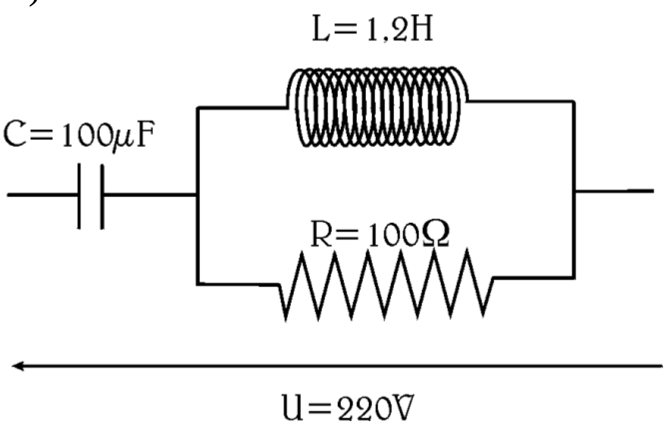
EXERCICE CORRIGÉ EN RÉGIME SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

On demande d'établir les expressions des intensités du courant dans chaque branche et des tensions aux bornes de chaque dipôle, par rapport à la tension d'alimentation U, dans le cas du circuit ci-dessous.

On donne : $u(t)=220\sqrt{2}\sin(314t)$



CORRECTION

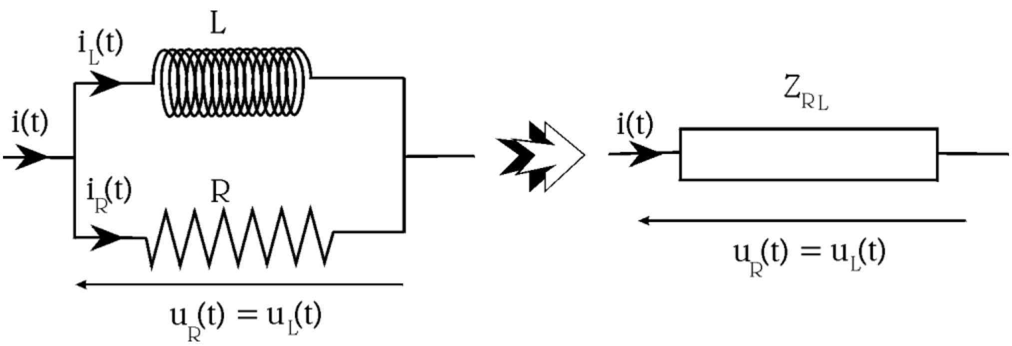
1- Méthode vectorielle:

Sachant que $u(t)=220\sqrt{2}\sin(314t)$, on peut déduire ce qui suit:

- $U = 220V$: tension efficace;
- $w = 314rd/s$, soit $f = 50Hz$;
- Le déphasage à l'origine est nul.

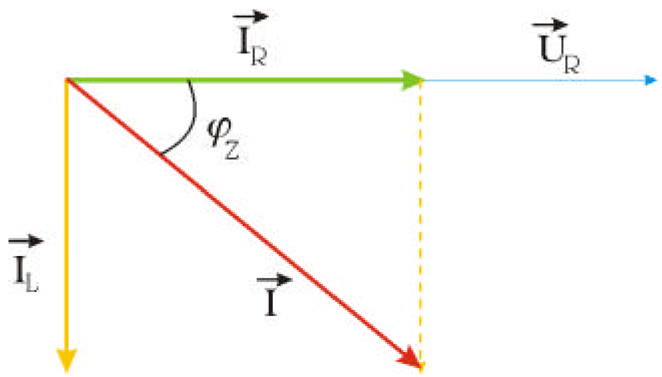
❖ Déterminons, d'abord, l'impédance équivalente du circuit R-L parallèle:

Représentation de Fresnel:



La tension $u_R(t) = u_L(t)$, aux bornes du circuit parallèle est prise comme référence pour les courants dans les deux branches.

Ce qui nous permet de tracer le graphique suivant:



Nous avons donc:

$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L$ et par conséquent: $I^2 = I_R^2 + I_L^2$

Soit : $\dfrac{U_R^2}{Z_{RL}^2} = \dfrac{U_L^2}{Z_{RL}^2} = \dfrac{U_L^2}{R^2} + \dfrac{U_L^2}{(Lw)^2}$

D'où,

- ***module:***

$$\frac{1}{Z_{RL}} = \sqrt{\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(Lw)^2}\right)} = Y_{RL} = 0{,}010346s \quad \text{et} \quad Z_{RL} = \frac{1}{Y_{RL}} = 96{,}65\Omega$$

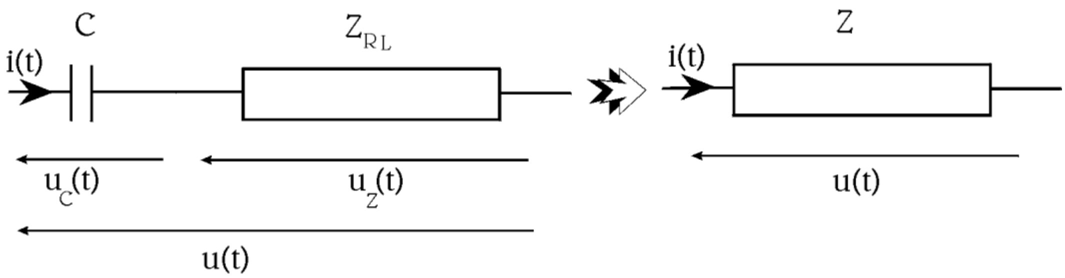
- ***déphasage de $\vec{I}$ par rapport à $\vec{U}_R$:***

$$j_{Z(I/U)} = -arctg\left(\frac{I_L}{I_R}\right) = -arctg\left(\frac{R}{Lw}\right) = -14{,}86°$$

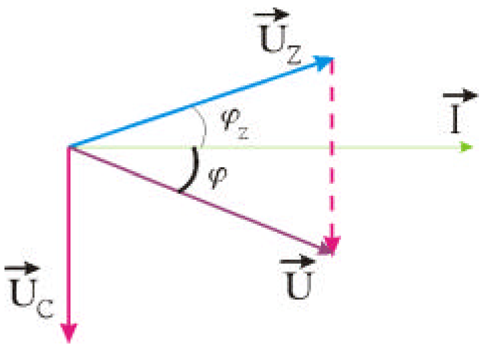
Z_{RL} peut s'écrire, alors:

$$Z_{RL} = 96{,}65\Omega \,|\, +14{,}86°$$

❖ Déterminons, ensuite, l'impédance équivalente totale:



Le circuit est composé d'une impédance Z_{RL} en série avec une capacité C. Le courant leur est donc commun, dans la représentation de Fresnel ce dernier sera pris comme référence.



Nous avons:

$\vec{U} = \vec{U}_Z + \vec{U}_C$

D'où:

- ***Module:***

$U^2 = U_Z^2 + U_C^2 + 2U_Z U_C \cos\left(\vec{U}_Z, \vec{U}_C\right)$

Ce qui nous permet d'écrire, en simplifiant par I :

$Z^2 = Z_{RL}^2 + Z_C^2 + 2Z_{RL} Z_C \cos\left(\vec{U}_Z, \vec{U}_C\right)$

Soit $Z = \sqrt{Z_{RL}^2 + Z_C^2 + 2Z_{RL} Z_C \cos\left(\vec{U}_Z, \vec{U}_C\right)}$

Sachant que $(\vec{U}_Z, \vec{U}_C) = 90 + j_Z = 104{,}86°$ et $Z_C = X_C = \dfrac{1}{Cw} = 31{,}85\Omega$

$Z = 93{,}7\Omega$

- ***Déphasage de U par rapport à I:***

On a:

$$U \sin j = U_Z \sin j_Z - U_C$$

Ou encore:

$$Z \sin j = Z_{RL} \sin j_Z - Z_C$$

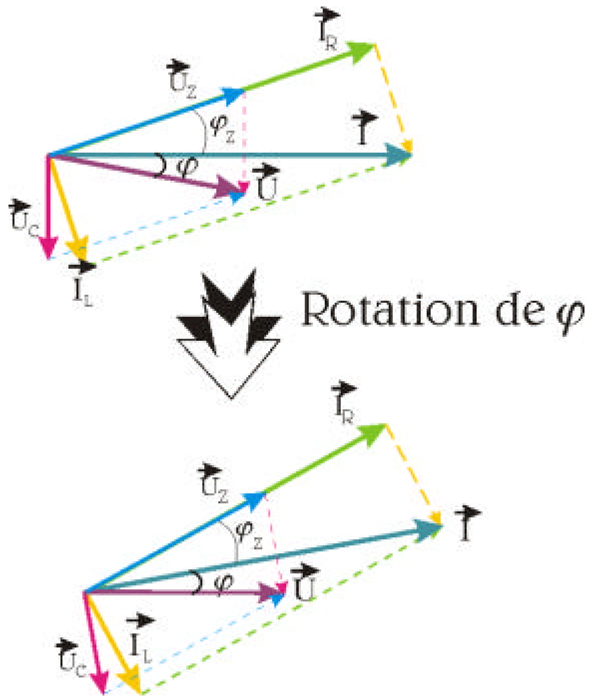
Soit

$$j = \arcsin\left(\frac{Z_{RL} \sin j_Z - Z_C}{Z}\right)$$

$j = -4,32°$: L'impédance totale est de type capacitive, la tension est en retard sur le courant.

$$Z = 93,7\Omega \big| -4,32°$$

❖ Détermination des grandeurs partielles :



❖ Détermination du l'intensité du courant total:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{93,7} = 2,35A$$

Le déphasage de entre $\vec{I}$ et $\vec{U}$ est $j = 4,32° = 0,075rd$, le courant est en avance sur la tension.
L'intensité du courant instantané $i(t)$ s'écrit:

$$i(t) = 2,35\sqrt{2}\sin(314t + 0,075)$$

❖ Détermination de la tension aux bornes de Z_{RL} :

$$U_Z = Z_{RL} I = 96,65 \times 2,35 = 227,13V$$

Son déphasage par rapport à I est $j_Z = -14{,}86° = -0{,}26rd$

Sachant que le déphasage entre I et U est j , le déphasage de U_Z par rapport à U est
$-(j + j_Z) = 4{,}32 + 14{,}86 = 19{,}18° = 0{,}33rd$

La tension instantanée $u_Z(t)$ s'écrit:

$$u_Z(t) = 227{,}13\sqrt{2}\sin(314t + 0{,}33)$$

❖ Détermination de l'intensité du courant dans la résistance R :

$$I_R = \frac{U_Z}{R} = \frac{227{,}13}{100} = 2{,}27A$$

Sachant que le courant $\vec{I}_R$ et la tension $\vec{U}_Z$ sont en phase, l'intensité du courant instantané s'écrit:

$$i_R(t) = 2{,}27\sqrt{2}\sin(314t + 0{,}33)$$

❖ Détermination de l'intensité du courant dans l'inductance L :

$$I_L = \frac{U_Z}{Lw} = \frac{227{,}13}{376{,}8} = 0{,}6A$$

Sachant que le courant $\vec{I}_L$ est en quadrature de phase retard sur $\vec{U}_Z$ et $\vec{I}_R$, le déphasage de $\vec{I}_L$ par rapport à $\vec{U}$ est:
$-90° - (j + j_Z) = -90 - (-14{,}86 - 4{,}32) = -90 + 19{,}18 = -70{,}82° = -1{,}24rd$

L'intensité du courant instantané $i_L(t)$ s'écrit:

$$i_L(t) = 0{,}6\sqrt{2}\sin(314t - 1{,}24)$$

❖ Détermination de la tension aux bornes de C:

$$U_C = \frac{I}{Cw} = \frac{2{,}35}{100e^{-6} \times 314} = 74{,}84V$$

Sachant que la tension $\vec{U}_C$ est en quadrature de phase arrière sur le courant $\vec{I}$, son déphasage par rapport à $\vec{U}$ est: $j - 90° = 4{,}32 - 90 = -86{,}68° = -1{,}5rd$

La tension instantanée $u_C(t)$ s'écrit:

$$u_C(t) = 74{,}84\sqrt{2}\sin(314t - 1{,}5)$$

2- **Méthode complexe:**

❖ Détermination de l'impédance complexe $\overline{Z}_{RL}$:

$$\overline{Z}_{RL} = \frac{jRLw}{R + jLw} = \frac{j37680}{100 + j376{,}8} = \frac{37680e^{j90}}{389{,}8e^{j75{,}13}} = 96{,}66e^{j(90-75{,}13)} = 96{,}66e^{j14{,}87} = 96{,}66(\cos 14{,}87 + j\sin 14{,}87)$$
$$= 93{,}42 + j24{,}8$$

❖ Détermination de l'impédance complexe totale $\overline{Z}$:

$$\overline{Z} = \frac{1}{jCw} + \overline{Z}_{RL} = -j31{,}84 + 93{,}42 + j24{,}8 = 93{,}42 - j7{,}04 = 93{,}68e^{-j4{,}3}$$

$$\overline{Z} = 93{,}7e^{-j4{,}3°}$$

❖ Détermination des grandeurs partielles complexes :
Les intensités et les tensions seront déterminées par rapport à la tension totale $\overline{U}$.
On a alors:
$\overline{U} = Ue^{j0} = 220e^{j0}$

- Détermination du courant total:

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{\overline{Z}} = \frac{220}{93{,}7e^{-j4{,}3°}} = 2{,}35e^{j4{,}3°}$$

$$\overline{I} = 2{,}35e^{j4{,}3°}$$
$$i(t) = 2{,}35\sqrt{2}\sin(314t + 0{,}075)$$

- Détermination de la tension $u_Z(t)$:

$$\overline{U}_Z = \overline{Z}_{RL}.\overline{I} = 96{,}66e^{j14{,}87}.2{,}35e^{j4{,}3} = 227{,}15e^{j19{,}17°}$$

$$\overline{U}_Z = 227{,}15e^{j19{,}17°}$$
$$u_Z(t) = 227{,}15\sin(314t + 0{,}33)$$

- Détermination de l'intensité $\bar{I}_L$:

$$\bar{I}_L = \frac{\overline{U}_Z}{jLw} = \frac{\overline{U}_Z}{Lwe^{j90°}} = \frac{227,15e^{j19,17}}{376,8e^{j90}} = 0,6e^{j(19,17-90)} = 0,6e^{-j70,83°}$$

$$\bar{I}_L = 0,6e^{-j70,83}$$
$$i_L(t) = 0,6\sqrt{2}\sin(314t - 1,24)$$

- Détermination de l'intensité $\bar{I}_R$:

$$\bar{I}_R = \frac{\overline{U}_Z}{R} = \frac{227,15e^{j19,17}}{100} = 2,27e^{j19,17°}$$

$$\bar{I}_R = 2,27e^{j19,17}$$
$$i_R(t) = 2,27\sqrt{2}\sin(314t + 0,33)$$

- Détermination de la tension $\overline{U}_C$:

$$\overline{U}_C = \frac{\bar{I}}{jCw} = \frac{2,35e^{j4,3}}{0,0314e^{-j90}} = 74,84e^{j(4,3+90)} = 74,84e^{j94,3°}$$

$$\overline{U}_C = 74,84e^{j94,3°}$$
$$u_C(t) = 74,84\sqrt{2}\sin(314t + 1,65)$$

B.N: Prière de signaler toute erreur éventuelle.