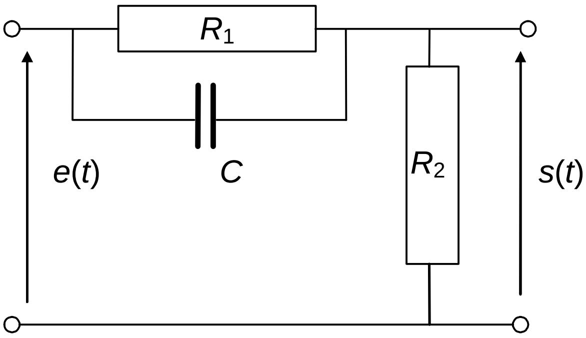
AUTOMATIQUE CONTINUE
exercices

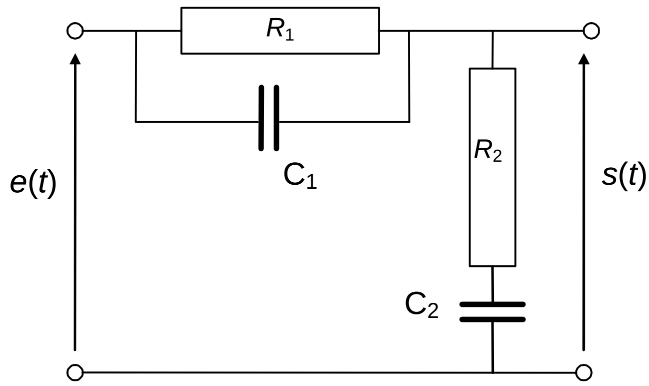
Exercice n°1 fonction de transfert

Calculer la fonction de transfert $H(s)=\dfrac{S(s)}{E(s)}$ du circuit ci–dessous.



Exercice n°2 fonction de transfert

Calculer la fonction de transfert $H(s)=\dfrac{S(s)}{E(s)}$ du circuit ci–dessous.



Exercice n°3 transformation de Laplace

Soit les fonctions suivantes. On demande de déterminer les transformées de Laplace de celles–ci :

1 – $e(t)=t^2\exp(-3t)u(t)$

2 – $e(t)=\exp(-t)\cos(2t+\dfrac{\pi}{6})u(t)$

3 – $e(t)=(t^2-1)u(t-2)$

4 – $e(t)=\left(t^2+\cos\left(\dfrac{\pi t}{3}\right)\right)u(t-2)$

Exercice n°4 théorèmes de la valeur initiale et finale

Déterminer les valeurs suivantes pour les fonctions de transfert données :

1 – $Y(s)=\dfrac{1+3s}{(s+1)^2(s+2)}$, $y(0+), \dfrac{dy}{dt}(0+), y(\infty)$

2 – $Y(s)=\dfrac{1+5s+3s^2}{(s^2+1)(3s+1)}$, $y(0+), \dfrac{dy}{dt}(0+), y(\infty)$

Exercice n°5 original de la transformation de Laplace

Déterminer l'original des fonctions de transfert suivantes :

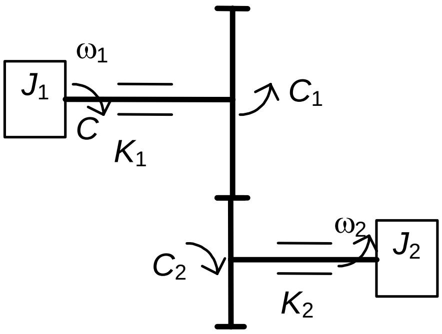
1 – $Y(s)=\dfrac{1-s}{s(1+s)}$

2 – $Y(s)=\dfrac{1+s}{s(1+s+s^2)}$

3 – $Y(s)=\exp(-3s)\dfrac{1+3s}{(1+s)^2}$

4 – $Y(s)=\dfrac{5-s}{(1+s)(4+s)}$

Exercice n°6 réducteur à engrenage



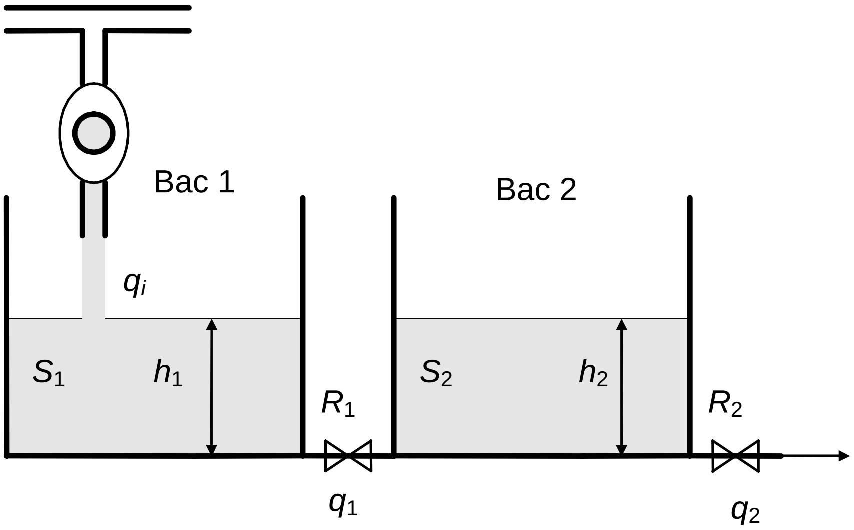
La figure ci–contre propose un système d'engrenage permettant d'entraîner une masse de moment d'inertie J_2 avec un couple C. L'axe 1 a un moment d'inertie J1 et subit un frottement visqueux de constante K1. Il est entraîné par le couple C et il est solidaire d'une roue dentée comportant N_1 dents. On note $\omega_1(t)$ sa vitesse angulaire. L'axe 2 est entraîné par la roue dentée 2 possédant N_2 dents. Son moment d'inertie est noté J_2 et sa vitesse angulaire $\omega_2(t)$. Il subit un frottement visqueux de constante K_2. On suppose le rendement du système parfait.

1 – Ecrire la relation entre C_1 et C_2 puis $\omega_1(t)$ et $\omega_2(t)$.

2 – Donner le modèle dynamique du système.

3 – Donner la fonction de transfert entre l'entrée $C(s)$ et la sortie $\Omega_2(s)$.

Exercice n°7 système hydraulique



On considère le système ci–dessus. Le débit de chaque vanne est linéaire et supposé proportionnel à la hauteur de liquide $q = h/R$. Les surfaces de chaque bac sont notées respectivement S_1 et S_2. Le bac 1 est alimenté par un débit $q_i(t)$.

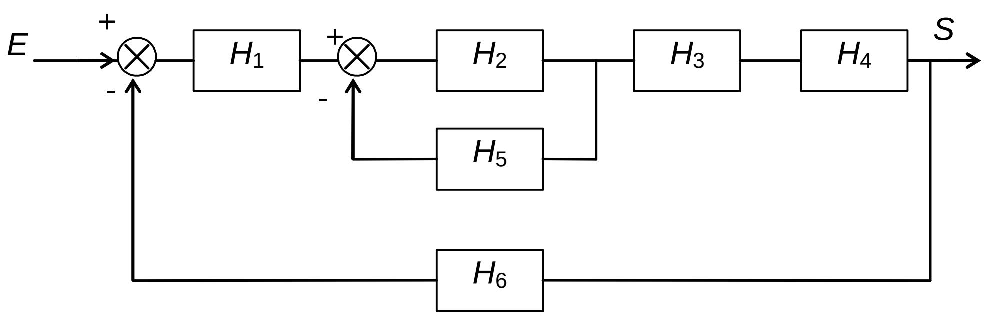
1 – Écrire le modèle dynamique du système.

2 – Donner la fonction de transfert entre le débit d'alimentation du bac 1 et le débit de sortie du bac 2.

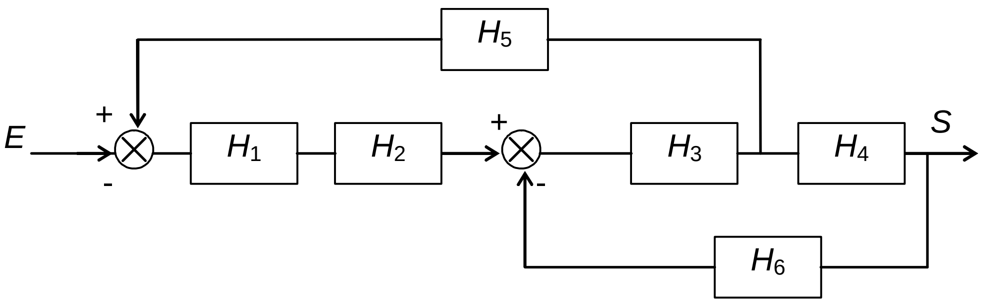
Exercice n°8 transformations de schéma–blocs

Calculer les transmittances pour les schémas blocs ci–après

1 –

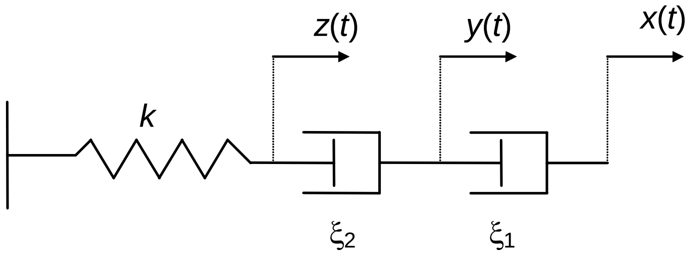


2 –



Exercice n°9 système mécanique

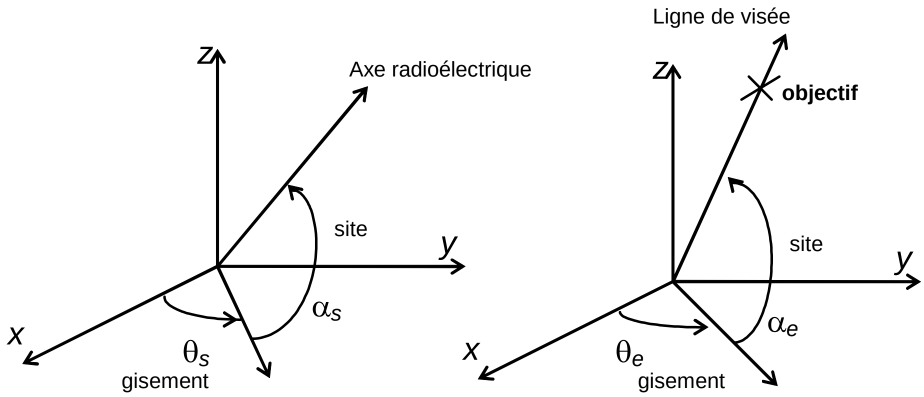
On considère le système mécanique ci–contre constitué d'un ressort de raideur k et deux éléments exerçant un frottement visqueux de constante respective ξ_2 et ξ_1. Calculer la fonction de transfert $H(s)=Y(s)/X(s)$ de ce système.



Exercice n°10 asservissement d'un radar

On étudie l'asservissement en position angulaire d'un radar de poursuite destiné à connaître avec précision la position et la vitesse d'un mobile évoluant dans l'espace aérien.

Le système comporte une antenne parabolique émettant dans une direction précise appelée axe radioélectrique. Cet axe est repéré par les angles de site et de gisement comme le montre la figure ci–après.

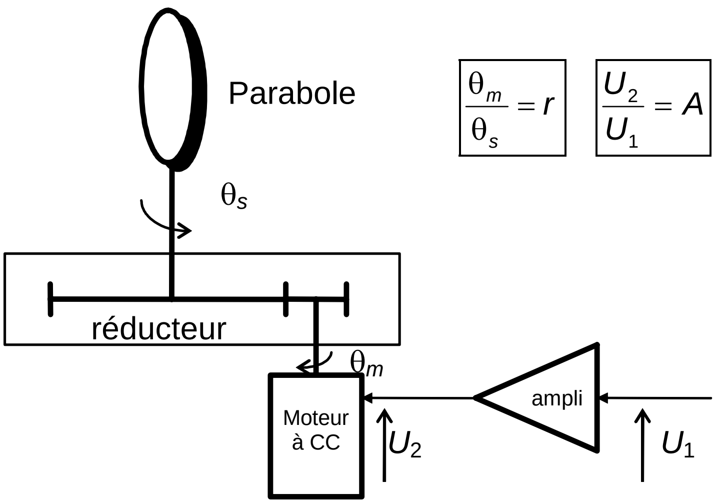


Des capteurs de positions permettent d'avoir en permanence une image θ_s et α_s. En présence d'une cible réfléchissante, l'écho reçu par la parabole dépend du « dépointage angulaire » entre l'axe radioélectrique et la ligne de visée. Le dispositif radar est capable de délivrer deux tensions proportionnelles aux écarts angulaires $(\theta_e - \theta_s)$et $(\alpha_e - \alpha_s)$.

On se propose d'étudier l'asservissement en gisement de la tourelle porte parabole dont l'organisation matérielle est donnée ci–dessous. L'asservissement en site se fera sur le même principe.

Hypothèses de modélisation :

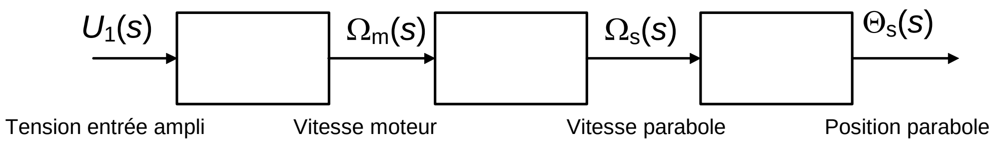
– on néglige les frottements ;
– on néglige l'inductance d'induit du moteur ;
– on suppose que la variation de site ne modifie pas le moment d'inertie autour de l'axe z.



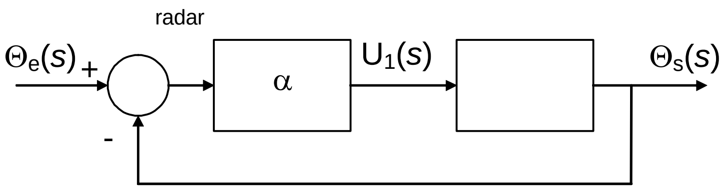
Valeurs numériques

– inertie de l'antenne (+ roue de réducteur) : J_a = 15 000 kg.m² ;
– inertie du moteur (+ pignon du réducteur) : $J_m = 5.10^{-3}$ kg.m² ;
– rapport de réduction : r = 1 000 ;
– coefficient de vitesse du moteur K_m = 0,5 V.rad^{-1}.s^{-1} ;
– résistance de l'induit moteur R = 0,5 Ω ;
– coefficient d'amplification de puissance : A = 10.

1 – Calculer l'inertie équivalente J de l'ensemble sur l'arbre moteur. Réaliser un schéma bloc sous la forme :



2 – On envisage le fonctionnement du système en asservissement, ce qui conduit au schéma fonctionnel de la figure ci–dessous :



2.1 – Montrer que la FTBF est du deuxième ordre. Exprimer les coefficients usuels, K_f, ξ_f et ω_f.

2.2 – Quelle valeur faut–il donner au coefficient α pour que le temps de réponse à 5 % après une excitation en échelon de position soit le plus faible possible. Calculer t_R.

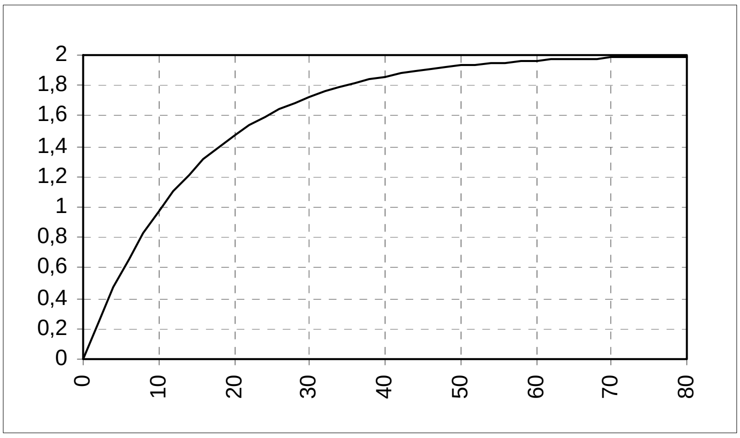
2.3 – Pour la valeur α calculée précédemment, exprimer puis calculer l'erreur de poursuite ($\varepsilon_T = \lim_{t\to\infty}(\theta_e - \theta_s)(t)$) (ou erreur de traînage) si l'objectif évolue à une vitesse angulaire sensiblement constante :

$$\theta_e(t) = \Omega_0 t \quad \text{avec} \quad \Omega_0 = 0{,}5 \text{ rad.s}^{-1}$$

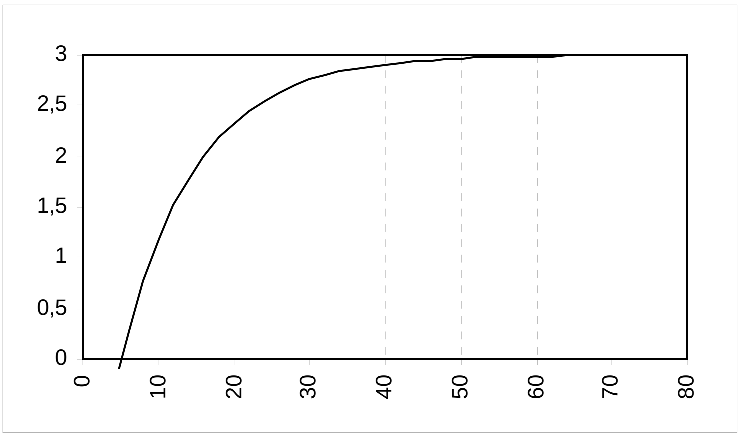
Exercice n°11 identification

Identifier les paramètres des systèmes dont les réponses à un échelon unitaire sont :

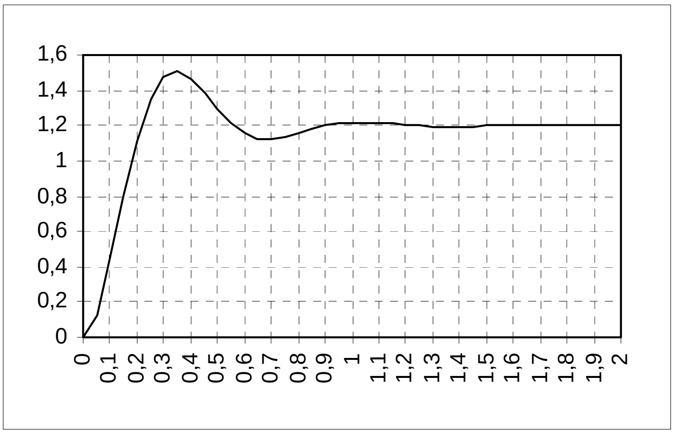
1 –


2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80

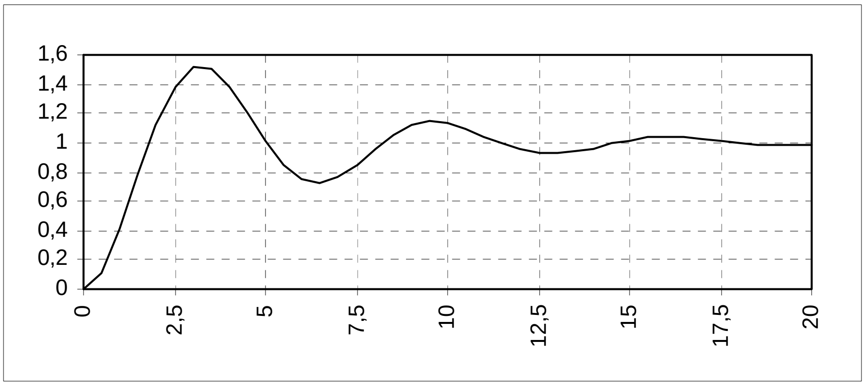
2 –


3
2,5
2
1,5
1
0,5
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80

3 –


1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
1,1
1,2
1,3
1,4
1,5
1,6
1,7
1,8
1,9
2

4 –


1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
2,5
5
7,5
10
12,5
15
17,5
20

Exercice n°12 lieux de transfert

Représenter les trois lieux de transfert (Nyquist, Bode, et Black) pour les quatre systèmes suivants de fonction de transfert :

- $H(s) = \dfrac{1}{1+0{,}1\cdot s}$,
- $H(s) = \dfrac{1}{1+0{,}2\cdot s+0{,}01\cdot s^2}$,
- $H(s) = \dfrac{1}{1+0{,}02\cdot s+0{,}01\cdot s^2}$,
- $H(s) = \dfrac{10(1-s)}{(1+10\cdot s)(1+0{,}1\cdot s)}$,

Exercice n°13 réponse temporelle

Soit la fonction de transfert $H(s) = \dfrac{1}{1+s}$, on applique à son entrée un créneau d'amplitude 1 V et de durée 1 s, la sortie étant notée $S(s)$.

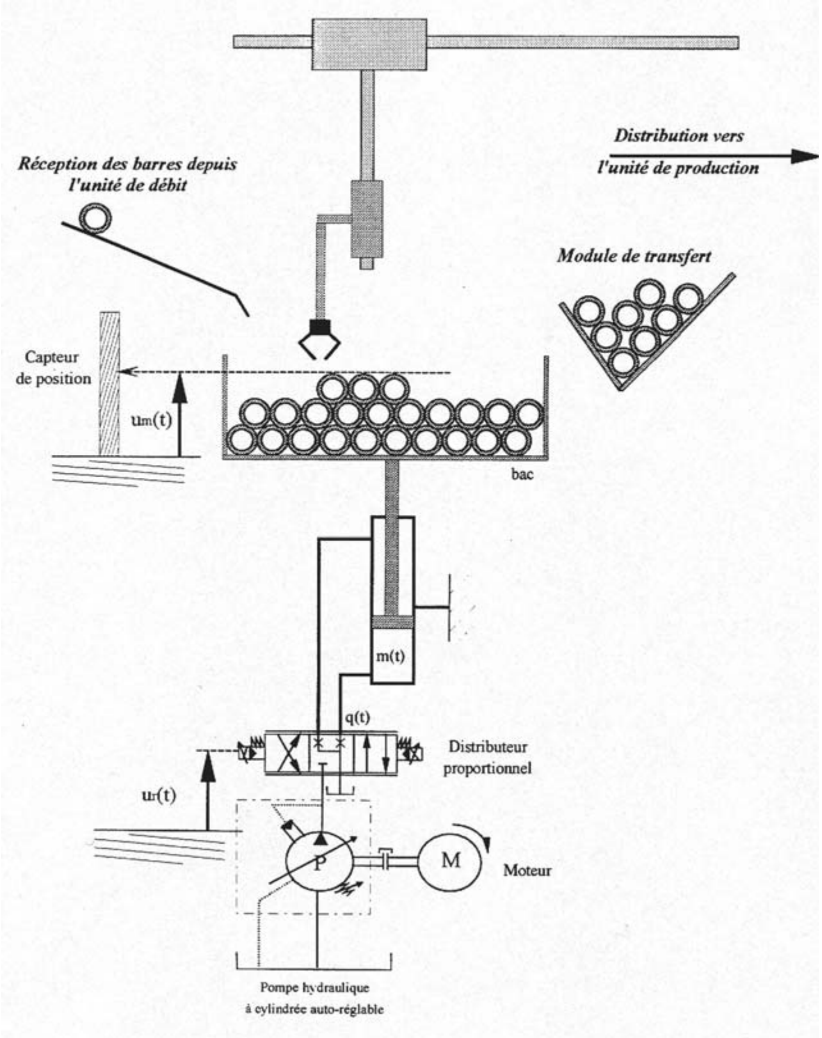
1 – En décomposant le signal d'entrée en somme de deux signaux de durée infinie, calculer l'expression de la réponse temporelle $s(t)$.

2 – Calculer la réponse temporelle $s(t)$ en utilisant le produit de convolution.

3 – Réaliser graphiquement le résultat du produit de convolution (en faisant glisser par pas de 0,1 s la courbe du créneau devant la courbe de h et en notant à chaque fois la surface commune aux deux courbes).

Exercice n°14 distribution automatique de tubes

Le système représenté ci–dessous fait partie d'un dispositif de distribution



automatique de tubes de diamètres compris entre 10 et 60 mm et de longueur comprise entre 200 et 1200 mm. L'altitude des barres dans le bac est asservie grâce à un vérin hydraulique associé à un électro-distributeur à commande proportionnelle. Le capteur de position est analogique.

L'ensemble formé du bac, de sa charge variable, de la tige et du piston du vérin est appelé "équipage mobile". Sa position notée $y(t)$ est fonction de la masse d'huile, notée m(t), contenue dans la chambre d'admission du vérin. On fera l'hypothèse que la fonction de transfert de l'équipage mobile est de la forme :

$\dfrac{Y(s)}{M(s)} = \dfrac{K_m}{1 + a_1 s + a_2 s^2}$, dans laquelle, $a_1 = 0{,}3$ s, $a_2 = 45{,}9\ 10^{-3}$ s^2 et $K_m = 2$ m kg^{-1}.

La pompe hydraulique à cylindrée auto–réglable alimente le distributeur proportionnel qui délivre un débit massique d'huile noté $q(t)$ proportionnel à sa tension de commande $u_r(t)$. La fonction de transfert a la forme :

$$\frac{Q(s)}{U_r(s)} = K_e = 0{,}2 \text{ kg s}^{-1} \text{ V}^{-1},$$

Le capteur de position délivre une tension notée $u_m(t)$ proportionnelle à l'altitude $y(t)$ des barres. La fonction de transfert a la forme :

$$\frac{U_m(s)}{Y(s)} = K_c = 10 \text{ V m}^{-1},$$

Questions

1 – Quelle est la relation entre la masse d'huile $m(t)$ contenue dans la chambre d'admission du vérin et le débit massique d'huile $q(t)$?
En déduire la relation entre $M(s)$ et $Q(s)$,

2 – Représenter le schéma–bloc avec les fonctions de transfert des constituants présenté figure précédente. On prendra :

♦ l'entrée du système $U_r(s)$,
♦ la sortie du processus $U_m(s)$,

3 – Donner la fonction de transfert du système $H(s) = \dfrac{U_m(s)}{U_r(s)}$,

4 – Pour boucler le système, le signal de commande $u_r(t)$ est élaboré grâce à un comparateur – amplificateur de gain A,

4.1 – Dessiner le schéma-bloc de l'asservissement,

4.2 – Donner la fonction de transfert du système $G(s) = \dfrac{U_m(s)}{U_c(s)}$,

5 – On considère dans l'étude en poursuite du système, que l'arrivée des barres provenant de l'unité de débit, est interrompue. On désire régler la position de l'équipage mobile notée $y(t)$ en faisant varier la tension $u_c(t)$.

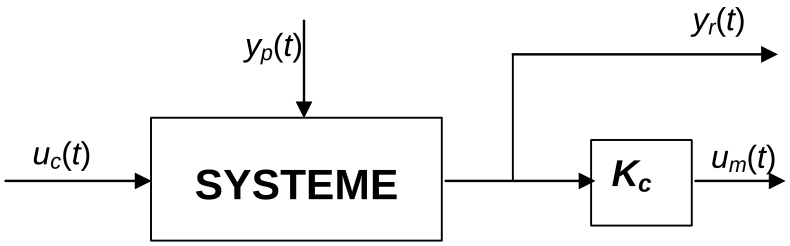
5.1 – Mettre la fonction de transfert en boucle ouverte sous forme canonique notée

$$FTBO(s) = \frac{K}{s\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}s + \frac{1}{\omega_0^2}s^2\right)}$$

Donner l'expression de K en fonction de K_c, K_e, K_m et A. Calculer numériquement ξ et ω_0,

5.2 – Le système est soumis à une consigne $u_c(t) = U(t)$, $U(t)$ représentant l'échelon de Heaviside. Déterminer l'écart statique en y et le temps de réponse à 5 %,

5.3 – Montrer que l'écart dynamique (erreur de traînage) en tension obtenue pour une consigne $u_c(t) = t \cdot U(t)$ est égal à $1/K$ où K désigne le gain en boucle ouverte, en déduire la valeur numérique de l'erreur de traînage en $y(t)$, 6 – Afin de s'affranchir d'une étude mécanique, des essais sur le prototype ont conduit à modéliser la chute d'une barre par un déplacement moyen vertical de l'équipage mobile. On considère donc que la perturbation associée à la chute d'une barre est modélisée par un échelon de position y_p valant 5 mm.



6.1 – Représenter le nouveau schéma–bloc de l'asservissement de la position du bac du module de chargement,

6.2 – Par hypothèse, on considère que la réponse indicielle du système où l'entrée est U_c, a atteint son régime permanent. On se propose d'étudier le comportement du système lorsqu'une barre tombe dans le bac,

6.2.1 – On souhaite vérifier que le système est capable d'effacer l'influence d'une perturbation en y. Donner la fonction de transfert de la régulation $\dfrac{U_m(s)}{Y_p(s)}$,

6.2.2 – Rechercher l'erreur de position en $y_r(t)$. Conclure sur les performances de cette régulation.

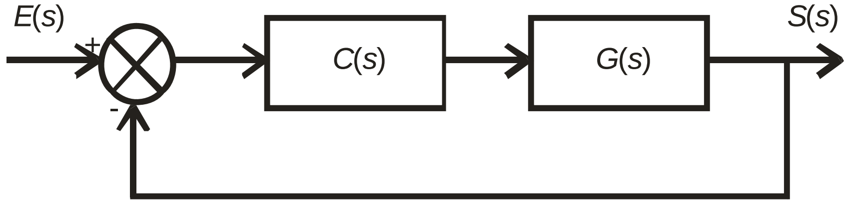
Exercice n°15 écart et erreur de traînage

Un système du deuxième ordre (ξ = 0,5 et $1/\omega_0$ = 1 s) est soumis à une entrée de type rampe définie par $e(t) = \alpha.t.u(t)$.

Déterminer les expressions de la réponse s(t) et de l'écart ε(t) = e(t) – s(t). Quelles sont les valeurs de l'erreur de traînage (en fonction de α) et du temps de réponse ?

Exercice n°16 fonction de transfert

Un système asservi répond au schéma fonctionnel suivant :



$G(s) = \dfrac{1}{(1+2s)^2}$ fonction de transfert d'un processus à réguler ;

$C(s)$ fonction de transfert du correcteur

1 – Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(s)$.

2 – Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(s)$.

3 – Déterminer l'expression de $\varepsilon(s)$ en fonction de $H(s)$ et $E(s)$.

4 – On choisit $C(s) = K$ (avec K réel > 0), en déduire $H(s)$. Déterminer la valeur de K pour que la réponse impulsionnelle soit du 2e ordre pseudopériodique d'amortissement ξ = 0,7. En déduire la valeur de la pseudo pulsation ω_p.

5 – On choisit K = 1, déterminer l'écart statique $\varepsilon(+\infty)$ à la réponse indicielle à partir de l'expression de $\varepsilon(s)$.

6 – On choisit $C(s) = 2 + \frac{1}{s}$. Déterminer $H(s)$, $\varepsilon(s)$ et en déduire la nouvelle valeur de l'écart statique $\varepsilon(+\infty)$ à la réponse indicielle.

Exercice n°17 éolienne

L'éolienne étudiée est une éolienne de forte puissance à calage variable des pales. elle comporte une unité de transformation de puissance supportée par un mât tubulaire en acier permettant l'accès par une échelle interne (figure 1). L'unité de transformation de puissance inclut le rotor (pales + moyeu), le système de calage de pales, la nacelle, le multiplicateur, la génératrice, la pompe hydraulique et le système d'orientation (figure 2). Le rotor entraîne le multiplicateur. La génératrice est liée à l'arbre rapide du multiplicateur et produit du courant alternatif. Un frein à disque d'urgence est intercalé entre le multiplicateur et la génératrice. Une unité électrique transforme (courant alternatif en courant continu pour les batteries) et transmet l'énergie électrique. Le rotor orienté face au vent comporte trois pales à 120° , chaque pale est longue de 14 m. Les pales sont en matériau composite « fibre de verre » ou « bois époxy » et sont liées (liaison pivot par roulements à rouleaux) à un moyeu. Le moyeu est à 30 m du sol. Le module de calage variable des pales permet, d'une part, d'avoir une vitesse de rotation constante pour des vitesses de vent de 13 à 25 m/s et, d'autre part, de mettre l'éolienne en drapeau pour des vitesses de vent supérieures. Le calage des

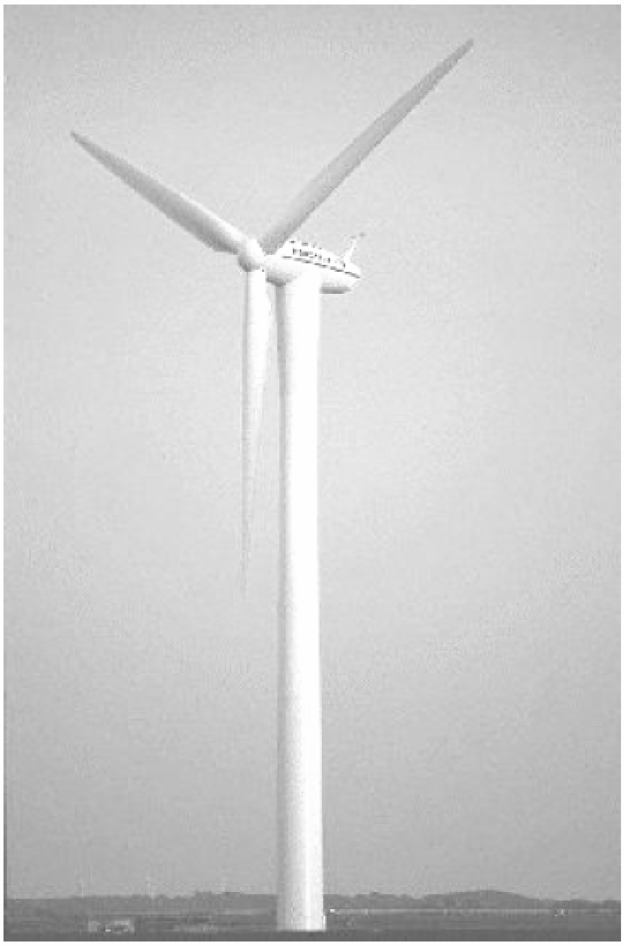


figure 1

pales et commandé par un vérin hydraulique alimenté par la pompe. Le module d'orientation est composé d'un moteur hydraulique (alimenté par la pompe) et d'un pignon monté sur l'axe du moteur. Ce pignon engrène sur une couronne solidaire du mât. Un module d'asservissement contrôle la manoeuvre.

Étude du module d'orientation

Cette étude concerne l'asservissement de position pour l'orientation de l'éolienne face au vent. Le moteur hydraulique, lié à la nacelle (figure 2), permet, quand la machine est à l'arrêt, de la positionner face au vent grâce à la girouette. A cette fin, un pignon solidaire du moteur vient s'engrener sur une couronne liée au mât. Une fois l'éolienne correctement placée, le moteur est arrêté, le circuit hydraulique reste ouvert et permet d'amortir les faibles changements de direction du vent. Si la nacelle n'est pas alignée face au vent pendant plus de 5 secondes, le moteur hydraulique entre en action pour réaligner la nacelle dans la direction de la girouette.

On désire donc asservir la position angulaire θ de la nacelle à la position angulaire qc, de la girouette. La position angulaire θ_c de la girouette est convertie en une tension Vc, proportionnelle à θ_c, par un potentiomètre linéaire circulaire de gain $K_c = 15\text{ V/180°}$.

La position angulaire q de la nacelle est mesurée par un capteur de position dont le gain est également $K_p = 15\text{ V/180°}$, et qui fournit une tension *V* proportionnelle à θ.

L'écart entre la tension de consigne *Vc* et la tension mesurée *V* est évalué au niveau d'un soustracteur idéal qui élabore le signal $\varepsilon_v = Vc - V$.
Le signal ε_v est traité par un correcteur de fonction de transfert *C*(*p*) pour fournir la tension *U* aux bornes d'un amplificateur de gain $K_A = 0{,}2\text{ mA/V}$, permettant d'attaquer avec le courant *I* la servovalve de gain $K_{sv} = 40\text{ cm}^3/\text{s}/\text{mA}$.

On appelle *Q* le débit d'huile en sortie de la servovalve ; ce débit pilote le moteur hydraulique entraînant la nacelle. La position angulaire θ de la nacelle se déduit de *Q* par la fonction de transfert

$$H(p) = \frac{1}{Q_0 p\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2\right)}$$ avec $Q_0 = 8\times10^{-6}\text{ m}^3\text{rad}^{-1}$, $\omega_0 = 2\text{ rads}^{-1}$ et $\xi = 0{,}25$.

1 – Mettre en place le schéma fonctionnel complet de l'asservissement. Montrer que ce schéma peut se ramener à un celui d'un système bouclé à retour unitaire, où la consigne angulaire θ_c serait directement comparée à la position angulaire θ de la nacelle pour former le signal d'erreur ε_θ.
2 – Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de ce système asservi.
3 – Déterminer l'erreur statique pour une entrée indicielle et *C*(*p*)=1.

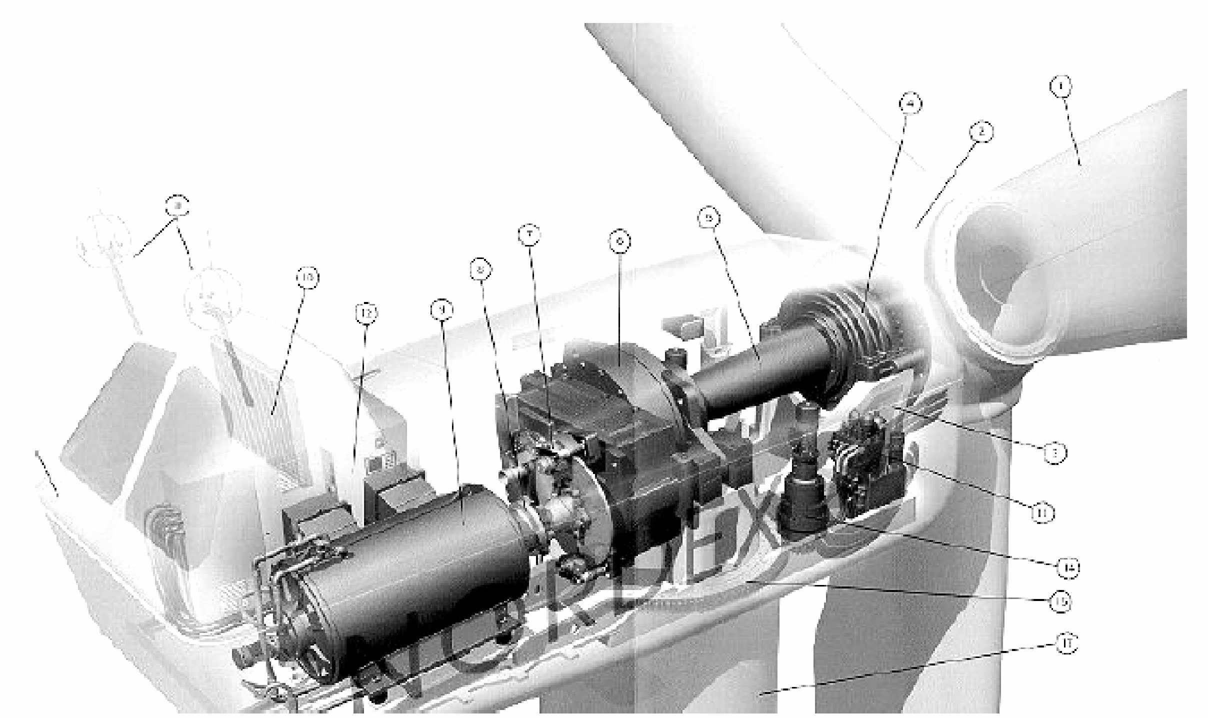


figure 2

Nomenclature
1 : pales
2 : moyeu
3 : nacelle
5 : arbre lent
6 : multiplicateur
7 : frein à disque d’urgence
8 : arbre rapide
9 : génératrice
11 : girouette
12 : module d’asservissement
14 : moteur hydraulique
15 : couronne
17 : mât

Quelques éléments de réponse

Exercice 1 : $\dfrac{S(s)}{E(s)} = R_2 \, \dfrac{1 + R_1Cs}{R_1 + R_2 + R_1R_2Cs}$

Exercice 2 : $\dfrac{S(s)}{E(s)} = \dfrac{R_2 + 1/C_2s}{\dfrac{R_1/C_1s}{R_1 + 1/C_1s} + R_2 + \dfrac{1}{C_2s}}$

Exercice 3 : $1 - \dfrac{2}{(s+3)^3}$

$$2-\ \frac{\sqrt{3}(s+1)-2}{2\left[(s+1)^2+4\right]}$$

$$3-\ exp(-2s)\left(\frac{2}{s^3}+\frac{4}{s^2}+\frac{3}{s}\right)$$

$$4-\ exp(-2s)\left(\frac{2}{s^3}+\frac{4}{s^2}+\frac{4}{s}-\frac{s+\pi/3}{2\left(s^2+(\pi/3)^2\right)}\right)$$

Exercice 4 : $1-\ y(0^+)=0, \frac{dy}{dt}(0^+)=3, y(\infty)=0$

$2-\ y(0^+)=1, \frac{dy}{dt}(0^+)=\frac{4}{3}, y(\infty)$ n'existe pas

Exercice 5 : $1-\ y(t)=(1-2\,exp(-t))u(t)$

$$2-\ y(t)=\left[1-exp\left(-\frac{t}{2}\right)\left(cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)-\frac{1}{\sqrt{3}}sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right]u(t)$$

$$3-\ y(t)=(-2t+9)exp(-(t-3))u(t-3)$$

Exercice 6 : $3-\ \frac{\Omega_2(s)}{C(s)}=\frac{1}{K}\frac{1}{1+\frac{J}{K}s}$ avec $J=J_1\frac{N_2}{N_1}+J_2\frac{N_1}{N_2}$ et $K=K_1\frac{N_2}{N_1}+K_2\frac{N_1}{N_2}$

Exercice 7 : $2-\ \frac{Q_2(s)}{Q_1(s)}=\frac{1}{R_1R_2S_1S_2s^2+(R_1S_1+R_2S_2+R_2S_1)s+1}$

Exercice 9 : $\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}\frac{(\xi_2/k)s+1}{\frac{\xi_1\xi_2}{(\xi_1+\xi_2)k}s+1}$

Exercice 10 : $2.1-\ H(s)=\frac{1}{1+\frac{1}{0{,}02\alpha}s+\left(\frac{0{,}04}{0{,}02\alpha}\right)s^2}$

$2.3-\ \varepsilon_T=\Omega_0\frac{2\xi_f}{\omega_f}\approx 0{,}04\,rad$

Exercice 13 : 1 et 2 – $s(t)=[1-exp(-t)-(1-exp(-(t-1)))]u(t-1)$

Exercice 15 : $s(t)=\alpha\left[t-1+\frac{2}{\sqrt{3}}exp(-0{,}5t)cos\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\right]U(t)$, erreur de traînage = α, temps de réponse = 4,37 s.