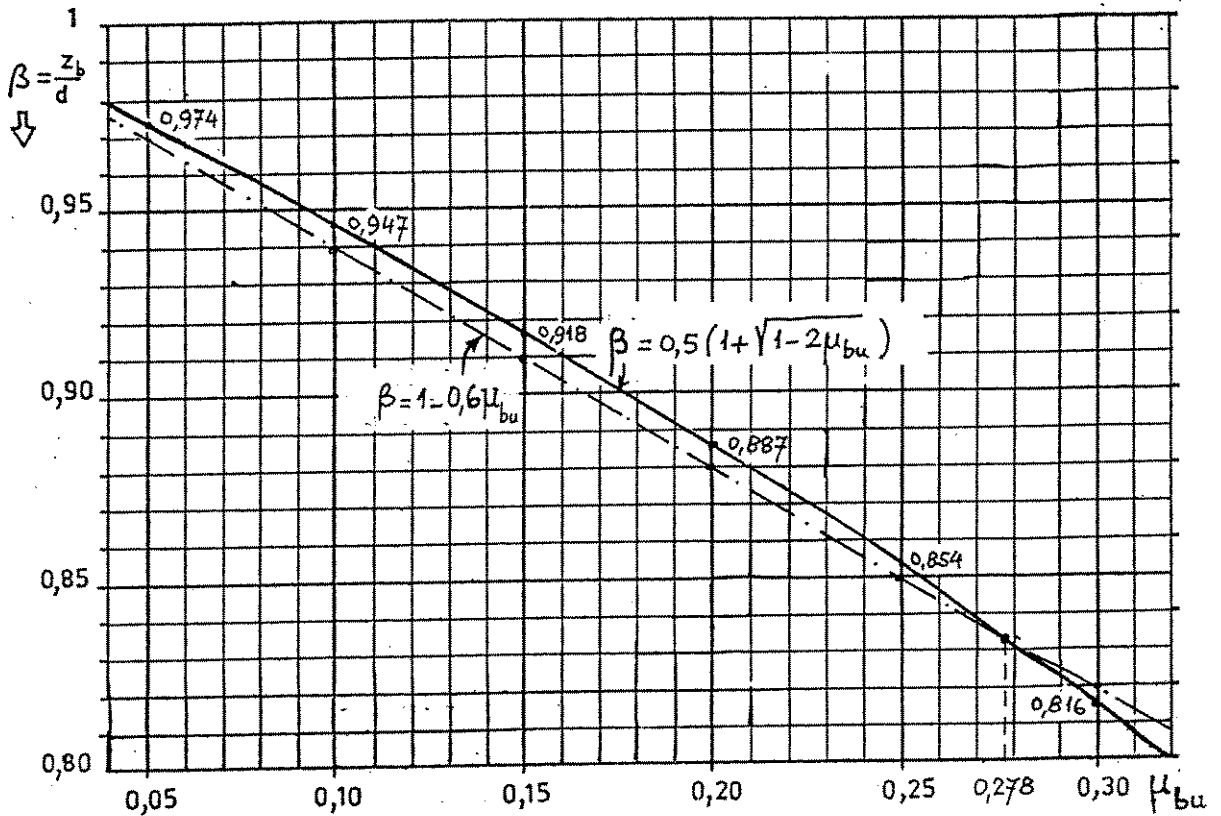


Figure 7.30

Cette courbe étant très "tendue", on peut sans grosse erreur, lui substituer la droite d'équation :

$$\beta = 1 - 0,6 \mu_{bu} \quad (1)$$

qui est du côté de la sécurité tant que  $\mu_{bu} < 0,278$  et faiblement du côté de l'insécurité pour  $0,278 < \mu_{bu} \leq 0,30$ .

En pratique, on peut admettre comme valeur approchée de  $z_b$  valable tant que  $\mu_{bu} \leq 0,30$  :

$$z_b = d (1 - 0,6 \mu_{bu}) \quad [7.50]$$

2° - Valeur approchée de A

On arrive ainsi à :  $A = \frac{M_u}{d (1 - 0,6 \mu_{bu}) f_{ed}}$

Pour une approximation beaucoup plus grossière, on peut encore prendre :

$$A = \frac{M_u}{0,9 d \cdot f_{ed}} \approx 1,25 \frac{M_u}{h \cdot f_{ed}} \quad \left( \begin{array}{l} \text{ou, en cm}^2: \frac{28,75 M_u}{h} \\ M_u \text{ en MN/m, } h \text{ en m} \end{array} \right)$$

(1) 0,278 - cf. fig 7.30 - correspond à la valeur de  $\mu_{bu}$  pour  $\frac{f_{c28}}{\sigma} = 25 \text{ MPa}$  et  $\gamma\theta = 1,425$ .  
 Pour cette valeur  $\beta$  exact = 0,833.  
 on a cherché la droite passant par les points :  $\mu_{bu} = 0 \rightarrow \beta = 1$  et  $\mu_{bu} = 0,278 = \frac{10}{36}$   
 $\rightarrow \beta = 0,833 = \frac{5}{6}$ . L'équation de cette droite est  $6\beta - 5 = -3,6\mu_{bu} + 1$  soit  $\beta = 1 - 0,6\mu_{bu}$ .

Remarque importante : Il faudrait se garder de se servir de la valeur approchée de  $z_b$  pour en tirer une valeur approchée de  $\alpha$  (qui serait  $\alpha = 1,5 \mu_{bu}$ ). En effet  $z_b$  variant peu (voir ci-avant, figure 7.30 donnant  $\beta = z_b/d$ ) une approximation sur  $z_b$  n'a que peu d'influence sur le résultat final, alors qu'il n'en est pas de même pour  $\alpha$  et toutes les quantités (allongements, contraintes) que l'on peut en déduire.

7.42 - SECTION RECTANGULAIRE AVEC ACIERS COMPRIMÉS - CAS DE LA FISSURATION PEU PRÉ-JUDICIABLE.

Seules les armatures longitudinales comprimées (de diamètre  $\phi_l$ ) entourées par des armatures transversales espacées d'au plus  $15 \phi_l$  peuvent être prises en compte dans le calcul.

7.421 - Principe général de calcul (valable pour l'état-limite ultime et pour l'état-limite de service)

Une section rectangulaire avec aciers comprimés peut être considérée comme résultant de la superposition de deux sections fictives (fig.7.31) :

- 1) une section rectangulaire, sans aciers comprimés, de mêmes dimensions que la section réelle, dont l'armature tendue est constituée par une fraction  $A_1$  de la section totale  $A$ , qui équilibre une fraction  $M_1$  du moment total  $M$  ( $M_u$  ou  $M_{ser}$  selon l'état-limite considéré) ;
- 2) une section de hauteur  $d-d'$ , de largeur nulle, dont la membrure comprimée est constituée par l'armature comprimée (de section  $A'$ ) et la membrure tendue par une fraction  $A_2$  de la section totale, et qui équilibre une fraction  $M_2$  (limitée à 40 % selon l'article B-6.6 des Règles BAEL) du moment total.

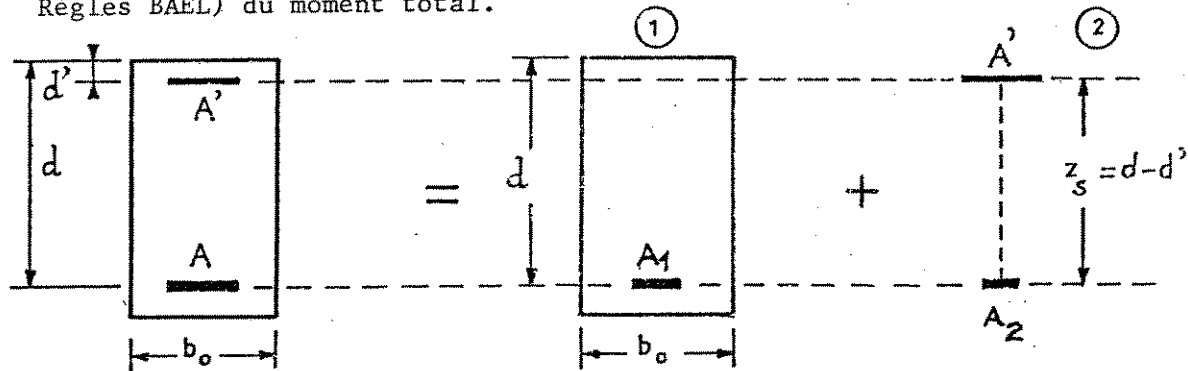


Figure 7.31

Si l'on désigne par  $\sigma_s$  et  $\sigma_{sc}$  les contraintes respectives des aciers tendus et comprimés, le moment équilibré par la deuxième section fictive est avec  $z_s = d - d'$  :

$$M_2 = A' \sigma_{sc} (d - d') = A_2 \sigma_s (d - d') \leq 0,4 M \quad [7.51]$$

On a donc de façon générale, aussi bien pour l'état-limite ultime que pour l'état-limite de service (moments rapportés au centre de gravité des aciers tendus) :

$$M = M_1 + A' \sigma_{sc} (d - d') \quad [7.52]$$

ou encore  $M = M_1 + A_2 \sigma_s (d - d')$  [7.53]

et  $A = A_1 + A' \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_s} = \frac{M_1}{z_b \sigma_s} + A' \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_s}$  [7.54]

7.422 - Cas où la section A' n'est pas imposée

Dans ce cas, il faut donc trouver à la fois les sections A et A'.

Ce problème comporte théoriquement une infinité de solutions, c'est-à-dire qu'il existe théoriquement un nombre infini de couples (A + A') permettant d'équilibrer le moment de flexion. Toutefois, un certain nombre de ces solutions ne peuvent être retenues, soit parce qu'elles ne sont pas économiques, soit parce qu'elles ne permettent pas de satisfaire la condition de non-dépassement de l'état-limite de compression du béton en service.

Par ailleurs, une seule de ces solutions correspond au minimum mathématique de A + A'. La recherche de cette solution par voie manuelle est faisable mais longue (en se donnant a priori des positions d'axe neutre et en opérant par approximations successives).

Le temps ainsi passé (même en ayant recours à l'ordinateur) ne compense pas toujours l'économie de métal réalisée, et il faut ensuite chercher si la solution obtenue correspond aussi à l'optimum économique, dans un calcul de coût où il faut prendre en considération les conditions réelles de livraison par les fournisseurs, de stockage, d'exécution, etc., et en particulier le prix de la main d'oeuvre nécessaire au façonnage et à la mise en oeuvre des armatures.

Ces difficultés se rencontrent quel que soit l'état-limite considéré (et existaient aussi dans le calcul aux contraintes admissibles).

Dans ce qui suit, nous adopterons une méthode simplifiée consistant à se fixer a priori le moment que l'on veut faire équilibrer, dans la décomposition en deux sections fictives, par la section rectangulaire sans aciers comprimés.

LA DIFFICULTÉ VIENT DU FAIT QUE L'ON IGNORE A PRIORI SI LA SOLUTION SERA DONNÉE PAR LE CALCUL À L'ELS OU PAR LE CALCUL À L'ELU. TOUTEFOIS UN CERTAIN NOMBRE D'ARTIFICES VONT NOUS PERMETTRE DE NE FAIRE QU'UN SEUL CALCUL, À L'ELU,

7.422-1 - Dimensionnement par l'état-limite de service (section A' non imposée)

IMPORTANT → Remarque préliminaire : En pratique, la méthode qui sera utilisée sera celle du dimensionnement par l'état-limite ultime (voir 7,422-2) mais pour comprendre cette dernière, il est nécessaire d'avoir assimilé auparavant la méthode du dimensionnement par l'état-limite de service.

Au moment-limite ultime  $M_{lu}$  défini précédemment (voir 7,413) ( $M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu}$ ) correspond un moment-limite de service  $M_{lser}$  défini par :

$$M_{lser} = \frac{M_{lu}}{\gamma} \quad (\text{avec } \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}})$$

1° - Cas où  $M_{ser} \leq M_{lser}$  : des aciers comprimés ne sont pas nécessaires :

$$A' = 0 .$$

La section A d'aciers tendus est déterminée comme indiqué en 7.414.

2° - Cas où  $M_{ser} > M_{lser}$  : on doit d'abord chercher la quantité d'aciers comprimés strictement nécessaire pour qu'en service l'état-limite de compression du béton ne soit pas dépassé, c'est-à-dire pour que l'on ait :  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$ .

a) Calcul de la section d'aciers comprimés

Méthode de calcul : Le béton comprimé seul (section ①) peut équilibrer un moment au plus égal à  $M_{lser}$ . Les aciers comprimés, situés à la distance  $d' = \delta'd$  de la fibre la plus comprimée, doivent équilibrer la différence  $M_2 = M_{ser} - M_{lser}$ .

Leur contrainte est  $\sigma_{sc,ser}$  ; leur bras de levier est  $z_s = d - d'$

La section strictement nécessaire pour arriver au résultat souhaité est donc telle que

$$A'_{ser} \sigma_{sc,ser} (d - d') = M_{ser} - M_{lser}$$

c'est-à-dire :

$$A'_{ser} = \frac{M_{ser} - M_{lser}}{\sigma_{sc,ser} (d - d')} \quad [7.55]$$

Le problème est donc d'évaluer  $\sigma_{sc,ser}$ . On adopte comme valeur de  $\sigma_{sc,ser}$  celle qui correspond à l'équilibre du moment  $M_{lser}$  par la section rectangulaire fictive sans aciers comprimés.

Au moment  $M_{lser}$  correspond une valeur limite du moment réduit en service (1) :

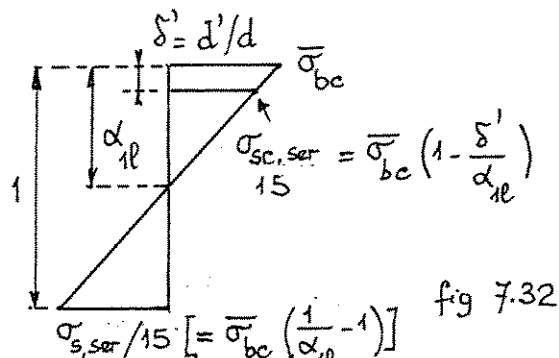
$$\mu_{lser} = \frac{M_{lser}}{b_o d^2 \bar{\sigma}_{bc}}$$

et une position d'axe neutre définie par  $\alpha_{1l}$  telle que :

$$\mu_{lser} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{1l} \left(1 - \frac{\alpha_{1l}}{3}\right) \quad [7.56]$$

c'est-à-dire

$$\alpha_{1l} = 1,5 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \mu_{lser}}\right] \quad [7.57]$$



(1) Bien noter que l'on a  $M_{ser} = \frac{M_u}{\gamma}$  mais que  $\mu_{ser} \neq \frac{\mu_u}{\gamma}$ . En effet on peut écrire

$$\mu_{lser} = \frac{M_{lser}}{b_o d^2 \bar{\sigma}_{bc}} = \frac{M_{lu}}{\gamma b_o d^2 \bar{\sigma}_{bc}} \times \frac{f_{bu}}{f_{bu}} = \frac{\mu_{lu}}{\gamma} \frac{f_{bu}}{\bar{\sigma}_{bc}} = \frac{0,85}{\theta \gamma_b \times 0,6 \gamma} \times \frac{\mu_{lu}}{\gamma} = \frac{0,944 \mu_{lu}}{\theta \gamma}$$

Se méfier de façon générale des quantités adimensionnelles qui ont l'inconvénient de ne plus faire apparaître les paramètres de base.

On a donc (triangles semblables) (fig 7.32) :

$$\sigma_{sc, ser} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{\alpha_{1l} - \delta'}{\alpha_{1l}} \quad \text{avec } \delta' = \frac{d'}{d}$$

ou encore, puisque  $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$  :

$$\sigma_{sc, ser} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_{1l}}\right) = 9 f_{c28} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_{1l}}\right) \quad [7.58]$$

$$\text{ou } \sigma_{sc, ser} = 9 f_{c28} (1 - k' \delta')$$

en posant  $k' = \frac{1}{\alpha_{1l}}$ . Connaissant  $\mu_{lser}$ , il est aisé de trouver  $\alpha_{1l}$  par la relation [7.57], puis d'en déduire  $k'$  et  $\sigma_{sc, ser}$  dont il suffit alors de reporter la valeur dans l'expression [7.55] pour trouver  $A'_{ser}$ .

En pratique, on n'a pas besoin de calculer  $\mu_{lser}$  et on peut obtenir  $k'$  directement en fonction de la quantité  $\mu' = \frac{\mu_{lu}}{\theta \cdot \gamma}$  ( $= \frac{\mu_{lser}}{0,944}$ , cf. note 1 au bas de la page 192) au moyen de l'abaque ci-après :

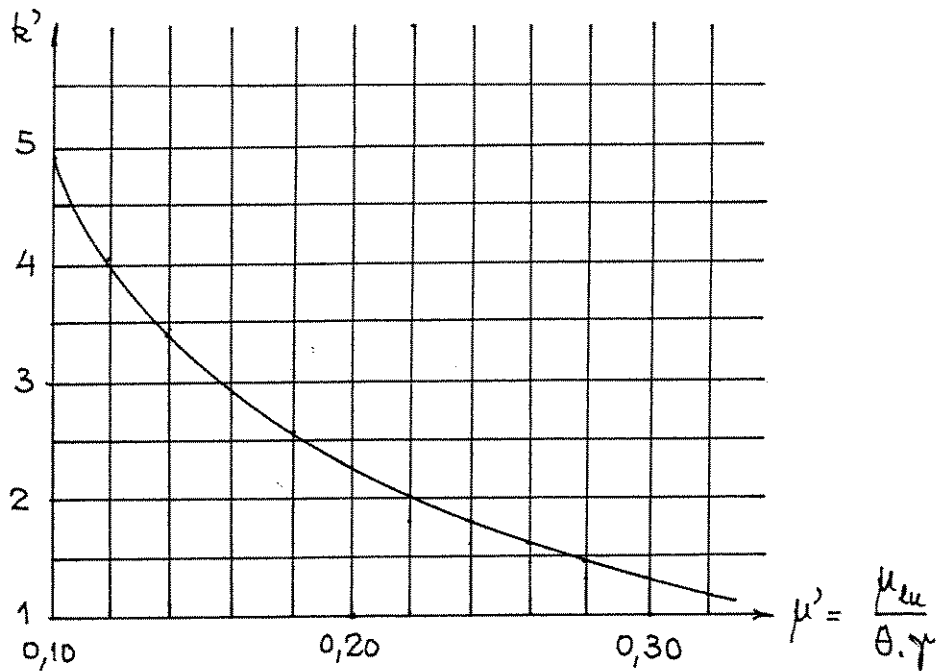


Fig 7.33. Valeurs de  $k'$

b) Calcul de la section des aciers tendus

D'après le calcul que l'on vient de faire, lorsque  $A' = A'_{ser}$ , la section rectangulaire fictive sans aciers comprimés n'a plus qu'à équilibrer le moment  $M_{lser}$ .

La fraction  $A_1$  de la section totale des armatures tendues qui permet d'équilibrer ce moment est :

$$A_1 = \frac{M_{lser}}{z_{b1l} \cdot \sigma_{s, ser}}$$

avec  $z_{b1l} = d \left(1 - \frac{\alpha_{1l}}{3}\right) = \beta_{1l} d$

$$\text{et } \sigma_{s,ser} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{1-\alpha_{1l}}{\alpha_{1l}} = 9 f_{c28} \left( \frac{1}{\alpha_{1l}} - 1 \right) = 9 f_{c28} (k'-1)$$

La section totale cherchée serait ainsi, d'après [7.54] :

$$A = A_1 + A'_{ser} \frac{\sigma_{sc,ser}}{\sigma_{s,ser}} = \frac{M_{p,ser}}{\beta_{1l} d \sigma_{s,ser}} + A'_{ser} \frac{1-k'\delta'}{k'-1} \quad (7.59)$$

Le premier terme du second membre représente la section d'acières nécessaire pour équilibrer, en service, le moment  $M_{p,ser}$ . Cette section est, par définition du moment-limite ultime (cf. page 184, § 7.41), égale à la section d'acières nécessaire pour équilibrer, à l'état-limite ultime, le moment  $M_{lu}$ . Pour ne faire qu'un seul calcul, nous devons donc examiner les conditions dans lesquelles, à l'état-limite ultime nous pourrions arriver à :

$$A = \frac{M_{lu}}{\beta_{1l} \cdot f_{ed}} + A'_c, \quad \text{avec } A'_c \geq A'_{ser} \frac{1-k'\delta'}{k'-1}$$

#### 7.422-2 - Dimensionnement par l'état-limite ultime ( $A'$ non imposé)

Données :  $b_0, d, d', f_{bu}, f_e, M_u, M_{ser}$ , d'où  $\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$  et  $\mu_{lu}$

Inconnues :  $A$  et  $A'$

PREMIER CAS :  $M_u \leq M_{lu}$  (avec  $M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b_0 d^2 f_{bu}$ ).

Des aciers comprimés ne sont pas nécessaires :  $A' = 0$

La section  $A$  d'acières tendus est déterminée comme indiqué en 7.414.

DEUXIEME CAS :  $M_u > M_{lu}$

La méthode de la décomposition en deux sections fictives conduirait à chercher la section d'acières comprimés strictement nécessaire pour équilibrer la différence  $M_u - M_{lu}$ , c'est-à-dire :

$$A'_u = \frac{M_u - M_{lu}}{\sigma_{scu} (d - d')} \quad [7.60]$$

$\sigma_{scu}$  étant la contrainte des aciers comprimés à l'état-limite ultime déterminée à partir des équations de compatibilité du pivot B, pour la hauteur d'axe neutre correspondant à  $M_{lu}$  (ou  $\mu_{lu}$ ).

Compte tenu du diagramme bilinéaire adopté pour les aciers, on a  $\sigma_{scu} = f_{ed}$  (du moins tant que  $\frac{\delta'}{\alpha_{lu}} \leq 1 - \frac{1000 f_{ed}}{3,5 E_s}$  c'est-à-dire pour  $f_{ed} = 500 \text{ MPa}$ ,  $\frac{\delta'}{\alpha_{lu}} \leq 0,38$  ce qui sera le plus souvent le cas) d'où  $A'_u = \frac{M_u - M_{lu}}{f_{ed} (d - d')} \quad [7.61]$

Avant de poursuivre le calcul, comparons  $A'_u$  donné par l'expression [7.61] et  $A'_{ser}$  donné par l'expression [7.55].

En multipliant par  $\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$ , le numérateur et le dénominateur du second membre de l'expression [7.55], on peut écrire :

$$A'_{ser} = \frac{\gamma [M_{ser} - M_{lser}]}{\gamma [\sigma_{sc,ser} (d - d')]} = \frac{M_u - M_{lu}}{(\gamma \sigma_{sc,ser}) (d - d')}$$



On en conclut que :

- si  $\gamma \sigma_{sc,ser} < f_{ed}$ , la section d'aciers comprimés à retenir sera  $A'_{ser} (> A'_u)$

- si  $\gamma \sigma_{sc,ser} > f_{ed}$ , la section d'aciers comprimés à retenir sera  $A'_u (> A'_{ser})$

L'examen des courbes de la fig. 7.33 bis page 194<sup>1</sup> montre que, pour les aciers de nuance FeE 500, on tombe toujours dans le premier cas si  $f_{c28} \leq 35 \text{ MPa}$  et que l'on tombe toujours dans le second si  $f_{c28} \geq 45 \text{ MPa}$ .

Pour aboutir à des expressions généralisées, nous allons introduire dans nos calculs une contrainte fictive des aciers comprimés, que nous désignerons par  $\sigma_{scc}$  ( $\sigma_{sc}$  "équivalent"), avec :

$$\begin{aligned} - \sigma_{scc} &= \gamma f_{c28} (1 - k' \delta') \quad \text{si cette quantité est inférieure à } f_{ed} \\ - \sigma_{scc} &= f_{ed} \quad \text{dans le cas contraire.} \end{aligned} \quad [7.62]$$

Il est rappelé que  $\delta' = \frac{d'}{d}$  et que le coefficient  $k'$  est donné, en fonction de  $\mu' = \frac{M_{eu}}{\theta \gamma}$ , par la courbe  $\frac{d'}{d}$  de la fig 7.33 page 193<sup>1</sup>. On peut aussi, avec une bonne approximation, prendre :

$$k' = \frac{1}{1,6 \mu' (1 + 2 \mu')} \quad [7.63]$$

### MÉTHODE PRATIQUE DE CALCUL

#### a) Calcul de la section d'aciers comprimés :

Cette section est donnée par :

$$A' = \frac{M_u - M_{eu}}{\sigma_{scc} (d - d')} \quad (\text{m, m}^2, \text{MNm, MPa}) \quad [7.64]$$

$\sigma_{scc}$  étant déterminé comme indiqué ci-dessus (formules [7.62] et [7.63])

#### b) Calcul de la section d'aciers tendus

On s'impose comme condition de faire équilibrer le moment  $M_{lu}$  par la section rectangulaire fictive sans aciers comprimés.

La fraction  $A_1$  de la section totale des armatures tendues à prévoir dans ce but est donnée par :

$$A_1 = \frac{M_{lu}}{z_{bl} \cdot f_{ed}} \quad [7.65]$$

Pour obtenir  $z_{bl}$  on peut utiliser <sup>(1)</sup>

- soit, si  $\mu_{lu} \leq 0,278$ , la formule approchée :  $z_{bl} = d (1 - 0,6 \mu_{lu})$

- soit, si  $\mu_{lu} > 0,278$  la formule :  $z_{bl} = 0,5 d (1 + \sqrt{1 - 2 \mu_{lu}})$

(1) ou encore les tableaux des pages 187<sup>1</sup>, 187<sup>2</sup>, 188<sup>1</sup>

Deux cas peuvent alors se présenter :

\* si  $A'$  a été déterminé en prenant  $\sigma_{scc} = 9\gamma f_{c28} (1 - k'\delta') < f_{ed}$

L'introduction de  $\sigma_{scc}$  n'est qu'un artifice destiné à éviter de mener la totalité du calcul (de  $A'$  et de  $A$ ) à l'état-limite de service. En réalité, il faudrait appliquer, pour le calcul de  $A$ , la formule [7.59] page 193<sup>2</sup>. Mais compte-tenu de la remarque qui précède cette formule, on a :

$$\frac{M_{p,ser}}{\beta_{1p} d \sigma_{s,ser}} = \frac{M_{el,u}}{Z_{be} \cdot f_{ed}} = A_1$$

et la section  $A$  des aciers tendus cherchée est :

$$\text{- si } 9\gamma f_{c28} (k'-1) < f_{ed} : A = A_1 + A' \frac{1 - k'\delta'}{k'-1} \quad \text{comme pour l'ELS} \quad [7.66a]$$

$$\text{- si } 9\gamma f_{c28} (k'-1) > f_{ed} : A = A_1 + A' \frac{\sigma_{scc}}{f_{ed}} \quad [7.66b]$$

\* Si  $A'$  a été déterminé en prenant  $\sigma_{scc} = f_{ed}$  :

Alors il n'y a nul besoin d'artifice. Le calcul est mené entièrement à l'état-limite ultime, et l'équation d'équilibre des forces conduit à :

$$A = A_1 + A' \quad [7.66c]$$

Remarque : On peut utiliser une autre valeur approchée de la contrainte équivalente

$$\sigma_{scc}. \text{ Il suffit d'écrire } \sigma_{scc} = 9\gamma f_{c28} - \delta' \cdot (9\gamma f_{c28} k') \quad [7.62 \text{ bis}]$$

en observant que la valeur du terme entre parenthèses est sensiblement invariante pour une qualité de béton donnée (dans le domaine  $1,35 \leq \gamma \leq 1,50$  et  $1,8 \leq k' \leq 2,5$ ) ce que la fig. 7.33 bis, page 194<sup>2</sup>, met en évidence (pentes égales et constantes)

Pour les aciers de nuance FeE 500, la formule [7.62 bis] peut ainsi être correctement représentée par la formule approchée suivante, dont la valeur numérique doit être plafonnée à  $f_{ed}$ , c'est-à-dire 435 MPa dans ce cas :

$$\sigma_{scc} = 9\gamma f_{c28} - \frac{d'}{d} [13 f_{c28} + 415] \not> f_{ed} \quad [7.62 \text{ bis}]$$

Cette formule est valable pour  $\theta = 1$  (voir p.138<sup>1</sup>). Elle demeure toutefois suffisamment approchée pour  $\theta = 0,9$  ou  $\theta = 0,85$ . Si l'on désire cependant une meilleure approximation, on peut la transformer légèrement sous la forme :

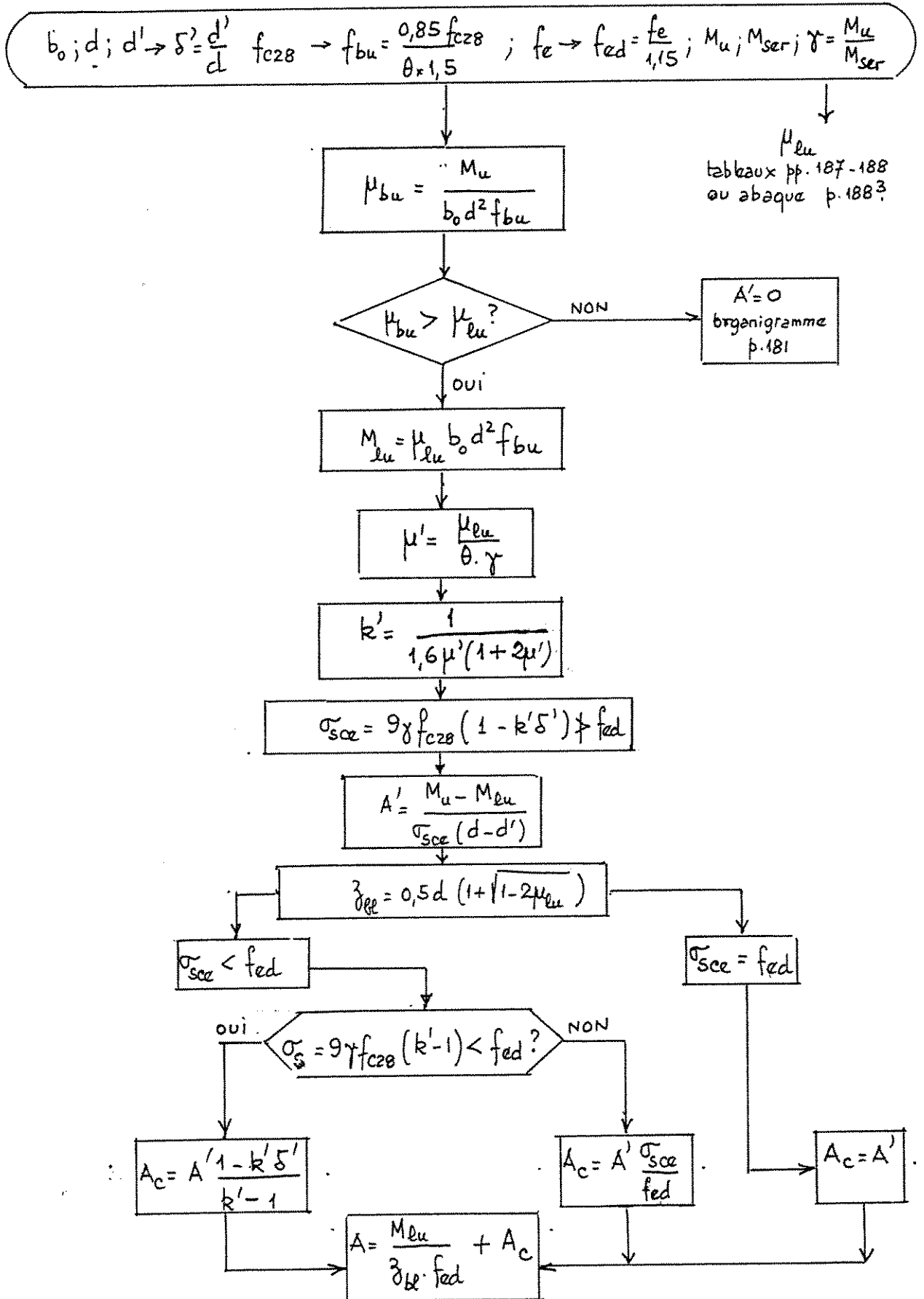
$$\sigma_{scc} = 9\gamma f_{c28} - 13 \frac{d'}{d} (f_{c28} + 32) \not> f_{ed}$$

Le coefficient 13, valable pour  $\theta = 1$ , peut alors être pris égal à :

$$\begin{array}{ll} 13,25 & \text{pour } \theta = 0,9 \\ 13,5 & \text{pour } \theta = 0,85 \end{array}$$

ORGANIGRAMME DE CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE AVEC ACIERS COMPRIMÉS À L'ÉTAT-LIMITE ULTIME

Méthode applicable dans tous les cas (flexion composée et flexion simple)



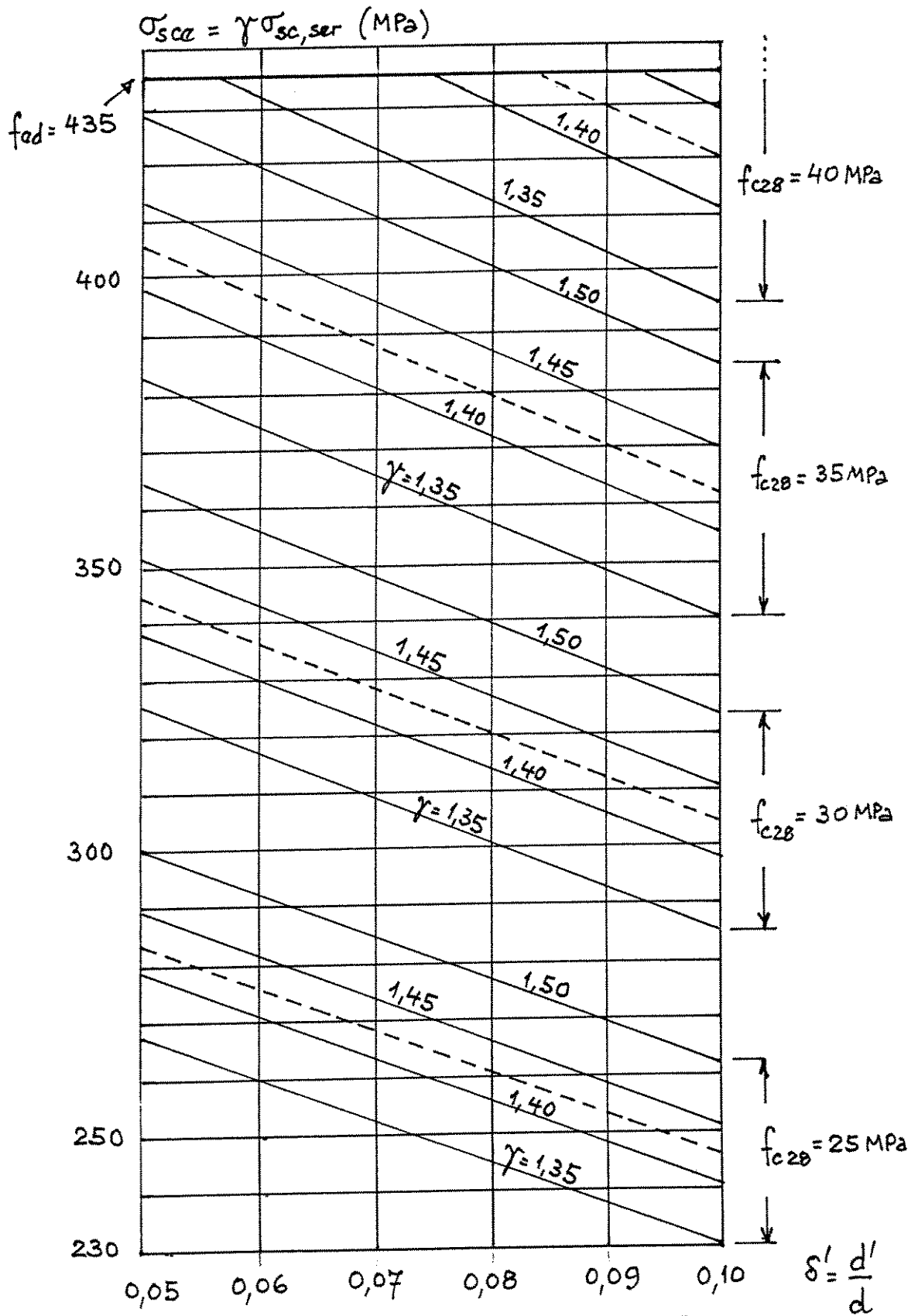


Figure 7.33 bis - Aciers comprimés de nuance Fe E 500 -  
Variation "exacte" de  $\gamma \sigma_{sc,ser} = \sigma_{sce}$   
en fonction de  $f_{c28}$  et de  $\delta'$ , pour  $\theta = 1$ .

[la variation est quasi-linéaire, et la pente  
quasi-constante, d'où la valeur approchée [7.62 bis].  
les droites tiretées correspondent à la loi  
approchée, tracée dans chaque cas pour  $\gamma = 1,425$ ]

195!

Toutefois, l'écart sur la valeur de  $\sigma_{scc}$  n'excédant pas  $-2\text{MPa}$ , c'est-à-dire  $-1\%$  au maximum, la précision des calculs ne nécessite vraiment pas un tel raffinement.

Utiliser la formule approchée ci-avant revient à adopter

$$k' = \frac{13 f_{c28} + 415}{9 \gamma f_{c28}}$$

c'est-à-dire que, dans le cas où  $\sigma_{scc} < f_{ed}$ , la formule [7.66] qui donne la section d'aciers tendus doit être écrite:

$$A = A_1 + A' \frac{\sigma_{scc}}{\sigma_s} \quad [7.66 \text{ ter}]$$

$$\text{avec } \sigma_s = f_{c28} (13 - 9 \gamma) + 415 \not\geq 435$$

Remarque: Pour des aciers FeE 400, la formule à appliquer doit être corrigée comme suit:

$$\sigma_{scc} = 9 \gamma f_{c28} - 0,9 \frac{d'}{d} (13 f_{c28} + 415) \not\geq f_{ed}$$

c'est-à-dire, sensiblement:

$$\sigma_{scc} = 9 \gamma f_{c28} - \frac{d'}{d} (12 f_{c28} + 370) \not\geq f_{ed}. \quad (7.62 \text{ ter})$$

$$\text{avec, en corollaire: } \sigma_s = f_{c28} (12 - 9 \gamma) + 370 \not\geq f_{ed} \quad \left( k' = \frac{12 f_{c28} + 370}{9 \gamma f_{c28}} \right)$$

#### 7.423 Cas où la section $A'$ est imposée

(cas relativement fréquent des sections sur appuis des poutres continues où le lit inférieur d'armatures en travée est normalement prolongé sur appuis)

Quantités connues:  $b_0, d, d', A', f_{c28}$  et  $\theta$ ,  $f_e$  d'où  $f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$  et  $f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$M_u, M_{ser}$  d'où  $\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$  et  $\mu_{lu}$ .

Quantité inconnue: Section  $A$  des aciers tendus.

#### a) Vérification de l'état limite de compression du béton:

La section  $A'$  donnée n'est suffisante que si, en service, l'état limite de compression du béton n'est pas dépassé.

Il convient donc, en premier lieu, de s'assurer que:

$$A' \geq \frac{M_u - M_{lu}}{\sigma_{scc} (d - d')} \quad (\text{cf. [7.64]})$$

$\sigma_{scc}$  étant déterminé soit par les formules [7.62] et [7.63], soit par la formule approchée [7.62 bis].

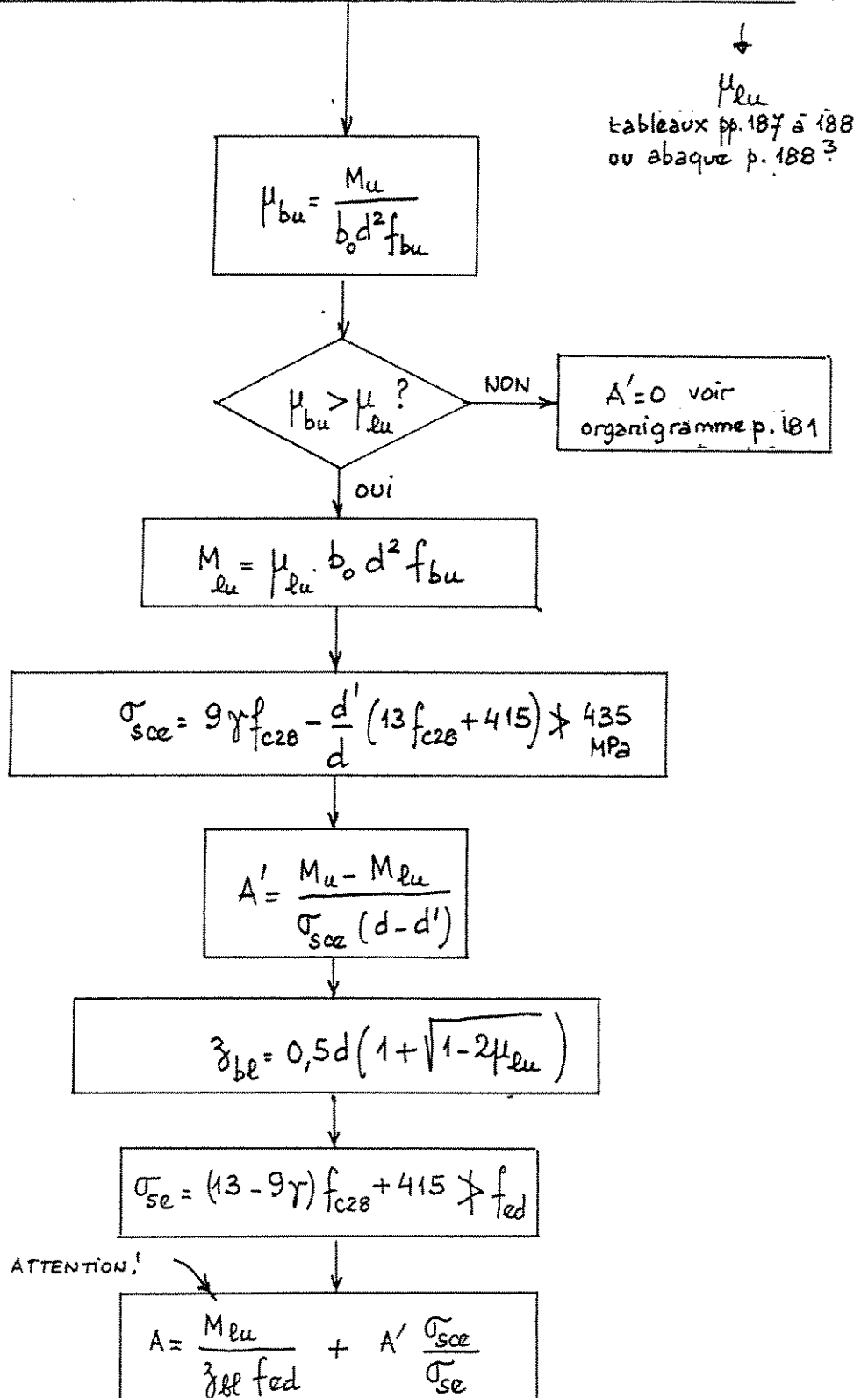
\* S'il n'en est pas ainsi: il faut adopter une valeur supérieure à celle fixée, ce

# ORGANIGRAMME DE CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE AVEC ACIERS COMPRIMÉS

(ELU)

Méthode applicable en flexion simple  
seulement

$$b_0; d; d'; f_{c28} \rightarrow f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \times 1,5}; f_e \rightarrow f_{ed} = \frac{f_e}{1,15}; M_u; M_{ser}; \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$



qui revient à opérer comme si la section  $A'$  n'avait pas été imposée a priori (voir méthode pratique de calcul page 193<sup>3</sup>.)

\* Si l'inégalité précédente est bien vérifiée, on peut poursuivre le calcul comme suit :

b) Détermination de la section  $A$  des aciers tendus :

\* Méthode approchée

$\sigma_{scc}$  ayant été déterminé par l'une ou l'autre des formules [7.62] ou [7.62 bis], on calcule :

$$M_1 = \text{Max} [M_u - A' \sigma_{scc} (d-d'); 0,6 M_u]$$

et l'on prend

$$\mu_{bu} = \mu_1 = \frac{M_1}{b_0 d^2 f_{bu}} \quad (\leq \mu_{eu} \text{ par hypothèse})$$

On cherche ensuite - organigramme page 181 - la section d'aciers  $A_1$  nécessaire pour équilibrer le moment  $M_1$  :

$$A_1 = \frac{M_1}{\gamma_b \cdot f_{ed}}$$

La section totale des armatures tendues cherchée est égale, suivant le cas, à :

\* si  $\sigma_{scc}$  a été calculé avec la formule [7.62] <sup>(1)</sup>

$$a) \text{ si } \sigma_{scc} < f_{ed}, \text{ avec } \gamma_f f_{c28} (k'-1) < f_{ed} : \quad A = A_1 + A' \frac{1 - k' \delta'}{k' - 1} \quad [7.67 a]$$

$$b) \text{ si } \sigma_{scc} < f_{ed}, \text{ avec } \gamma_f f_{c28} (k'-1) > f_{ed} : \quad A = A_1 + A' \frac{\sigma_{scc}}{f_{ed}} \quad [7.67 b]$$

\* si  $\sigma_{scc}$  a été plafonné à  $f_{ed}$  ( parce que la formule 7.62 conduit à un résultat supérieur ) :

$$A = A_1 + A' \quad [7.67 c]$$

\* Méthode "exacte" :

on commence par calculer  $\mu_1$ , en opérant comme dans le cas de la méthode approchée. on calcule ensuite une première valeur  $k'_1$  de  $k'$  par la formule :

$$k'_1 = \frac{1}{1,6 \mu'_1 (1 + 2 \mu'_1)} \quad \text{où } \mu'_1 = \frac{\mu_1}{\alpha \cdot \gamma}$$

La nouvelle contrainte des aciers comprimés est :

$$\sigma_{scc1} = \gamma_f f_{c28} (1 - k'_1 \delta')$$

Si le second membre est supérieur à  $f_{ed}$ , alors  $\sigma_{scc1} = f_{ed}$ . Il est inutile de poursuivre les itérations et on est ramené à la méthode approchée, avec  $M_1 = \text{Max} [M_u - A' f_{ed} (d-d'); > 0,6 M_u]$

(1) si l'on calcule  $\sigma_{scc}$  avec les formules [7.62 bis] ou [7.62 ter] ce qui est dit ici s'applique en utilisant les valeurs fictives de  $k'$  - voir page 195 -

197

Si  $\sigma_{sci} < f_{ed}$  on calcule 
$$\mu_2 = \frac{M_u - A' \sigma_{sci} (d-d')}{b_0 d^2 f_{bu}}$$

ce qui permet, à partir de  $\mu_2' = \frac{\mu_2}{\theta \gamma}$  d'obtenir une seconde valeur  $k_2'$  de  $k'$  d'où  $\sigma_{sc2} = \theta \gamma f_{c28} (1 - k_2' \delta')$  et ainsi de suite jusqu'à trouver  $\sigma_{sci+1} \approx \sigma_{sci}$ . Le système est rapidement convergent, à tel point qu'à moins que  $A'$  ne soit très surabondant vis-à-vis de la section minimale strictement requise, il est généralement inutile de procéder à toutes ces itérations pour trouver la valeur exacte  $\sigma_{sci}$  de  $\sigma_{sc}$  et que la méthode approchée, plus rapide, suffit amplement.

Si l'on a cependant déterminé  $\sigma_{sci}$  à partir de  $k_i'$ , on prendra :

$$\mu_{i+1} = \frac{M_u - A' \sigma_{sci} (d-d')}{b_0 d^2 f_{bu}}$$

d'où l'on déduira  $\bar{x}_b$  (cf. page 181) et, pour finir on appliquera les formules [7.67a] ou [7.67b] selon le cas, en prenant :

$$A = \frac{M_u - A' \sigma_{sci} (d-d')}{\bar{\delta}_b \cdot f_{ed}}$$

#### 7.424 - Cas où l'on désire avoir $A = A'$ (armatures symétriques)

Dans ce cas, pour éviter un calcul manuel itératif pénible, la meilleure solution consiste à avoir recours à des "diagrammes d'interaction" (voir chapitre 8).



7.43 - SECTION RECTANGULAIRE AVEC OU SANS ACIERS COMPRIMÉS  
 [ CAS DE LA FISSURATION PREJUDICIABLE OU TRES PREJUDICIABLE ]

Dans ce cas, la contrainte de l'acier en service est limitée par les conditions de fissuration à une valeur limite  $\bar{\sigma}_s$  (cf. tableau 5.1 page 141?) et il faut substituer au moment limite ultime défini précédemment la notion de "moment résistant-béton".

7.431 - Moment résistant-béton

Le moment résistant-béton  $M_{rb}$  est le moment de service pour lequel l'état-limite de compression du béton (caractérisé par  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ ) et l'état-limite d'ouverture des fissures (caractérisé par  $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$ ) sont atteints simultanément (le diagramme des contraintes passe donc à la fois par les pivots "a" et "b").

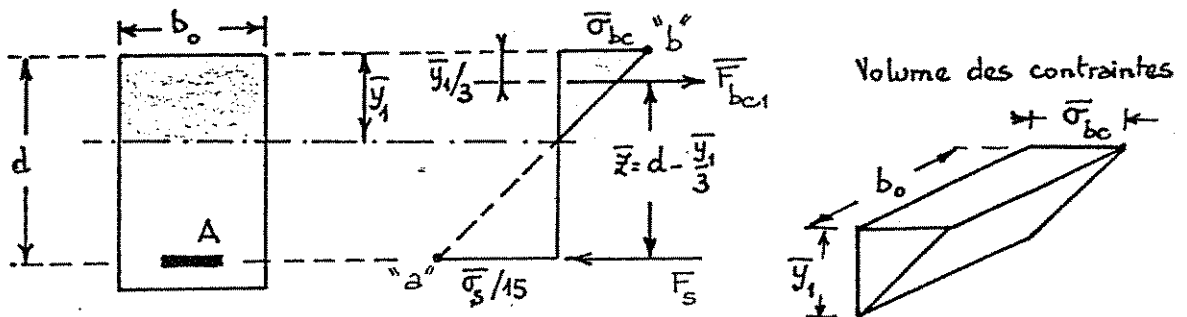


Figure 7.34

Lorsque  $M = M_{rb}$ , l'axe neutre occupe une position définie par (triangles semblables) :

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\bar{y}_1}{d} = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s} \quad [7.69]$$

et la relation générale  $\mu = \psi \alpha (1 - \delta_G \alpha)$  établie page 171, (équation [7.26])

donne ici, avec  $\psi = \frac{1}{2}$ ,  $\delta_G = \frac{1}{3}$ ,  $\alpha = \bar{\alpha}_1$  et  $\mu_{rb} = \frac{M_{rb}}{b_0 d^2 \bar{\sigma}_{bc}}$  :

$$\mu_{rb} = \frac{\bar{\alpha}_1}{2} \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}\right) \quad [7.70]$$

On a donc :

$$M_{rb} = \mu_{rb} \cdot b_0 d^2 \bar{\sigma}_{bc}$$

c'est-à-dire :

$$M_{rb} = \frac{\bar{\alpha}_1}{2} \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}\right) b_0 d^2 \bar{\sigma}_{bc} \quad (\text{MNm, m, MPa}) \quad [7.71]$$

Il est donc possible de calculer la valeur de  $M_{rb}$  a priori, une fois connues les valeurs des contraintes limites  $\bar{\sigma}_{bc}$  et  $\bar{\sigma}_s$ .

Pour les valeurs usuelles de  $\bar{\sigma}_{bc}$  et  $\bar{\sigma}_s$ , se reporter aux tableaux 7.5 et 7.6, pages 199 et 200 qui donnent les valeurs de  $\bar{\alpha}_1$ ,  $\beta_1 = 1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}$ ,  $\mu_{rb}$  et  $k = \mu_{rb} \bar{\sigma}_{bc}$ .

TABLEAU 7.5a

Valeurs de  $\bar{\sigma}_s$ ,  $\bar{\alpha}_1$ ,  $\bar{\beta}_1 = 1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}$ ,  $\mu_{rb}$  et  $k = \frac{M_{rb}}{b_0 d^2}$

f <sub>ct28</sub> et f <sub>t28</sub> MPa	σ <sub>bc</sub> MPa		Fissuration préjudiciable			Fissuration très préjudiciable		
			Barres et fils HA TSHA		Treillis Soudés Lisses	Barres et fils HA TSHA		Treillis Soudés Lisses
			η=1,6	η=1,3	η=1	η=1,6	η=1,3	η=1
20 1,8	12	σ <sub>s</sub>	186,7	168,3	147,6	152,7	137,7	120,7
		α <sub>1</sub>	0,4909	0,5168	0,5495	0,5410	0,5666	0,5985
		β <sub>1</sub>	0,8364	0,8277	0,8168	0,8197	0,8111	0,8005
		μ <sub>rb</sub>	0,2053	0,2139	0,2244	0,2217	0,2298	0,2396
		k	2,46	2,57	2,69	2,66	2,76	2,87
25 2,1	15	σ <sub>s</sub>	201,6	181,8	159,4	165,0	148,7	130,4
		α <sub>1</sub>	0,5274	0,5532	0,5853	0,5770	0,6021	0,6330
		β <sub>1</sub>	0,8242	0,8156	0,8049	0,8077	0,7993	0,7890
		μ <sub>rb</sub>	0,2173	0,2256	0,2356	0,2330	0,2406	0,2497
		k	3,26	3,38	3,53	3,50	3,61	3,75
30 2,4	18	σ <sub>s</sub>	215,6	194,3	170,4	176,4	159,0	139,4
		α <sub>1</sub>	0,5561	0,5815	0,6131	0,6049	0,6294	0,6595
		β <sub>1</sub>	0,8146	0,8062	0,7956	0,7984	0,7902	0,7802
		μ <sub>rb</sub>	0,2265	0,2344	0,2439	0,2415	0,2487	0,2572
		k	4,08	4,22	4,39	4,35	4,48	4,63
35 2,7	21	σ <sub>s</sub>	228,6	206,1	180,8	187,1	168,6	147,9
		α <sub>1</sub>	0,5794	0,6045	0,6354	0,6274	0,6513	0,6805
		β <sub>1</sub>	0,8069	0,7985	0,7882	0,7909	0,7829	0,7732
		μ <sub>rb</sub>	0,2338	0,2413	0,2504	0,2481	0,2550	0,2631
		k	4,91	5,07	5,26	5,21	5,35	5,52
40 3,0	24	σ <sub>s</sub>	241,0	217,2	199,5	197,2	177,7	155,9
		α <sub>1</sub>	0,5990	0,6237	0,6539	0,6461	0,6695	0,6978
		β <sub>1</sub>	0,8003	0,7921	0,7820	0,7846	0,7768	0,7674
		μ <sub>rb</sub>	0,2397	0,2470	0,2557	0,2535	0,2600	0,2678
		k	5,75	5,93	6,14	6,08	6,24	6,43
45 3,3	27	σ <sub>s</sub>	252,8	227,8	199,8	206,8	186,4	163,5
		α <sub>1</sub>	0,6157	0,6400	0,6696	0,6620	0,6848	0,7124
		β <sub>1</sub>	0,7948	0,7867	0,7768	0,7793	0,7717	0,7625
		μ <sub>rb</sub>	0,2447	0,2517	0,2601	0,2580	0,2642	0,2716
		k	6,61	6,80	7,02	6,96	7,13	7,33

TABLEAU 7.5b

Valeurs de  $\bar{\sigma}_s$ ,  $\bar{\alpha}_1$ ,  $\bar{\beta}_1 = 1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}$ ,  $\mu_{rb}$  et  $k = \frac{M_{rb}}{d^2}$

f <sub>ctB</sub> et f <sub>t2B</sub> (MPa)	$\bar{\sigma}_{bc}$ (MPa)		Fissuration préjudiciable			Fissuration très préjudiciable		
			Barres et fils HA TSHA		Treillis soudés Lisses	Barres et fils HA TSHA		Treillis soudés Lisses
			$\eta = 1,6$	$\eta = 1,3$	$\eta = 1$	$\eta = 1,6$	$\eta = 1,3$	$\eta = 1$
50 3,6	30	$\bar{\sigma}_s$ $\bar{\alpha}_1$ $\bar{\beta}_1$ $\mu_{rb}$ k	264,0 0,6303 0,7899 0,2489 7,47	238,0 0,6541 0,7820 0,2557 7,67	208,7 0,6832 0,7723 0,2638 7,91	216,0 0,6757 0,7748 0,2617 7,85	194,7 0,6980 0,7673 0,2678 8,03	170,8 0,7249 0,7584 0,2749 8,25
55 3,9	33	$\bar{\sigma}_s$ $\bar{\alpha}_1$ $\bar{\beta}_1$ $\mu_{rb}$ k	274,8 0,6430 0,7857 0,2526 8,34	247,7 0,6665 0,7778 0,2592 8,55	217,2 0,6950 0,7683 0,2670 8,81	224,8 0,6877 0,7708 0,2650 8,75	202,7 0,7095 0,7635 0,2709 8,94	177,7 0,7358 0,7547 0,2777 9,16
60 4,2	36	$\bar{\sigma}_s$ $\bar{\alpha}_1$ $\bar{\beta}_1$ $\mu_{rb}$ k	285,2 0,6544 0,7819 0,2558 9,21	257,0 0,6775 0,7742 0,2623 9,44	225,4 0,7055 0,7648 0,2698 9,71	233,3 0,6983 0,7672 0,2679 9,64	210,3 0,7197 0,7601 0,2735 9,85	184,5 0,7454 0,7515 0,2801 10,08

7.432 - Calcul des armatures dans le cas où la section A' n'est pas imposée

Données :  $b_o, d, \bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_{bc}$  d'où  $\bar{\alpha}_1, \mu_{rb}$  et  $M_{rb}, M_{ser}$

Inconnues : A et A'

PREMIER CAS :  $M_{ser} \leq M_{rb}$  : Cette inégalité implique  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$  ; des aciers comprimés ne sont donc pas nécessaires et  $A' = 0$ .  
Pour les aciers tendus, on cherche à atteindre la contrainte  $\bar{\sigma}_s$  (pivot "a").

Les équations pour le calcul des armatures tendues sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{ser} = \frac{1}{2} \sigma_{bc} \alpha_1 \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) b_o d^2 \quad (\alpha_1 \neq \bar{\alpha}_1 \text{ puisque } \sigma_{bc} \neq \bar{\sigma}_{bc} \text{ ici}) \\ \text{avec } \sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} \quad (\text{triangles semblables, } \bar{\sigma}_s \text{ connu}) \\ \text{et } z_b = d \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) \end{array} \right.$$

En éliminant  $\alpha_1$  et  $\sigma_{bc}$  de ces trois relations, on obtient une relation

$$\frac{z_b}{d} = g \left( \frac{M_{ser}}{b_o d^2 \bar{\sigma}_s} \right)$$

que l'on peut représenter graphiquement (fig. 7.35) et qui permet d'avoir  $z_b$  puis :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_b \cdot \bar{\sigma}_s} \quad [7.72]$$

$$\beta = z_b/d$$

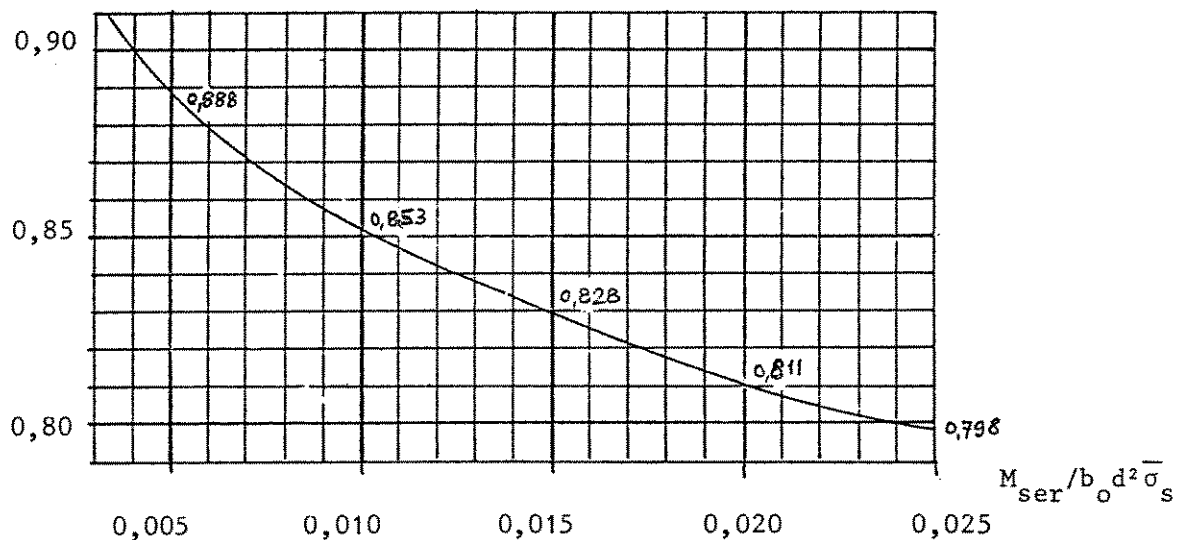


Figure 7.35

En pratique on utilise souvent une valeur de  $z_b$  approchée,

à savoir :

$$z_b = d \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}\right) \quad \text{calculée à partir de} \quad \bar{\alpha}_1 = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s}$$

Cette valeur, inférieure à la valeur réelle puisque  $\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc}$  conduit à une valeur approchée par léger excès de la section  $A_{ser}$  :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{d \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}\right) \bar{\sigma}_s} \quad [7.73]$$

Remarques:

1. La formule ci-dessus conduit-elle à une valeur de  $A_{ser}$  suffisante pour assurer la sécurité à l'état limite ultime de résistance?

En d'autres termes, si l'on calculait la section  $A_u$  nécessaire pour équilibrer le moment  $\gamma M_{ser}$ , ne risquerait-on pas de trouver  $A_u > A_{ser}$  ?  
Pour se trouver dans une telle situation, il faudrait que

$$\frac{\gamma M_{ser}}{d(1-0,4\alpha) f_{cd}} > \frac{M_{ser}}{d(1-\frac{\bar{\alpha}_1}{3}) \bar{\sigma}_s}$$

Comme

$$1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3} = \frac{10 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s}$$

il faudrait donc que

$$\bar{\sigma}_s \left( \frac{10 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s} \right) > \frac{(1-0,4\alpha) f_{cd}}{\gamma}$$

Pour rendre le second membre minimal, il faut prendre la plus grande valeur de  $\gamma$  soit 1,5, associée à la plus grande valeur de  $\alpha$ , c'est-à-dire celle qui correspond à  $\mu_{lu}(\alpha_{lu})$ , lui-même maximal ( $f_{c28} = 60 \text{ MPa}$ ). On trouve ainsi que l'inégalité ne pourrait effectivement être vérifiée que pour ces deux hypothèses, à savoir  $f_{c28} = 60 \text{ MPa}$  et  $\gamma = 1,5$ , cas très hypothétique, puisque correspondant à une absence totale de charges permanentes. (cette conclusion suppose  $f_e = 500 \text{ MPa}$ )

2. Une question telle que : "peut-on avoir  $M_u > M_{eu}$  quand  $M_{ser} < M_{\lambda b}$ , c'est-à-dire les aciers comprimés éventuels trouvés à l'ELS seraient-ils suffisants à l'ELU ?" est une question QUI N'A AUCUN SENS.

En effet, dès que  $M_{ser} < M_{\lambda b}$ , on est sûr qu'en service  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$  et compte tenu de la remarque 1, une vérification à l'ELU est tout à fait inutile. En outre, on a effectivement toujours  $\frac{M_{eu}}{\gamma}$  inférieur à  $M_{\lambda b}$ , cette situation venant de ce que lorsqu'on calcule les  $\gamma$  contraintes d'une section dimensionnée à l'ELU, on trouve que l'axe neutre est plus haut que dans les sections dimensionnées à l'ELS, et donc que le moment résistant que peut développer le béton comprimé, pour  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ , est plus faible (la fonction  $g(y_1)$  :

$$g(y_1) = \frac{1}{2} y_1 \left( d - \frac{y_1}{3} \right) b_0 \bar{\sigma}_{bc}$$

est en effet une fonction croissante).

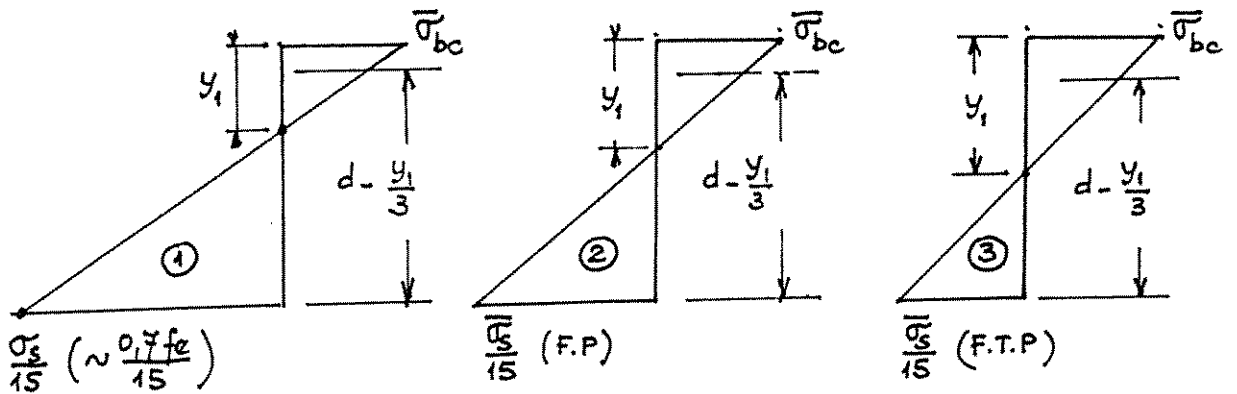


Fig 7.35 bis : cas ① fissuration peu préjudiciable ( $\sigma_s$  non limité, mais ne peut pratiquement excéder  $0,7 f_e$ )

cas ② fissuration préjudiciable ( $\sigma_s$  limité à  $\bar{\sigma}_s$  (FP))

cas ③ fissuration très préjudiciable ( $\sigma_s$  limité à  $\bar{\sigma}_s$  (FTP)  $< \bar{\sigma}_s$  (FP))

Quand  $\sigma_s$  diminue, l'axe neutre descend,  $y_1$  augmente,  $z$  diminue, mais le produit  $y_1 z$  augmente. Il en résulte que le moment pour lequel des aciers comprimés sont nécessaires est plus élevé dans le cas de la fissuration très préjudiciable que dans celui de la fissuration préjudiciable et que dans le cas où  $\sigma_s$  n'est pas limité.

DEUXIEME CAS :  $M_{ser} > M_{rb}$  : Sans aciers comprimés, on aurait  $\sigma_{bc} > \bar{\sigma}_{bc}$  ; des aciers comprimés sont donc nécessaires.

Leur section  $A'_{ser}$  est déterminée par :

$$A'_{ser} \geq \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc} (d - d')} \quad [7.74]$$

avec  $\sigma_{sc} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{\bar{\alpha}_1 - \delta'}{\bar{\alpha}_1}$

$$\left( \delta' = \frac{d'}{d}, \bar{\alpha}_1 = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s} \right)$$

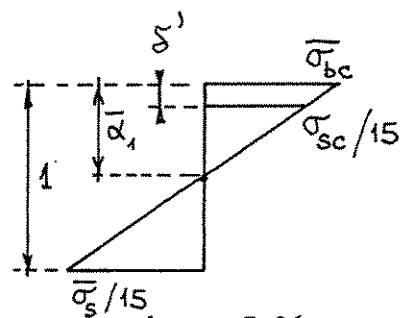


Figure 7.36

La section de béton seul (section fictive ① voir fig.7.31) équilibre  $M_{rb}$  avec un bras de levier rigoureusement égal à  $\bar{z}_b$  et une fraction  $A_1$  de la section totale d'armatures tendues égale à :

$$A_1 = \frac{M_{rb}}{\bar{z}_b \cdot \bar{\sigma}_s} \quad [7.75]$$

Au total on a donc :

$$A_{ser} = \frac{M_{rb}}{d \left(1 - \frac{1}{3}\right) \bar{\sigma}_s} + A'_{ser} \frac{\sigma_{sc}}{\bar{\sigma}_s} \quad [7.76]$$

7.433 - Calcul des armatures dans le cas où A' est imposé

Il faut vérifier si la section donnée est suffisante, c'est-à-dire si l'on a bien

$$A' \geq \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc} (d - d')} \quad (\text{cf. } [7.74])$$

avec  $\sigma_{sc} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{\bar{\alpha}_1 - \delta'}{\bar{\alpha}_1} \quad [7.76 \text{ bis}]$

$$\left( \bar{\alpha}_1 = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s} \quad \text{et} \quad \delta' = \frac{d'}{d} \right)$$

- a) S'il en est bien ainsi, on s'impose de faire équilibrer par la section rectangulaire fictive sans aciers comprimés le moment :

$$M_1 = M_{ser} - A' \sigma_{sc} (d - d') < M_{rb} \text{ par hypothèse}$$

Par la méthode exposée en 7.432, premier cas, on obtiendra la fraction  $A_1$  d'aciers tendus nécessaire pour l'équilibre du moment  $M_1$  avec une contrainte égale à  $\bar{\sigma}_s$ .

La section totale à prévoir est :

$$A_{ser} = A_1 + A' \frac{\sigma_{sc}}{\bar{\sigma}_s} \quad [7.77]$$

- b) S'il n'en est pas ainsi, il faut prévoir une section d'aciers comprimés au moins égale à :

$$A' = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc} (d - d')} \quad (\sigma_{sc} \text{ par } [7.76 \text{ bis}])$$

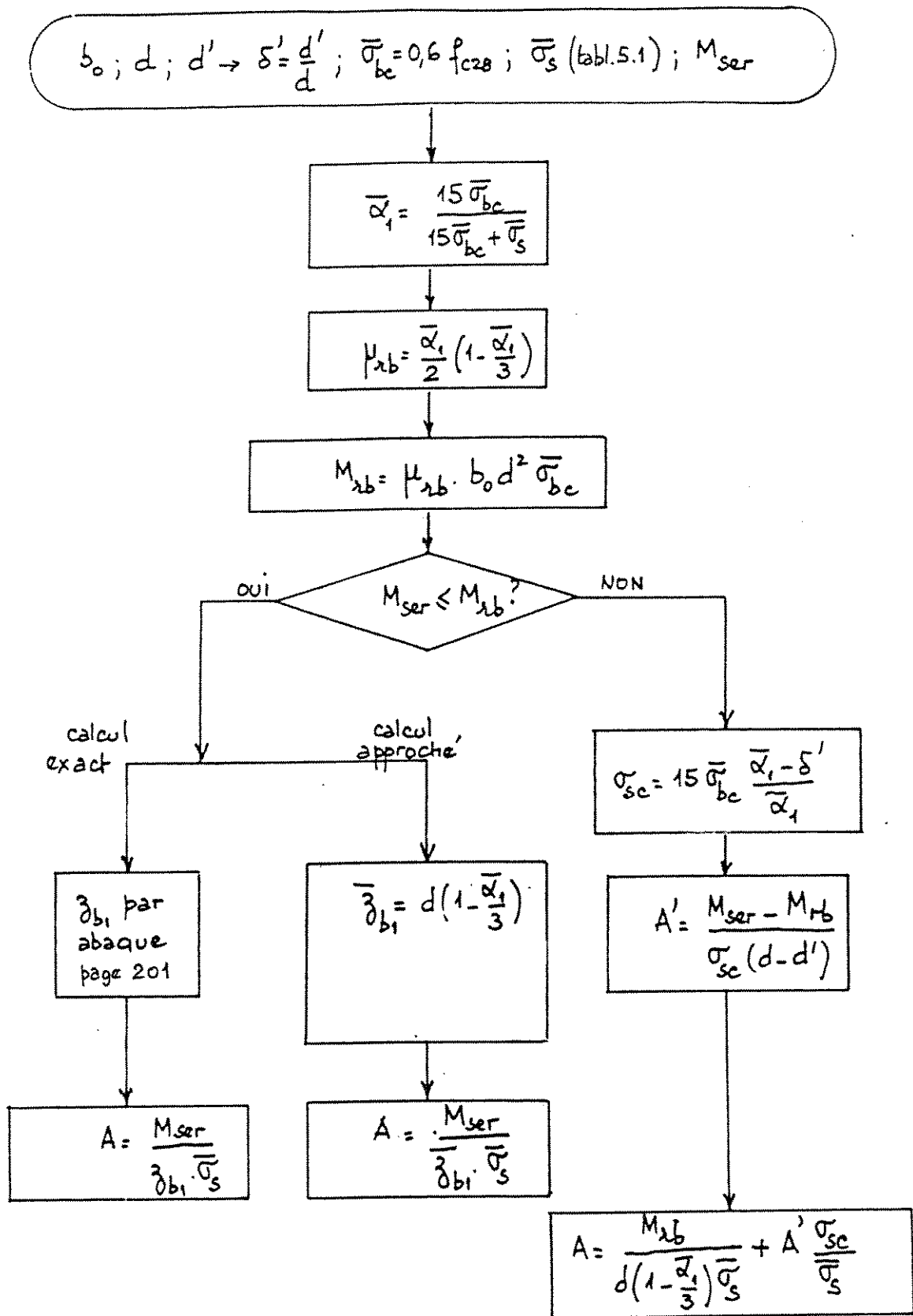
On est alors ramené au calcul de la section d'aciers tendus connaissant A' (voir 7,432 - second cas).

7.44 - DIMENSIONNEMENT D'UNE SECTION RECTANGULAIRE

L'une des dimensions  $b_0$  ou  $d$  n'est pas fixée, l'autre étant imposée par des raisons de construction ou choisie a priori.

On cherche à ne pas avoir d'aciers comprimés ; la valeur minimale de

# ORGANIGRAMME DE CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE A L'ÉTAT-LIMITE DE SERVICE





la dimension inconnue est tirée selon le cas de l'une des conditions suivantes :

- fissuration peu préjudiciable :  $M_u \leq M_{lu}$  c'est-à-dire :

$$b_o d^2 \geq \frac{M_u}{\mu_{lu} \cdot f_{bu}} \quad (\text{unités : m, MNm, MPa})$$

- fissuration préjudiciable ou très préjudiciable :  $M_{ser} \leq M_{rb}$  , c'est-à-dire :

$$b_o d^2 \geq \frac{M_{ser}}{\mu_{rb} \cdot \bar{\sigma}_{bc}} \quad (\text{m, MNm, MPa})$$

Remarques : 1- Si l'inconnue est  $d$ , il faut adopter, si possible, une valeur nettement supérieure à  $d_{min}$  (économie d'acier, cf. formules donnant  $A_u$  ou  $A_{ser}$ , qui contiennent toutes  $d$  au dénominateur).

2- A noter que pour les raisons données page 203, à la suite de la fig. 7.35bis, la condition  $M_u \leq M_{lu}$  conduit à un dimensionnement supérieur ( $b_o d^2$  plus élevé) que la condition  $M_{ser} \leq M_{rb}$ .

#### 7.45 - VERIFICATION A L'ETAT-LIMITE ULTIME D'UNE SECTION RECTANGULAIRE AVEC OU SANS ACIERS COMPRIMES

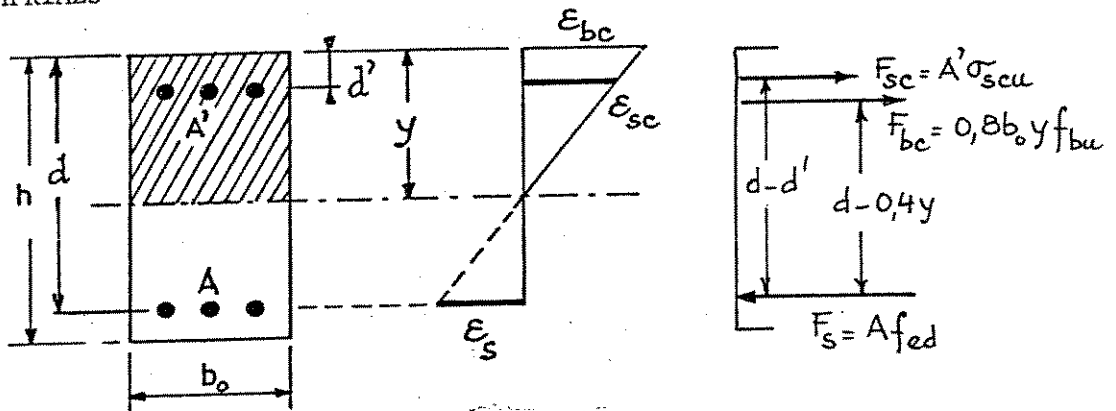


Figure 7.37

Données :  $b_o, d, d', A, A', f_e, f_{c28}$ , d'où  $f_{bu} = 0,85 f_{c28} / 1,5 \phi$

$$M_u, M_{ser}, \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} \text{ d'où } \mu_{lu} \text{ et } M_{lu} = \mu_{lu} b_o d^2 f_{bu}$$

Inconnue : Moment résistant maximal  $\bar{M}_u$  que peut équilibrer la section à l'état-limite ultime.

On peut soit se fixer  $y$  et procéder par itération (cf. 7.332 et organigramme p.163) soit opérer comme suit :

#### 7.451 - Cas de la section sans aciers comprimés

1 - Puisque la section ne comporte pas d'armatures comprimées ( $A' = 0$ ), il faut vérifier tout d'abord que l'on a bien  $M_u \leq M_{lu}$  sinon, l'état-limite de compression du béton en service serait dépassé. Ce qui suit n'est valable que si cette condition sur  $M_u$  est bien réalisée.

2 - La position de l'axe neutre est donnée par l'équation d'équilibre des forces,

$$F_s = F_{bc}$$

$$\text{c'est-à-dire : } A f_{ed} = 0,8 b_o y f_{bu}$$

$$\text{d'où } y = \frac{A f_{ed}}{0,8 b_o f_{bu}}$$

(il n'est pas nécessaire de vérifier que la hauteur  $y$  ainsi trouvée est bien compatible avec la valeur  $f_{ed}$  introduite dans le calcul ; voir 7.411-3).

3 - Le bras de levier vaut  $z_b = d - 0,4 y$  et le moment ultime cherché est

$$\bar{M}_u = A f_{ed} (d - 0,4 y)$$

Il suffit alors de vérifier que l'on a bien

$$M_u \leq \bar{M}_u .$$

7.452 - Cas de la section avec aciers comprimés

7.452-1 - Calcul de la position de l'axe neutre

Il faut commencer par s'assurer que la section d'aciers comprimés est telle que l'état-limite de compression du béton en service n'est pas atteint c'est à dire que l'on a bien :

$$A' \geq \frac{M_u - M_{lu}}{\sigma_{sce} (d - d')}$$

$\sigma_{sce}$  étant déterminé, soit par les formules [7.62] et [7.63], soit par la formule approchée [7.62b]

Ce qui suit n'est valable que si cette condition sur  $A'$  est bien satisfaite.

On commence par supposer que le pivot B est atteint et que la contrainte réelle des aciers comprimés est  $\sigma_{scu} = f_{ed}$  (et non  $\sigma_{sce}$ , qui n'est qu'une contrainte "équivalente", utilisée dans le dimensionnement).

La hauteur de l'axe neutre est donnée par l'équation d'équilibre des forces qui, avec les hypothèses faites, s'écrit :

$$A f_{ed} = 0,8 b_o y f_{bu} + A' f_{ed}$$

$$\text{d'où} \quad y = \frac{(A - A') f_{ed}}{0,8 b_o f_{bu}} \quad [7.78]$$

1° - Si  $y > 0,259 d$ , l'hypothèse faite sur le pivot B est bonne.

a) Si, en outre  $y \geq \frac{700 d'}{700 - f_{ed}}$  [ce qui correspond à  $\epsilon_{scu} \geq \frac{f_{ed}}{E_s}$ ], l'hypothèse faite sur  $\sigma_{scu}$  est également bonne, et la valeur de  $y$  trouvée peut être retenue.

b) Si, tout en ayant  $y > 0,259 d$ , la valeur de  $y$  ne vérifie pas l'inégalité ci-dessus, il faut recommencer le calcul de  $y$  en prenant :

$$\sigma_{scu} = E_s \epsilon_{scu} \leq f_{ed} , \text{ avec } \epsilon_{scu} = \frac{3,5}{1000} \frac{y - d'}{y}$$

$$\text{c'est-à-dire} \quad \sigma_{scu} = 700 \frac{y - d'}{y}$$

et  $y$  est racine de l'équation

$$y = \frac{A f_{ed} - 700 A' \frac{y - d'}{y}}{0,8 b_o f_{bu}}$$

ou, tous calculs faits

$$(0,8 b_o f_{bu}) y^2 - y [A f_{ed} - 700 A'] - 700 A' d' = 0 \quad [7.79]$$

2° - Si  $y < 0,259 d$ , l'hypothèse faite sur le pivot B n'est pas bonne ; le pivot est le point A. (Il en est en particulier ainsi dans le cas d'armatures symétriques ( $A = A'$ ) puisque l'équation [7.78] donne alors  $y = 0$ .)

On commence par supposer  $\sigma_{scu} = f_{ed}$  et on calcule  $y$  par l'équation [7.78].

a) Si  $y \geq \frac{d f_{ed} + 2000 d'}{f_{ed} + 2000}$ , l'hypothèse sur  $\sigma_{scu}$  est correcte et la valeur de  $y$  trouvée est la bonne.

b) Si  $y$  ne vérifie pas l'inégalité ci-dessus (cas, en particulier, des armatures symétriques) il faut recommencer le calcul de  $y$  en prenant :

$$\sigma_{scu} = E_s \epsilon_{scu} < f_{ed}, \text{ avec } \epsilon_{scu} = \frac{10}{1000} \frac{y - d'}{d - y}$$

c'est-à-dire  $\sigma_{scu} = 2000 \frac{y - d'}{d - y}$  (MPa)

(la condition  $\sigma_{scu} = f_{ed}$  correspond donc à  $y - d' \geq \frac{f_{ed}}{2000} (d - y)$  d'où a été tiré l'expression figurant en a) ci-dessus).

$$y = \frac{A f_{ed} - 2000 A' \frac{y - d'}{d - y}}{0,8 b_o f_{bu}}$$

ou, tous calculs faits :

$$(0,8 b_o f_{bu}) y^2 - y [0,8 b_o d f_{bu} + A f_{ed} - 2000 A'] + A d f_{ed} + 2000 A' d' = 0 \quad [7.80]$$

#### 7.452-2 - Calcul de $\bar{M}_u$

Dans tous les cas,

$$\bar{M}_u = 0,8 b_o y f_{bu} (d - 0,4 y) + A' \sigma_{scu} (d - d') \quad [7.81]$$

On doit s'assurer que  $M_u \leq \bar{M}_u$ .

#### 7.46 - CALCUL DES CONTRAINTES D'UNE SECTION RECTANGULAIRE AVEC OU SANS ACIERS COMPRIMÉS (ETATS-LIMITES DE SERVICE)

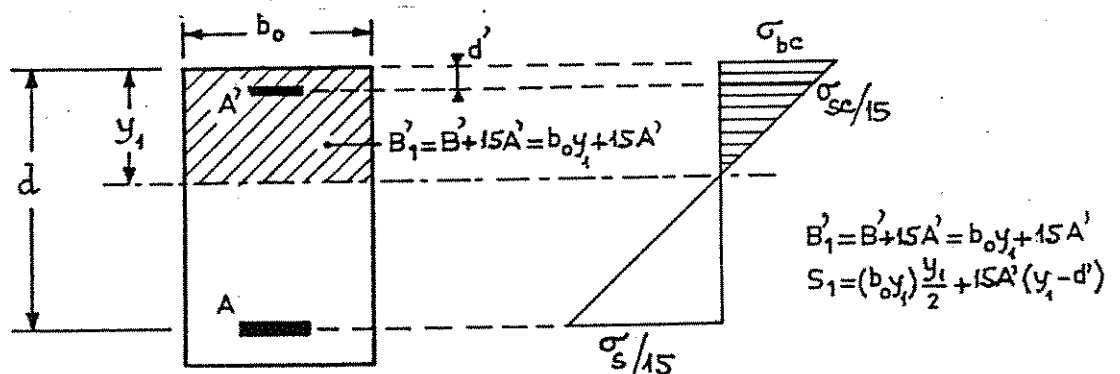


Figure 7.38

Le calcul des contraintes normales en service est à faire :

1° - dans tous les cas où la valeur "exacte" des contraintes en service est exigée et où la preuve qu'elles n'atteignent pas les limites admissibles

(ce dont on est sûr par exemple, pour le béton, lorsque  $\mu_{bu} < \mu_{lu}$  ou  $M_{ser} < M_{rb}$ ) n'est pas considérée par le Maître d'Oeuvre (ou le client) comme suffisante :

2°- lorsqu'il est nécessaire de vérifier les flèches par le calcul (voir chapitre 15.2).

Données :  $b_o, d, d', A, A', M_{ser}, \bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$  et  $\bar{\sigma}_s$  (tableau 5.1)

Inconnues : Contraintes normales sur la section droite,  $\sigma_{bc}$ , pour la fibre la plus comprimée,  $\sigma_s$  pour les aciers tendus, à comparer éventuellement aux limites  $\bar{\sigma}_{bc}$  et  $\bar{\sigma}_s$ .

Pour calculer les contraintes normales, il suffit d'appliquer la formule classique de la Résistance des Matériaux  $\sigma = \frac{Mv}{I}$  à la section homogène reduite après avoir déterminé la position de l'axe neutre par l'équation des moments statiques (voir équation [7.11] page 168)

→  
suite page 209

Dans le cas de la section rectangulaire avec aciers comprimés, l'équation des moments statiques s'écrit :

$$\frac{b_0 y_1^2}{2} + 15 A' (y_1 - d') - 15 A (d - y_1) = 0 \quad [7.82]$$

(s'il n'y a pas d'aciers comprimés, faire  $A' = 0$  dans cette formule et dans la suivante). La résolution de l'équation [7.82] donne  $y_1$ .

Le moment d'inertie de la section homogène réduite par rapport à l'axe neutre est :

$$I_1 = \frac{b_0 y_1^3}{3} + 15 A' (y_1 - d')^2 + 15 A (d - y_1)^2 \quad [7.83]$$

Les contraintes valent :

- pour le béton, valeur maximale :  $\sigma_{bc} = \frac{M_{ser} y_1}{I_1}$  [7.84 a]

- pour l'acier tendu :  $\sigma_s = 15 \frac{M_{ser}}{I_1} (d - y_1) = 15 \sigma_{bc} \frac{d - y_1}{y_1}$  [7.84 b]

Le calcul de  $\sigma_{sc}$  est en principe inutile, puisqu'aucune condition n'est imposée à l'acier comprimé dans l'état-limite de service [on aurait si besoin,  $\sigma_{sc} = 15 \frac{M_{ser}}{I_1} (y_1 - d')$ ]

Remarque : Si  $A' = 0$  (et dans ce cas seulement), on a  $z_b = d - \frac{y_1}{3}$ , et on peut écrire plus rapidement, après avoir déterminé  $y_1$  par l'équation des moments statiques :

$$\sigma_s = \frac{M_{ser}}{A \cdot z_b} = \frac{M_{ser}}{A (d - \frac{y_1}{3})} \quad [7.85 a]$$

et

$$\sigma_{bc} = \frac{\sigma_s}{15} \frac{y_1}{d - y_1} \quad [7.85 b]$$

Dans ce cas, le calcul de  $I_1$  n'est donc pas nécessaire.

### 7.5 - SECTION EN T (à table de "compression")

La largeur de table à prendre en compte de chaque côté d'une nervure à partir de son parement est définie par la plus restrictive des conditions ci-après (BAEL, A 4.1, 3) :

- on ne doit pas attribuer la même zone de hourdis (dalle) à deux nervures différentes ;
- la largeur en cause ne doit pas dépasser le dixième ( $1/10$ ) de la portée d'une travée ;
- la largeur en cause ne peut pas dépasser les deux tiers de

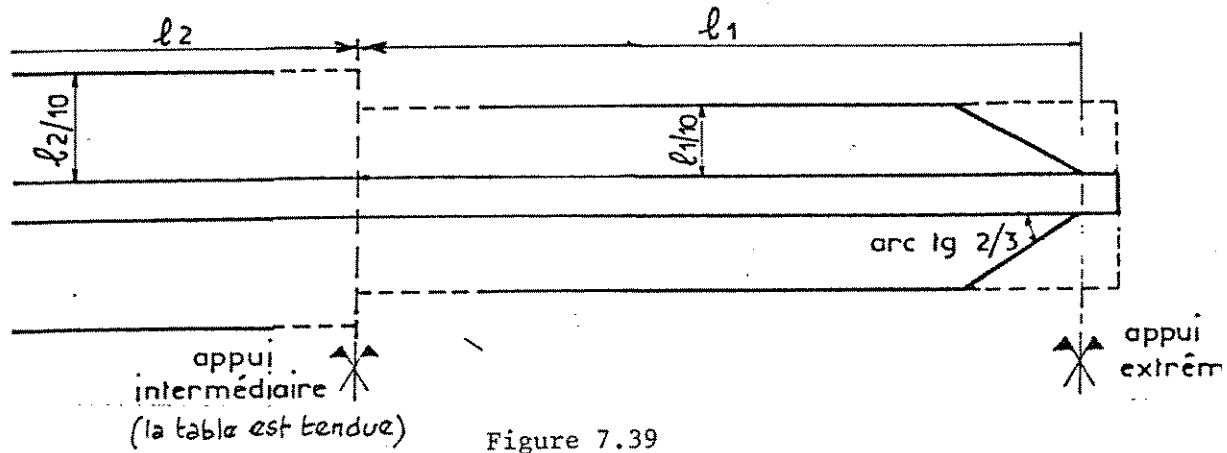


Figure 7.39

la distance de la section considérée à l'axe de l'appui extrême le plus rapproché.

L'EC2 (voir 3.4.22.1) ne considère que les deux premières conditions, en prenant en compte, pour la deuxième, la distance entre points de moment nul, évaluée forfaitairement, au lieu de la portée.

La présence de cette table rend pratiquement superflue la vérification en service de l'état-limite de compression du béton. Il n'est donc généralement pas nécessaire de prévoir une armature comprimée. Toutefois, dans ce qui suit, on envisagera aussi le cas où  $A' \neq 0$ .

### 7.51 - DIMENSIONNEMENT PAR L'ETAT-LIMITE ULTIME

Ce dimensionnement est le seul à considérer en cas de fissuration peu préjudiciable. En cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, dimensionner par l'état-limite de service selon 7.52.

Tout ce qui suit n'a de sens que si la table est du côté comprimé par le moment de flexion donc à la partie supérieure dans le cas d'un moment positif. Si le moment est négatif, la table est tendue et la zone comprimée étant à la partie inférieure, on est ramené au calcul d'une section rectangulaire de largeur  $b_0$ .

Données : Dimensions  $b, b_0, d, h_0$ , (fig. 7.40).

Eventuellement  $A'$  et  $d'$

$$f_{ed} = \frac{f_e}{1,15} \quad \text{et} \quad f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta} \frac{1}{1,5}$$

Moments agissants  $M_u$  et  $M_{ser}$ .

Inconnue : Section  $A$  des aciers tendus (éventuellement, section  $A'$  de aciers comprimés).

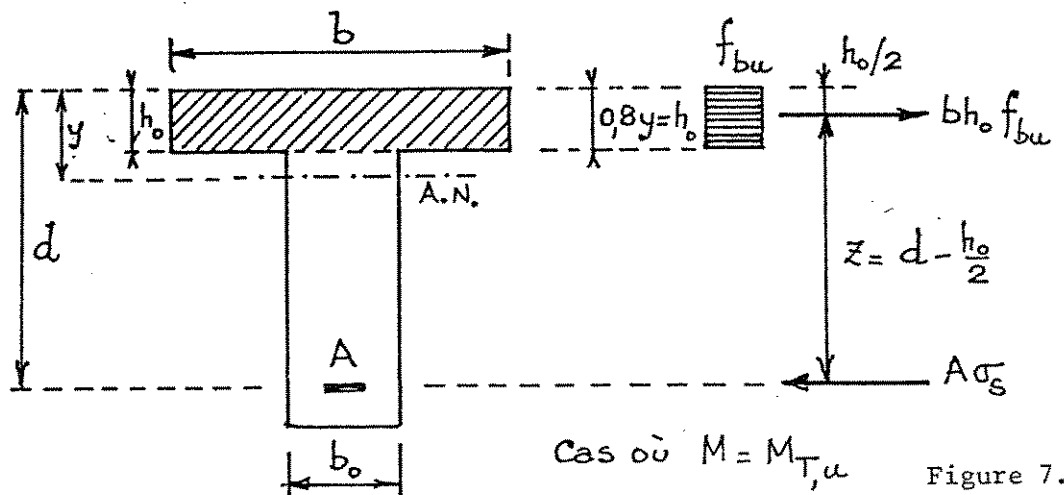


Figure 7.40

7.511 - Dimensionnement à l'aide du diagramme rectangulaire

PREMIER CAS : Il n'y a pas d'aciers comprimés

En l'absence d'aciers comprimés, le moment  $M_{T,u}$  équilibré par la table seule, de largeur  $b$ , dans l'hypothèse où elle serait uniformément comprimée à la contrainte  $f_{bu}$  sur sa hauteur  $h_0$  est :

$$M_{T,u} = bh_0 \left( d - \frac{h_0}{2} \right) f_{bu} \quad (\text{mMN, m, MPa}) \quad [7.86]$$

- a) Si  $M_u \leq M_{T,u}$ , la table seule est surabondante pour équilibrer le moment agissant (donc  $0,8 y < h_0$ ) : la zone comprimée a une forme rectangulaire et le calcul se ramène à la détermination des armatures d'une section rectangulaire de largeur égale à la largeur  $b$  de la table de compression.
- b) Si  $M_u > M_{T,u}$ , la table seule ne suffit plus pour équilibrer le moment agissant. On a alors  $0,8 y > h_0$  : la zone comprimée a une forme de T.

À RETENIR → Pour le calcul, ce qui importe est donc la forme de la zone comprimée, plus que la forme de la section totale elle-même.

On décompose la section en deux sections fictives (fig. 7.41).

- 1 - Une section rectangulaire, de largeur  $b_0$  et de hauteur utile  $d$  dont l'armature tendue est constituée par une fraction  $A_1$  de la section totale  $A$  et qui équilibre une fraction  $M_1$  du moment total.
- 2 - Une section en T, avec table de largeur  $b - b_0$  et de hauteur  $h_0$  d'épaisseur d'âme nulle, de hauteur utile  $d$  dont l'armature tendue est constituée par une fraction  $A_2$  de la section totale  $A$ , et qui équilibre une fraction  $M_2$  du moment total.

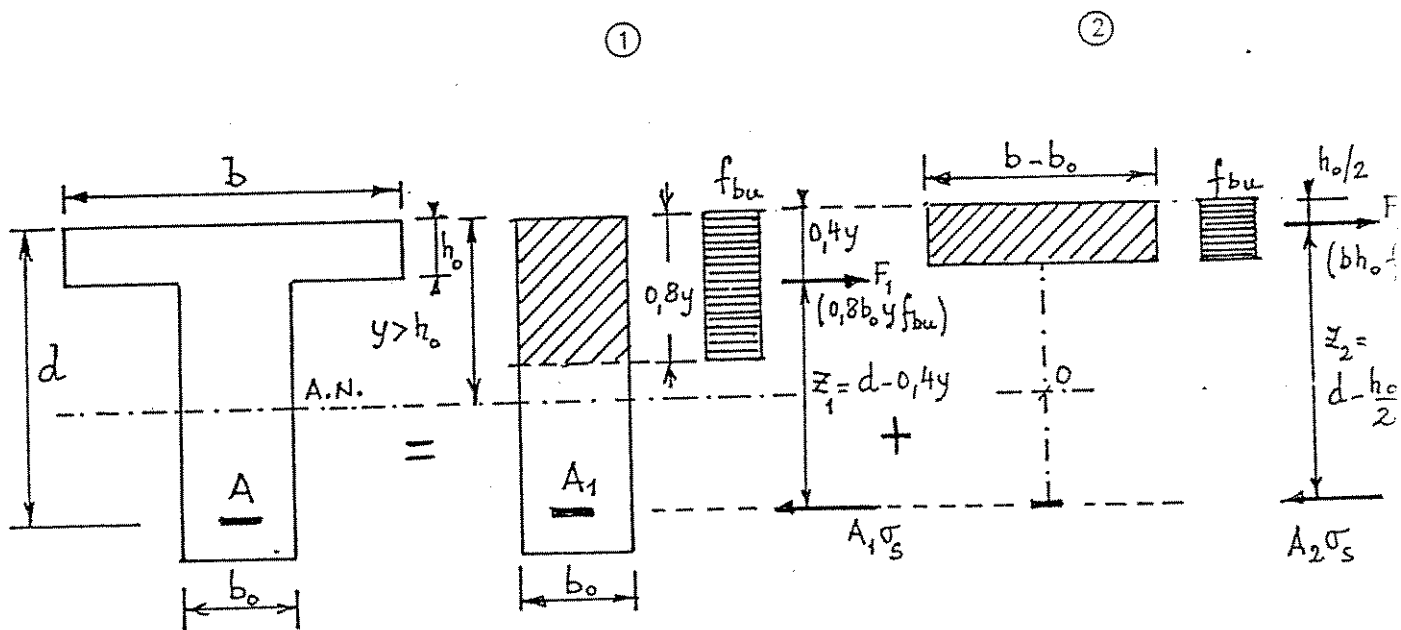


Figure 7.41

Puisque  $M_u > M_{T,u}$ , la contrainte de la zone comprimée de cette deuxième section fictive est connue : c'est  $f_{bu}$ . La force que cette zone peut équilibrer est  $F_{bc2} = (b - b_o) h_o f_{bu}$ .

Le bras de levier de cette force par rapport au centre de gravité des aciers tendus étant :

$$z_2 = d - \frac{h_o}{2}$$

le moment que peut équilibrer la deuxième section fictive est :

$$M_2 = F_{bc2} z_2 = (b - b_o) h_o \left(d - \frac{h_o}{2}\right) f_{bu} = M_{T,u} \frac{b - b_o}{b}$$

La section rectangulaire fictive (1) doit donc équilibrer la différence

$$M_1 = M_u - M_2 = M_u - M_{T,u} \frac{b - b_o}{b} \quad [7.87]$$

Sa section d'armatures s'obtient à partir de :

$$\mu_{bu} = \frac{M_1}{b_o d^2 f_{bu}} \quad [7.88]$$

Si  $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$ , on tire de  $\mu_{bu}$  la valeur de  $\alpha$ , d'où comme indiqué en 7.414 :

$$A_1 = \frac{M_1}{d (1 - 0,4 \alpha) f_{ed}} \quad [7.89]$$

Par ailleurs, dans l'équilibre des forces de la section (2), on a :

$$\begin{aligned} A_2 \sigma_s &= F_{bc2} \\ \text{d'où } A_2 &= \frac{(b - b_o) h_o f_{bu}}{f_{ed}} \end{aligned} \quad [7.90]$$

et finalement :

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\left(M_u - M_{T,u} \frac{b - b_o}{b}\right)}{d (1 - 0,4 \alpha) f_{ed}} + \frac{(b - b_o) h_o f_{bu}}{f_{ed}} \quad [7.91]$$

Si  $\mu_{bu} > \mu_{lu}$ , il faut prévoir des aciers comprimés, qui sont à calculer pour la section rectangulaire de largeur  $b_o$  comme indiqué en 7.422-2. Ces armatures doivent équilibrer le moment  $M_1 - M_{lu}$  c'est-à-dire que l'on trouve

$$A' = \frac{M_u - M_{T,u} \frac{b - b_o}{b} - M_{lu}}{\sigma_{sce} (d - d')} \quad [7.92]$$

et

$$A = \frac{1}{f_{ed}} \frac{M_{lu}}{z_{bl}} + A_2 + A_3 \quad [7.93]$$

avec  $A_2$  donné par [7.90]

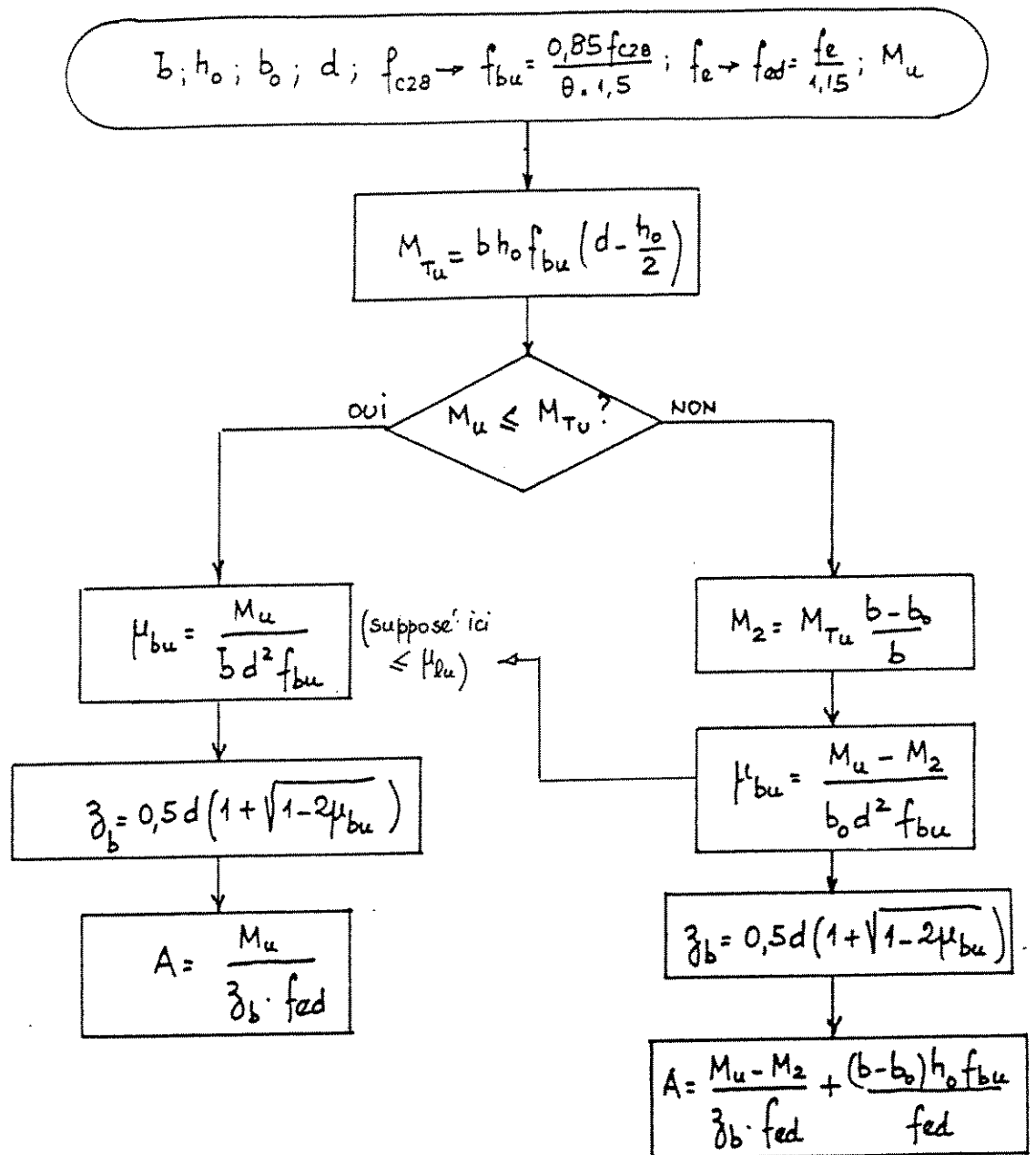
$A_3 = A' \lambda'$ , avec  $\lambda'$  terme multiplicateur de  $A'$  dans les équations [7.66 a, b ou c] page 193<sup>4</sup>

Pour  $k', \sigma_{sce}$  et  $z_{bl}$ , voir 7.422-2.

Noter quand même qu'en général  $b$  et  $h_o$  sont tels que  $\mu_{bu}$  est très inférieur à  $\mu_{lu}$ . La nécessité d'aciers comprimés dans une section en T doit demeurer exceptionnelle.



ORGANIGRAMME DE CALCUL D'UNE SECTION EN T À L'ÉTAT-LIMITE ULTIME



DEUXIEME CAS : Il y a des aciers comprimés, et l'on veut les prendre en compte<sup>(1)</sup>

Dans ce cas la valeur du moment  $M_{T,u}$  donnée par l'équation [7.86] doit être corrigée pour tenir compte du moment équilibré par les aciers comprimés c'est-à-dire qu'il faut prendre :

$$M_{T,u} = b h_o f_{bu} \left( d - \frac{h_o}{2} \right) + A' \sigma_{sco} (d - d') \quad [7.94]$$

$\sigma_{sco}$  étant la contrainte des aciers comprimés lorsque  $0,8 y = h_o$  ou  $y = 1,251$

1° - Si  $\frac{1,25 h_o}{d} \geq 0,259$  ou  $\frac{h_o}{d} \geq 0,207$  (pivot B) :

a) si  $d' \leq 1,25 h_o \left( 1 - \frac{f_{ed}}{700} \right) : \sigma_{sco} = f_{ed}$

b) en cas contraire :  $\sigma_{sco} = 700 \left( 1 - \frac{d'}{1,25 h_o} \right)$  (MPa)

2° - Si  $\frac{1,25 h_o}{d} < 0,259$  ou  $\frac{h_o}{d} < 0,207$  (pivot A) :

a) si  $d' \leq 1,25 h_o - \frac{f_{ed}}{2000} (d - 1,25 h_o) : \sigma_{sco} = f_{ed}$

b) en cas contraire :  $\sigma_{sco} = 2000 \frac{1,25 h_o - d'}{d - 1,25 h_o}$

→ Bien noter que ces valeurs de " $\sigma_{sco}$ " ne servent qu'à déterminer le moment  $M_{T,u}$  et n'ont plus à être utilisées dans la suite du calcul des armatures.

Les conclusions à tirer de la comparaison de  $M_u$  à  $M_{T,u}$  sont les mêmes que lorsqu'il n'y a pas d'aciers comprimés. Si  $M_u > M_{T,u}$ , les sections d'armatures s'établissent aisément par une décomposition en trois sections fictives.

La section d'aciers comprimés prévue ne convient que si :

$$A' \geq \frac{M_u - (b - b_o) h_o f_{bu} \left( d - \frac{h_o}{2} \right) - M_{lu}}{\sigma_{sco} (d - d')}$$

a) S'il n'en est pas ainsi, il faut augmenter la section prévue pour que cette inégalité soit satisfaite, et A est donné par la formule [7.93] et  $\sigma_{sco}$  par les formules [7.62] ou [7.62 bis].

b) S'il en est bien ainsi, on a dans la première section fictive sans aciers comprimés :

$$M_1 = M_u - A' \sigma_{sco} (d - d') - (b - b_o) h_o f_{bu} \left( d - \frac{h_o}{2} \right)$$

d'où  $\mu_1 = \frac{M_1}{b_o d^2 f_{bu}}$  puis  $z_b = 0,5 d (1 + \sqrt{1 - 2\mu_1})$  ou  $z_b = d (1 - 0,6 \mu_1)$

et  $A = \frac{1}{f_{ed}} \left[ \frac{M_1}{z_b} + (b - b_o) h_o f_{bu} \right] + A_3$  [7.95]

Pour  $A_3$ , voir au bas de la page 212.

(1) ce qui implique qu'ils soient concentrés à l'aplomb de la nervure et maintenus par des armatures transversales (cadres d'effort tranchant de la nervure) espacés d'au plus  $15\phi$ .

7.512 - Dimensionnement à l'aide du diagramme parabole-rectangle (dans le cas où  $A' = 0$ )

La section en T réelle peut être considérée comme obtenue en enlevant d'une section rectangulaire  $bh$  une section rectangulaire  $(b - b_0)(h - h_0)$  (fig. 7.42 a) :

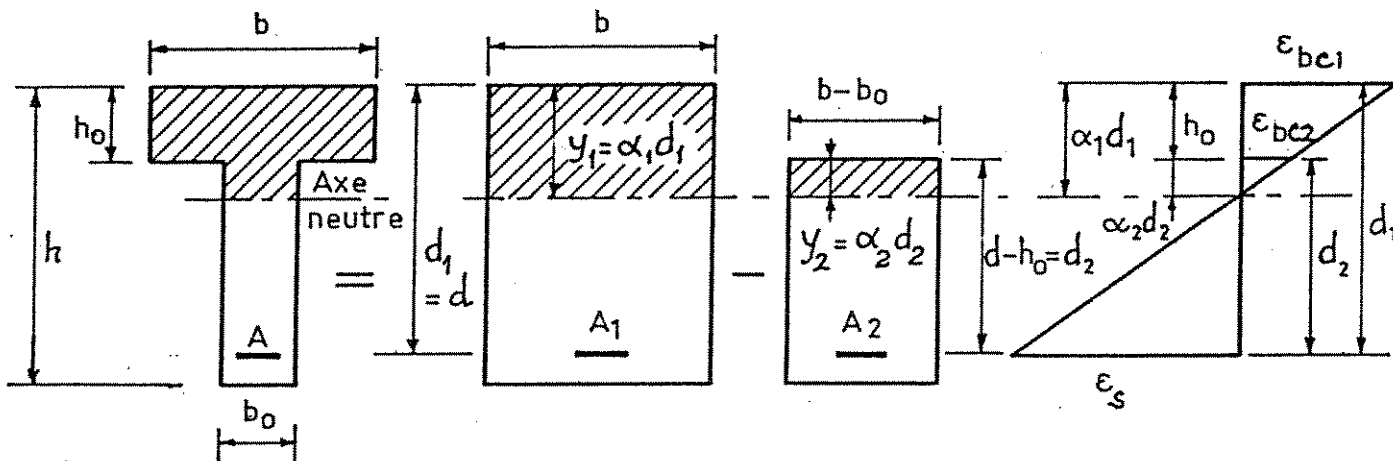


Figure 7.42 a

On affecte l'indice (1) à la première section fictive et l'indice (2) à la deuxième. On a :

$$M_u = M_1 - M_2$$

$$A = A_1 - A_2$$

On suppose que les conditions de déformation sont les mêmes pour les deux poutres fictives, et on commence par calculer pour la section rectangulaire de largeur  $b$  (section n°1) :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b d^2 f_{bu}}$$

$$d'où \quad \alpha = 1,2 \left[ 1 - \sqrt{1 - 2,06 \mu_{bu}} \right]$$

a) Si on trouve  $\alpha \leq \frac{h_0}{h}$ , c'est que l'axe neutre tombe dans la table, et la section se comporte effectivement comme une section rectangulaire. Le calcul peut donc être poursuivi, en déterminant :

$$z_b = d (1 - 0,416 \alpha)$$

et en prenant

$$A = \frac{M_u}{z_b \cdot f_{ed}}$$

b) Si on trouve  $\alpha > \frac{h_0}{h}$ , c'est que l'axe neutre tombe dans la nervure. Dans ce cas, on choisit pour  $\alpha_1$  une valeur légèrement supérieure à  $\alpha$  pour tenir compte de la réduction de largeur lorsque l'axe neutre passe de la table à la nervure.

Les équations de compatibilité permettent d'écrire :

$$\frac{\epsilon_{bc2}}{\alpha_2 d_2} = \frac{\epsilon_{bc1}}{\alpha_1 d_1}$$

d'où, compte tenu de ce que  $\alpha_2 d_2 = \alpha_1 d_1 - h_o$  :

$$\epsilon_{bc2} = \epsilon_{bc1} \frac{\alpha_1 - \frac{h_o}{d}}{\alpha_1} \quad [7.96]$$

Deux cas peuvent se présenter :

a) Si  $\alpha_1 \geq 0,259$  (pivot B) on introduit dans la formule précédente  $\epsilon_{bc1} = 3,5$   
d'où

$$\epsilon_{bc2} = \frac{3,5}{1000} \frac{\alpha_1 - \left(\frac{h_o}{d}\right)}{\alpha_1}$$

b) Si  $\alpha_1 < 0,259$  (pivot A) on a :

$$\epsilon_{bc1} = \frac{10}{1000} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}$$

d'où, en portant dans [7.96] :

$$\epsilon_{bc2} = \frac{10}{1000} \frac{\alpha_1 - \left(\frac{h_o}{d}\right)}{1 - \alpha_1}$$

$\epsilon_{bc2}$  étant connu, en posant  $\lambda = \frac{2}{\epsilon_{bc2}}$ , on en déduit les valeurs du coefficient de remplissage  $\psi$  et du centre de gravité  $\delta_G$  du diagramme des contraintes du béton par les formules établies en 7.411-1 et rappelées ci-après :

- si  $0 \leq \alpha_1 \leq 0,1667$  :

$$\psi = \frac{3\lambda - 1}{3\lambda^2}$$

$$\delta_G = \frac{4\lambda - 1}{4(3\lambda - 1)}$$

- si  $0,1667 < \alpha_1 \leq 0,259$  :

$$\psi = 1 - \frac{\lambda}{3}$$

$$\delta_G = \frac{\lambda^2 - 4\lambda + 6}{4(3 - \lambda)}$$

L'abaque de la page 216 permet d'obtenir les valeurs de  $\psi$  et  $\delta_G$  sans calculs.

c) La marche à suivre est alors la suivante :

1°) Ayant choisi  $\alpha_1$  on calcule d'abord le moment  $M_1$  que peut équilibrer la première section fictive et la section d'armatures  $A_1$ , correspondant à  $M_1$  :

$$M_1 = \psi \alpha_1 (1 - \delta_G \alpha_1) b d^2 f_{bu}$$

et 
$$A_1 = \frac{\psi b_o d \alpha_1 f_{bu}}{f_{ed}}$$

### CALCUL DES SECTIONS EN T

Valeurs de  $\psi$  et  $\delta_G$  pour la deuxième section fictive

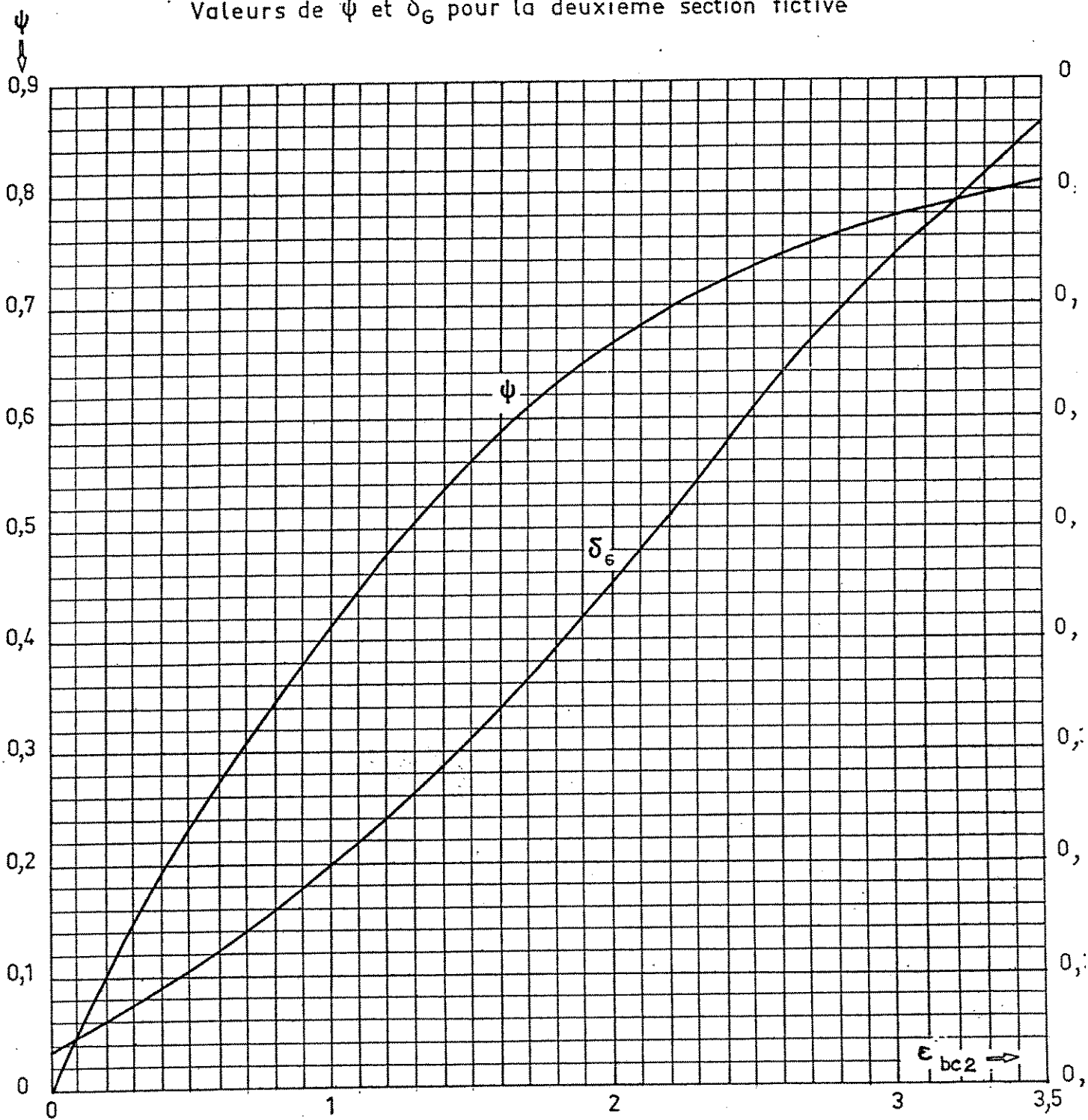


Figure 7.42 b

2°) Dans la deuxième section fictive, les équations d'équilibre fournissent le moment  $M_2$  et la section  $A_2$ , une fois  $\psi$  et  $\delta_G$  connus :

$$M_2 = \psi \alpha_2 (1 - \delta_G \alpha_2) (b - b_o) (d - h_o)^2 f_{bu}$$
$$A_2 = \frac{\psi (b - b_o) (d - h_o) \alpha_2 f_{bu}}{f_{ed}}$$

3°) On adopte comme valeur de la section d'aciers tendus  $A$  cherchée :

$$A = (A_1 - A_2) \frac{M_u}{M_1 - M_2}$$

Si  $M_1 - M_2$  diffère trop de  $M_u$ , il faut recommencer avec une valeur de  $\alpha_1$ , inférieure si  $M_1 - M_2 > M_u$  ou supérieure si  $M_1 - M_2 < M_u$ , à la valeur prise en compte dans le premier calcul.

Remarque : A condition que l'axe neutre tombe dans la nervure, cette méthode peut se généraliser sans difficulté au cas où il y aurait des aciers comprimés (ainsi qu'au cas de la flexion composée, voir 8.21).

Il suffit de calculer la section  $A_1$  selon les méthodes exposées en tenant compte des aciers comprimés (et/ou de la présence d'un effort normal).

Rien n'est changé en ce qui concerne le calcul de la section  $A_2$ .

## 7.52 - DIMENSIONNEMENT PAR L'ETAT-LIMITE DE SERVICE

Ce dimensionnement ne s'impose pas en cas de fissuration peu préjudiciable, où il suffit de dimensionner par l'état-limite ultime selon 7.51.

Il faut déterminer tout d'abord la valeur du moment  $M_{T,ser}$  correspondant au cas limite où l'axe neutre tombe à la partie inférieure de la table, c'est-à-dire où  $y_1 = h_o$  :

- Si  $M_{ser} < M_{T,ser}$  ( $y_1 < h_o$ ) l'axe neutre tombe dans la table : la section se comporte comme une section rectangulaire dont la largeur serait égale à la largeur  $b$  de la table.
- Si  $M_{ser} > M_{T,ser}$  ( $y_1 > h_o$ ) l'axe neutre tombe dans la nervure, cas étudié en 7, 522.

7.521 - Calcul de  $M_{T,ser}$

A l'état-limite de service, le diagramme des contraintes est un diagramme triangulaire (fig. 7.43).

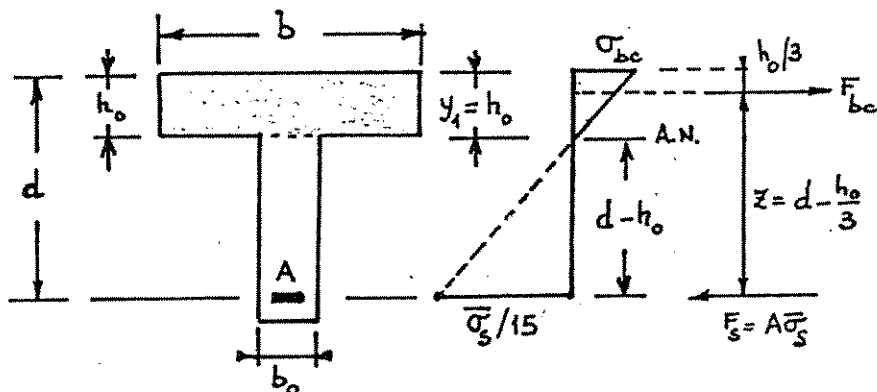


Figure 7.43

PREMIER CAS : Il n'y a pas d'aciers comprimés ( $A' = 0$ ) :

Le moment maximal que pourrait équilibrer la table seule de largeur  $b$  dans le cas limite où l'axe neutre tomberait à la partie inférieure de la table ( $y_1 = h_0$ ), serait :

$$M_{T,ser} = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b y_1 \left( d - \frac{y_1}{3} \right) \text{ avec ici } y_1 = h_0 .$$

Comme, pour l'acier tendu, on cherche à atteindre la contrainte maximale  $\bar{\sigma}_s$ , on a (triangles semblables) :

$$\sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{h_0}{d - h_0}$$

d'où 
$$M_{T,ser} = \frac{\bar{\sigma}_s}{30} \frac{d - \frac{h_0}{3}}{d - h_0} b h_0^2 \quad [7.97 a]$$

ou encore, en posant 
$$k_T = \frac{\bar{\sigma}_s}{30} \frac{d - \frac{h_0}{3}}{d - h_0}$$

$$M_{T,ser} = k_T b h_0^2$$

Le tableau 7.6 donne les valeurs de  $k_T$  pour  $M_{T,ser}$  en MN.m,  $b$  et  $h_0$  en m.

( $M_{T,ser}$  est généralement très faible, de sorte que le cas le plus fréquent est celui où l'axe neutre tombe dans la table)

DEUXIEME CAS : Il y a des aciers comprimés.

Si la table comporte des aciers comprimés dont la section  $A'$  a été fixée a priori, on a, pour ces aciers :

$$\sigma_{sco} = \bar{\sigma}_s \frac{h_0 - d'}{d - h_0}$$

et 
$$M_{T,ser} = \frac{\bar{\sigma}_s}{30} \frac{d - \frac{h_0}{3}}{d - h_0} b h_0^2 + A' \bar{\sigma}_s \frac{h_0 - d'}{d - h_0} (d - d') \quad [7.97 b]$$

a) Si  $M_{ser} < M_{T,ser}$  l'axe neutre tombe dans la table : la section se comporte comme une section rectangulaire dont la largeur serait égale à la largeur  $b$  de la table.

TABLEAU 7.6  
Valeurs de  $k_T$

1° Cas de la fissuration préjudiciable

$f_{c28}$ MPa	$\bar{\sigma}_s$ $h_0/d$ MPa	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
20	187	6,68	6,96	7,26	7,61	8,00
25	202	7,22	7,51	7,84	8,21	8,64
30	216	7,72	8,03	8,38	8,78	9,24
35	229	8,18	8,52	8,89	9,31	9,80
40	241	8,63	8,98	9,37	9,82	10,33
45	253	9,05	9,42	9,83	10,30	10,83
50	264	9,45	9,84	10,27	10,76	11,31
55	275	9,84	10,24	10,69	11,20	11,78
60	285	10,21	10,63	11,09	11,62	12,22

2° Cas de la fissuration très préjudiciable

$f_{c28}$ MPa	$\bar{\sigma}_s$ $h_0/d$ MPa	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
20	153	5,47	5,69	5,94	6,22	6,54
25	165	5,91	6,15	6,42	6,72	7,07
30	176	6,32	6,57	6,86	7,19	7,56
35	187	6,70	6,97	7,28	7,62	8,02
40	197	7,06	7,35	7,67	8,03	8,45
45	207	7,40	7,70	8,04	8,43	8,86
50	216	7,73	8,05	8,40	8,80	9,26
55	225	8,05	8,37	8,74	9,16	9,63
60	233	8,35	8,69	9,07	9,50	9,99

b) Si  $M_{ser} > M_{T,ser}$ , l'axe neutre tombe dans la nervure et le calcul doit être conduit comme indiqué en 7.552-2.

7.522 - Calcul de  $A_{ser}$  lorsque  $M_{ser} > M_{T,ser}$

7.522-1 - Premier mode de calcul, avec une valeur approchée de  $z$  (valable lorsqu'il n'y a pas d'aciers comprimés)

La partie de la zone comprimée située sous la table peut être négligé (aire faible vis-à-vis de celle de la table ; contraintes faibles dans cette région).

En repérant la position de  $F_{bc}$  par sa distance  $e_T$  à l'axe  $XX'$  passant à mi-épaisseur de la table, on a  $z$  (fig. 7.44, page suivante) :

$$z = d - \frac{h_0}{2} + e_T$$



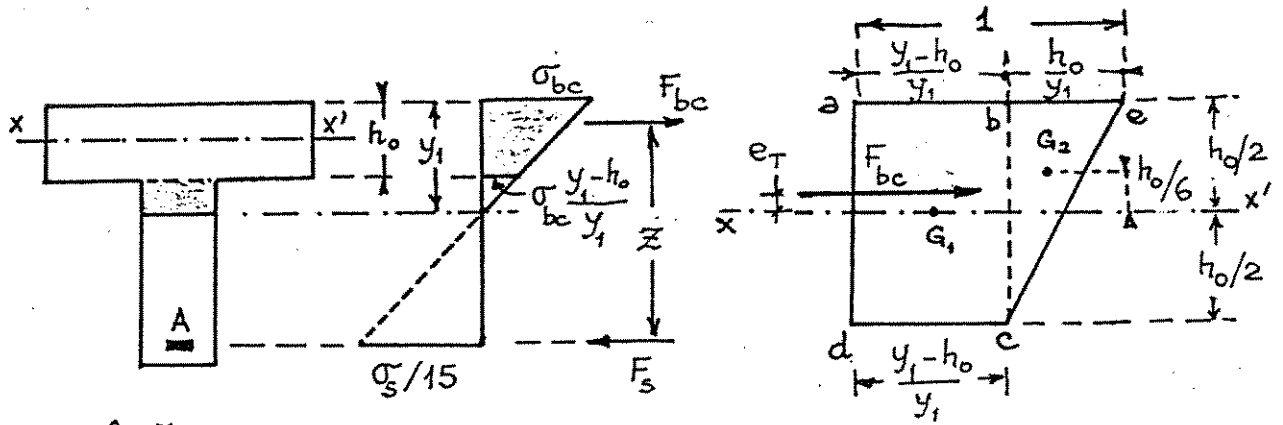


fig 7.44

$e_T$  s'obtient en écrivant que les moments statiques par rapport à l'axe  $XX'$  du trapèze  $aecd$  et du triangle  $bec$  sont égaux,

$$\text{d'où : } z = d - \frac{h_o}{2} + \frac{h_o^2}{6(2y_1 - h_o)}$$

Compte tenu des valeurs usuelles de  $\frac{y_1}{d}$ , on peut admettre comme expression approchée la formule suivante, valable pour  $0,10 \leq \frac{h_o}{d} \leq 0,30$  :

$$z = 0,99 d - 0,4 h_o$$

Pour des tables minces et des poutres hautes ( $\frac{h_o}{d} \approx 0,10$  à  $0,20$ ), la valeur

$$z = 0,93 d$$

est généralement préférable. On adopte aussi parfois

$$z = d - \frac{h_o}{2}$$

comme dans le calcul à l'état-limite ultime.

Toutes ces expressions conduisent en définitive à des sections d'armatures différant généralement peu les unes des autres, et que l'on obtient à partir de la formule

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z \cdot \bar{\sigma}_s} \quad [7.98]$$

7.522-2 - Deuxième mode de calcul (valable qu'il y ait ou non des aciers comprimés)

Dans ce mode de calcul, plus précis que le précédent, on se fixe  $\sigma_{bc}$  a priori, tel que :

$$\frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{h_o}{d - h_o} \leq \sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} \quad (\text{par exemple : } \sigma_{bc} = 8 \text{ ou } 10 \text{ MPa})$$

On calcule alors  $y_1 = \alpha_1 d = \frac{15 \sigma_{bc}}{15 \sigma_{bc} + \bar{\sigma}_s}$  ( $> h_o$  par hypothèse)

$$\text{et } \sigma_{sc} = \bar{\sigma}_s \frac{y_1 - d'}{d - y_1}$$

ainsi que les forces élastiques, les bras de levier et leurs moments par rapport aux aciers tendus, en considérant la zone comprimée comme différence de rectangles (fig. 7.45 et tableau 7.7) :

S'il n'y a pas d'aciers comprimés, le calcul de  $\sigma_{sc}$  est inutile (de toute manière,  $d'$  est alors indéterminé et il suffit de faire  $A' = 0$  dans tout ce qui suit) :

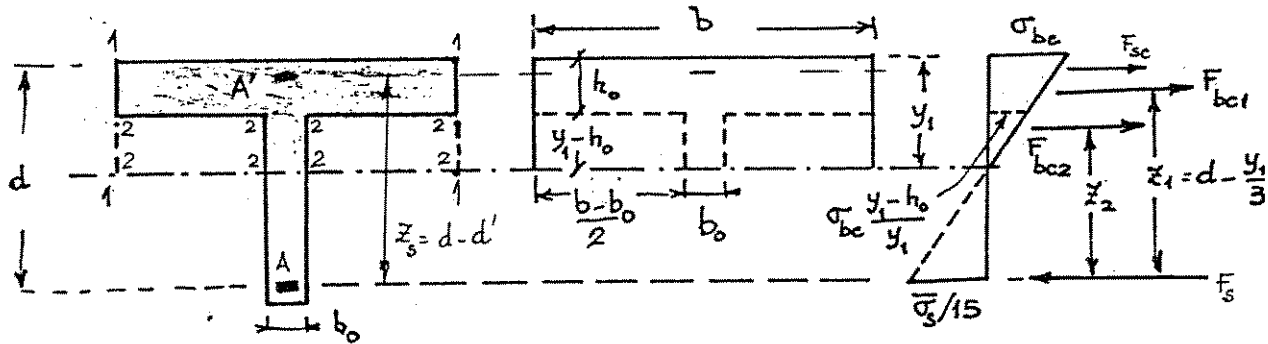


fig 7.45

TABLEAU 7.7

Forces	Bras de levier	Moments
$F_{bc1} = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b y_1$	$z_1 = d - \frac{y_1}{3}$	$F_{bc1} z_1$
$-F_{bc2} = -\frac{1}{2} \sigma_{bc} (b - b_0) \frac{(y_1 - h_0)^2}{y_1}$	$z_2 = z_1 - \frac{2h_0}{3}$	$-F_{bc2} z_2$
$F_{sc} = A' \sigma_{sc}$	$z_s = d - d'$	$F_{sc} (d - d') = A' \sigma_{sc} (d - d')$
$F_{bsc} = F_{bc1} - F_{bc2} + A' \sigma_{sc}$		$M_b = F_{bc1} z_1 - F_{bc2} z_2 + A' \sigma_{sc} (d - d')$

Si la valeur de  $\sigma_{bc}$  choisie a priori était la bonne, on aurait  $M_b = M_{ser}$ . En général, il n'en est pas ainsi. La section  $A_b$  d'armatures correspondant à  $M_b$  étant :

$$A_b = \frac{F_{bc1} - F_{bc2} + A' \sigma_{sc}}{\bar{\sigma}_s} \quad (\text{m, MN, MPa})$$

on prend comme valeur approchée de  $A$  :

$$A = A_b \frac{M_{ser}}{M_b}$$

Il n'est pas nécessaire d'avoir une valeur  $M_b$  très voisine de  $M_{ser}$  pour avoir une approximation acceptable sur  $A$ .

Toutefois, si  $M_b$  est très différent de  $M_{ser}$  on peut chercher une meilleure approximation en recommençant avec une nouvelle valeur de  $\sigma_{bc}$  :

- inférieure à la première si  $M_b > M_{ser}$
- supérieure à la première si  $M_b < M_{ser}$ .

La valeur de  $z$  est donnée par :  $z = \frac{M_b}{F_{bsc}}$ .

7.53 - CALCUL DES CONTRAINTES NORMALES EN SERVICE.

Lorsque l'on désire connaître la valeur des contraintes normales à l'état-limite de service, par exemple lorsqu'il faut calculer les flèches en service, on opère comme suit (on traite ici le cas général où il y aurait une armature comprimée).

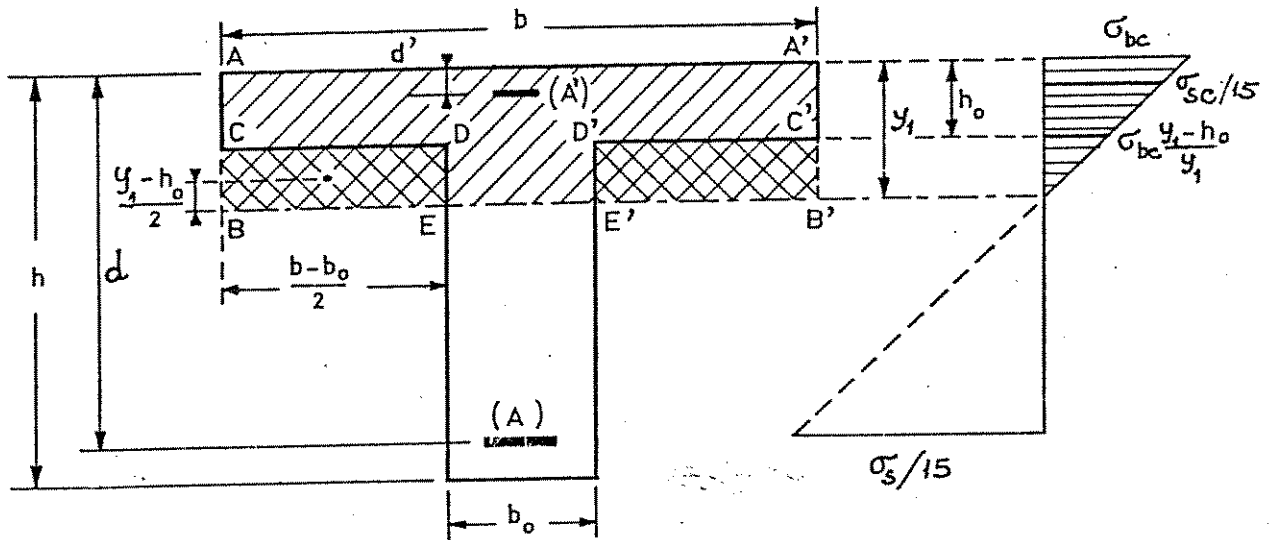


fig 7.46

En supposant que l'axe neutre tombe dans la nervure (voir ci-après comment le savoir) on considère la zone comprimée comme la différence du rectangle AA'B'B et des deux rectangles BCDE, B'C'D'E'.

L'équation des moments statiques (cf. [7.11]) s'écrit :

$$f(y_1) = b \frac{y_1^2}{2} - (b - b_0) \frac{(y_1 - h_0)^2}{2} + 15 A' (y_1 - d') - 15 A (d - y_1) = 0$$

$$\text{ou } f(y_1) = b_0 \frac{y_1^2}{2} + y_1 \left[ (b - b_0) h_0 + 15 (A' + A) \right] - \left[ (b - b_0) \frac{h_0^2}{2} + 15 A' d' + 15 A d \right] = 0 \quad [7.99]$$

Le moment d'inertie de la section réduite est :

$$I_1 = \frac{b y_1^3}{3} - \frac{(b - b_0) (y_1 - h_0)^3}{3} + 15 A' (y_1 - d')^2 + 15 A (d - y_1)^2 \quad [7.100]$$

Les contraintes normales (unités : m, MNm, MPa) se calculent par :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser} y_1}{I_1}$$

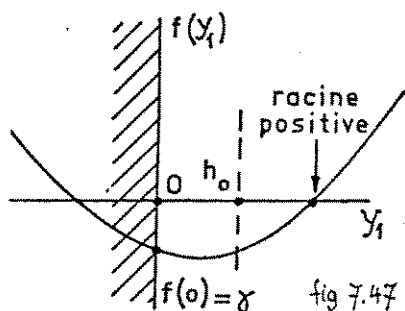
$$\sigma_s = 15 \frac{M_{ser} (d - y_1)}{I_1} = 15 \sigma_{bc} \frac{d - y_1}{y_1}$$

(la connaissance de  $\sigma_{sc}$  n'est généralement pas nécessaire)

Condition pour que l'axe neutre tombe dans la nervure

L'équation [7.99] est de la forme  $f(y_1) = \alpha y_1^2 + \beta y_1 + \gamma = 0$

avec  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta > 0$  et  $\gamma < 0$ ; comme  $\gamma/\alpha$  est négatif cette équation a deux racines de signes contraires.



L'axe neutre tombe dans la nervure si  $h_0$  est inférieur à la racine positive, c'est-à-dire si (voir fig. 7.47) :

$$f(h_0) \leq 0$$

Si  $f(h_0) > 0$  l'axe neutre tombe dans la table et les formules [7.99] et [7.100] ne sont plus valables .

Il faut appliquer alors les formules [7.82] et [7.83] données pour les sections rectangulaires, en y remplaçant  $b_0$  par  $b$ , largeur de la table.

7.6 - SECTION CARREE SIMPLEMENT FLECHIE DANS UN PLAN DIAGONAL

7.61 - CALCUL A L'ETAT-LIMITE ULTIME

Nous résolvons ce problème car nous en utiliserons les résultats dans l'étude de la flexion déviée (voir chapitre 9).

Soit  $b$  le côté du carré (fig. 7.48) :

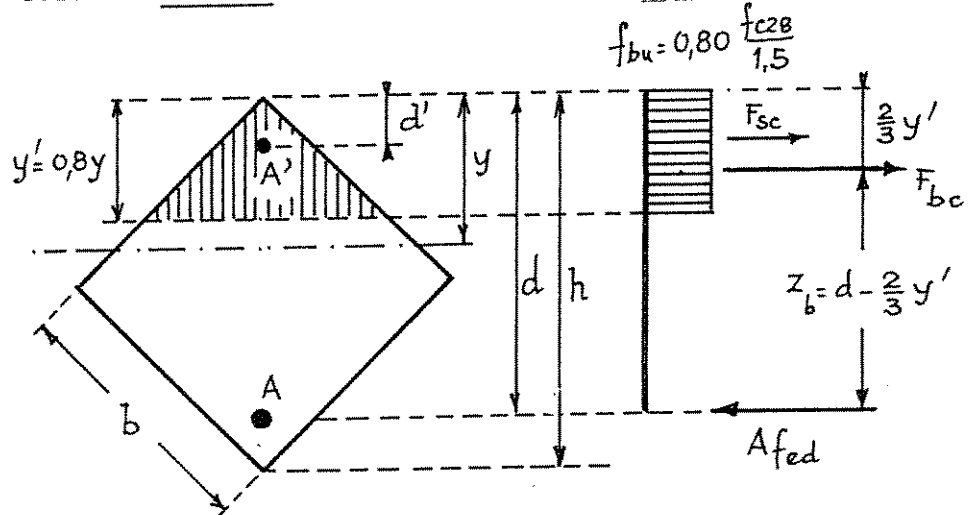


Figure 7.48

La section diminuant de largeur vers les fibres les plus comprimées, il faut prendre ici :

$$f_{bu} = \frac{0,8}{\theta} \frac{f_{c28}}{1,5} \quad (\text{et non } \frac{0,85}{\theta} \frac{f_{c28}}{1,5})$$

Dans ce qui suit, on désignera par  $y'$  la hauteur de la zone comprimée. Si  $y$  désigne la profondeur de l'axe neutre, on a :  $y' = 0,8y$ .

La hauteur totale de la section dans le plan de flexion est  $h = b\sqrt{2}$ . Elle est choisie comme longueur de référence. On pose donc :  $\alpha' = y'/h$ .

A la distance  $y'$  de l'angle le plus comprimé, la largeur de la section est :

- $b_{y'} = 2y'$ , si  $y' \leq \frac{h}{2}$  ( $\alpha' \leq 0,5$ )
- $b_{y'} = 2(h - y')$ , si  $y' > \frac{h}{2}$  ( $\alpha' > 0,5$ )

1er Cas :  $y' \leq \frac{h}{2}$  .

Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\frac{1}{2} b_{y'} y' f_{bu} = A f_{ed}$$

ou encore 
$$\alpha'^2 = \frac{A f_{ed}}{h^2 f_{bu}} \quad [7.101]$$

et 
$$M_u = y'^2 f_{bu} (d - \frac{2}{3} y')$$

ou en posant  $\frac{d}{h} = \delta$  : 
$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{h^3 f_{bu}} = \alpha'^2 (\delta - \frac{2}{3} \alpha') \quad [7.102]$$

$\mu_u$  et  $\delta$  étant connus, l'équation du troisième degré [7.102] donne  $\alpha'$  et l'équation [7.101] donne :

$$A_u = \frac{\alpha'^2 h^2 f_{bu}}{f_{ed}}$$

Les deux équations [7.101] et [7.102] ne sont valables que pour cas étudié, à savoir  $\alpha' \leq 0,5$  ou encore :

$$\mu_{bu} \leq \frac{1}{4} \left[ \delta - \frac{1}{3} \right]$$

(si  $\delta = 0,9$  on trouve  $\mu_{bu} \leq 0,142$ ).

2° Cas :  $y' > \frac{h}{2}$  ( $\alpha' > 0,5$ ).

La zone comprimée est considérée comme la différence d'un grand triangle de hauteur  $y'$  et de deux triangles latéraux de hauteur  $y'' = y' - \frac{h}{2}$  (fig. 7.49) :

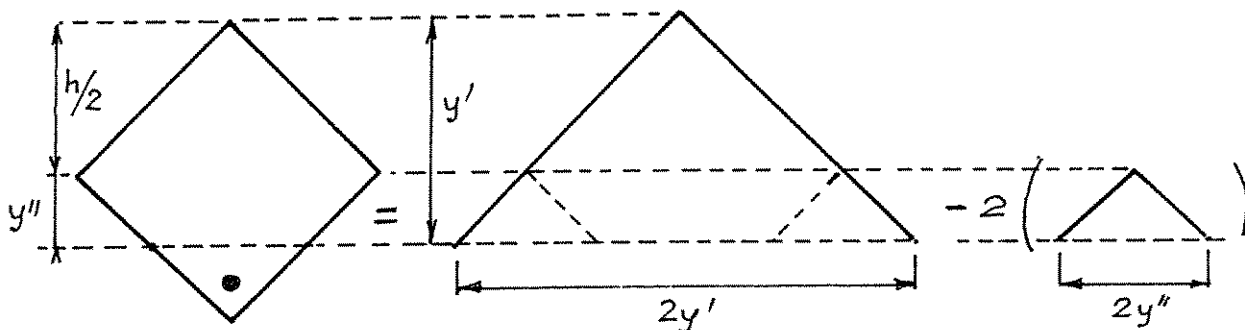


Figure 7.49

L'aire de la zone comprimée est :

$$B' = y'^2 - 2y''^2 = h^2 \left[ \alpha'^2 - 2 \left( \alpha' - \frac{1}{2} \right)^2 \right] = h^2 \left[ \alpha' (2 - \alpha') - \frac{1}{2} \right]$$

Les distances des centres de gravité de ces triangles au centre de gravité des aciers sont, respectivement :

$$z_1 = d - \frac{2y'}{3} = h \left[ \delta - \frac{2\alpha'}{3} \right]$$

$$z_2 = d - y' + \frac{y''}{3} = h \left[ \delta - \frac{2\alpha'}{3} - \frac{1}{6} \right] = z_1 - \frac{h}{6}$$

La contrainte de l'acier tendu n'est égale à  $f_{ed}$  que si :

$$\epsilon_s = \frac{3,5}{1000} \frac{d - y}{y} \geq \frac{f_{ed}}{E_s} \quad \text{avec} \quad y = 1,25 y'$$

ce qui correspond à :

$$\alpha' \leq \frac{560 \delta}{700 + f_{ed}}$$

Dans le cas où il en est ainsi, les équations d'équilibre conduisent à :

$$\left\{ \begin{array}{l} A'_{ed} = B' f_{bu} \\ M_u = f_{bu} \left[ y'^2 z_1 - 2y''^2 \left( z_1 - \frac{h}{6} \right) \right] \end{array} \right. \quad \text{ou encore :}$$

$$\begin{cases} \frac{A f_{ed}}{h^2 f_{bu}} = \alpha' (2 - \alpha') - \frac{1}{2} \\ \mu_{bu} = \frac{M_u}{h^3 f_{bu}} = \left( \delta - 2 \frac{\alpha'}{3} \right) \left[ \alpha' (2 - \alpha') - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{3} (\alpha' - \frac{1}{2})^2 \end{cases}$$

Mais en pratique nous n'avons pas besoin de ces expressions, car il faut prévoir des aciers comprimés pour respecter l'état-limite de compression en service, ce qui limite  $\alpha'$  à moins de 0,5 comme on va le voir ci-après.

7.62 - CALCUL DE LA SECTION D'ACIERS NÉCESSAIRE POUR RESPECTER L'ÉTAT LIMITE DE COMPRESSION DU BÉTON EN SERVICE.

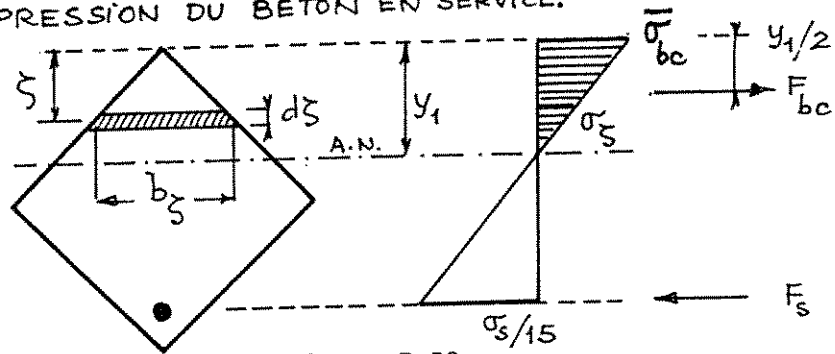


Figure 7.50

Supposons, comme on l'a fait dans l'étude des sections rectangulaires, que la contrainte limite  $\bar{\sigma}_{bc}$  soit atteinte sur la fibre la plus comprimée, et cherchons la section  $A_{ser}$  qui serait nécessaire pour équilibrer, dans cette hypothèse, le moment de service  $M_{ser}$ .

A la profondeur  $\zeta$ , la largeur de la section est  $b_\zeta = 2\zeta$  et la contrainte du béton est :

$$\sigma_\zeta = \bar{\sigma}_{bc} \frac{y_1 - \zeta}{y_1}$$

La force élémentaire sur un rectangle  $b_\zeta d\zeta$  est donc :

$$dF_{bc} = b_\zeta \sigma_\zeta d\zeta = 2\zeta \sigma_\zeta d\zeta$$

d'où la force de compression s'exerçant sur le béton de la zone comprimée :

$$F_{bc} = \int_0^{y_1} dF_{bc} = \frac{2\bar{\sigma}_{bc}}{y_1} \int_0^{y_1} \zeta (y_1 - \zeta) d\zeta = \frac{y_1^2 \bar{\sigma}_{bc}}{3}$$

Le moment de la force élémentaire par rapport aux aciers tendus est :

$$dF_{bc} (d - \zeta)$$

d'où :

$$M_{ser} = \frac{2\bar{\sigma}_{bc}}{y_1} \int_0^{y_1} \zeta (y_1 - \zeta) (d - \zeta) d\zeta = \frac{y_1^2}{6} (2d - y_1) \bar{\sigma}_{bc}$$

ou  $M_{ser} = h^3 \frac{\alpha_1^2}{6} [2\delta - \alpha_1] \bar{\sigma}_{bc}$  d'où l'on tire  $\alpha_1$  (ou  $y_1 = \alpha_1 h$ )

Le bras de levier  $z_b$  vaut :

$$z_b = \frac{M_{ser}}{F_{bc}} = d - \frac{y_1}{2}$$

La contrainte de l'acier étant :

$$\sigma_s = 15 \bar{\sigma}_{bc} \frac{d - y_1}{y_1}$$

on a :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_s \cdot \left(d - \frac{y_1}{2}\right)}$$

7.63 - DISCUSSION : MOMENT-LIMITE ULTIME

La définition du moment-limite ultime est la même que pour une section rectangulaire (voir 7.414). Ce moment-limite est atteint lorsque  $A_u = A_{ser}$ . Un programme de calcul, dû à J. ROUX, conduit aux tableaux 7.9 et 7.10, valables pour des aciers FeE 215 ou FeE 400. Une actualisation de ces tableaux, pour FeE 500 et  $f_{c28} > 30$  MPa, est en cours.

Dans ces tableaux, la première ligne donne  $\mu_{lu}$  ; la seconde donne la valeur  $\alpha'_l$  de  $\alpha'$  correspondant à  $\mu_{bu} = \mu_{lu}$ .

TABLEAU 7.9

Section carrée fléchie dans un plan diagonal. Cas où  $d = 0,95 h$

Valeurs de  $\mu_{lu}$  et de  $\alpha'_l$  (en italique) [acier FeE400]

$d' = 0,95 h$	$\gamma$	$\theta f_{c28}$ (MPa)			
		20	22	25	30
Fe E 215	1,35	0,0962 <i>0,3693</i>	0,1027 <i>0,3832</i>	0,1111 <i>0,4038</i>	0,1226 <i>0,4285</i>
	1,40	0,1029 <i>0,3832</i>	0,1096 <i>0,3992</i>	0,1183 <i>0,4196</i>	0,1300 <i>0,4464</i>
	1,45	0,1098 <i>0,3992</i>	0,1167 <i>0,4151</i>	0,1256 <i>0,4353</i>	0,1376 <i>0,4619</i>
	1,50	0,1168 <i>0,4151</i>	0,1239 <i>0,4308</i>	0,1330 <i>0,4531</i>	0,1452* <i>0,4797</i>
Fe E 400	1,35	0,0574 <i>0,2724</i>	0,0632 <i>0,2883</i>	0,0712 <i>0,3089</i>	0,0832 <i>0,3385</i>
	1,40	0,0621 <i>0,2857</i>	0,0682 <i>0,3013</i>	0,0767 <i>0,3214</i>	0,0893 <i>0,3529</i>
	1,45	0,0670 <i>0,2961</i>	0,0734 <i>0,3139</i>	0,0823 <i>0,3361</i>	0,0956 <i>0,3670</i>
	1,50	0,0720 <i>0,3089</i>	0,0788 <i>0,3263</i>	0,0882 <i>0,3505</i>	0,1020 <i>0,3832</i>



TABLEAU 7.10

Section carrée fléchie dans un plan diagonal. Cas où  $d = 0,90 h$   
Valeurs de  $\mu_{\ell u}$  et de  $\alpha'_\ell$  [Acier FeE 400]

$d = 0,9 h$	$\gamma$	$\theta_{f_{c28}}$ (MPa)			
		20	22	25	30
Fe E 215	1,35	0,0818 0,3483	0,0873 0,3638	0,0947 0,3816	0,1047 0,4067
	1,40	0,0875 0,3638	0,0933 0,3790	0,1008 0,3967	0,1111 0,4240
	1,45	0,0934 0,3790	0,0993 0,3942	0,1071 0,4141	0,1176 0,4389
	1,50	0,9935 0,3942	0,1055 0,4091	0,1135 0,4290	0,1242 0,4562
Fe E 400	1,35	0,0488 0,2566	0,0537 0,2715	0,0605 0,2916	0,0707 0,3192
	1,40	0,0528 0,2686	0,0580 0,2831	0,0652 0,3055	0,0759 0,3325
	1,45	0,0569 0,2802	0,0624 0,2972	0,0700 0,3192	0,0813 0,3483
	1,50	0,0612 0,2944	0,0670 0,3083	0,0750 0,3299	0,0868 0,3612

On constate qu'à une exception près (1) correspondant elle-même à un cas peu fréquent, les valeurs de  $\mu_{\ell u}$  sont toujours inférieures à la valeur frontière 0,142 au-delà de laquelle la section change de forme.

Il faut prévoir des aciers comprimés dès que  $\mu_{bu} > \mu_{\ell u}$ .

a) Cas où  $\mu_{bu} \leq \mu_{\ell u}$

Dans ce cas, pour des armatures HA Fe E 400, on peut interpoler entre les valeurs du tableau 7.11 ci-après qui donne  $\rho = \frac{A f_{ed}}{h^2 f_{bu}}$  en

fonction de  $\mu_{bu} = \frac{M_u}{h^3 f_{bu}}$ .

Bien entendu, selon les valeurs de  $f_{c28}$  et de  $\gamma$ , les valeurs de  $\rho$  correspondant à des valeurs de  $\mu_{bu}$  supérieures à  $\mu_{\ell u}$  (voir tableaux 7.9 et 7.10) ne sont pas à considérer.

(1) voir tableau 7.9, valeur marquée d'un astérisque.

TABLEAU 7.11

Aciers Fe E 400 - Valeurs de  $\rho$  en fonction de  $\mu_{bu}$  et de  $\delta = \frac{d}{h}$

$\mu_{bu}$	$\delta = 0,95$	$\delta = 0,90$
0,005	0,0057	0,0059
0,010	0,0113	0,0122
0,015	0,0174	0,0185
0,020	0,0237	0,0252
0,025	0,0300	0,0320
0,030	0,0365	0,0391
0,035	0,0430	0,0463
0,040	0,0500	0,0537
0,045	0,0570	0,0613
0,050	0,0639	0,0689
0,055	0,0713	0,0770
0,060	0,0787	0,0850
0,065	0,0861	0,0933
0,070	0,0939	0,1020
0,075	0,1017	0,1107
0,080	0,1098	0,1196
0,085	0,1178	0,1287
0,090	0,1263	-
0,095	0,1348	-
0,100	0,1433	-

b) Cas où  $\mu_{bu} > \mu_{lu}$

Dans ce cas, des aciers comprimés sont nécessaires. Ces aciers sont déterminés comme on l'a fait pour les sections rectangulaires (7.422-2) c'est-à-dire que l'on doit prendre :

$$A' \geq \frac{M_u - \mu_{lu} \cdot h^3 f_{bu}}{\sigma_{sce} (d - d')}$$

avec ici

$$\sigma_{sce} = 9 \gamma f_{c28} - k \frac{d'}{d} \dagger f_{ed}$$

la grandeur  $k$  (MPa) pouvant être déterminée au moyen de la figure 7.51 (sur laquelle les courbes représentant la variation de  $k$  en fonction de  $f_{c28}$  ont été assimilées à des droites).

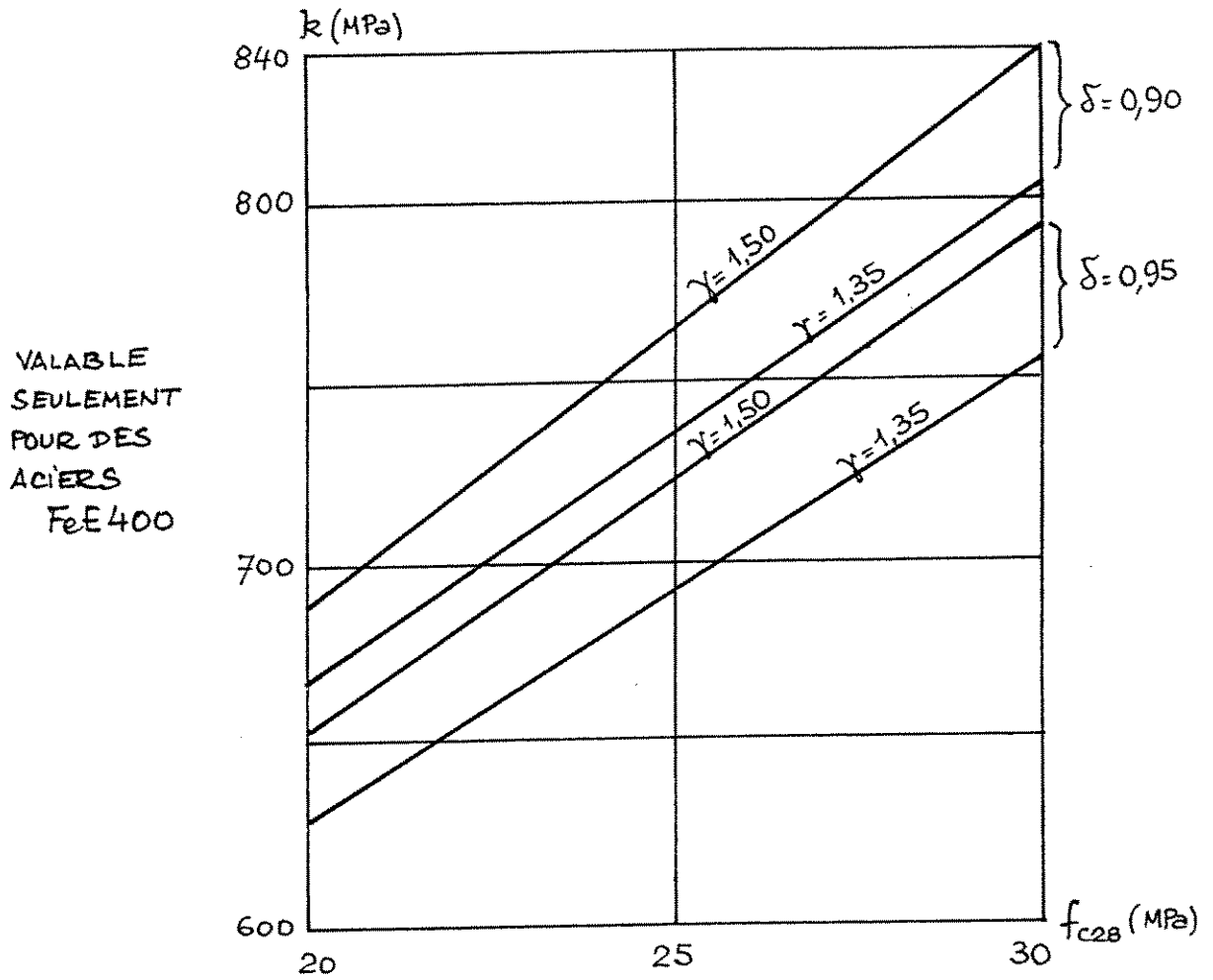


Figure 7.51

On a ensuite :

$$A = \frac{\rho_l \cdot h^2 \cdot f_{bu}}{f_{ed}} + A' \frac{\sigma_{ser}}{k - \gamma f_{c28}}$$

$\rho_l$  étant la valeur correspondant à  $M_{bu} = M_{lu}$  que l'on peut lire dans le tableau 7.11 (interpolations linéaires) et  $k - \gamma f_{c28}$  étant plafonné à  $f_{ed}$ .

Remarque : Si l'on veut vérifier les contraintes, les formules à utiliser sont

- équation des moments statiques :

$$\frac{y_1^3}{3} + 15 A' (y_1 - d') - 15 A (d - y_1) = 0 \text{ d'où } y_1$$

- moment d'inertie de la section réduite homogène par rapport à l'axe neutre

$$I_1 = \frac{y_1^4}{6} + 15 A' (y_1 - d')^2 + 15 A (d - y_1)^2$$

## 7.7 - SECTIONS TRAPEZOÏDALES

### 7.7.1 PETITE BASE DU CÔTÉ COMPRIMÉ

De telles sections se rencontrent dans certaines semelles de fondation sous points d'appui isolés. Il s'agit des semelles en forme de tronc de pyramide (forme qu'un projeteur peut préférer à la forme parallélépipédique) et dans lesquelles les conditions d'application de la méthode dite "des bielles" ne sont pas remplies.

Dans ce cas, la semelle est calculée par une méthode dite "des moments" (méthode du CEB par exemple) et la section droite soumise au moment maximal a une forme trapézoïdale (fig. 7.52) :

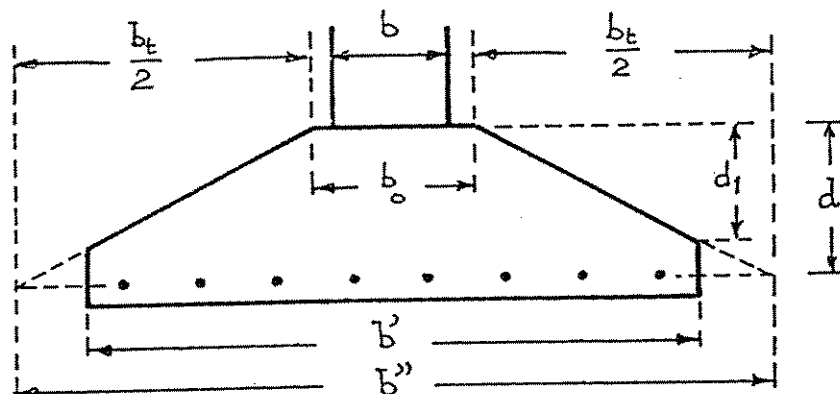


Figure 7.52

La semelle porte un poteau de largeur  $b$ . Sa largeur au niveau du "collet" est  $b_0$  (normalement  $b_0$  est légèrement supérieur à  $b$ ). Sa largeur  $b'$  au niveau du sol n'intervient pas dans la suite du calcul, si ce n'est que la section d'armatures trouvée doit être distribuée sur cette largeur.

On lui substitue la largeur fictive  $b''$  du trapèze dans le plan des armatures tendues (fig. 7.52).

On pose :

$$b'' = b_0 + b_t .$$

Si  $d_1$  est la distance au collet du point au-delà duquel la largeur de la semelle est physiquement plafonnée à  $b'$ , on a :

$$b_t = (b' - b_0) \frac{d}{d_1}$$

La méthode qui suit n'est applicable que lorsque la position de l'axe neutre est telle que  $y \leq 1,25 d_1$ , ce que l'on peut satisfaire par un choix convenable de  $d_1$  et/ou vérifier a posteriori.

La section trapézoïdale de bases  $b''$  et  $b_0$  et de hauteur  $d$  est considérée comme résultant de la superposition de deux sections fictives, l'une rectangulaire, de largeur  $b_0$  et l'autre triangulaire, de base  $b_t$  (fig. 7.53).

Comme la largeur de la section diminue vers les fibres les plus comprimées, il faut prendre (voir 5,222) :

$$f_{bu} = 0,80 \frac{f_{c28}}{1,5\theta} \quad (\text{au lieu de } 0,85 \frac{f_{c28}}{1,5\theta} \text{ habituellement})$$

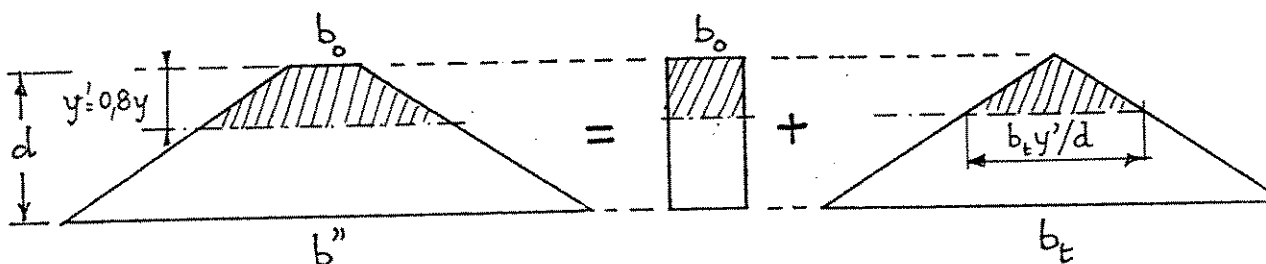


Figure 7.53

En posant  $y' = 0,8 y$ , les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\begin{cases} b_o y' f_{bu} + \frac{1}{2} b_t \cdot \frac{y'^2}{d} f_{bu} = (A_1 + A_2) f_{ed} = A f_{ed} \\ M_u = b_o y' f_{bu} (d - \frac{y'}{2}) + \frac{1}{2} b_t \cdot \frac{y'^2}{d} f_{bu} (d - \frac{2}{3} y') \end{cases}$$

ou, en posant  $\alpha' = \frac{y'}{d}$ ,  $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}}$ ,  $\rho = \frac{A f_{ed}}{b_o d f_{bu}}$  et  $\beta = \frac{b_t}{b_o} = \frac{d}{d_1} (\frac{b'}{b_o} - 1)$

$$\begin{cases} \alpha' + \frac{1}{2} \beta \alpha'^2 = \rho \\ \mu_{bu} = \alpha' (1 - \frac{\alpha'}{2}) + \frac{\beta}{2} \alpha'^2 (1 - \frac{2}{3} \alpha') \end{cases}$$

Le tableau 7.12 donne les valeurs de  $\rho$  en fonction de  $\mu_{bu}$  et de  $\beta$  (interpolations linéaires) :

TABLEAU 7.12

Sections trapézoïdales - Valeurs de  $\rho = \frac{A f_{ed}}{b_o d f_{bu}}$

$\beta \backslash \mu_{bu}$	1	2	3	4	5	6
0,05	0,051	0,051	0,051	0,051	0,051	0,051
0,10	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105
0,15	0,163	0,162	0,161	0,161	0,161	0,160
0,20	0,223	0,222	0,221	0,220	0,219	0,218
0,25	0,288	0,285	0,283	0,281	0,279	0,278
0,30	0,358	0,352	0,348	0,345	0,342	0,340
0,35	0,434	0,423	0,417	0,412	0,408	0,404
0,40	0,516	0,499	0,489	0,481	0,476	0,471
0,45	0,609	0,581	0,565	0,555	0,547	0,540
0,50	0,713	0,670	0,647	0,631	0,620	0,612
0,55	-	0,767	0,733	0,712	0,697	0,686
0,60	-	0,874	0,826	0,797	0,778	0,763

Connaissant  $M_u$ , on peut donc calculer  $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}}$  d'où  $\rho$ . La section A d'armatures cherchée est :

$$A = \rho \frac{b_o d f_{bu}}{f_{ed}}$$

\* Cas de la fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

Dans ce cas, on peut effectuer un calcul manuel par approximations successives, selon la méthode indiquée en 7.522-2.

on se fixe la hauteur de l'axe neutre  $y_1$ , d'où  $\sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{y_1}{d - y_1} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ .

En adoptant la décomposition en deux sections fictives de la figure 7.53, on calcule alors pour chacune d'elles les résultantes  $F_1, F_2$  des forces s'exerçant sur la zone comprimée, ainsi que les bras de levier  $z_1$  et  $z_2$  de ces résultantes:

Forces	Bras de levier	Moments
$F_1 = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b_0 y_1$ $+ F_2 = \frac{b_E}{6d} \sigma_{bc} y_1^2$ $(+ A' \sigma_{sc})^*$	$z_1 = d - \frac{y_1}{3}$ $z_2 = d - \frac{y_1}{2}$ $(d - d')$	$M_1 = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b_0 y_1 (d - \frac{y_1}{3})$ $M_2 = \frac{b_E}{6d} \sigma_{bc} y_1^2 (d - \frac{y_1}{2})$ $(M_3 = A' \sigma_{sc} (d - d'))$
$F_{bse} = F_1 + F_2 (+ A' \sigma_{sc})$		$M_{bs} = M_1 + M_2 (+ M_3)$

\* si nécessaire, avec  $\sigma_{sc} = \bar{\sigma}_s \frac{y_1 - d'}{d - y_1}$ .

Si la valeur de  $y_1$  choisie a priori était la bonne, on aurait  $M_{bs} = M_{ser}$ . En général, il n'en est pas ainsi, mais si  $M_{bs}$  est relativement voisin de  $M_{ser}$ , on peut prendre, avec une approximation acceptable:

$$A = \frac{F_{bse}}{\bar{\sigma}_s} \times \frac{M_{ser}}{M_{bs}}$$

Si  $M_{bs}$  est très éloigné de  $M_{ser}$ , on peut chercher une meilleure approximation en recommençant avec une nouvelle valeur de  $y_1$ :

- inférieure à la première si  $M_{bs} > M_{ser}$
- supérieure à la première si  $M_{bs} < M_{ser}$ .

#### Remarques:

1. Si l'on veut vérifier les contraintes, les formules à utiliser sont:

- équation des moments statiques:

$$\frac{b_0 y_1^2}{2} + \frac{b_E}{d} \frac{y_1^3}{6} + 15 A' (y_1 - d') - 15 A (d - y_1) = 0$$

- moment d'inertie de la section homogène réduite par rapport à l'axe neutre:

$$I_1 = \frac{b_0 y_1^3}{3} + \frac{b_E}{12d} y_1^4 + 15 A' (y_1 - d')^2 + 15 A (d - y_1)^2$$

2. Que ce soit à l'ELU ou à l'ELS, on commence par dimensionner en supposant  $A' = 0$ . Si la vérification des contraintes montre que  $\sigma_{bc} > \bar{\sigma}_{bc}$ , il faut corriger la solution en ajoutant des  $A'$  jusqu'à avoir  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ .

### 7.72 PETITE BASE DU CÔTÉ TENDU

De telles sections se rencontrent dans certaines poutres préfabriquées. Pour le calcul, on utilise à nouveau la décomposition en deux sections fictives. Les notations sont celles de la figure 7.54.

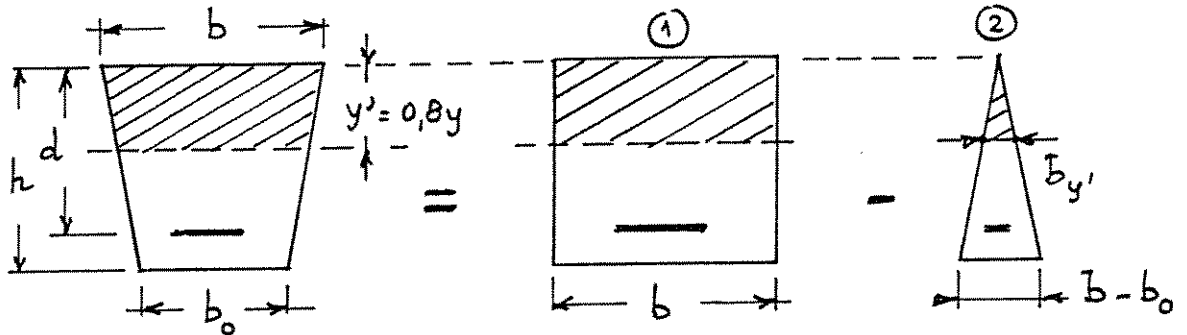


Fig. 7.54

On pose  $y' = 0,8y$ . A la distance  $y'$  du sommet, dans la section ② on a :

$$b_{y'} = \frac{b - b_0}{h} y'$$

Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\left\{ \begin{aligned} by' f_{bu} - \frac{1}{2} \left( \frac{b - b_0}{h} \right) y'^2 f_{bu} &= (A_1 - A_2) f_{ed} = A f_{ed} \\ M_u &= by' f_{bu} \left( d - \frac{y'}{2} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{b - b_0}{h} \right) y'^2 f_{bu} \left( d - \frac{2}{3} y' \right) \end{aligned} \right.$$

Posons:  $\alpha' = \frac{y'}{d}$ ,  $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b d^2 f_{bu}}$ ,  $\rho = \frac{A f_{ed}}{b d f_{bu}}$ ,  $\beta = \frac{b - b_0}{b}$  et  $\delta = \frac{d}{h}$

Les équations s'écrivent :

$$\alpha' - \frac{\beta \delta \alpha'^2}{2} = \rho \quad [7.103]$$

$$\mu_{bu} = \alpha' \left( 1 - \frac{\alpha'}{2} \right) - \frac{\beta \delta}{2} \alpha'^2 \left( 1 - \frac{2}{3} \alpha' \right) \quad [7.104]$$

L'équation [7.104] peut s'écrire :

$$\frac{\beta \delta}{3} \alpha'^3 - \frac{\alpha'^2}{2} (1 + \beta \delta) + \alpha' - \mu_{bu} = 0$$

Elle se résout soit par un programme approprié, soit par approximations successives, manuellement. Une fois  $\alpha'$  connu, l'équation [7.103] donne  $\rho$  et  $A = \rho b d \frac{f_{bu}}{f_{ed}}$ .

#### \* Cas de la fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

Le calcul manuel par approximations successives, indiqué en 7.71, est applicable. On se fixe la hauteur de l'axe neutre  $y_1$ , d'où :

$$\sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{y_1}{d - y_1} \leq \bar{\sigma}_{bc}$$

Dans la décomposition en deux sections fictives, selon la fig 7.54, on a alors :

Forces	Bras de levier	Moments
$F_1 = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b y_1$ $- F_2 = \frac{b-b_0}{6h} \sigma_{bc} y_1^2$ $(+ A' \sigma_{sc})^*$	$z_1 = d - \frac{y_1}{3}$ $z_2 = d - \frac{y_1}{2}$ $(d-d')$	$M_1 = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b y_1 (d - \frac{y_1}{3})$ $- M_2 = \frac{b-b_0}{6h} \sigma_{bc} y_1^2 (d - \frac{y_1}{2})$ $(M_3 = A' \sigma_{sc} (d-d'))$
$F_{bse} = F_1 - F_2 + (A' \sigma_{sc})$		$M_{bs} = M_1 - M_2 + M_3$

\* si nécessaire, avec  $\sigma_{sc} = \bar{\sigma}_s \frac{y_1 - d'}{d - y_1}$ .

Si  $M_{bs}$  est relativement voisin (il n'a pas besoin d'être rigoureusement égal) de  $M_{ser}$  :

$$A = \frac{F_{bse}}{\bar{\sigma}_s} \cdot \frac{M_{ser}}{M_{bs}}$$

Si  $M_{bs} \gg M_{ser}$ , recommencer, en diminuant  $y_1$

Si  $M_{bs} \ll M_{ser}$ , recommencer, en augmentant  $y_1$

#### Remarques :

1. Pour vérifier les contraintes, les équations à utiliser sont :

$$\frac{b y_1^2}{2} - \frac{b-b_0}{h} \frac{y_1^3}{6} + 15 A' (y_1 - d') - 15 A (d - y_1) = 0$$

$$I_1 = \frac{b y_1^3}{3} - \frac{b-b_0}{12h} y_1^4 + 15 A' (y_1 - d')^2 + 15 A (d - y_1)^2$$

2. Que ce soit à l'ELU ou à l'ELS, le plus simple est de commencer à dimensionner en supposant  $A'=0$ . Si la vérification des contraintes en service montre que  $\sigma_{bc} > \bar{\sigma}_{bc}$ , il faut corriger la solution en ajoutant des aciers comprimés (et en recalculant la section A en conséquence pour conserver l'équilibre des forces) jusqu'à avoir  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ .



7.9 - BIBLIOGRAPHIE SELECTIONNEE DU CHAPITRE 7

Certains ouvrages cités ci-après concernent également les chapitres 8 et 9 (voir aussi 1.9).

- RÜSCH (H.), GRASSER (E.) et RAO (P.S.) - *Principes de calcul du béton armé sous des états de contraintes monoaxiaux*. Bulletin d'information CEB n° 36, juin 1962.
- Manuel de calcul CEB-FIP - *Bending and Compression*, 1982 Construction Press.
- GRASSER (E.) - *Bemessung der Stahlbetonbauteile*, Beton-Kalender. 1975 Verlag W.Ernst und Sohn.
- JALIL (W.A.), MORISSET (A.) et PERCHAT (J.) - *Calcul du béton armé à l'état-limite ultime. Abaques en flexion simple et composée conformes aux Règles BAEL* 1976 Eyrolles.
- JALIL (W.A.) et PERCHAT (J.) - *Calcul pratique du béton armé à l'état-limite ultime (BAEL)* Annales ITBTP, janvier 1977.
- MINGASSON (M.) - *Détermination des diagrammes d'interaction d'une poutre en T au moyen d'un ordinateur de poche*. Annales ITBTP, juillet-août 1978.
- MINGASSON (M.) - *Calcul du béton armé suivant le règlement BAEL, au moyen d'un ordinateur de poche*. Annales ITBTP, février 1978.
- THONIER (H.) HACHEMI-SAFI (V.), RAHIMIAN (M.) - *Béton armé aux états-limites*. Annales ITBTP, mai 1979.
- ARIBERT (J.M.) et WATTECAMPS (C.) - *Méthode pratique commune de calcul élastique et aux états-limites ultimes des sections de béton armé en flexion simple, composée et déviée*. Annales ITBTP, juillet-août 1979.
- CAPRA (A.) et HAUTCOEUR (M.) - *Calcul en flexion simple ou composée à l'état-limite ultime des sections rectangulaires en béton armé. Abaques d'optimisation*. Annales ITBTP, septembre 1979.

8.0 - DEFINITION - CENTRE DE PRESSION - EXCENTRICITES

Dans une poutre à plan moyen sollicitée en flexion composée le système des forces appliquées à gauche d'une section  $\Sigma$  est réductible au centre de gravité  $G$  de  $\Sigma$  (figure 8.1) :

- à une force  $N$  (effort normal) perpendiculaire au plan de  $\Sigma$  et dirigée vers la droite (compression, signe +) ou vers la gauche (traction, signe -),
- à un couple de moment  $M_G$  (moment de flexion) d'axe perpendiculaire au plan de symétrie de la section (signe quelconque),
- à une force  $V$  (effort tranchant) contenue dans le plan de  $\Sigma$  et dans le plan de symétrie de la section.

Les effets de  $V$  sont étudiés indépendamment de ceux de  $M$  et de  $N$  (voir 12.432-c).

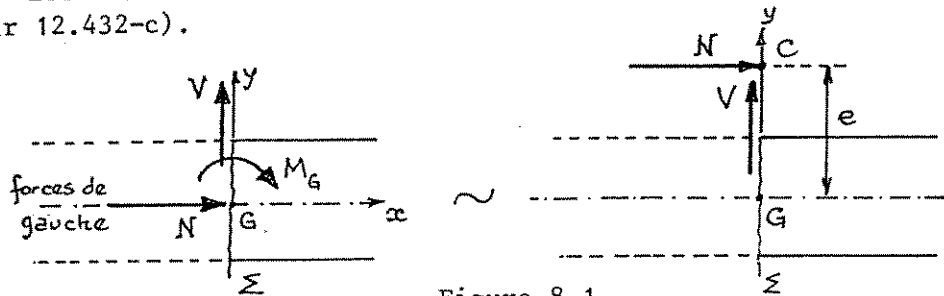


Figure 8.1

Le système  $(N, M_G)$  est équivalent à une force unique équipollente à  $N$  et appliquée en un point  $C$  (centre de pression) situé dans le plan de symétrie. La distance  $GC$  est l'excentricité  $e$  de la force extérieure (1) :

$$GC = e = \frac{M_G}{N}$$

*En flexion composée, il faut toujours préciser en quel point on effectue la réduction des forces, car la valeur du moment de flexion n'est pas indépendante de ce point. Il suffit pour cela de ne pas oublier d'affecter  $M$  de l'indice convenable :  $M_G, M_{G_0}, M_A$ , etc., voir ci-après.*

Le point où l'on effectue la réduction des forces est normalement (fig.8.2) :

- soit le centre de gravité  $G_0$  du béton seul (2) :

moment  $M_{G_0}$ , excentricité  $e_0 = \frac{M_{G_0}}{N}$

- soit le centre de gravité  $A$  des armatures tendues :

moment  $M_A$ , excentricité  $e_A = \frac{M_A}{N}$

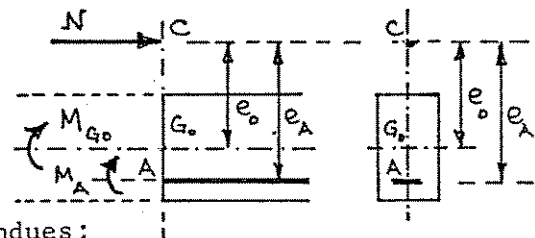


Figure 8.2

*En flexion composée, la première chose à faire est de calculer  $e_0$  pour placer le centre de pression.*

(1) Cette force ayant même intensité que l'effort normal, nombreux sont ceux qui commettent l'incorrection de parler "d'excentricité de l'effort normal", ce qui est une ineptie puisque l'effort normal étant l'un des éléments de réduction au centre de gravité de la section, son excentricité est nécessairement nulle !

(2) Le moment en  $G_0$  est normalement celui que l'on obtient dans les calculs de Résistance des Matériaux pour lesquels chaque élément est remplacé par sa ligne moyenne (c'est-à-dire par le lieu géométrique des centres de gravité  $G_0$  des diverses sections).

Lorsque l'on doit calculer le moment  $M_A$ , il ne faut pas commettre d'erreur dans la position respective des points  $C, G_0$  et  $A$  selon les signes de  $N$  et  $M_{G_0}$ .

Cette position est indiquée sur la figure 8.3.

a) Si  $N$  est un effort de compression ( $N > 0$ ) le centre de pression  $C$  se trouve toujours du côté des fibres comprimées par le moment de flexion supposé agir seul ; les aciers tendus sont donc à l'opposé de  $C$  par rapport à  $G_0$  :

$$|e_A| > |e_0|$$

et

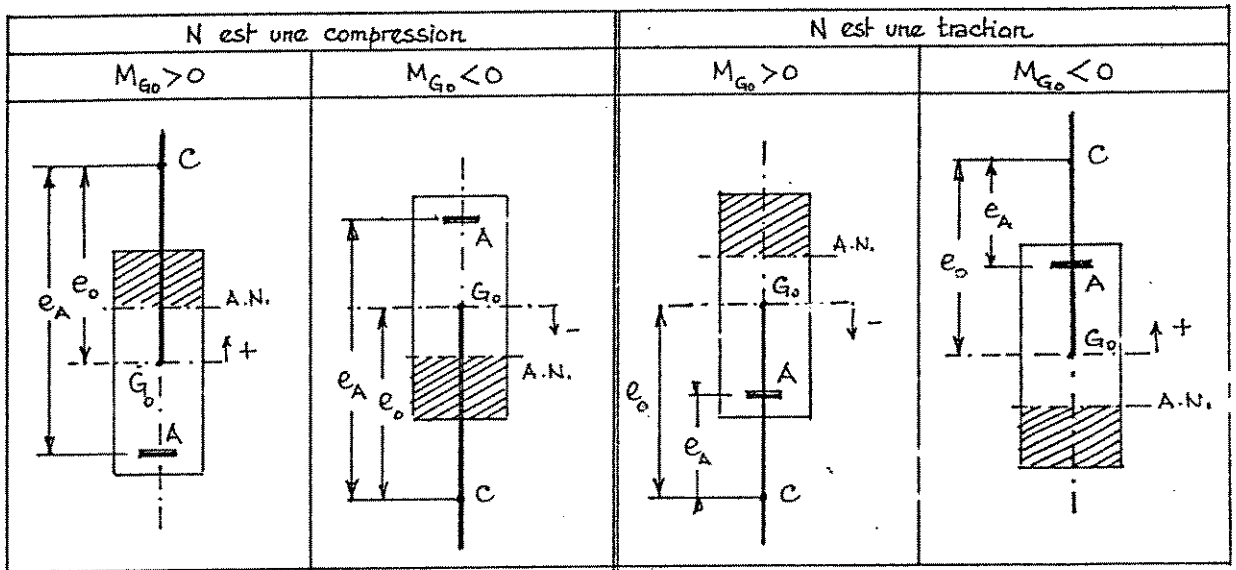
$$|M_A| > |M_{G_0}|$$

b) Si  $N$  est un effort de traction ( $N < 0$ ) le centre de pression  $C$  se trouve toujours du côté des fibres tendues par le moment de flexion supposé agir seul. les aciers tendus sont donc du même côté que  $C$  par rapport à  $G_0$  :

\* si  $C$  est au-delà de  $A$  :  $|e_A| < |e_0|$  et  $|M_A| < |M_{G_0}|$

\* si  $C$  est entre  $G_0$  et  $A$ , on peut avoir  $|e_A| < |e_0|$  ou l'inverse ; on ne peut donc conclure a priori.

Remarque : Bien noter que le moment  $M_A$  a toujours le même signe que le moment  $M_{G_0}$ .



$C$  peut occuper une position quelconque sur le segment  $G_0 \infty$  représenté en trait plein.

$C$  peut occuper une position quelconque sur le segment  $G_0 \infty$  représenté en trait plein ; si  $C$  est entre  $G_0$  et  $A$ , la section est entièrement tendue.

Figure 8.3

Suivant le signe de l'effort normal et la position du centre de pression, la section peut être (1) :

- totalement tendue : axe neutre en dehors de la section avec  $y < 0$  (fig. 8.4 a)

(1) Lors du dimensionnement, l'approximation consistant à négliger les armatures c'est-à-dire à considérer  $M_{G_0}$  au lieu de  $M_G$  n'a que peu d'influence sur les résultats. Elle ne peut être évitée puisque les armatures ne sont pas connues a priori.

- partiellement comprimée : axe neutre dans la section avec :
  - . les deux nappes d'acier tendues si  $y \leq d'$  (fig. 8.4 b)
  - . une seule nappe d'acier tendue si  $d' < y \leq d$  (fig. 8.4 c)
  - . les deux nappes d'acier comprimées si  $d < y \leq h$  (fig. 8.4 d)
- totalement comprimée : axe neutre en dehors de la section, avec  $y > h$  (fig. 8.4 e)

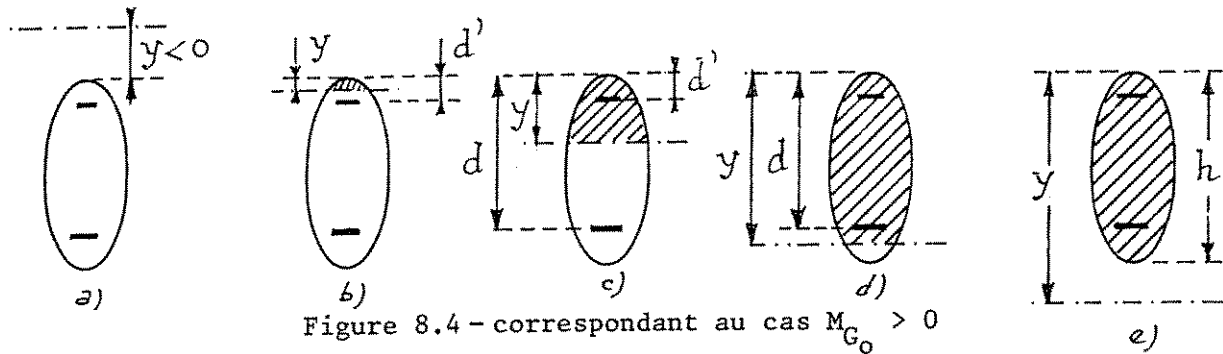


Figure 8.4 - correspondant au cas  $M_{G_0} > 0$

Remarque : La situation dans laquelle on se trouve (c'est-à-dire l'état réel de contrainte du béton et des armatures) n'est connue que lorsque les sections d'armatures sont elles-même connues.

Lors du dimensionnement, au voisinage des frontières séparant un cas de l'autre, il y a nécessairement une hypothèse à faire, qui ne peut être évitée et dont la validité doit être contrôlée a posteriori. Mais, en fait, comme il est toujours nécessaire de prévoir une section minimale d'armatures (voir équations [8.13] et [8.14]), les erreurs que l'on pourrait ainsi commettre sont sans grande conséquence pratique.

## 8.1 - SOLLICITATIONS A CONSIDERER

### 8.11 - FLEXION COMPOSEE AVEC TRACTION

Conformément aux principes énoncés en 3.31, les sollicitations à considérer sont, symboliquement :

a) vis-à-vis de l'état-limite ultime de résistance :

$$\begin{cases} N_u = \sum \gamma_i N_i \\ M_{u,G_0} = \sum \gamma_j M_{j,G_0} \end{cases}$$

b) vis-à-vis des états-limites de service :

$$\begin{cases} N_{ser} = \sum N_i \\ M_{ser,G_0} = \sum M_{j,G_0} \end{cases}$$

(les indices  $i$  et  $j$  signifient que l'effort normal et le moment de flexion peuvent avoir pour origine des actions de natures différentes).

### 8.12 - FLEXION COMPOSEE AVEC COMPRESSION (BAEL, art. A-4.3,5)

a) Etat-limite ultime :

En principe, les sections soumises à un effort normal de compression doivent être vérifiées vis-à-vis de l'état-limite de stabilité de forme (flambement, voir chapitre 11).

Toutefois, lorsque le rapport  $\frac{l_f}{h}$  (avec  $l_f$  longueur de flambement définie en 10.211 et  $h$ , hauteur totale de la section dans le plan de flexion est tel que :

$$\frac{l_f}{h} \leq \text{Max} \left[ 15 ; 20 \frac{e_1}{h} \right] \quad [8.1]$$

avec

$$e_1 = \frac{\sum \gamma_j M_{j,G_0}}{\sum \gamma_i N_i} + e_a \quad (\text{pour } e_a, \text{ voir } [8.3]) \quad [8.2]$$

on peut effectuer le calcul par les méthodes exposées ci-après, à condition d'opérer en prenant comme sollicitations de calcul :

$$\begin{cases} N_u = \sum \gamma_i N_i \\ M_{u,G_0} = N_u e_0 = N_u (e_1 + e_2) \end{cases}$$

avec (le signe à attribuer à  $e_2$  étant le même que celui de  $e_1$ ) :

$e_1$  excentricité définie ci-dessus par l'expression [8.2], dans laquelle  $e_a$  est une excentricité "additionnelle" (de même signe que  $e_1$ ) :

$$e_a = \text{Max} \left[ 2 \text{ cm} ; \frac{l}{250} \right] \quad [8.3]$$

avec  $l$  longueur de la pièce (ne pas commettre l'erreur d'introduire ici  $l_f$ )

$e_2$  excentricité due aux effets du second ordre (voir chapitre 11) évaluée forfaitairement au moyen de l'expression (1) :

$$e_2 = \frac{6 l_f^2}{10^4 \cdot h} (1 + \alpha) \quad [8.4]$$

où  $\alpha$  désigne le rapport du moment du premier ordre, dû aux seules charges permanentes et quasi-permanentes, au moment total du premier ordre (avant application des coefficients  $\gamma$ ), ces deux moments étant évalués en  $G_0$  :

$$\alpha = \frac{M_1^L (G + \sum_{i \geq 1} \psi_{2i} Q_i)}{M_1^L (G + Q_1 + \sum_{i \geq 2} \psi_{0i} Q_i)} \quad [8.5]$$

Dans le cas le plus simple où il n'y a qu'une seule action variable :  $\alpha = \frac{M_{ser,G_0}(G)}{M_{ser,G_0}(G+Q)}$

#### b) Etats-limites de service

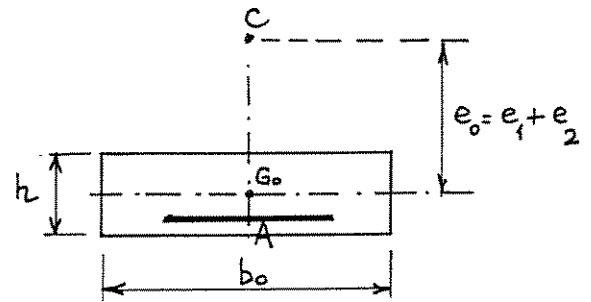
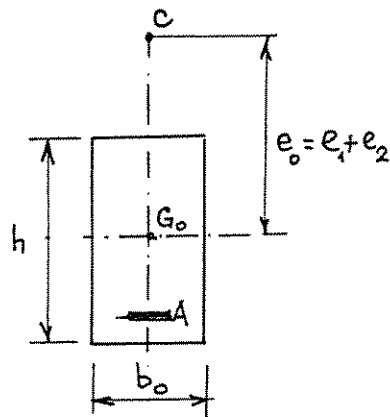
Dans ce cas, les calculs sont conduits en prenant :

$$\begin{cases} N_{ser} = \sum N_i \\ M_{ser,G_0} = \sum M_{j,G_0} \end{cases}$$

Remarque : Etant donné l'intervention des différents coefficients  $\gamma$  (et de l'excentricité additionnelle), bien noter que les excentricités à l'état-limite ultime et à l'état-limite de service ne sont pas nécessairement les mêmes.

(1) Dans les Règles BAEL, le numérateur de l'expression donnant  $e_2$  est  $3 l_f^2 (2 + \alpha \phi)$ , mais il est indiqué que " $\phi$  est généralement pris égal à 2". Pour l'origine de cette formule, voir 11.712-2 et la remarque page 394.

## FLEXION COMPOSÉE AVEC COMPRESSION . DÉTERMINATION DES SOLlicitATIONS



ATTENTION :  $h$  est la hauteur totale de la section droite dans le plan de flexion (qui se projette suivant  $G_0C$ ). Ce n'est ni la plus grande dimension de la section (cf. figure de droite) ni, et encore moins, la hauteur de la pièce comprimée elle-même, désignée par " $l$ " dans ce qui suit.

Données : Longueur  $l$  de la pièce à étudier et nature des liaisons d'extrémité, d'où la longueur de flambement  $l_f$  (voir pages 327 - 328 - 359 c et d). Efforts normaux  $N_i$  dus à chaque action  $i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) pour la combinaison et le cas de charge considérés. Moments de flexion en  $G_0$ ,  $M_{jG_0}$ , dus à chaque action  $j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) pour la combinaison et le cas de charge considérés.

ETAT-LIMITÉ ULTIME	ETAT-LIMITÉ DE SERVICE
1. $e_a = \text{Max} [2\text{cm}; \frac{l}{250}]$	$e_a = 0$
2. $e_1 = \frac{\sum \gamma_i M_{jG_0}}{\sum \gamma_i N_i} + e_a$	$e_{1\text{ser}} = \frac{\sum M_{jG_0}}{\sum N_i} \neq e_{1\text{ultime}} !$
3. $\frac{l_f}{h} \leq \text{Max} [15; 20 \frac{e_1}{h}] ?$ ↓ oui	-
4. $\alpha = \frac{M_{\text{ser}, G_0}(G)}{M_{\text{ser}, G_0}(G+Q)}$	-
5. $e_2 = \frac{6 l_f^2}{10^4 h} (1 + \alpha)$	$e_2 = 0$
6. Utilisation des diagrammes d'interaction : $N_u = \sum \gamma_i N_i$ $M_{uG_0} = N_u (e_1 + e_2)$	* en $G_0$ : $N_{\text{ser}} = \sum N_i$ $M_{\text{ser}, G_0} = N_{\text{ser}} \cdot e_{1\text{ser}}$
7. Calcul manuel : $N_u = \sum \gamma_i N_i$ $M_{uA} = N_u (e_1 + e_2 + \overline{G_0A})$	* en A : $N_{\text{ser}} = \sum N_i$ $M_{\text{ser}, A} = N_{\text{ser}} (e_{1\text{ser}} + \overline{G_0A})$ et $\gamma_M = \frac{M_{uA}}{M_{\text{ser}, A}}$

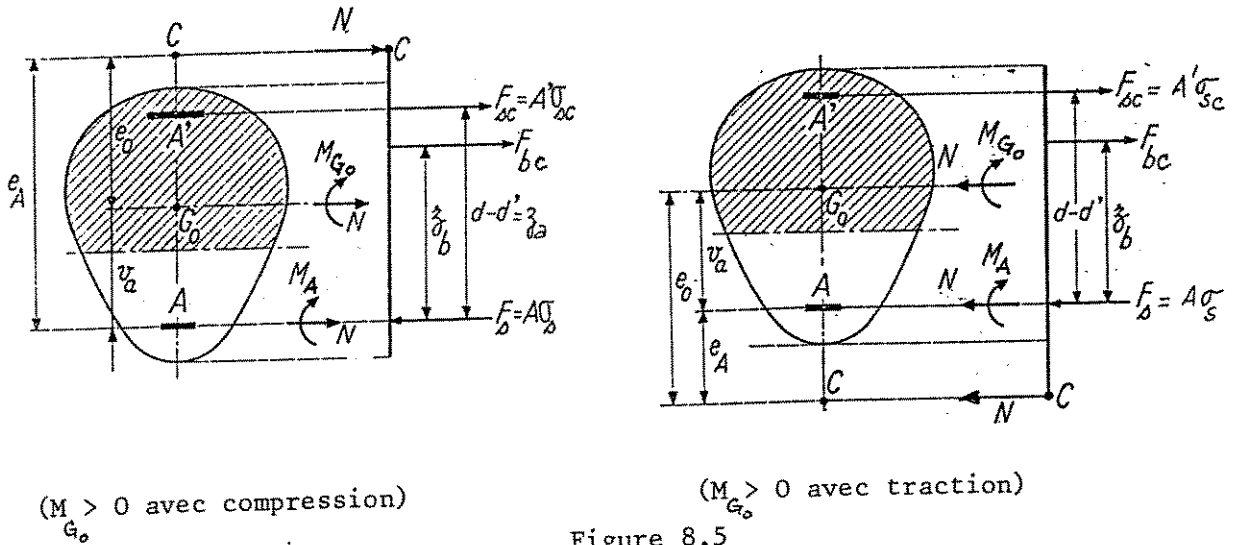
8.2 - SECTIONS PARTIELLEMENT COMPRIMÉES

On suppose qu'il existe éventuellement une nappe d'armatures comprimées et que la hauteur de l'axe neutre est au plus égale à la hauteur utile des armatures tendues, ce qu'il est possible de savoir a priori (voir 8.22 et 8.23) :  $d' \leq y \leq d$ .

Dans ce cas, qu'il s'agisse d'un dimensionnement à l'état-limite ultime ou à l'état-limite de service, on peut se ramener à la flexion simple.

8.21 - METHODE GENERALE DE CALCUL PAR ASSIMILATION A LA FLEXION SIMPLE

8.211 - Détermination des sections d'armatures



Soit une section de forme quelconque, à une ou deux nappes d'armatures, sollicité en flexion composée (fig. 8.5).

D'après le principe d'équivalence, le système des forces internes et le système des forces extérieures doivent avoir même résultante générale et même moment résultant. En prenant les moments au centre de gravité des aciers tendus, les équations s'écrivent :

$$M_A = Ne_A = F_{bc} z_b + F_{sc} z_a$$

$$\text{ou } Ne_A = F_{bc} z_b + A' \sigma_{sc} z_a \quad [8.6]$$

$$\text{et } N = F_{bc} + F_{sc} - F_s = F_{bc} + A' \sigma_{sc} - A \sigma_s$$

$$\text{ou encore } F_{bc} + A' \sigma_{sc} - \sigma_s \left( A + \frac{N}{\sigma_s} \right) = 0 \quad [8.7]$$

Considérons maintenant la même section soumise, en flexion simple, au moment  $M_A = Ne_A$  et déterminons les armatures  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{A}'$  de cette section pour que les déformations (et donc les contraintes et leur distribution)  $y$  soient les mêmes que dans la section précédente. Les équations d'équilibre s'écrivent alors

$$M_A = Ne_A = F_{bc} z_b + F_{sc} z_a$$

$$\text{ou } Ne_A = F_{bc} z_b + \mathcal{A}' \sigma_{sc} \cdot z_a \quad [8.8]$$

$$\text{et } F_{bc} + F_{sc} - F_s = 0$$

$$\text{ou encore } F_{bc} + \mathcal{A}' \sigma_{sc} - \mathcal{A} \sigma_s = 0 \quad [8.9]$$

La comparaison des équations [8.6] et [8.8] d'une part, et des équations [8.7] et [8.9] d'autre part donne :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}' &= A' \\ \mathcal{A} &= A + \frac{N}{\sigma_s} \end{aligned}$$

Dans cette dernière expression, N est pris avec son signe, + pour une compression, - pour une traction.

En pratique, on calcule donc la section en flexion simple sous l'action du moment de flexion  $M_A = Ne_A$ , ce qui fournit les sections  $\mathcal{A}'$  et  $\mathcal{A}$  ( $\mathcal{A}'$  pouvant éventuellement être nul).

Pour la section réelle, on prend :

$$A' = \mathcal{A}' \quad (1)$$

avec (pour  $A_{\min}$ , voir 8.212) :

$$\left. \begin{aligned} - \text{ si } N \text{ est un effort de compression : } A &\geq \text{Max} \left[ \mathcal{A} - \frac{N}{\sigma_s} ; A_{\min} \right] & [8.10 \text{ a}] \\ - \text{ si } N \text{ est un effort de traction : } A &= \mathcal{A} + \frac{|N|}{\sigma_s} & [8.10 \text{ b}] \end{aligned} \right\}$$

Remarques :

1 - Les relations [8.10] montrent que :

*La compression a pour effet de réduire la section des armatures qui seraient nécessaires en flexion simple ( $A < \mathcal{A}$  si N est un effort de compression).*

*La traction a pour effet d'augmenter la section des armatures qui seraient nécessaires en flexion simple ( $A > \mathcal{A}$  si N est un effort de traction).*

2 - Pour évaluer correctement  $e_A$ , il faut évidemment connaître la position relative des armatures tendues par rapport au centre de pression. Cette position résulte de la figure 8.3.

3 - Si le moment de flexion peut s'annuler sous certains cas de charge, il faut faire une vérification de la section pour l'effort normal agissant seul (selon le cas, compression "centrée", ou flambement, ou encore traction simple) et vérifier que la section minimale requise pour l'effort normal seul (de compression ou de traction) n'est pas plus défavorable que celle résultant de l'application des formules données en 8.212. Se reporter selon le cas aux formules [10.10] ou [6.1'b].

4 - Si l'on trouve  $A < 0$ , cela veut dire que  $y > d$  et que l'équation [8.7] n'est plus valable (elle doit être écrite  $N = F_{bc} + A' \sigma_{sc} + A \sigma_s$ ). L'assimilation à la flexion simple n'est plus possible et tant que l'on n'a pas une section entièrement comprimée pour laquelle il faut faire le calcul comme indiqué en 8.3, il suffit de prévoir la section minimale, que l'on détermine comme indiqué ci-après en 8.212.

5 - Si l'on trouve  $A' > A$ , il est préférable de changer les dimensions de la section.

(1) Il est rappelé que, la part du moment de flexion équilibrée par les aciers comprimés ne peut excéder  $0,40 M_A$  ( $M_{uA}$  ou  $M_{serA}$ ).



8.212 - Section minimale

La section minimale  $A_{\min}$  est déterminée à partir de la sollicitation de fissuration. Celle-ci est évaluée en attribuant à la force extérieure la même excentricité que celle de la sollicitation de service la plus défavorable (BAEL art. A.4.2). Il faut donc considérer la sollicitation de service telle que :

- $e_o$  soit maximal lorsque  $N_{\text{ser}} > 0$
- $e_o$  soit minimal en valeur absolue lorsque  $N_{\text{ser}} < 0$ .

Nous désignerons par  $e_{\text{of}}$  cette valeur particulière de  $e_o$ .

Pour une section de forme quelconque, en appelant :

$v$  la distance du centre de gravité  $G_o$  du béton seul à la fibre la plus tendue (ou la moins comprimée)

$v'$  la distance de  $G_o$  à la fibre la plus comprimée (ou la moins tendue)

$B$  l'aire de la section droite du béton seul

l'effort normal provoquant la fissuration est tel que :

$$\sigma_t = N_f \left( \frac{1}{B} - \frac{e_{\text{of}} v}{I} \right) = -f_{t28}$$

d'où en faisant apparaître le "rendement"  $\rho$  de la section :

$$\rho = \frac{I}{B v v'}$$

$$N_f = \frac{\rho v'}{e_{\text{of}} - \rho v'} B f_{t28} \quad [8.11]$$

On remarque immédiatement que pour  $e_{\text{of}} = \rho v'$  on aurait  $N_f = \infty$ , mais cette circonstance ne peut se présenter en pratique comme le montre la discussion ci-après :

Discussion :

PREMIER CAS :  $e_{\text{of}} > 0$

a) Si  $0 < e_{\text{of}} \leq \rho v'$  le point de passage de l'effort  $N_f$  est à l'intérieur (ou sur le bord) du noyau central : la section est donc entièrement comprimée, et il n'est pas possible d'atteindre la contrainte  $-f_{t28}$  sur la fibre la moins comprimée. *La condition de non-fragilité n'intervient donc pas.*

Il faut prévoir pour la section totale des armatures de la section la valeur minimale requise pour les pièces comprimées (équation [10.10]) et respecter les dispositions constructives de ces pièces (figure 10.5 et paragraphe 10.432 si l'effort tranchant (12.432 c et suivants) n'exige pas une quantité supérieure d'armatures transversales.

b) Si  $e_{\text{of}} > \rho v'$  on détermine  $A_{\min}$  en écrivant que pour l'effort  $N_f$  excentré de  $e_{\text{of}}$ , la contrainte des aciers atteint la limite d'élasticité.

La section minimale d'armatures équilibrant la sollicitation ( $N_f, M_{fA} = N_f e_A$ ) est donc telle que :

$$A_{\min} \cdot f_e = \frac{M_{fA}}{z} - N_f$$

c'est-à-dire que 
$$A_{\min} = \frac{N_f}{f_e} \left[ \frac{e_A}{z} - 1 \right] \quad [8.12 a]$$

avec  $e_A = e_{of} + d - v'$  et  $z \approx 0,9 d$ .

$A_{\min}$  n'est positif (et n'a donc de sens) que si  $e_A > z$ , c'est-à-dire si :

$$e_{of} \geq v' - 0,1 d$$

Dans le cas contraire, on pourrait théoriquement prendre  $A_{\min} = 0$ . En faisant ainsi, on aurait une brusque discontinuité pour  $e_{of} = \rho v'$  puisque dans le cas précédent, et jusqu'à la valeur  $e_{of} = \rho v'$ , on a prévu la section minimale des pièces comprimées.

En désignant cette section totale par  $A_{c,\min}$  il paraît plus raisonnable d'adopter, faute de mieux, lorsque  $e_{of}$  varie de  $\rho v'$  à  $v' - 0,1 d$  une loi linéaire, telle que la section minimale des aciers les moins comprimés soit égale à :

$$\begin{aligned} A_{c,\min}/2 & \text{ lorsque } e_{of} = \rho v' \\ 0 & \text{ lorsque } e_{of} = v' - 0,1 d \end{aligned}$$

Finalement, la section minimale est donc donnée par :

- pour  $\rho v' < e_{of} < v' - 0,1 d$  : 
$$A_{\min} = \frac{A_{c,\min}}{2} \frac{v' - e_{of} - 0,1 d}{v' (1 - \rho) - 0,1 d} \quad [8.12 b]$$

- pour  $e_{of} \geq v' - 0,1 d$  : 
$$A_{\min} = \frac{N_f}{f_e} \left[ \frac{e_{of} + 0,1 d - v'}{0,9 d} \right] \quad [8.12 c]$$

Application aux sections rectangulaires (avec  $N_{ser} > 0$ )

Pour une section rectangulaire  $b_o h$ , on a :

$$v = v' = \frac{h}{2} \approx 0,55 d \text{ en admettant que } h \approx 1,1 d$$

$$\rho = \frac{I}{B v v'} = \frac{b_o h^3}{12 b_o h} \times \frac{4}{h^2} = \frac{1}{3}$$

(d'où  $\rho v' = \frac{h}{6}$  et  $v' - 0,1 d = 0,45 d$ )

$$N_f = \frac{b_o h^2 f_{t28}}{6 e_{of} - h} \approx b_o d f_{t28} \frac{(1,1)^2 d}{6 e_{of} - 1,1 d}$$

$$e_A = e_{of} + d - \frac{h}{2} \approx e_{of} + 0,45 d$$

1° - Si  $0 < e_{of} \leq \frac{h}{6} = \frac{1,1 d}{6}$  : voir a ci-dessus (page 238 b)

2° - Si  $\frac{1,1 d}{6} < e_{of} < 0,45 d$  : 
$$A_{\min} = \frac{3 A_{c,\min}}{2} \frac{0,45 d - e_{of}}{0,8 d}$$

3° - Si  $e_{of} \geq 0,45 d$  : 
$$A_{\min} = \frac{0,224 b_o d f_{t28}}{f_e} \frac{e_{of} - 0,45 d}{e_{of} - 0,183 d} \quad [8.13 a]$$

Pour  $e_{of} = \infty$  on retrouve la valeur du pourcentage minimal en flexion simple (voir 7.411-5, formule [7.38]).

DEUXIEME CAS :  $e_{of} < 0$

a) Si  $e_{of} \leq - (d - v')$  c'est-à-dire si le centre de pression est au-delà de la nappe d'armatures inférieure,  $A_{min}$  est donné par la formule [8.12 a] avec  $e_A = e_{of} - d + v'$  qui est toujours négatif, et  $A_{min}$  existe donc toujours

Pour une section rectangulaire, la condition s'écrit :

$$e_{of} \leq - (d - \frac{h}{2}) \quad \text{ou} \quad e_{of} \leq - 0,45 d \quad \text{en admettant } h \approx 1,1 d.$$

La section  $A_{min}$  est alors donnée par la formule [8.12 c] qui conduit à :

$$A_{min} = \frac{0,224 b_o d f_{t28}}{f_e} \frac{|e_{of}| + 0,45 d}{|e_{of}| + 0,183 d} \quad [8.13 b]$$

On constate bien que  $A_{min}$  existe toujours et d'autre part, que pour  $|e_{of}| = \infty$  on retrouve à nouveau la valeur du pourcentage minimal en flexion simple.

b) Si  $-(d - v') \leq e_{of} < 0$ , un raisonnement analogue à celui fait en 8.41 conduit à prévoir deux nappes d'armatures tendues dont les sections minimales doivent être telles que :

$$\left. \begin{aligned} \text{- nappe 1 : } A_{min1} &= \frac{|N_f| e_{A2}}{(d - d') f_e} \\ \text{- nappe 2 : } A_{min2} &= \frac{|N_f| e_{A1}}{(d - d') f_e} \end{aligned} \right\} [8.14]$$

$e_{A1}$  et  $e_{A2}$  désignant les distances du centre de pression C (excentré de  $e_{of}$ ) aux nappes  $A_1$  et  $A_2$  respectivement (voir la figure 8.14).

## 8.22 APPLICATION AU DIMENSIONNEMENT PAR L'ÉTAT-LIMITE DE SERVICE

Les sollicitations sont  $N_{ser}$  et  $M_{ser,G_0}$ .

La position du centre de pression C est définie par  $e_0 = \frac{M_{ser,G_0}}{N_{ser}}$ .

Pour que la section soit partiellement comprimée, il faut:

- si  $N_{ser}$  est un effort de traction, que C tombe à l'extérieur des traces des deux nappes d'armatures:

$$e_0 > v'_A \text{ ou } e_0 < v_A, \text{ en signe}$$

- si  $N_{ser}$  est un effort de compression,

\* en principe, selon la Résistance des Matériaux, que C tombe à l'extérieur du "noyau central" de la section,

\* mais, de façon plus précise, que l'axe neutre tombe entre les deux nappes d'armatures, de manière qu'il y ait une nappe d'armatures tendues, donc que l'on ait  $y_1 \leq d$  ou  $\alpha_1 \leq 1$ .

Pour  $y_1 = d$ ,  $\sigma_s = 0$ ,  $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ ,  $\sigma_{sc} = 15 \bar{\sigma}_{bc} (1 - \delta')$

et le moment des forces dans le béton comprimé et dans les aciers comprimés (s'ils sont fixés) évalué en A, vaut:

$$\frac{1}{2} b_0 y_1 \bar{\sigma}_{bc} \left(d - \frac{y_1}{3}\right) + A' \sigma_{sc} (d - d') = \frac{b_0 d^2 \bar{\sigma}_{bc}}{3} + 15 A' d \bar{\sigma}_{bc} (1 - \delta')^2$$

la section est donc partiellement comprimée si le moment de service évalué au centre de gravité A des aciers tendus,  $M_{ser,A}$ , est tel que:

$$M_{ser,A} \leq 0,333 b_0 d^2 \bar{\sigma}_{bc} + 15 A' d \bar{\sigma}_{bc} (1 - \delta')^2$$

Dans l'un et l'autre cas (traction et compression) si la section est partiellement comprimée, il suffit de remplacer dans les formules [8.10] N par  $N_{ser}$  et d'y faire  $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$  (voir tableau 5.1).

A et A' sont à évaluer pour le moment  $M_{ser} = M_{ser,A} = N_{ser} \cdot e_A$  par les méthodes exposées pour la flexion simple en 7.43 ou en 7.52.

Bien faire attention que c'est le moment  $M_{ser,A}$  qui doit être comparé au moment  $\bar{M}_{rb}$  et non le moment  $M_{ser,G_0}$ .

Autrement dit, la condition relative à l'état-limite de compression du béton s'exprime, pour une section rectangulaire, par :

$$M_{ser,G_0} + N_{ser} \left(d - \frac{h}{2}\right) \leq \bar{M}_{rb} \quad [8.15]$$

$N_{ser}$  étant pris en valeur algébrique.

Remarque : Pour une section rectangulaire en flexion composée avec traction, si la condition [8.15] ci-dessus est vérifiée, on peut montrer qu'une valeur approchée généralement (mais pas toujours) par excès de la section d'armatures tendues est :

$$A_{app} = \frac{|M_{ser,G_0}|}{z_b \bar{\sigma}_s} + \frac{|N_{ser}|}{2 \bar{\sigma}_s} \quad [8.16]$$

avec  $\bar{z}_b = d \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) = \bar{\beta}_1 d$ ,  $\bar{\beta}_1$  résultant des tableaux 7.5a et 7.5b pp.199 et 200.

Démonstration

En application de l'expression [8.10 b] on part de (fig. 8.8) :

$$A = \frac{|N_{ser}|}{\sigma_s} \left( \frac{|e_A|}{\bar{z}_b} + 1 \right)$$

avec  $|e_A| = |e_o - (d - \frac{h}{2})| = |e_o + \frac{h}{2} - d|$

d'où  $A = \frac{|N_{ser}|}{\sigma_s} \left( \frac{e_o}{\bar{z}_b} + \frac{\frac{h}{2} - d}{\bar{z}_b} + 1 \right)$  [8.17]

Or, en général,

$$\bar{z}_b \leq z_a = 2 \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

c'est-à-dire :  $-\bar{z}_b \geq 2 \left(\frac{h}{2} - d\right)$

En remplaçant donc  $\frac{h}{2} - d$  par  $-\frac{\bar{z}_b}{2}$  dans le deuxième terme du second membre de l'expression [8.17] et compte tenu de ce que  $|N_{ser}|e_o = |M_{ser,G_o}|$ , on arrive à l'expression [8.16].

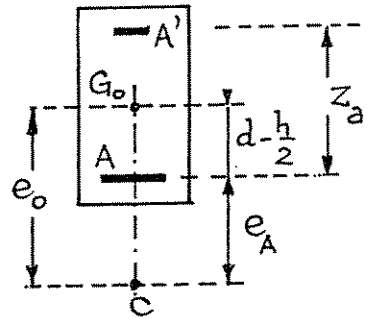


Figure 8.8

8.23 - APPLICATION AU DIMENSIONNEMENT PAR L'ETAT-LIMITE ULTIME

8.231 - Section rectangulaire (fig. 8.9)

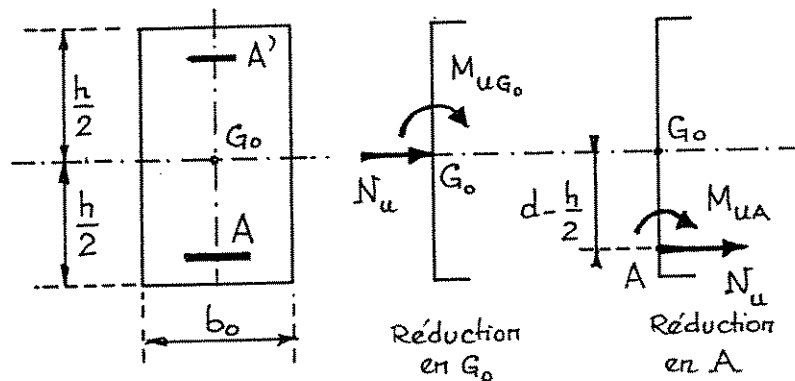


Figure 8.9

Soit :

$M_{uG_o}$  et  $N_u$  les sollicitations au centre de gravité  $G_o$  de la section de béton seul, évaluées comme indiqué en 8.1.

$M_{uA} (= N_u \cdot e_A)$  le moment de flexion évalué au niveau de l'armature tendue

On a :

$$M_{uA} = M_{u,G_o} + N_u \left(d - \frac{h}{2}\right) \quad (N_u \text{ étant pris avec son signe}).$$

a) En flexion composée avec traction, la section est partiellement comprimée si le centre de pression est à l'extérieur des traces des deux nappes d'armature

b) En flexion composée avec compression, il faut que :

$$y \leq h \quad \text{ou} \quad \alpha \leq \frac{h}{d}$$

Pour  $\alpha = \frac{h}{d}$ , la formule [7.26] établie en 7.411-1 donne la valeur réduite  $\mu_{BC}$  du moment frontrière correspondant au cas où la droite des déformations passe à la fois par le pivot B et par le pivot C :

$$\mu_{BC} = 0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) = 0,8 \frac{h}{d} (1 - 0,4 \frac{h}{d})$$

d'où  $M_{BC} = \mu_{BC} b_o d^2 f_{bu}$

( $\mu_{BC} \approx 0,493$  si  $\frac{h}{d} \approx 1,1$ )

La nappe A d'aciers n'est tendue que si  $y \leq d$  ou  $\alpha \leq 1$ . Soit  $\mu_{BD}$  le moment réduit correspondant.

Pour  $\alpha = 1$ , la formule [7.26] établie en 7.411-1 donne :

$$\mu_{BD} = 0,8 (1 - 0,4) = 0,48$$

et  $M_{BD} = 0,48 b_o d^2 f_{bu}$

Donc, si l'on suppose connue la section A' des aciers comprimés (éventuellement, A'=0), la section est partiellement comprimée lorsque :

$$0 \leq M_{uA} - A' f_{cd} (d-d') \leq M_{BC} \approx 0,493 b_o d^2 f_{bu}$$

mais il n'existe une nappe d'aciers tendus que si :

$$0 \leq M_{uA} - A' f_{cd} (d-d') \leq M_{BD} = 0,48 b_o d^2 f_{bu}$$

### Moment limite ultime en flexion composée

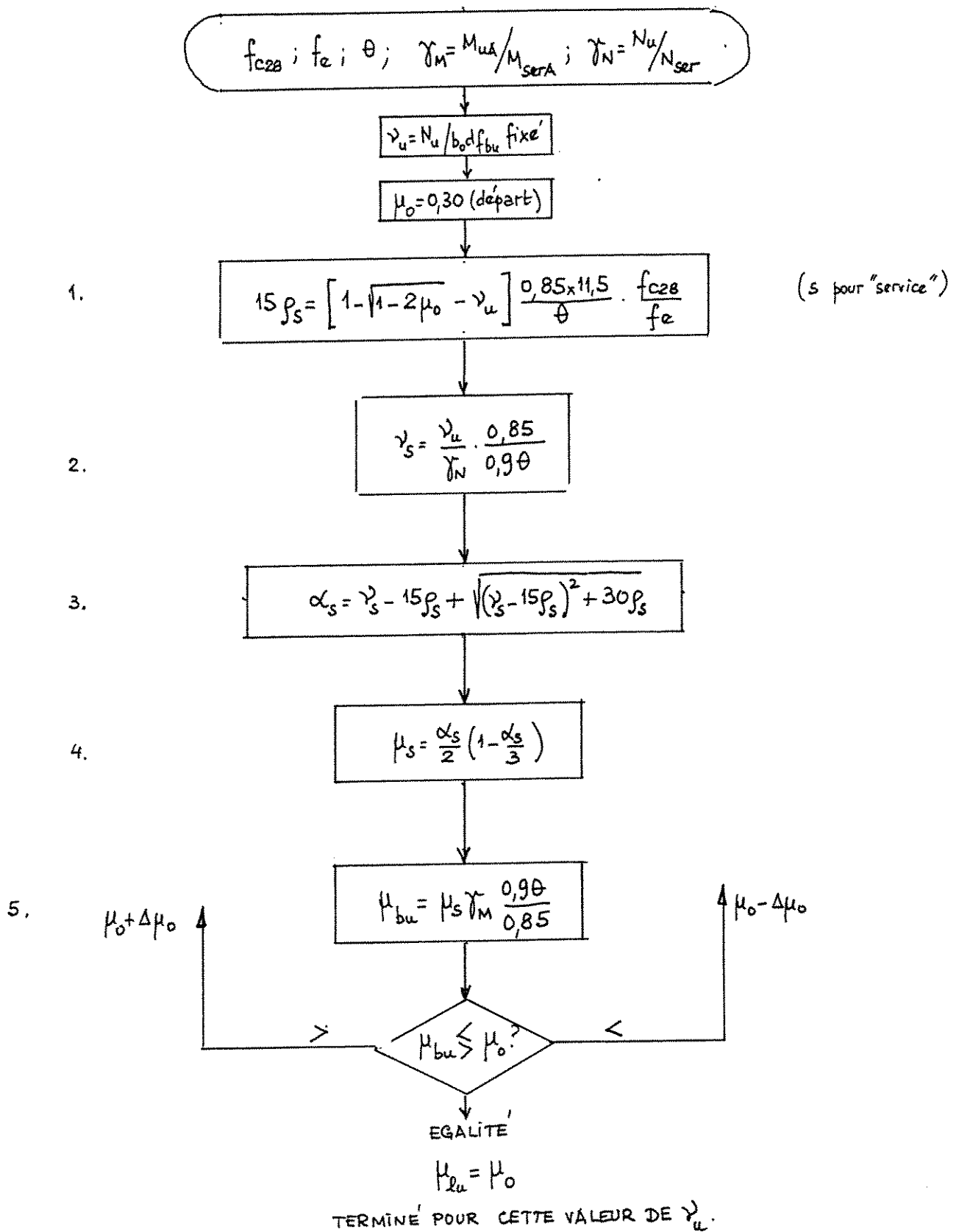
Comme la sollicitation de flexion composée est une sollicitation vectorielle, et que les coefficients de pondération des actions ne sont pas nécessairement les mêmes pour le moment et pour l'effort normal, il n'est pas possible de savoir de façon simple, a priori, s'il faut, ou non, prévoir des aciers comprimés.

En particulier, étant donné le nombre de paramètres en jeu, il n'est pas possible d'établir un abaque comme celui de la page 188<sup>3</sup>.

En posant :  $\gamma_u = \frac{N_u}{b_o d f_{bu}}$ ,  $\gamma_N = \frac{N_u}{N_{ser}}$ ,  $\mu_u = \frac{M_{uA}}{b_o d^2 f_{bu}}$ ,  $\gamma_M = \frac{M_{uA}}{M_{serA}}$ ,

il est possible, moyennant un programme approprié (cf. organigramme page 241<sup>3</sup>) de dresser des tableaux qui donnent, en fonction de  $f_{c28}$ ,  $\theta$ ,  $f_e$ ,  $\gamma_u$ ,  $\gamma_M$  et  $\gamma_N$ , les valeurs limites  $\mu_{Ru}$  de  $\mu_u$  au-delà desquelles la contrainte limite de compression du béton en service serait dépassée, c'est-à-dire au-delà desquelles il devient nécessaire de prévoir des aciers comprimés.

Le tableau de la page 241<sup>4</sup>, donné à titre d'exemple, a été établi pour  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ ,  $\theta = 1$ ,  $f_e = 500 \text{ MPa}$ .

ORGANIGRAMME DE CALCUL DE  $\mu_{lu}$  EN FLEXION COMPOSÉE

Ligne 1 :  $0,8\alpha_u = 1 - \sqrt{1 - 2\mu_0} \rightarrow \frac{A_u}{b_0 d} \cdot \frac{f_{ed}}{f_{bu}} = \rho_u = 0,8\alpha_u - \gamma_u$  et  $15\rho_s = 15 \left( \frac{A_u}{b_0 d} \right) = 15\rho_u \cdot \frac{f_{bu}}{f_{ed}} = 15\rho_u \cdot \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \times 1,5} \cdot \frac{1,15}{f_e}$

Ligne 2 :  $\gamma_s = \frac{N_{ser}}{b_0 d \times 0,6 f_{c28}} = \frac{\gamma_u \times f_{bu}}{\gamma_N \times 0,6 f_{c28}}$       Ligne 5 :  $\mu_s = \frac{M_{serA}}{b_0 d^2 (0,6 f_{c28})} = \frac{\mu_u \times f_{bu}}{\gamma_M \times 0,6 f_{c28}} \rightarrow \mu_u$

Ligne 3 : Equilibre des forces à l'ELS      Ligne 4 : Expression de  $\mu_s$  en fonction de  $\alpha_s = \frac{y_1}{d}$

Aciers FeE 500 ;  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  ;  $\Theta = 1$   $\left( \gamma_N = \frac{Nu}{N_{ser}} \quad \gamma_M = \frac{MuA}{M_{serA}} \right)$

Valeurs de  $\mu_{lu}$  en flexion composée

(Les lignes sans valeurs numériques (colonnes 1,3 et 1,4) correspondent au cas où la notion de moment limite n'a plus de sens, le béton pouvant résister seul, sans armatures tendues)

$\gamma_u$	$\gamma_N$	$\gamma_M$					
		1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
0	/	0,2404	0,2708	0,3025	0,3359	0,3712	0,3717*
0,05	1	0,2485	0,2811	0,3150	0,3504	0,3717*	0,3717*
	1,1	0,2454	0,2780	0,3119	0,3473		
	1,2	0,2428	0,2754	0,3093	0,3447		
	1,3	0,2406	0,2732	0,3071	0,3424		
	1,4	0,2387	0,2713	0,3052	0,3405		
	1,5	0,2370	0,2697	0,3036	0,3389		
0,1	1	0,2600	0,2950	0,3309	0,3683	0,3717*	0,3717*
	1,1	0,2527	0,2880	0,3241	0,3615		
	1,2	0,2464	0,2820	0,3183	0,3558		
	1,3	0,2408	0,2768	0,3133	0,3508		
	1,4	0,2359	0,2721	0,3088	0,3465		
	1,5	0,2314	0,2681	0,3049	0,3427		
0,15	1	0,2761	0,3131	0,3506	0,3717*	0,3717*	0,3717*
	1,1	0,2638	0,3017	0,3398	0,3717*		
	1,2	0,2523	0,2914	0,3302	0,3698		
	1,3	0,2412	0,2821	0,3216	0,3617		
	1,4	0,2304	0,2734	0,3140	0,3544		
	1,5	0,2190	0,2653	0,3070	0,3479		
0,2	1	0,2973	0,3352	0,3717*	0,3717*	0,3717*	0,3717*
	1,1	0,2798	0,3195	0,3590	0,3717*		
	1,2	0,2622	0,3047	0,3455	0,3717*		
	1,3	0,2423	0,2903	0,3331	0,3717*		
	1,4		0,2758	0,3214	0,3648		
	1,5		0,2597	0,3101	0,3551		
0,25	1	0,3223	0,3604	0,3717*	0,3717*	0,3717*	0,3717*
	1,1	0,3012	0,3413	0,3717*	0,3717*		
	1,2	0,2785	0,3226	0,3645	0,3717*		
	1,3	0,2457	0,3032	0,3483	0,3717*		
	1,4		0,2805	0,3322	0,3717*		
	1,5			0,3153	0,3649		
0,30	1	0,3493	0,3717*	0,3717*	0,3717*	0,3717*	0,3717*
	1,1	0,3263	0,3658	0,3717*			
	1,2	0,3012	0,3445	0,3717*			
	1,3	0,2635	0,3217	0,3673			
	1,4		0,2916	0,3475			
	1,5			0,3246			

\* les valeurs marquées d'une astérisque correspondent à la limite imposée par l'acier ( $\sigma_s = f_{ed}$ ). En flexion composée avec compression on peut en réalité s'affranchir de cette limite, sans dépense excessive d'acier.

$$\left( \gamma_u = \frac{Nu}{b_0 d f_{bu}} \quad ; \quad \mu_u = \frac{MuA}{b_0 d^2 f_{bu}} \right)$$



MARCHE DU CALCUL ET FORMULES DE DIMENSIONNEMENT :

Il faut commencer par déterminer (voir pages 235 pour la flexion avec traction ; 236<sup>2</sup> pour la flexion avec compression) :

- les sollicitations ultimes  $N_u, M_{uG_0}$  au centre de gravité  $G_0$  du béton seul, et en déduire le moment  $M_{uA}$  au centre de gravité des aciers tendus ;
- les sollicitations de service  $N_{ser}, M_{serG_0}$  au centre de gravité  $G_0$  du béton seul, et en déduire le moment  $M_{serA}$  au centre de gravité des aciers tendus.

On peut alors calculer  $\gamma_u, \mu_u, \gamma_N, \gamma_M$  et en déduire, par interpolations linéaires (ou "à vue"), au moyen du tableau de la page la valeur du moment limite ultime réduit  $\mu_{lu}$ .

Pour la détermination des armatures, la marche du calcul est celle indiquée aux paragraphes en remplaçant, dans toutes les équations  $M_u$  par  $M_{uA}$ , et en retranchant  $N_u/f_{cd}$  de la section d'aciers tendus trouvée ( $N_u$  avec son signe, + pour une compression, - pour une traction). Bien entendu, les unités doivent être convenables.

Les formules de dimensionnement sont ainsi (unités: m, MN, MNm, m<sup>2</sup>):

- pour la section rectangulaire sans aciers comprimés :

$$A = \frac{M_{uA}}{\gamma_b \cdot f_{cd}} - \frac{N_u}{f_{cd}}$$

- pour la section rectangulaire avec aciers comprimés non imposés :

$$A = \frac{1}{f_{cd}} \left[ \frac{M_{lu}}{\gamma_{bl}} - N_u \right] + A_c$$

la section  $A'$  devant être telle que

$$A' \geq \frac{M_{uA} - M_{lu}}{\sigma_{scc} (d - d')} \quad \sigma_{scc} \text{ calculé par les formules [7.62] et [7.63]}$$

et  $A_c$  étant égal à :

$$\left. \begin{array}{l} \text{avec } \gamma_{f_{c28}}(k-1) < f_{cd} : A' \frac{1-k's'}{k'-1} \\ \text{avec } \gamma_{f_{c28}}(k-1) > f_{cd} : A' \frac{\sigma_{scc}}{f_{cd}} \end{array} \right\} \text{ si } \sigma_{scc} < f_{cd}$$

- si  $\sigma_{scc}$  est plafonné à  $f_{cd}$  :  $A_c = A'$

Remarques: 1-  $\sigma_{scc}$  ne doit pas être déterminé au moyen de la formule [7.62bis].

Compte-tenu des valeurs généralement atteintes par  $\gamma_M$ , cette formule manque en effet de précision.

2. Il faut s'assurer que  $M_{uA} \leq M_{lu}/0,6$  sinon l'équarrissage (c'est-à-dire les dimensions  $b_0$  et/ou  $d$ ) serait à revoir.

3. Pour les sections minimales, se reporter à 8.212 p.238<sup>b</sup> Attention! la section minimale vise la valeur finale  $A$  (et non la section  $A'$  de flexion simple!)

- pour la section rectangulaire avec aciers comprimés, lorsque la section  $A'$  des aciers comprimés est imposée avec :

$$A' \geq \frac{M_{uA} - M_{lu}}{\sigma_{sce} (d - d')}$$

en adaptant la formule [7.67] :

$$A = \frac{1}{\sigma_s} \left[ \frac{M_{uA} - A' \sigma_{sce} (d - d')}{d (1 - 0,4 \alpha)} + A' \sigma_{sce} - N_u \right] \quad (N_u \text{ avec son signe}) \quad [8.1]$$

avec, si  $\alpha \leq 0,617$  (FeE 500),  $\sigma_s = 435 \text{ MPa} = f_{ed}$ , ou si  $\alpha > 0,617$ ,  $\sigma_s = E_s \epsilon_s$ , etc...

### 8.232 - Section à table de compression

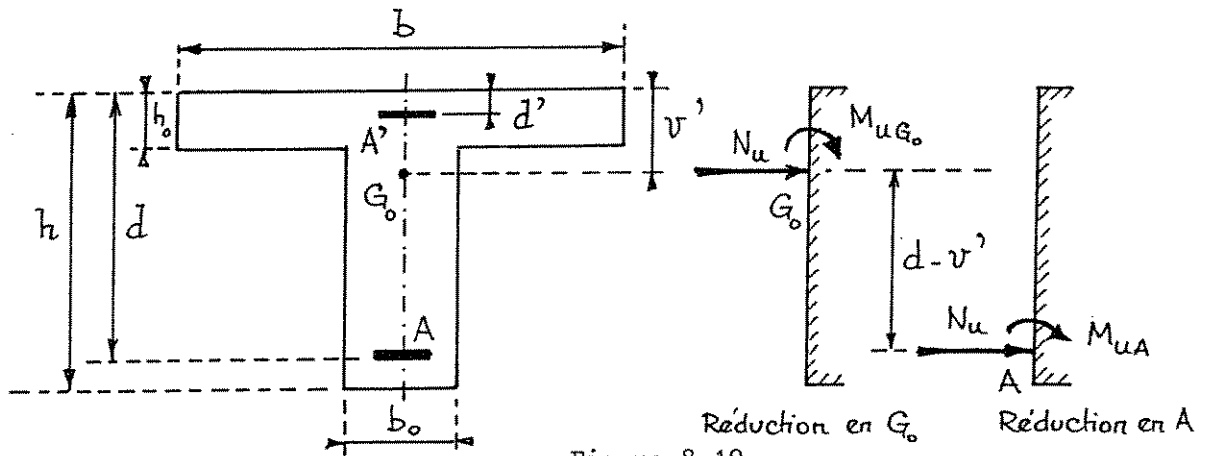


Figure 8.10

Le moment ultime rapporté au centre de gravité des aciers tendus est (fig. 8.10) :

$$M_{uA} = (N_u e_A) = M_{u, G_o} + N_u (d - v')$$

$v'$  étant la distance du centre de gravité de la section de béton seul à la fibre la plus comprimée (attention! pour une section en T,  $v' < \frac{h}{2}$ )

- Si  $M_{uA} < M_{T,u}$ ,  $M_{T,u}$  étant le moment équilibré par la table seule, évalué par les équations [7.86 ou 7.94] ou [7.97 a ou b], on est ramené à l'étude d'une section rectangulaire de largeur  $b$ .
- Si  $M_{uA} > M_{T,u}$ , en décomposant la section en deux sections fictives comme on l'a fait en 7.511, premier cas, on peut écrire, dans le cas général où il y a des aciers comprimés, les équations d'équilibre suivantes :

$$N_u = F_{bc2} + F_{bc1} + F_{sc} - F_s = (b - b_o) h_o f_{bu} + 0,8 b_o y f_{bu} + A' \sigma_{sc} - A \sigma_s$$

$$M_{uA} = F_{bc2} z_2 + F_{bc1} z_1 + F_{sc} (d - d') = (b - b_o) h_o \left(d - \frac{h_o}{2}\right) f_{bu} + 0,8 b_o y f_{bu} (d - 0,4 y) + A' \sigma_{sc} (d - d')$$

Ces équations sont celles d'une section rectangulaire de largeur  $b_o$  qui serait soumise aux sollicitations "réduites" suivantes :

- effort normal  $N_{uR} = N_u - (b - b_o) h_o f_{bu}$

- moment de flexion  $M_{uRA} = M_{uA} - (b - b_o) h_o \left(d - \frac{h_o}{2}\right) f_{bu}$

Déterminer les armatures de la section en T revient donc à déterminer celles de la section rectangulaire  $b_0 d$  soumise à  $N_{uR}$  et  $M_{uRA}$  (en particulier, on doit vérifier au cours de ce calcul que la section d'acier comprimés est suffisante, voir 7.423).

Bien faire attention que, dans les expressions donnant la section A des armatures tendues, le terme soustractif est alors  $\frac{N_{uR}}{\sigma_s}$  et non  $\frac{N_u}{\sigma_s}$  ( $\sigma_s = f_{ed}$  seulement si  $\alpha \leq 0,617$  (FeE 500))

S'il n'y a pas d'aciers comprimés, il suffit évidemment de faire  $A' = 0$  dans les formules précédentes.

### 8.3 - SECTIONS ENTIÈREMENT COMPRIMÉES

On se trouve dans cette situation si (l'un des deux cas a ou b n'impliquant pas l'autre) :

a) à l'état-limite ultime, on se trouve au pivot C, région 3 c'est-à-dire si :

$N_u$  est un effort de compression,  
avec  $M_{uA} - A' f_{ed} (d - d') > M_{Bc}$  (voir ) ;  $A'$  peut être nul.

b) à l'état-limite de service :

$N_{ser}$  est un effort de compression  
avec  $M_{serA} - 15 A' \bar{\sigma}_{bc} \frac{(h-d')(d-d')}{h} > \frac{h}{2d} \left(1 - \frac{h}{3d}\right) b_0 d^2 \bar{\sigma}_{bc}^{(1)}$  ( $A'$  peut être nul)

Dans les deux cas, le calcul manuel du dimensionnement des armatures est assez fastidieux, comme on va le voir ci-après.

On a généralement recours à des abaques, qui ont été établis pour des formes de section particulières (voir 8.51 et 8.52).

#### 8.31 - DIMENSIONNEMENT PAR L'ÉTAT-LIMITE ULTIME (pivot C, région 3)

##### 8.311 - Sections rectangulaires à deux nappes d'armatures

On n'envisage ici que le dimensionnement avec le diagramme parabole-rectangle (voir la remarque à la fin du présent paragraphe 8.311).

##### 8.311-1 - Coefficient de remplissage et coefficient de centre de gravité

L'effort de compression  $F_{bct}$  qui correspondrait à une contrainte uniforme et égale à  $f_{bu}$  sur toute la hauteur de la section est (fig. 8.11 a)

$$F_{bct} = b_0 h f_{bu}$$

(1) Quand la section est entièrement comprimée,  $y_1 = h$  dans l'expression

$$M_{ser} = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{bc} y_1 \left(d - \frac{y_1}{3}\right) + A' \sigma_{sc} (d - d') \text{ avec } \sigma_{sc} = 15 \bar{\sigma}_{bc}$$

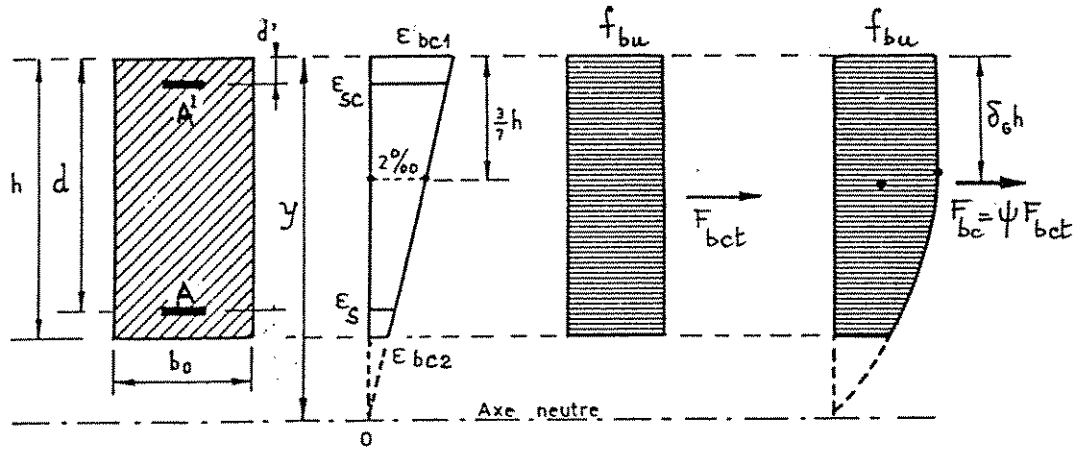


Figure 8.11 a

On peut, comme dans le cas des pivots A et B, considérer (voir 7.411-

- un coefficient de remplissage :  $\psi = \frac{F_{bc}}{F_{bct}}$
- un coefficient de centre de gravité  $\delta_G$  permettant de définir la distance  $\delta_G h$  (et non plus  $\delta_G y$ ) du point de passage de l'effort résultant  $F_{bc}$  à la fibre la plus comprimée.

En cherchant l'aire et le centre de gravité du diagramme des contraintes de compression, on trouve, après avoir posé :

$$\alpha_t = \frac{y}{h} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{4}{7\alpha_t - 3} \quad [8.20]$$

les valeurs :

$$\psi = 1 - \frac{4}{21} \xi^2 = 1 - 0,190 \xi^2 \quad [8.21]$$

$$\delta_G = \frac{0,5 - \frac{8}{49} \xi^2}{1 - \frac{4}{21} \xi^2} = \frac{0,5 - 0,163 \xi^2}{1 - 0,190 \xi^2} \quad [8.22]$$

En éliminant  $\xi^2$  de ces deux expressions, on trouve aussi :

$$\delta_G = 0,857 - \frac{0,357}{\psi} \quad [8.23]$$

Les valeurs de  $\psi$  et  $\delta_G$  peuvent être lues en fonction de  $\alpha_t$  dans le tableau 8.1 .

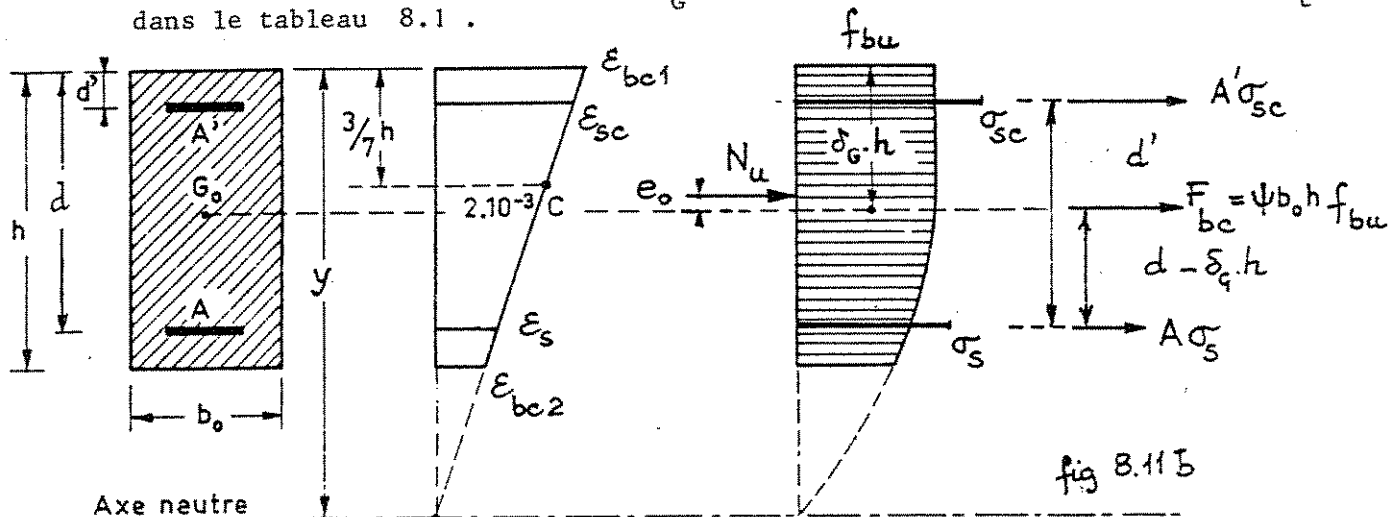


fig 8.11 B

TABLEAU 8.1

$\alpha_t$	$\psi$	$\delta_G$
1,00	0,8095	0,4160
1,05	0,8389	0,4314
1,10	0,8620	0,4428
1,15	0,8805	0,4515
1,20	0,8955	0,4583
1,25	0,9078	0,4637
1,30	0,9181	0,4681
1,35	0,9267	0,4718
1,40	0,9341	0,4748
1,45	0,9404	0,4774
1,50	0,9458	0,4795
1,55	0,9505	0,4814
1,60	0,9547	0,4830
1,65	0,9583	0,4845
1,70	0,9615	0,4857
1,75	0,9644	0,4868
1,80	0,9669	0,4878
1,90	0,9713	0,4894
2,00	0,9748	0,4908
2,25	0,9813	0,4932
2,50	0,9855	0,4948
2,75	0,9885	0,4958
3,00	0,9906	0,4966
3,50	0,9934	0,4976
4,00	0,9951	0,4983
5,00	0,9970	0,4989
$\infty$	1	0,5000

Les équations d'équilibre s'écrivent (fig.8.11b) :

$$N_u = \psi b_o h f_{bu} + A' \sigma_{sc} + A \sigma_s \quad [8.24]$$

$$M_{uA} = \psi b_o h f_{bu} (d - \delta_G h) + A' \sigma_{sc} (d - d') \quad [8.25]$$

Cette dernière équation peut aussi s'écrire, en posant  $\frac{d}{h} = \delta_t$  et  $\frac{d'}{h} = \delta'_t$

$$M_{uA} = b_o h^2 f_{bu} \psi (\delta_t - \delta_G) + A' \sigma_{sc} (d - d')$$

Pour les aciers des classes Fe E 215 ( $f_{ed} = 187$  MPa) ou Fe E 400 ( $f_{ed} = 348$  MPa), on a toujours  $\sigma_{sc} = f_{ed}$  quel que soit  $\delta'_t$  puisque, dans ces cas(1):

$$\frac{f_{ed}}{E_s} = \frac{f_{ed}}{2 \cdot 10^{-5}} < 2 \cdot 10^{-3} < \epsilon_{sc} < 3,5 \cdot 10^{-3}$$

Décomposons la section en deux sections fictives (voir 7,421). La section rectangulaire sans aciers comprimés doit équilibrer un moment  $M_1$  tel que :

$$M_1 = M_{uA} - A' f_{ed} (d - d') = b_o h^2 f_{bu} \psi (\delta_t - \delta_G) \quad [8.26]$$

(1) Pour les aciers Fe E 500, en supposant  $\delta'_t = 0,1$ , on n'a  $\sigma_{sc} = f_{ed} = 435$  MPa que si  $\alpha_t \leq 6,46$ . Pour simplifier, on pourra admettre, pour ce calcul, que  $\sigma_{sc} = f_{ed} = 400$  MPa pour les aciers FE 500

Si l'on considère le moment réduit rapporté à la hauteur totale (indice t) :

$$\mu_{bt} = \frac{M_{uA} - A' f_{ed} (d - d')}{b_o h^2 f_{bu}} \quad [8.27]$$

l'équation [8.26] devient :

$$\mu_{bt} = \psi (\delta_t - \delta_G)$$

ou, compte tenu de [8.23]

$$\mu_{bt} = 0,357 + \psi (\delta_t - 0,857) \quad [8.28]$$

### 8.311-2 - Marche du calcul pour une section rectangulaire

*Données* :  $b_o, d, h$  et  $d'$  (voir figure 8.12)

$$f_{ed} = \frac{f_e}{1,15} \quad \text{et} \quad f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \times 1,5} \quad (\text{en situation non accidentelle})$$

Sollicitations de calcul :  $M_{uG_o}$  et  $N_u$  au centre de gravité de la section du béton seul.

*Inconnues* : A si A' est connu

ou A et A'

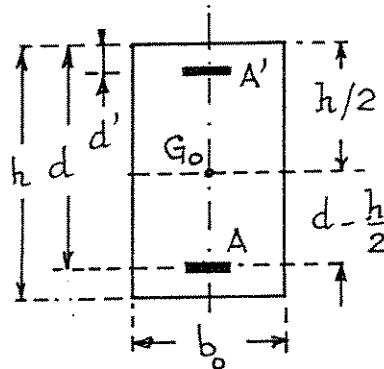


Figure 8.12

#### 1° - La section A' des aciers les plus comprimés est connue

Le moment agissant ultime, rapporté au centre de gravité de l'armature la moins comprimée et évalué comme indiqué en 8.231 est :

$$M_{uA} = M_{uG_o} + N_u \left( d - \frac{h}{2} \right)$$

Dans le cas où le pivot est le point B et où l'axe neutre franchit le niveau des aciers A, et a fortiori en région 3 pivot C, toutes les forces internes deviennent des compressions et l'équilibre n'est possible que si le centre de pression se trouve entre :

- d'une part  $G_o$  (au-dessous de  $G_o$ , le moment serait de signe contraire à celui pour lequel on cherche la solution)
- d'autre part le barycentre de  $F_{bc}$  et de  $F_{sc}$  lorsque l'axe neutre passe par A, puisque alors  $F_s = 0$ .

Pour cette position particulière de l'axe neutre, le pivot est le pivot B et  $y = d$  d'où :

$$F_{bc} = 0,81 b_o d f_{bu}$$

En prenant les moments en A', on a pour ce cas particulier :

$$F_{bc} (0,416d - d') = N_u \left( \frac{h}{2} - d' - e_o \right)$$

d'où la valeur limite de  $e_o$  :

$$e_{o,lim} = \frac{h}{2} - d' - \frac{0,81 b_o d f_{bu}}{N_u} (0,416d - d') \quad [8.29]$$

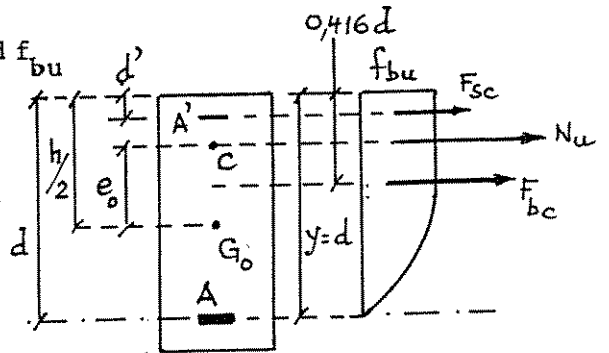


Figure 8.13

Des valeurs de  $e_o$  supérieures à  $e_{o,lim}$  ne permettent pas de réaliser l'équilibre au pivot C.

Cette condition n'est pas suffisante. En effet, puisqu'au pivot C le coefficient de remplissage  $\psi$  est au moins égal à 0,81 (frontière BC) et au plus égal à 1 (verticale du pivot C) il faut encore d'après [8.27] et [8.28] que l'on ait :

$$0,81 \delta_t - 0,337 \leq \frac{M_{uA} - A' f_{ed} (d - d')}{b_o h^2 f_{bu}} \leq \delta_t - 0,5$$

c'est-à-dire qu'il faut que la section A' imposée soit telle que :

$$A' \geq A'_1 = \frac{M_{uA} - b_o h f_{bu} (d - \frac{h}{2})}{f_{ed} (d - d')}$$

mais avec

$$A' \leq A'_2 = \frac{M_{uA} - b_o h f_{bu} (0,81 d - 0,337 h)}{f_{ed} (d - d')}$$

[8.30 a]

Si la première de ces deux conditions n'est pas satisfaite, la section ne peut équilibrer les forces appliquées.

Si c'est la seconde qui n'est pas satisfaite, l'équilibre n'est possible qu'au pivot B, région 2b. Les armatures A ne sont comprimées que si :

$$(1) \quad A' \leq \frac{M_{uA} - 0,473 b_o d^2 f_{bu}}{f_{ed} (d - d')}$$

En effet, lorsque l'axe neutre passe par le centre de gravité des armatures A on a  $y = d$ ,  $\alpha = \frac{y}{d} = 1$ , la droite des déformations occupe la position BD et  $\mu_{BD} = 0,81 (1 - 0,416) = 0,473$ .

Dans ce qui suit, nous supposons donc qu'outre la condition sur  $e_o$ , les deux conditions [8.30 a] sur A' sont bien réalisées.

(1) La région "2b" correspond à un axe neutre situé entre les armatures A et la fibre de béton la plus proche de A.

Les équations précédentes permettent de résoudre le problème. On peut en effet successivement écrire :

- d'après [8.28] :

$$\psi = \frac{\mu_{bt} - 0,357}{\delta_t - 0,857} \quad (\text{avec } \delta_t = \frac{d}{h})$$

- d'après [8.21]

$$\xi = \sqrt{\frac{1 - \psi}{0,19}} = 2,294 \sqrt{1 - \psi}$$

- d'après [8.20]

$$\alpha_t = \frac{1}{7} \left( \frac{4}{\xi} + 3 \right)$$

et en utilisant les équations de compatibilité du pivot C (voir équations [7.331-1 a]) :

$$\epsilon_s = \frac{2 (\alpha_t - \delta_t)}{1000 (\alpha_t - \frac{3}{7})} \quad (\text{avec ici } \delta_t = \frac{d}{h})$$

$$\text{d'où } \sigma_s = E_s \epsilon_s = 2.10^5 \epsilon_s = 100 (4 + 3 \xi - 7 \delta_t \xi) \frac{1}{7} f_{ed} \quad (\text{MPa}) \quad [8.30 b]$$

et finalement, par la formule [8.24] avec  $\sigma_{sc} = f_{ed}$  :

$$A = \frac{1}{\sigma_s} \left[ N_u - \psi b_o h f_{bu} - A' f_{ed} \right]$$

Remarques :

1 - En prenant le moment agissant au centre de gravité des aciers comprimés :

$$M_{uA'} = M_{uG_o} - N_u \left( \frac{h}{2} - d' \right)$$

il est facile de voir qu'au pivot C, on doit nécessairement avoir :

$$\frac{M_{uA'} - b_o h^2 f_{bu} (\delta_t - 0,5)}{f_{ed} (d - d')} \leq A \leq \frac{M_{uA'} - 0,81 b_o h^2 f_{bu} (\delta_t - 0,584)}{700 (1 - \delta_t)}$$

$$(\psi = 1, \xi = 0)$$

$$(\psi = 0,81, \xi = 1)$$

2 - L'équation [8.30] montre que l'on a  $\sigma_s = f_{ed}$  dès que :

$$4 + 3 \xi - 7 \delta_t \xi = \frac{f_{ed}}{100}$$

ou

$$\alpha_t > \delta_t + \frac{f_{ed}}{700 \xi}$$

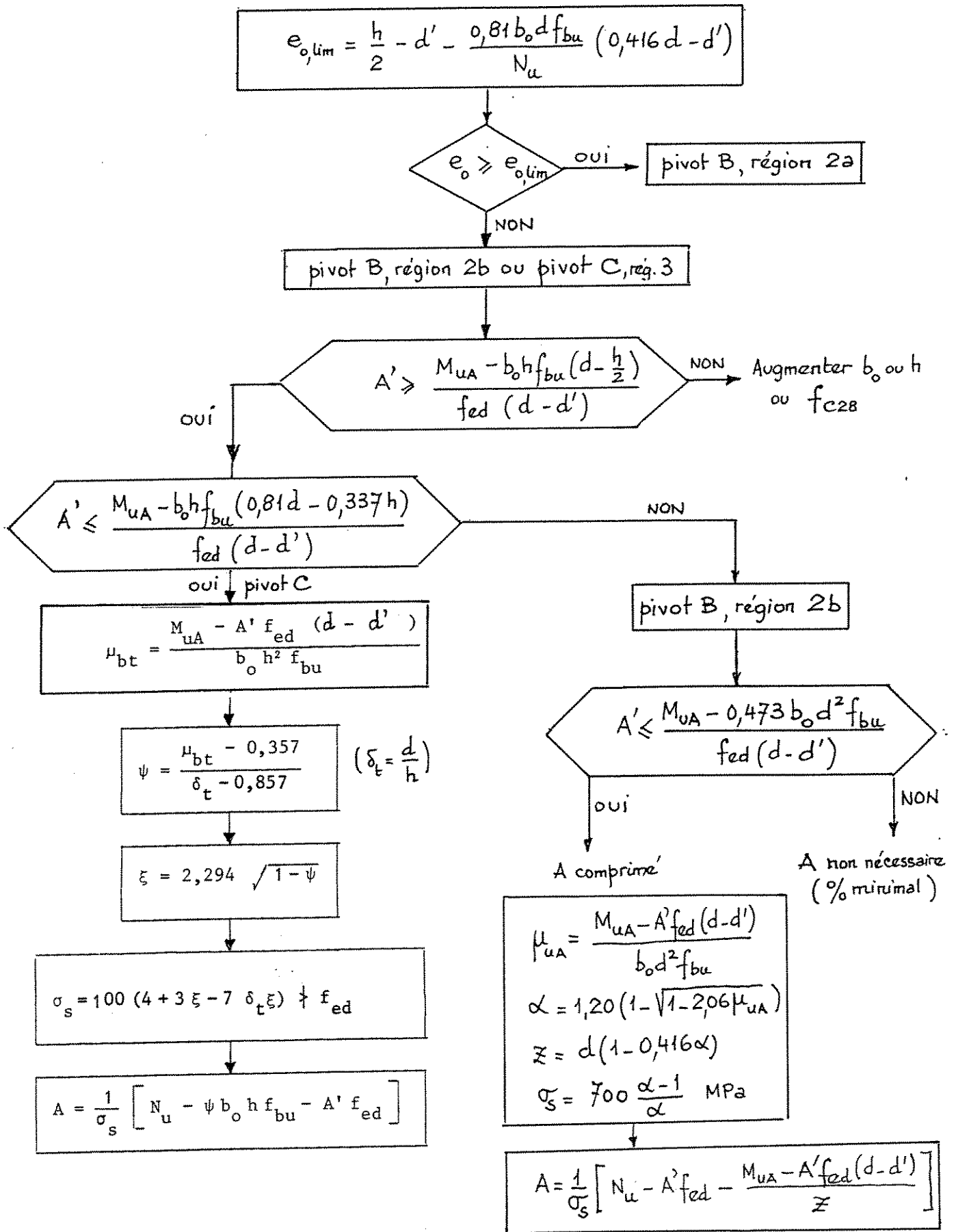
2° - Les deux sections A et A' sont toutes deux inconnues.

Dans ce cas, la condition  $e_o \leq e_{o \text{ lim}}$  étant supposée satisfaite, il suffit de choisir A' dans la fourchette définie par les inégalités [8.30 a] et de continuer ensuite le calcul de A comme dans le premier cas ci-dessus

En choisissant le(s) diamètre(s) des barres comprimées, il faut s'arranger pour que la section A' réelle demeure dans la même fourchette [8.30 a] qui est très étroite. Sinon, on retourne au pivot B, mais si, la condition  $e_o \leq e_{o \text{ lim}}$  qui implique que les deux nappes d'armatures sont



comprimées étant satisfaite, on trouve que pour obtenir l'équilibre des forces la nappe A doit être tendue, le problème ne comporte pas de solution (et il faut changer une ou plusieurs des données - dimensions; résistances - du problème).



Remarques :

- 1 - Si l'on effectue la différence des deux sections  $A'_2$  et  $A'_1$  données par les équations [8.30 a], on trouve :

$$A'_2 - A'_1 = \frac{(0,19 \delta_t - 0,163) b_o h^2 f_{bu}}{f_{ed} (d - d')}$$

ce qui, pour  $d = 0,9 h$  ( $\delta_t = 0,9$ ),  $d' = 0,1 h$ ,  $f_{bu} = 14,2$  MPa  
 $f_{ed} = 435$  MPa et  $b_o = \frac{h}{2}$  (par exemple) conduit à (avec les unités  $\text{cm}^2$  et m) :

$$\begin{matrix} A'_2 - A'_1 \sim 1,6 h^2 \\ (\text{cm}^2) \quad (\text{m}^2) \end{matrix}$$

Si  $h = 0,60$  m, on trouve  $A'_2 - A'_1 = 0,6 \text{ cm}^2$ .

Ceci illustre ce qui est dit au bas de la page 249. Un faible écart sur la section  $A'$  par rapport à sa valeur théorique suffit pour modifier considérablement le résultat (et repasser au pivot B ou avoir un équilibre impossible !). Il y a en quelque sorte une "instabilité mathématique" du calcul qui constitue une anomalie du dimensionnement sous efforts presque centrés. Cette anomalie n'est pas propre aux calculs à l'état-limite ultime ; on la rencontre également dans le dimensionnement à l'état-limite de service.

- 2 - Dans le cas où le rapport  $\chi = \frac{A}{A'}$  entre les sections des aciers les moins et les plus comprimés est imposé a priori, on doit opérer par approximations successives, en se donnant en premier lieu une valeur de  $\mu_{bt}$  comprise entre  $0,81 \delta_t - 0,337$  et  $\delta_t - 0,5$ .

A cette valeur de  $\mu_{bt}$  correspond une valeur de  $\sigma_s$  (voir organigramme page 250a). L'équation d'équilibre des forces [8.24] donne alors, puisque  $A = \chi A'$  :

$$A' = \frac{N_u - \psi b_o h f_{bu}}{f_{ed} + \chi \sigma_s} \quad [8.31]$$

Cette valeur est portée dans la relation [8.27] donnant  $\mu_{bt}$ .

On compare la nouvelle valeur de  $\mu_{bt}$  ainsi trouvée à celle dont on est parti et on recommence les calculs jusqu'à ce que ces deux valeurs de  $\mu_{bt}$  soient égales. On obtient ainsi les valeurs définitives de  $\sigma_s$  et de  $A'$  donnée par la relation [8.31]. Celle de  $A$  s'en déduit par  $A = \chi A'$ .

Si l'on veut en outre  $\chi = 1$  (armatures symétriques), il faut corriger dans le sens convenable la valeur de  $A'$  pour tenter d'y arriver.

Dans tous les cas, la meilleure solution est encore de recourir aux diagrammes d'interaction (voir 8.52).

Remarque sur l'utilisation d'un diagramme rectangulaire au pivot C, Région 3 :

En région 3, le coefficient de remplissage du diagramme parabole-rectangle varie de 0,81 à 1 quand la hauteur de l'axe neutre varie de  $h$  à l'infini (cf. tableau 8.1 où  $\alpha_t$  varie de 1 à  $\infty$ ). Le coefficient de centre de gravité varie de 0,416 à 0,5.

Si l'on voulait substituer au diagramme parabole-rectangle un diagramme rectangulaire équivalent, il conviendrait de s'arranger pour que le coefficient de remplissage de ce dernier varie également en fonction de la position de l'axe neutre. Toutefois, compte tenu de la remarque faite à la fin du paragraphe 8.311-2-1°, les approximations que l'on est inévitablement amené à faire introduisent de trop grandes incertitudes sur le résultat final du calcul pour qu'un diagramme simplifié, quel qu'il soit, puisse être considéré comme satisfaisant. Pour cette raison, aucun diagramme simplifié n'a été ni proposé, ni envisagé ici.

### 8.312 - Sections à table de compression

Puisqu'en région 3 la contrainte de compression du béton est constant sur les trois septièmes de la hauteur totale de la section (fig. 7.18), toute table de compression d'épaisseur  $h_o$  telle que  $h_o \leq \frac{3}{7}h$  (ce qui est le cas général) est soumise à une contrainte de compression uniforme et égale à  $f_{bu}$ .

Dans ces conditions, il est possible d'appliquer directement aux sections à table de compression les méthodes exposées en 8.311-2. Le problème se ramène en effet à la recherche des armatures d'une section rectangulaire de largeur  $b_o$  qui serait soumise aux sollicitations :

$$N_{uR} = N_u - (b - b_o) h_o f_{bu}$$

$$M_{uRA} = M_{uA} - (b - b_o) h_o \left(d - \frac{h_o}{2}\right) f_{bu}$$

comme on l'a vu en 8.232.

### 8.32 - DIMENSIONNEMENT PAR L'ETAT-LIMITE DE SERVICE

On est dans le cas d'une section entièrement comprimée lorsque  $N_{ser}$  est un effort normal de compression et que  $|e_o| \leq e_1$ , avec  $e_1$  distance du bord du noyau central au centre de gravité  $G_o$  du béton seul ( $e_1 = h/6$  pour une section rectangulaire). On raisonne sur la section de béton seul, les sections  $A_1$  et  $A_2$  étant supposées inconnues a priori.

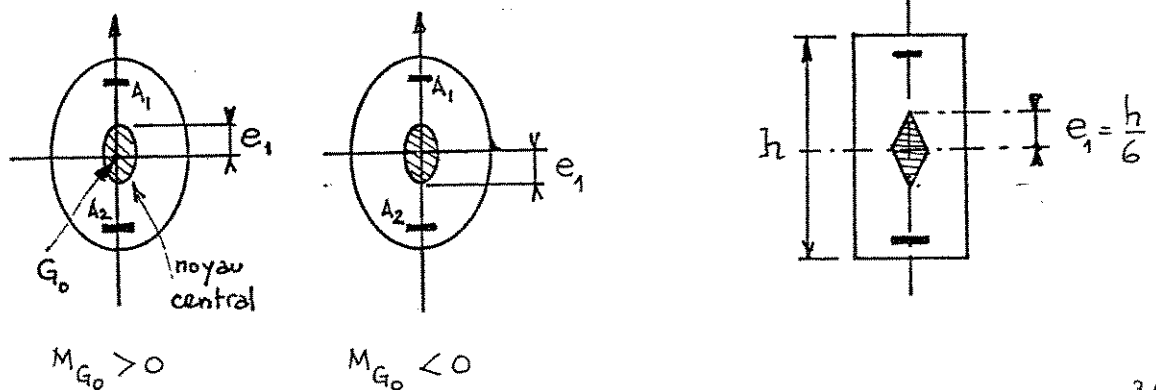


Figure 8.13 a

Le problème du dimensionnement des armatures comporte une infinité de solutions.

Les sections d'acier  $A_1$  et  $A_2$  doivent être telles que :

- le pourcentage d'armatures soit au moins égal au pourcentage minimal ;
- la contrainte limite du béton en service  $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$  ne soit pas dépassée

La marche à suivre est la suivante :

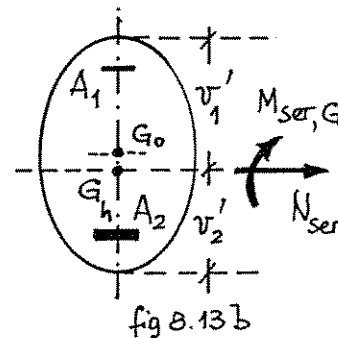
- 1 - On commence par se fixer les valeurs des sections  $A_1$  et  $A_2$  (par exemple de manière à atteindre au moins le pourcentage minimal d'armatures requis en compression simple (formule [10.10])).
- 2 - On calcule ensuite successivement :
  - l'aire de la section totale rendue homogène :  $B_h = B + 15 (A_1 + A_2)$  avec  $B$  l'aire totale de la section de béton seul ;
  - le moment d'inertie  $I_h$  de  $B_h$  par rapport à l'axe, perpendiculaire au plan moyen (plan de symétrie), passant par le centre de gravité  $G_h$  de  $B_h$
- 3 -  $M_{ser, G_h}$  étant le moment en  $G_h$  pris avec son signe, la contrainte de compression maximale du béton a pour valeur :

a) si  $M_{ser, G_h} > 0$  :

$$\sigma_{bcmax} = \frac{N_{ser}}{B_h} + \frac{M_{ser, G_h} \cdot v'_1}{I_h}$$

b) si  $M_{ser, G_h} < 0$  :

$$\sigma_{bcmax} = \frac{N_{ser}}{B_h} - \frac{M_{ser, G_h} \cdot |v'_2|}{I_h}$$



- 4 - Si  $\sigma_{bcmax} \ll \bar{\sigma}_{bc}$  les sections  $A_1$  et  $A_2$  choisies a priori doivent être, diminuées, pour réduire l'écart entre  $\sigma_{bcmax}$  et  $\bar{\sigma}_{bc}$  mais de manière à toujours respecter la condition  $\sigma_{bcmax} < \bar{\sigma}_{bc}$ .
- 5 - Si  $\sigma_{bcmax} > \bar{\sigma}_{bc}$  il faut augmenter  $A_1$  et  $A_2$  et recommencer les calculs jusqu'à trouver  $\sigma_{bcmax} < \bar{\sigma}_{bc}$ .

Ces calculs étant longs et fastidieux, il est préférable, comme déjà dit, d'avoir recours à des abaques (voir 8.51).

#### 8.4 - SECTIONS ENTIEREMENT TENDUES

##### 8.41 - DIMENSIONNEMENT PAR L'ETAT-LIMITE ULTIME

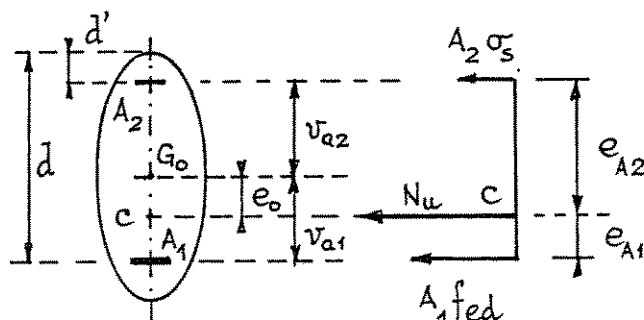


Figure 8.14

La section est entièrement tendue si  $N_u$  est un effort de traction et si le centre de pression défini par :

$$e_o = \frac{M_{u,G_o}}{N_u}$$

tombe à l'intérieur des traces des deux nappes d'armatures ( $|e_o| < |v_{a1}|$  ou  $|e_o| < |v_{a2}|$  fig. 8.14).

Le pivot est le point A.

Les équations d'équilibre s'écrivent (en supposant que  $A_1$  est la nappe la plus tendue) :

$$N_u = A_1 f_{ed} + A_2 \sigma_s$$

$$M_{uA} = A_2 \sigma_s (d - d')$$

Elles sont valables quelle que soit la forme de la section.

Si les deux sections  $A_1$  et  $A_2$  sont inconnues a priori, le problème peut avoir plusieurs solutions.

La plus économique correspond à  $\sigma_s = f_{ed}$  (le point d'application de la force  $N_u$  coïncide alors avec le centre de gravité de l'ensemble des armatures).

En prenant les moments successivement par rapport à l'une et à l'autre des deux nappes d'armatures, on trouve qu'il faut avoir :

$$A_1 \geq \frac{N_u e_{A2}}{(e_{A1} + e_{A2}) f_{ed}} \quad [8.33]$$

$$A_2 \geq \frac{N_u e_{A1}}{(e_{A1} + e_{A2}) f_{ed}} \quad [8.34]$$

avec la condition supplémentaire  $A_1 + A_2 \geq B f_{t28} / f_e$ .

Le cas des armatures symétriques correspond à

$$e_{A1} = e_{A2} \quad \text{d'où (voir chapitre 6) :}$$

$$A_1 = A_2 = \text{Max} \left( \frac{N_u}{2 f_{ed}} ; \frac{B f_{t28}}{2 f_e} \right) \quad [8.35]$$

(le deuxième terme correspondant à la section minimale).

#### 8.42 - DIMENSIONNEMENT PAR L'ETAT-LIMITE DE SERVICE

La section est entièrement tendue si le centre de pression C défini par :

$$e_o = \frac{M_{ser,G_o}}{N_{ser}}$$

tombe à l'intérieur des traces des deux armatures.

Le calcul se fait selon les mêmes principes que pour l'état-limite ultime. Le dimensionnement économique correspond à  $\sigma_1 = \sigma_2 = \bar{\sigma}_s$  d'où (notations, voir fig. 8.14) :

$$A_1 \geq \frac{N_{ser} e_{A2}}{(e_{A1} + e_{A2}) \bar{\sigma}_s} \quad [8.36]$$

$$A_2 \geq \frac{N_{ser} e_{A1}}{(e_{A1} + e_{A2}) \bar{\sigma}_s} \quad [8.37]$$

avec la condition supplémentaire  $A_1 + A_2 \geq B f_{t28} / f_e$ .

Le cas des armatures symétriques correspond à  $e_{A1} = e_{A2}$  d'où :

$$A_1 = A_2 = \max \left[ \frac{N_{ser}}{2 \bar{\sigma}_s} ; \frac{B f_{t28}}{2 f_e} \right] \quad [8.38]$$

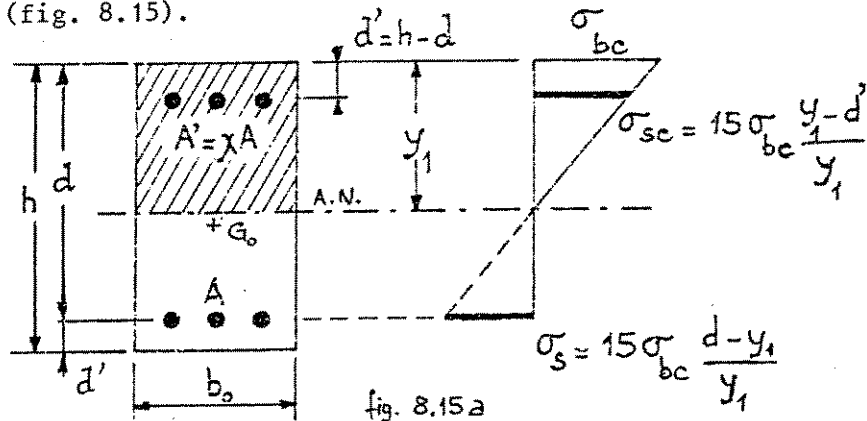
(le deuxième terme correspondant à la section minimale).

## 8.5 - ABAQUES ET DIAGRAMMES D'INTERACTION

### 8.51 - ABAQUES TYPE CAQUOT (Etats-limites de service)

Ces abaques peuvent être établis pour toutes les formes de section. Principe : On écrit les équations d'équilibre au centre de gravité de la section de béton seul en exprimant les contraintes des aciers en fonction de la contrainte maximale du béton et on se ramène à des quantités adimensionnelles.

Par exemple, pour une section rectangulaire en flexion et compression (fig. 8.15).



$$\begin{cases} N_{ser} = F_{bc} + A' \sigma_{sc} - A \sigma_s \\ M_{ser, G_0} = F_{bc} \left( \frac{h}{2} - \frac{y_1}{3} \right) + (A' \sigma_{sc} + A \sigma_s) \left( \frac{h}{2} - d' \right) \end{cases}$$

avec  $F_{bc} = \frac{1}{2} \sigma_{bc} b_0 y_1$  (volume des contraintes)

$$\sigma_{sc} = 15 \sigma_{bc} \frac{y_1 - d'}{y_1}$$

$$\sigma_s = 15 \sigma_{bc} \frac{d - y_1}{y_1}$$