RÉSUMÉ DE MÉCANIQUE

I - L.F.D. : $\boxed{\mathcal{T} \text{ dynamique} = \mathcal{T} \text{ des forces extérieures}}$

$\mathcal{T}$ torseur = champ de vecteurs caractérisé par :

$$\left\{\begin{array}{l} \text{somme : } \overrightarrow{S} \\ \text{moment résultant en O : } \overrightarrow{\mathcal{M}_O} \end{array}\right. \quad :$$

$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{M}_M} = \overrightarrow{\mathcal{M}_O} + \overrightarrow{S} \wedge \overrightarrow{OM}}$$

<u>$\mathcal{T}_v$ **torseur cinématique**</u> ($\mathcal{T}$ des vitesses) : $\left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega} \\ \overrightarrow{v\,(O)} \end{array}\right.$

$$\boxed{\overrightarrow{v\,(M)} = \overrightarrow{v\,(O)} + \overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}}$$

<u>$\mathcal{T}_p$ **torseur cinétique**</u> ($\mathcal{T}$ des quantités de mouvement) :

$$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{P} = \sum m_i \overrightarrow{v_i} = m\overrightarrow{v_G} \\ \overrightarrow{\sigma_O} = \sum \overrightarrow{OM_i} \wedge m\overrightarrow{v_i} \end{array}\right.$$

$$\boxed{\overrightarrow{\sigma_O} = \overrightarrow{\sigma_G} + \overrightarrow{OG} \wedge \overrightarrow{P}}$$

$\overrightarrow{\sigma_G}$: moment cinétique en G = $J\overrightarrow{\Omega}$
J : tenseur d'inertie (matrice des moments d'inertie)

Pr I. Zambettakis

$\mathcal{T}_d$ **torseur dynamique** ($\mathcal{T}$ des quantités d'accélération) :

$$\begin{cases} \overrightarrow{m\gamma_G} \\ \overrightarrow{\mu_O} = \sum \overrightarrow{OM_i} \wedge m\overrightarrow{\gamma_i} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mu_O} &= \frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_O} + \overrightarrow{v_O} \wedge m\overrightarrow{v_G} \\ &= \frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_O} \text{ si O est fixe. Alors } \mathcal{T}_d = \frac{d}{dt}\mathcal{T}_p \end{aligned}$$

par contre en G :

$$\overrightarrow{\mu_G} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_G}$$

Remarque 1 : $\overrightarrow{\gamma}$ n'est pas la somme d'un torseur :

$$\overrightarrow{\gamma(M)} \neq \overrightarrow{\gamma(O)} + ? \wedge \overrightarrow{OM}$$

$$\textbf{L.F.D.}\ \boxed{\mathcal{T} \text{ dynamique} = \mathcal{T} \text{ des forces extérieures}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{l} 1)\ m\overrightarrow{\gamma_G} = \sum \overrightarrow{F}_{ext} \text{ théorème du centre de masse} \\ 2)\ \overrightarrow{\mu_O} = \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(F_{ext}) \text{ théorème du moment cinétique en O} \end{array}} \right.$$

Remarque 2 : théorème du moment cinétique en G :

$$\boxed{\overrightarrow{\mu_G} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_G} = \overrightarrow{\mathcal{M}_G}(F_{ext})}$$

*Remarque 3 : **L.F.D.** bien pour particule ou solide; moins bien pour un ensemble de solides reliés entre eux.*

Produit vectoriel :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b\gamma - c\beta \\ -(a\gamma - c\alpha) \\ a\beta - b\alpha \end{bmatrix}$$

Dérivée temporelle d'un vecteur :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\overrightarrow{A}}{dt}\right)_{\mathcal{R}} &= \left(\frac{d\overrightarrow{A}}{dt}\right)_{\mathcal{R}'} + \overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{A} \\ \overrightarrow{\Omega} &: \text{ rotation } \mathcal{R} \,/\, \mathcal{R}'. \end{aligned}$$

II - ÉQUATIONS DE LAGRANGE - EULER

système de points holonomes : $M(q_1, q_{2,} \cdots q_n, t)$

q_i coordonnées généralisées : $r, \theta, x, y, z....$

Théorème de Lagrange

- Lagrangien, fn de Lagrange, potentiel cinétique :

$$L = E_c - E_p$$

- Équations de Lagrange :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial q_i'} - \frac{\partial L}{\partial q_i} &= \sum E_j \\ E_j &: \text{ efforts extérieurs (force ou couple)} \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial q_i'} - \frac{\partial}{\partial q_i} &: \text{ opérateur d'Euler } / \; q_i. \end{aligned}$$