

Introduction aux transferts thermiques

Importance des transferts thermiques

- * Le transfert thermique intervient dès qu'il existe une différence de température dans un système : il est difficile de trouver une activité humaine où n'intervient pas un échange de chaleur.
- Exemple d'application : chauffage, production de vapeur, refroidissement moteur thermique, mise en température d'un réacteur, maintien de la température au cours d'une réaction, hauts fourneaux (élaboration d'aciers, verres), isolation de bâtiments, refroidissement de composants électriques ou électronique, etc...

INTRODUCTION

Transferts de chaleur.

Les principaux modes de transfert de chaleur sont :

- ☛ la conduction,
- ☛ la convection,
- ☛ le rayonnement
- ☛ changements d'états.

La Conduction.

La chaleur se transmet au travers d'un corps sans déplacement de la matière qui constitue ce corps. Le transfert de chaleur s'effectue de proche en proche des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides. C'est le mode de transmission de la chaleur dans les solides et dans les fluides au repos.

La Convection.

La chaleur se transmet d'un corps solide chaud à un fluide plus froid (ou inversement) en mvt au voisinage de celui-ci et également au sein du fluide par mouvement de tout ou une partie de ces constituants.

Le mouvement du fluide peut être provoqué mécaniquement (pompe, ventilateur...) la convection est dite forcée. Lorsque le mouvement se produit naturellement sous l'effet des gradients de la température et donc la masse volumique, la convection est dite libre.

Le rayonnement.

Les atomes, molécules et électrons libres des corps peuvent perdre, de façon spontanée ou au cours d'interactions, une partie de leur énergie cinétique ce qui donne lieu à l'émission d'un rayonnement électromagnétique.

Lorsqu'un tel rayonnement est intercepté par la surface d'un corps, une partie est absorbée et se retrouve dans l'énergie cinétique de ces composants, c'est –à dire sous forme de chaleur.

Un transfert de chaleur s'opère ainsi (des corps rayonnant les plus chauds vers ceux à plus basses températures) sans support matériel

Chapitre I : Equations générales d'un problème de conduction

Cette science est basée sur deux hypothèses fondamentales :

- La loi de fourrier
- L'hypothèse de conservation de la chaleur.

Rappels

I-1 Champs thermiques Généralité et définitions

A chaque point M d'un corps (solide ou fluide) est associé à tout instant une grandeur physique, sa température, qui est une fonction scalaire des coordonnées du point et du temps : $T(x,y,z,t)$.

Chapitre I :

I-1-1 Surface isotherme

A chaque instant t_i , l'ensemble des points d'égale température constitue une surface isotherme ; celle-ci est donc définie par une équation du type $T(x,y,z,t_i)=cte$.

I-1-2 Flux thermique

Un flux thermique mesure une puissance échangée à travers une surface.

En notant dQ la quantité de chaleur échangée pendant dt par une surface S , le

flux thermique s'exprime par : $\phi = \frac{dQ}{dt}$

Chapitre I :

Densité de flux thermique et vecteur densité de flux

La densité de flux est la quantité de chaleur échangée par unité de temps à travers une surface unité : $d\phi = \frac{\phi}{S} = \frac{dQ}{S \cdot dt}$

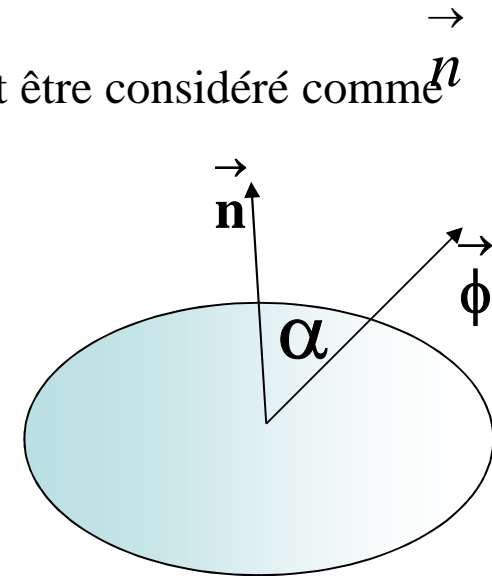
Plus généralement, en considérant un élément de surface \mathbf{ds} orienté par sa normale unitaire

Le flux élémentaire $d\phi$ qui traverse \mathbf{ds} pendant l'unité de temps peut être considéré comme le flux d'un vecteur densité à travers \mathbf{ds} :

$$d\phi = \vec{\phi} \cdot \vec{n} \cdot ds = |\vec{\phi}| \cdot \cos \alpha \cdot ds$$

α étant l'angle que fait le vecteur $\vec{\phi}$ avec la normale \vec{n}

Le vecteur $\vec{\phi}$ représente la densité locale du flux thermique au point M.



Le vecteur densité de flux caractérise en chaque point M la direction, le sens et l'intensité du flux de chaleur

Chapitre I :

Milieu isotrope

Les propriétés physiques du corps (solide ou fluide) en un point M sont les mêmes quelle que soit la direction de l'espace. Par opposition, on parlera du milieu anisotrope. Dans un milieu isotrope les vecteurs densité de flux sont normaux aux isothermes.

Milieu homogène

La composition du corps (solide ou fluide) est parfaitement uniforme donc les propriétés physiques sont les mêmes en tout point

Milieu continu

Le corps solide ou fluide ne présente pas d'interruption dans l'espace.

Source interne de chaleur

Une source de chaleur (réactions chimiques effet Joule, ...) est définie en un point M et à un instant t par la puissance thermique qu'elle libère en ce point. Cette puissance peut être également fonction de la température : $q(x,y,z,T)$

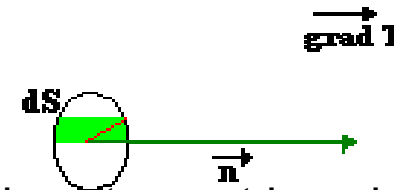
Chapitre I :

I-2-1 Cas d'un milieu quelconque

Considérons un milieu matériel D quelconque, siège à l'instant t d'un champ de température T (x,y,z,t).

$$\vec{d\varphi} = -[\lambda] \cdot \vec{grad} (T)$$

La quantité de chaleur qui s'échappe d'un volume dv entourant le point M, délimité par une surface ds, pendant dt a pour expression :



$$\vec{dQ} = -[\lambda] \cdot \vec{grad} (T) \cdot ds \cdot dt$$

I-2-2 -Cas d'un milieu isotrope

Les propriétés du corps (solide ou fluide) étant les mêmes dans toutes les directions, la loi de Fourier se résume à :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \vec{grad} T$$

La densité de flux thermique traversant ds est proportionnelle au gradient de température, le coefficient de proportionnalité λ est la conductivité thermique du matériau.

Chapitre I :

La conductivité thermique k ($\text{W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$).

elle caractérise le matériau.

elle peut varier avec la température.

on considérera 2 types de matériaux : conducteurs et isolants.

Quelques conductivités thermiques aux températures ordinaires

Ordre de grandeur de λ à 20 °C	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Gaz à la pression atmosphérique	0,006 - 0,18
Matériaux isolants	0,025 - 0,25
Liquides non Métalliques	0,1 - 1,0
Solides non métalliques	0,025 – 3
Liquides métalliques	8,5 – 85
Alliages métalliques	10 – 150
Métaux purs	20 – 400

Chapitre I :

I-3- EQUATION DE PROPAGATION DE LA CHALEUR

L'équation de propagation de la chaleur (en abrégé E.P.C.) exprime en tout point d'un domaine D la conservation de l'énergie (Premier principe de la thermodynamique).

Rappelons d'abord la définition de la chaleur massique. Considérons un solide de masse m. S'il reçoit une quantité de chaleur dQ sa température s'élève de dT telle que : **$dQ = m \cdot C dT$**

Puissance dégagée par les sources internes + Puissance thermique absorbée (Flux thermique qui sort du système) = Variation d'énergie interne.

$$-\int_S \vec{\phi} \cdot \vec{n} \, ds + \int_V q \, dv = \int_S \lambda \, \text{grad } T \cdot \vec{ds} + \int_V q \, dv = \int_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dv$$

Chapitre I :

L'utilisation du théorème d'Ostrogradski permet d'écrire :

$$\int_V \left(\text{div} \left[\lambda \vec{\text{grad}} T + \mathbf{q} \right] \right) d\mathbf{v} = \int_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} d\mathbf{v}$$

Cette relation étant valable quel que soit le volume V, on obtient :

$$\boxed{\text{div}(\lambda \vec{\text{grad}} T) + \mathbf{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}}$$

λ Constante :

$$\boxed{\lambda \nabla^2 T + \mathbf{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}}$$

où ∇^2 désigne l'opérateur Laplacien

Chapitre I :

Echanges convectifs sur une paroi

Lorsqu'une paroi échange de la chaleur par convection avec l'extérieur, la densité de flux qu'elle échange est proportionnelle à la différence de température entre la paroi et le milieu fluide extérieur, multipliée par un coefficient d'échange h en $W.m^{-2}.K^{-1}$ qui tient compte des différentes propriétés physiques et cinématique du fluide léchant la paroi :

En tout point de la frontière, ce flux étant fourni par conduction au travers du solide étudié, on en déduit le gradient de T à cette frontière.

Echanges radiatifs sur une paroi

Le rayonnement d'une paroi peut être un mode d'échange à prendre en compte, surtout si sa température est élevée (supérieure à 100 degrés environ). Comme on le verra, le flux qu'une paroi à la température T_p échange par rayonnement avec le milieu externe à la température T_{ext} vaut où σ est la constante de Stefan-Boltzmann.

Chapitre I :

Equation de la chaleur en régime permanent

En régime permanent et dans un matériaux isotrope, l'équation de la chaleur est une équation de Poisson : $\nabla^2 T = -\frac{q}{\lambda}$

L'expression développée varie avec le système de coordonnées :

Cartésiennes :
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{q}{\lambda}$$

Cylindriques:
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{q}{\lambda}$$

Sphériques:
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = -\frac{q}{\lambda}$$

Chapitre I :

I-4. Exemples d'applications.

a) Problème du mur plan en régime stationnaire.

Soit un mur plan homogène, d'aire Ω et d'épaisseur e dont les deux faces planes sont maintenues aux températures constantes T_1 et T_2 . Si λ est la conductivité thermique du matériau constituant le mur, la loi de Fourier nous permet d'écrire, suivant x , direction normale à la surface du mur :

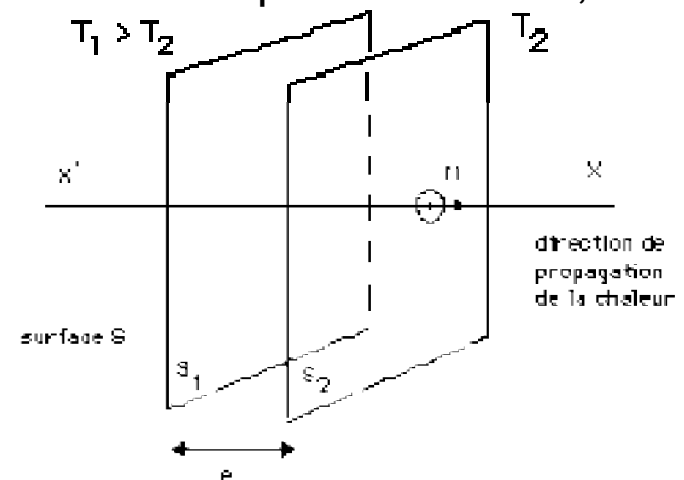
$$-\int_{T_1}^{T_2} \lambda \cdot dT = \int_{x_1}^{x_2} \varphi \cdot dx \quad \varphi = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\lambda (T_1 - T_2) = \varphi (x_2 - x_1) = \varphi e$$

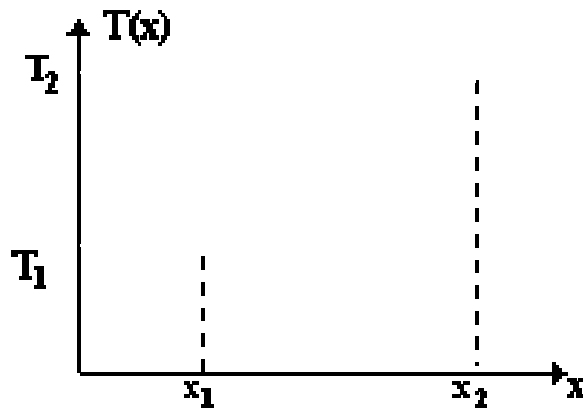
$$\varphi = \frac{\lambda}{e} (T_1 - T_2)$$

D'où $\Phi = \Omega \cdot \frac{\lambda}{e} (T_1 - T_2)$ Soit

$$T = T_1 - (T_1 - T_2) \cdot \frac{x - x_1}{e}$$



Chapitre I :



la température est répartie linéairement, à l'intérieur du mur, entre T_1 et T_2 .

Expression de la résistance thermique de conduction d'un mur plan

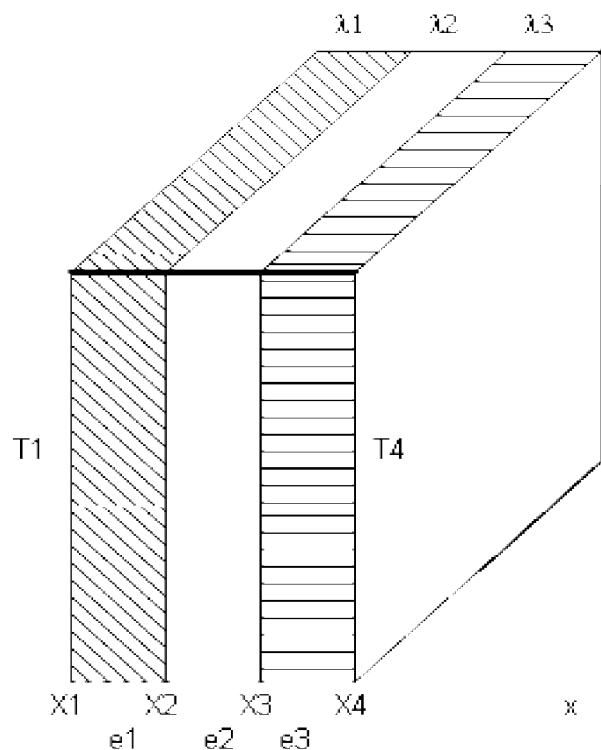
Comme en électricité, la résistance est le rapport d'une différence de potentiel donc ici de température et d'un débit d'énergie donc ici le flux Φ , d'où l'expression suivante de la résistance thermique

$$\mathbf{R} = \frac{T_1 - T_2}{\phi} = \frac{e}{\lambda \Omega}$$

Chapitre I :

Il est facile de généraliser ce résultat à un mur composite *multicouches*

Si les faces extérieures de ce mur composite sont maintenues aux températures constantes T_1 et T_4 , en régime stationnaire, et en l'absence de source interne, le débit de chaleur transféré est constant. pour $i = 1, 2, 3$



$$T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{\Omega} \cdot \frac{e_1}{\lambda_1}$$

$$T_2 - T_3 = \frac{\Phi}{\Omega} \cdot \frac{e_2}{\lambda_2}$$

$$T_3 - T_4 = \frac{\Phi}{\Omega} \cdot \frac{e_3}{\lambda_3}$$

$$T_1 - T_4 = \frac{\Phi}{\Omega} \cdot \left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} \right)$$

$$\Phi = \Omega \cdot \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}}$$

Chapitre I :

Exemple d'application 1.1:

-Etude des pertes par conduction à travers un double vitrage

Un double vitrage est constitué de deux plaques de verre séparées par une couche d'air sec immobile.

L'épaisseur de chaque vitre est de 3,5 mm et celle de la couche d'air est de 12 mm. La conductivité thermique du verre est égale à $0,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ est celle de l'air est de $0,024 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ sur le domaine de température étudié. Pour une chute de température de 5°C entre les deux faces externes du double vitrage.

1) calculez les pertes thermiques pour une vitre de 1 m^2 . (Note : ce calcul néglige l'effet du coefficient de convection de part et d'autre de chaque vitre).

2) Comparez ces pertes thermiques à celles qui seraient obtenues avec une seule vitre d'épaisseur égale à 3,5 mm.

Chapitre I :

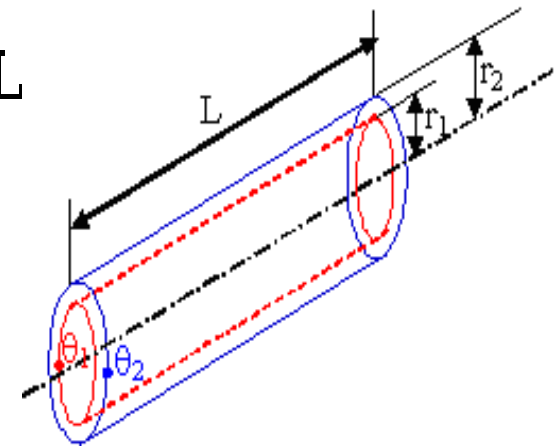
b) Problème de la conduite cylindrique en régime stationnaire.

Soit une conduite cylindrique de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 . La paroi interne du tube est à température T_1 et la paroi externe à T_2 . Si la longueur de la conduite est grande par rapport à son diamètre, le débit de chaleur transféré par conduction dans le tube est radial. Pour une conduite de longueur L , en l'absence de source de chaleur interne, le débit de chaleur transféré par conduction sur une surface cylindrique comprise entre la surface interne et la surface externe est constant.

$$\Phi = \varphi \cdot S = \varphi \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot L) = -\lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$$

$$-\int_{T_1}^{T_2} 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda \cdot dT = \int_{R_1}^{R_2} \Phi \cdot \frac{dr}{r}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$



Chapitre I :

$$\Phi = \lambda \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot (T_1 - T_2)$$

Cette dernière relation peut s'écrire, en introduisant $e = R_2 - R_1$:

$$\Phi = \frac{\lambda}{e} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot (R_2 - R_1) \cdot L}{n \frac{R_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot L}{R_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot L}} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{\lambda}{e} \cdot \frac{S_2 - S_1}{\ln \frac{S_2}{S_1}} \cdot (T_1 - T_2)$$

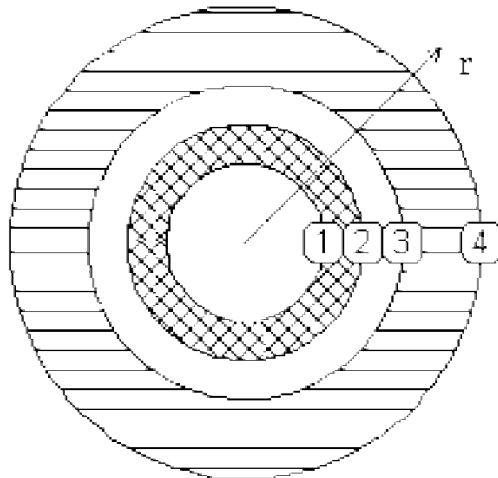
$$\Phi = \frac{\lambda}{e} S_{\ln_{S_2}} (T_1 - T_2)$$

Chapitre I :

La quantité $\bar{S}_{\ln_{1,2}} = \frac{S_2 - S_1}{\ln \frac{S_2}{S_1}} = \bar{S}_{\ln_{2,1}} = \frac{S_1 - S_2}{\ln \frac{S_1}{S_2}}$

est appelée moyenne logarithmique des surfaces S1 et S2.

Le raisonnement développé pour le mur composite peut être reproduit pour la conduite gainée multicouches, à condition de remplacer W par les moyennes logarithmiques respectives



$$\Phi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1 \cdot \bar{S}_{\ln_{1,2}}} + \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot \bar{S}_{\ln_{2,3}}} + \frac{e_3}{\lambda_3 \cdot \bar{S}_{\ln_{3,4}}}}$$

On retrouve les résistances thermiques qui, placées en série, s'additionnent

Chapitre I :

d) Problème à symétrie sphérique.

Soit une armature sphérique de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 . La paroi interne est à température T_1 et la paroi externe à T_2 . On suppose que le débit de chaleur transféré par conduction dans la couche sphérique est radial. En l'absence de source de chaleur interne, le débit de chaleur transféré par conduction sur une surface sphérique comprise entre la surface interne et la surface externe est constant.

$$\Phi = \varphi \cdot S = \varphi \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) = -\lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$-\int_{T_1}^{T_2} 4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot dT = \int_{R_1}^{R_2} \Phi \frac{dr}{r^2}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Chapitre I :

$$\Phi = 4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = 4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2}}$$

$$\Phi = \frac{\lambda}{e} \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot R_2) \cdot (T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot R_2)}}$$

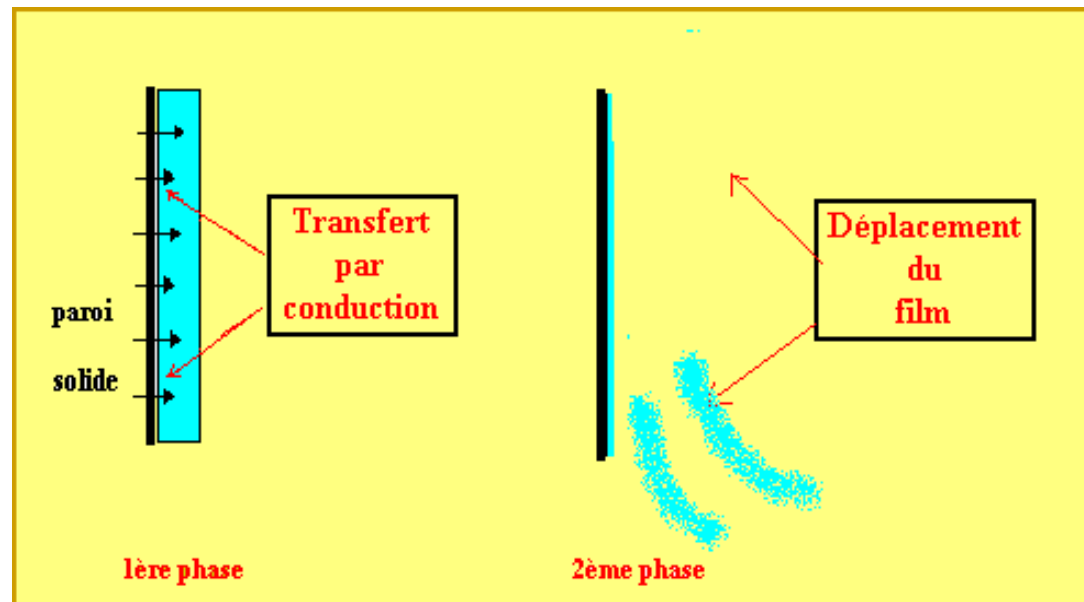
Plus généralement, lorsqu'il y a plusieurs couches :

$$\Phi = \frac{(T_i - T_e)}{\sum_k \frac{e_k}{\lambda_k \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_k \cdot R_{k+1})}}$$

Chapitre II : La convection

2.1 - Généralités.

C'est un transfert de chaleur, dans la matière, avec transfert de matière.



Chapitre II : La convection

C'est un phénomène très usuel (vents ascendants en météo, échangeurs thermiques (industrie), chauffage central domestique, refroidissement d'équipements : voitures, oscillo, micros,...).

Deux types de convection :

convection naturelle : le film, partie de fluide en contact avec la surface, se déplace naturellement ; sa température est différente de celle du fluide en masse, sa masse volumique est également différente ----> déplacement dû à la poussée d'Archimède. On observe des courants de convection.(EX. : chauffage homogène d'un liquide dans une casserole, chauffage central sans accélérateur,...).

convection forcée : le mouvement du film est provoqué par une circulation artificielle (pompe, turbine) du fluide. Le transfert est plus rapide que dans le cas de convection naturelle. EX. : chauffage central avec accélérateur, chauffages électriques avec soufflerie,...

Chapitre II : La convection

2.2 - Loi de NEWTON.

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide, ce mécanisme de transfert est régit par la loi de Newton :

Loi de NEWTON :

$$\Phi = hS(T_p - T_f)$$

Avec Φ Flux de chaleur transmis par convection
h : coefficient de transfert de chaleur par convection
Tp : Température de surface du solide
S Aire de la surface de contact solide/fluide

Remarque: La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection h est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide

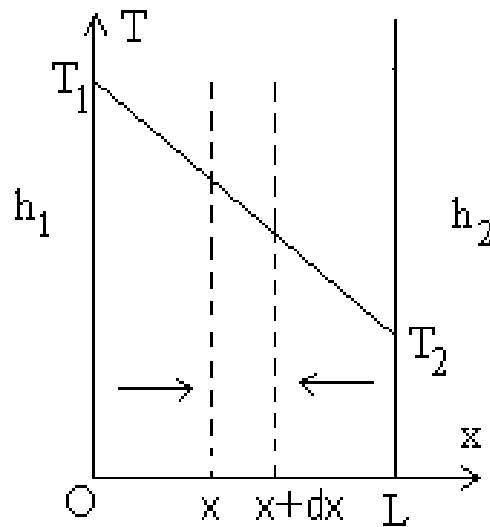
$$R = \frac{1}{hs}$$

Chapitre II : La convection

2.3 - Mur avec conditions de convection aux parois.

En thermique, on appelle " mur " un système où les échanges de chaleur se produisent suivant une direction cartésienne, par exemple x .

$T(x)$ représente donc le champ de température en régime permanent.



Le bilan thermique est fait sur un élément de volume adapté, dans ce cas celui compris entre les abscisses x et $x+dx$ de surface transversale S arbitraire.

Suivant la loi de Fourier, le flux de chaleur " entrant "

" par conduction par la face x est égal à

, celui " sortant " par la face $x+dx$ est égal à

$$- \lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_x S$$

$$- \lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} S$$

Chapitre II : La convection

Le bilan thermique consiste à écrire que le flux de chaleur qui entre est égal à celui qui sort.

$$-\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_x S = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} S = \Phi \Rightarrow \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} = \left(\frac{dT}{dx} \right)_x = Cte \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

La résolution, avec les deux conditions aux limites $T(0) = T_1$ et $T(L) = T_2$ conduit à $T_1 - T_2 = \frac{L}{\lambda S} \Phi$ et $T(x) = -\frac{\Phi}{\lambda S} x + T_1$

$\frac{L}{\lambda S} = R_{th}$ représente la **résistance thermique** pour une section transversale S et le flux de chaleur. Nous pouvons faire une analogie avec le domaine électrique en régime permanent entre différences de température et différence de potentiel d'une part et, d'autre part, flux de chaleur et intensité du courant électrique.

Chapitre II : La convection

A la frontière du solide en $x = 0$ et $x = L$, les échanges de chaleur se produisent respectivement avec des fluides à température T_{f1} et T_{f2} par l'intermédiaire de coefficients d'échanges de chaleur h_1 et h_2

· Le bilan énergétique (thermique) permet d'écrire :

$$\Phi = h_1 S (T_{f1} - T_1) = \frac{\lambda S}{L} (T_1 - T_2) = h_2 S (T_2 - T_{f2})$$

$\frac{1}{h_1 S}$ et $\frac{1}{h_2 S}$ apparaissent comme les résistances thermiques liées au coefficients h_1 et h_2 et

$$T_{f1} - T_{f2} = \left(\frac{1}{h_1 S} + \frac{L}{\lambda S} + \frac{1}{h_2 S} \right) \Phi$$

Chapitre II : La convection

Remarque : utilisation d' " ailettes ou barres " pour augmenter les échanges de chaleur

On place, aux frontières de la paroi, des solides de forme particulière appelés " ailettes ou barres ". L'augmentation des échanges de chaleur (diminution de la résistance thermique) est obtenue par l'augmentation de la surface d'échange avec les fluides extérieurs.

Ces solides sont de forme allongée, c'est à dire possèdent des dimensions transversales faibles par rapport à la troisième dimension.

Le gradient de température a lieu principalement dans le sens de cette dernière direction. Chaque section transversale est, en première approximation, à température uniforme ce qui n'est pas contradictoire avec le fait de considérer des échanges de chaleur suivant ces directions jusqu'au contact avec le fluide extérieur.

L'efficacité d'une ailette est définie par le rapport du flux de chaleur échangé par l'ailette au flux de chaleur qui serait échangé si elle n'existait pas.

Des notions complémentaires sur les ailettes seront abordées en travaux dirigés.

Chapitre II :

2.4 Problème de la conduite cylindrique recouverte d'un manchon isolant.

Dans les problèmes concrets, la conduite se trouve généralement plongée dans un fluide, de température T_F et il se produit alors un transfert de chaleur par *convection* entre la surface externe du manchon isolant et le fluide.

Soient R_i et R_e les rayons intérieur et extérieur du tube, λ sa conductivité thermique. On ajoute un manchon concentrique qui l'enveloppe, d'épaisseur e et de conductivité λ_m . On suppose que la température du fluide extérieur est inférieure aux températures intérieures, et que le débit de chaleur est donc dirigé vers l'extérieur. On se propose d'étudier l'incidence de l'épaisseur du manchon isolant sur les pertes de chaleur.

Le débit de chaleur transféré est donné par la formule $\Phi = \lambda \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot (T_1 - T_2)$ pour le tube et pour le manchon :

$$\Phi = \lambda \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \frac{R_e}{R_i}} \cdot (T_i - T_e)$$

$$\Phi = \lambda_m \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \frac{R_e + e}{R_e}} \cdot (T_e - T_m)$$

Chapitre II :

Ainsi qu'il sera vu plus loin, on peut écrire que le débit de chaleur transféré par convection est : $\Phi = S \cdot h_c (T_m - T_F) = 2 \cdot \pi \cdot (R_e + e) \cdot L \cdot h_c (T_m - T_F)$

Des trois expressions du débit on déduit que :

$$\begin{aligned} T_i - T_e &= \frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \frac{\ln \frac{R_e}{R_i}}{\lambda} \\ T_e - T_m &= \frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \frac{\ln \frac{R_e + e}{R_e}}{\lambda_m} \\ T_m - T_F &= \frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \frac{1}{h_c \cdot (R_e + e)} \\ T_i - T_F &= \frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \left[\frac{\ln \frac{R_e}{R_i}}{\lambda} + \frac{\ln \frac{R_e + e}{R_e}}{\lambda_m} + \frac{1}{h_c \cdot (R_e + e)} \right] \end{aligned}$$

Chapitre II :

ou encore :

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\frac{\ln \frac{R_e}{R_i}}{\lambda} + \frac{\ln \frac{R_e + e}{R_e}}{\lambda_m} + \frac{1}{h_c \cdot (R_e + e)}} \cdot (T_i - T_F)$$

La résistance thermique est la somme de deux résistances de conduction et d'une résistance de convection. La présence d'un isolant augmente la résistance de conduction, ce qui est souhaité, mais diminue la résistance de convection, ce qui l'est moins.

$$\frac{d\Phi}{de} = \frac{-2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_i - T_F)}{\left[\frac{\ln \frac{R_e}{R_i}}{\lambda} + \frac{\ln \frac{R_e + e}{R_e}}{\lambda_m} + \frac{1}{h_c \cdot (R_e + e)} \right]^2} \left[\frac{1}{\lambda_m} \cdot \frac{\frac{1}{R_e}}{\frac{R_e + e}{R_e}} + \frac{1}{h_c} \cdot \frac{-1}{(R_e + e)^2} \right]$$

Chapitre II :

$$\frac{d\Phi}{de} = \frac{-2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_i - T_F) \cdot \frac{1}{\lambda_m \cdot (R_e + e)^2}}{\left[\frac{\ln \frac{R_e}{R_i}}{\lambda} + \frac{\ln \frac{R_e + e}{R_e}}{\lambda_m} + \frac{1}{h_c \cdot (R_e + e)} \right]^2} \cdot \left[e + \left(R_e - \frac{\lambda_m}{h_c} \right) \right]$$

On voit que cette dérivée est susceptible d'être positive dans certaines conditions. En effet, si $\frac{\lambda_m}{h_c} < R_e$, la dérivée est toujours *négative* (le crochet de droite est toujours positif), quel que soit e , et l'augmentation de l'épaisseur d'isolant réduit le débit de chaleur, et donc les pertes.

Par contre, si $\frac{\lambda_m}{h_c} > R_e$ il existe une valeur $e_{\min} = \frac{\lambda_m}{h_c} - R_e$ pour laquelle le débit est maximal. Lorsque l'épaisseur varie de 0 à e_{\min} , la dérivée est positive, et le débit augmente. En clair, les pertes thermiques sont plus importantes qu'en l'absence d'isolant quand $e < e_{\min}$.

Chapitre II :

La condition $\frac{\lambda_m}{h_c} < R_c$ est d'autant plus facile à vérifier que le diamètre du tube cylindrique est grand.

En revanche, pour des tubes de petit diamètre, une épaisseur d'isolant insuffisante peut, dans certains cas, accroître les pertes thermiques avec le milieu extérieur, ce qui va à l'encontre du but recherché. Aucune règle préétablie ne permet de prévoir ce cas *a priori* !

Chapitre II :

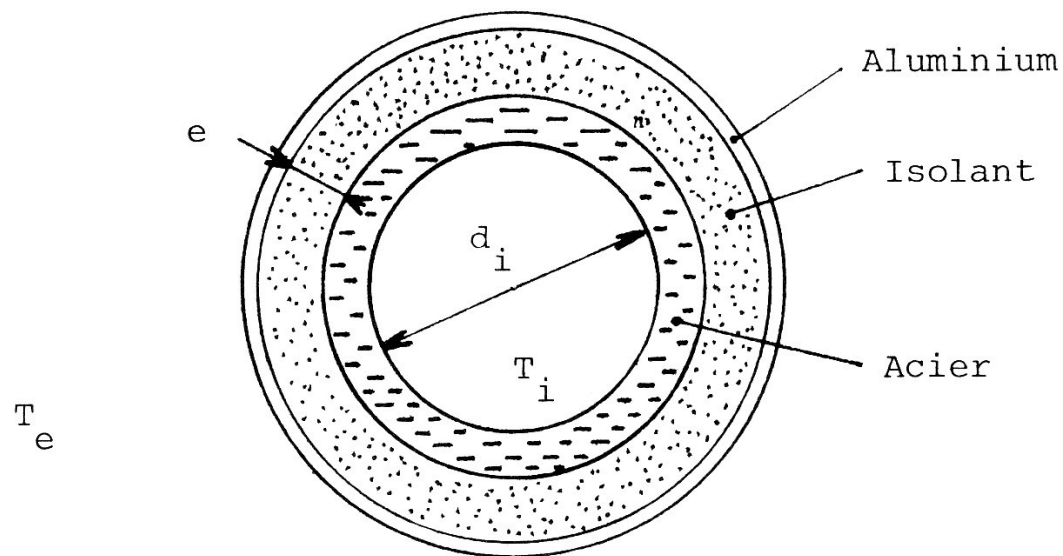
Exemple d'application : Calorifugeage d'un tuyau de petit diamètre

Considérons une conduite en acier contenant de la vapeur surchauffée à 220, la température ambiante est de 20°C. L'épaisseur de la paroi d'acier est de 1 mm ($\lambda_{\text{acier}} = 70 \text{ W/m.K}$). L'isolant utilisé est de l'alfol ($\lambda = 0,093 \text{ W/m.K}$) recouvert d'une mince couche d'aluminium ($e=0,1 \text{ mm}$, $\lambda_{\text{alu}}=209 \text{ W/m.K}$).

Calculer le flux évacué
par mètre pour :

$-d_i = 0.4 \text{ cm}$, $e_{\text{isolant}} = 5\text{mm}$

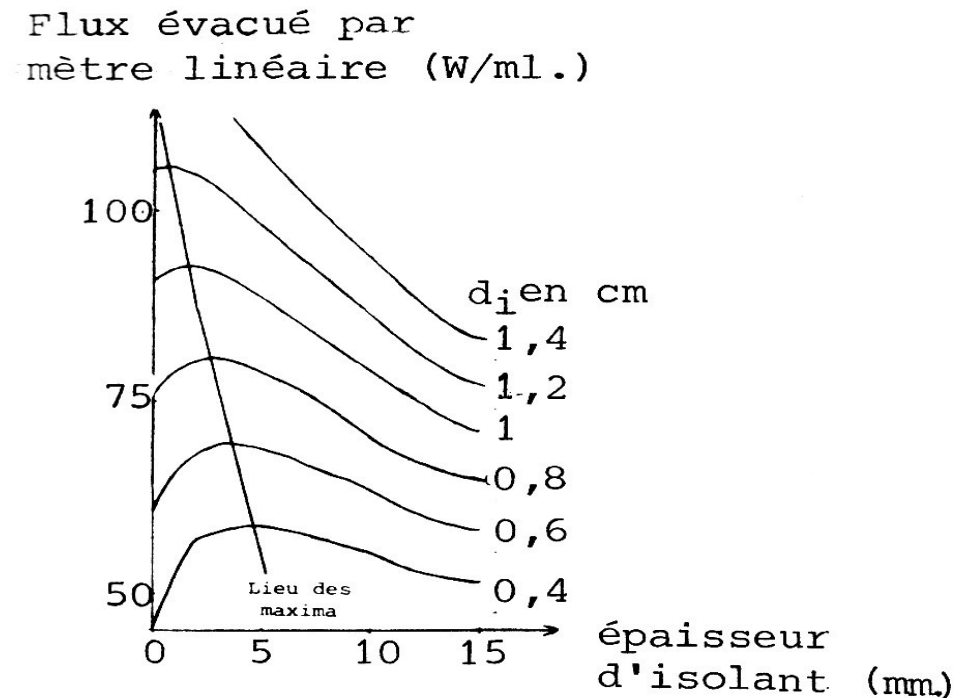
$d_i = 0.8 \text{ cm}$, $e_{\text{isolant}} = 5\text{mm}$



Chapitre II :

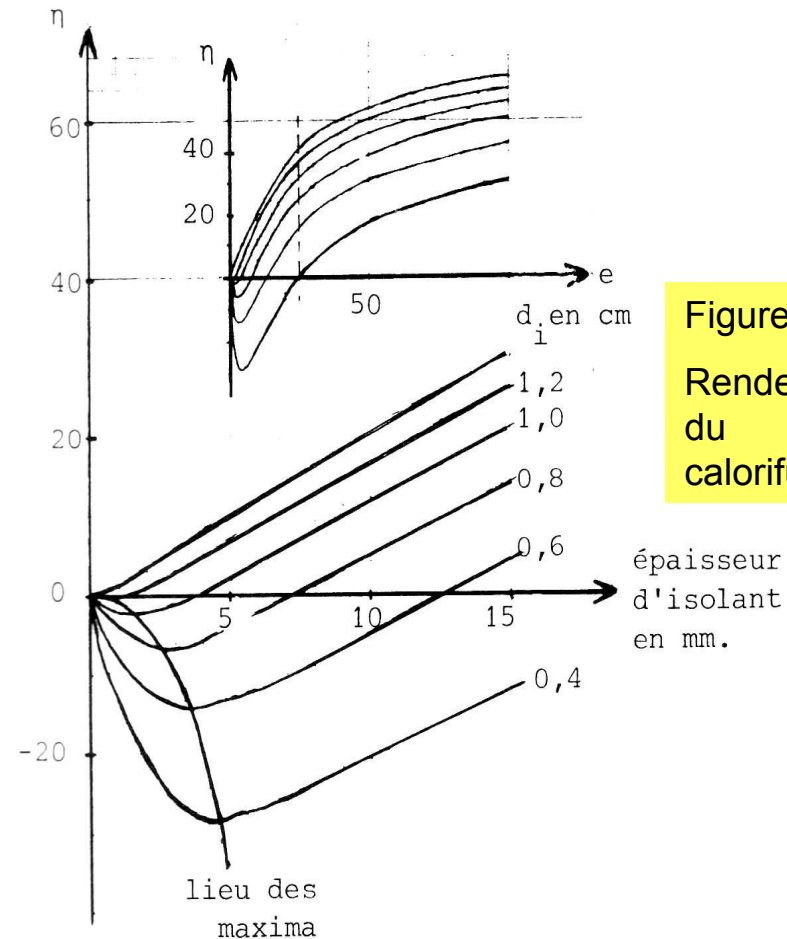
Les courbes de la figure 1 donnent la valeur du flux de chaleur par mètre linéaire s'échappant du tube, ceci pour différents diamètres internes, en fonction de l'épaisseur d'isolant.

Figure 1 : Augmentation des pertes d'un tuyau de petits diamètre lorsqu'on l'entoure d'isolant.



Chapitre II :

Le lieu des maxima est approximativement une droite. En définissant le rendement de calorifugeage par : $\eta = 1 - \frac{\phi(e)}{\phi(e=0)}$ On a tracé (Figure 2) l'évolution de ce rendement en fonction du diamètre interne du tuyau et de l'épaisseur de l'isolant. On constate que pour les très petits diamètres ($d_i = 4$ mm), rajouter 5 mm d'isolant augmente le flux de 30%.



Chapitre II :

e) L'ailette :

L'ailette a pour fonction d'amplifier les échanges de chaleur entre un *mur plan* et un fluide extérieur. Le transfert entre l'ailette et le mur se fait par conduction, alors que les échanges avec le fluide extérieur ont lieu par convection.

Un exemple très contemporain de ce type d'application est le refroidissement des microprocesseurs modernes, dont la tendance à l'échauffement est combattue par un abaissement de la tension de fonctionnement, d'une part, et par des radiateurs à ailettes, d'autre part.

Considérons une ailette d'épaisseur e , de longueur L , de largeur H . L'épaisseur est supposée être petite par rapport à la longueur et la largeur. On néglige toutes les variations de température sur une section droite de l'ailette, et on suppose que T est fonction de la seule distance x par rapport au mur.

On pose :

T_F température de l'air

T_0 température du mur, et donc de l'ailette en $x=0$

k conductivité thermique de l'ailette

h coefficient d'échange moyen entre l'ailette et l'air

Chapitre II :

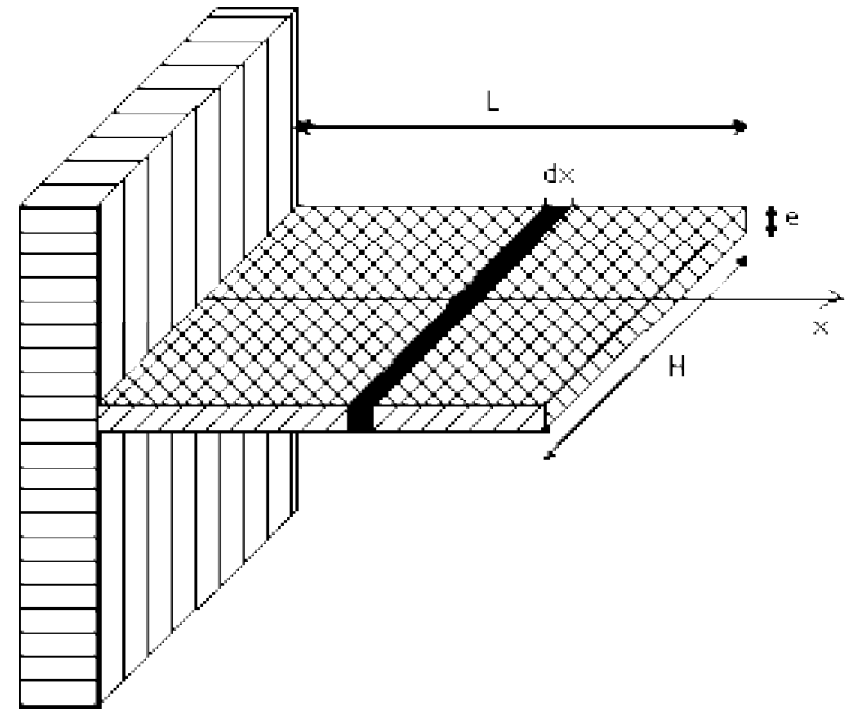
Considérons le petit volume en forme de parallélépipède de largeur **H**, d'épaisseur **e** et de longueur **dx** :

Il reçoit de la chaleur par *conduction*, du côté du mur, sur une surface **$W = H \cdot e$** .

Il cède de la chaleur par *conduction* par la face opposée, sur la même surface **W**.

Il cède de la chaleur par *convection* sur une surface **$S = P \cdot dx$** où $P = 2(H+e)$ est le périmètre.

Sur ce petit volume, le bilan thermique va s'écrire :



Chapitre II :

$$\varphi_x \cdot \Omega - \varphi_{x+dx} \cdot \Omega - h \cdot S \cdot (T_x - T_F) = 0$$

Or,

$$\varphi_{x+dx} = \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dx \quad \text{et} \quad \varphi_x = -\lambda \cdot \frac{dT_x}{dx}$$

soit :

$$\varphi_x - \varphi_{x+dx} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot dx \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\lambda \cdot \frac{d^2 T_x}{dx^2}$$

Ce qui donne

$$\left[- \left(-\lambda \cdot \frac{d^2 T_x}{dx^2} \right) \cdot dx \right] \cdot \Omega - h \cdot P \cdot dx \cdot (T_x - T_F) = 0$$

Chapitre II :

$$\frac{\lambda \cdot \Omega}{h \cdot P} \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} - (T - T_f) = 0 \quad (11)$$

Remarquons que l'expression $\frac{\lambda \cdot \Omega}{h \cdot P}$ a la dimension L^2 . Posons

$$\theta = T - T_f \quad \frac{\lambda \cdot \Omega}{h \cdot P} = D^2 \quad \text{et} \quad X = \frac{x}{D}$$

L'équation (11) devient finalement : $\frac{d^2 \theta}{dX^2} - \theta = 0$

Chapitre II :

Notons que q a la dimension d'une température, alors que X est sans dimension.

La solution de l'équation différentielle du second ordre est du type :
 $= A \cdot \text{ch}(X) + B \cdot \text{sh}(X)$

On détermine A et B à partir des conditions aux limites :

$x = 0$ donne $X = 0$ et $T_0 - T_F = 0$ donc $A = 0$

$x = L$ donne $X = L / D$ et $d / dX = 0$ (en négligeant la transmission de chaleur en bout d'ailette) soit : $0 \cdot \text{sh}(L / D) + B \cdot \text{ch}(L / D) = 0$

La distribution de température s'écrit alors :

$$\theta = \theta_0 \cdot \text{ch} X - \theta_0 \cdot \frac{\text{sh} \frac{L}{D}}{\text{ch} \frac{L}{D}} \cdot \text{sh} X = \theta_0 \cdot \frac{\text{ch}\left(\frac{L}{D} - X\right)}{\text{ch} \frac{L}{D}}$$

Chapitre II :

$$T = T_F + (T_0 - T_F) \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{L-x}{D}}{\operatorname{ch} \frac{L}{D}}$$

L'écoulement de chaleur à l'intérieur de l'ailette, pour $x=0$ est donné par :

$$\Phi_0 = -\lambda \cdot \Omega \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = \lambda \cdot \Omega \cdot \frac{T_0 - T_F}{D} \cdot \left. \frac{\operatorname{sh} \frac{L-x}{D}}{\operatorname{ch} \frac{L}{D}} \right|_{x=0}$$
$$\Phi_0 = \frac{\lambda \cdot \Omega}{D} \cdot (T_0 - T_F) \cdot \operatorname{th} \frac{L}{D}$$

Chapitre II :

Le *rendement* d'une ailette est défini comme étant le rapport entre la chaleur réellement transmise à travers l'ailette et la chaleur qui serait transmise par convection ou rayonnement à partir de la surface de base de la tige, si l'ailette était supprimée.

$$\eta = \frac{\frac{\lambda \cdot \Omega}{D} \cdot (T_0 - T_F) \cdot \text{th} \frac{L}{D}}{h \cdot \Omega \cdot (T_0 - T_F)} = \frac{\lambda}{D \cdot h} \cdot \text{th} \frac{L}{D} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{D} = \sqrt{\frac{h \cdot P}{\lambda \cdot \Omega}}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{P \cdot \lambda}{\Omega \cdot h}} \cdot \text{th} \left(L \cdot \sqrt{\frac{h \cdot P}{\lambda \cdot \Omega}} \right) \quad \text{ou encore, en remarquant que } (e \ll H)$$

$$\frac{P}{\Omega} = \frac{2 \cdot (H + e)}{H \cdot e} \approx \frac{2 \cdot H}{H \cdot e} = \frac{2}{e}$$

Chapitre II :

Transmission de la chaleur dans un milieu avec dissipation interne

Ce type de problème se rencontre chaque fois qu'au sein de la matière se produit une dissipation volumique q d'énergie, d'origine électrique, nucléaire, électromagnétique... en chaleur. On peut citer l'effet Joule, les réactions de fission nucléaire, l'absorption par la matière de rayonnement divers (infrarouge, micro-ondes, rayon x...)

La notion de résistance thermique ne peut être utilisée pour traiter ce type de problème puisque le flux de chaleur n'est pas conservatif.

L'équation de propagation de la chaleur se réduit à l'équation de Poisson :

$$\Delta T = -\frac{q}{\lambda}$$

Chapitre II :

Mur avec source interne

C'est le cas d'une paroi ou d'un plancher chauffé intérieurement par des résistances électriques.

Températures d'extrémités identiques

Appelons T_0 la température aux extrémités de la paroi et q (W.m^{-3}) la densité volumique des sources. L'équation de la chaleur s'écrit :

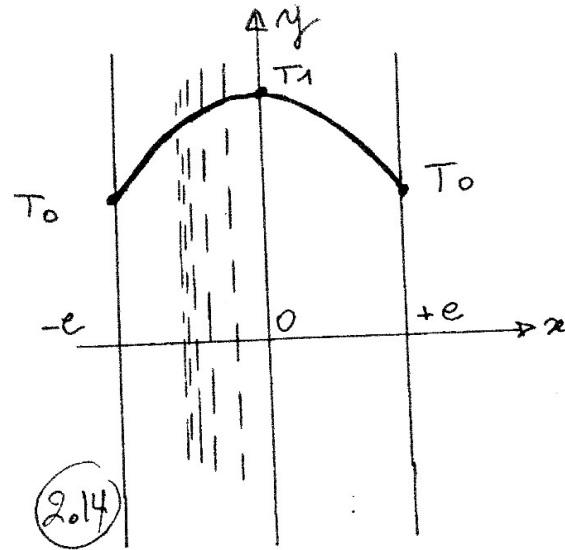
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = - \frac{q}{\lambda}$$
$$T = - \frac{q}{\lambda} \frac{x^2}{2} + Ax + B$$

dont la solution est une parabole :

Les conditions aux limites en $x=+e$ et $x=-e$ donnent finalement :

$$T = T_0 + \frac{q}{2\lambda} (e^2 - x^2)$$

Chapitre II :



L'écart de température au centre du mur vaut donc $\frac{qe^2}{2\lambda}$. La densité de flux vaut : $\varphi = qx$

Elle est nulle au centre par symétrie et maximum en $x=\pm e$.

Les isothermes sont donc plus serrées à cet endroit. Le flux en $x=e$ est tel qu'il évacue l'ensemble des sources situées entre $x=0$ et $x=e$.

Chapitre II :

Températures d'extrémités différentes

Appelons T_1 et T_2 les températures en $x = e$ et $x = -e$. La solution générale est inchangée et seules les conditions aux limites changent. On en déduit la solution :

$$T = \frac{q}{2\lambda} (e^2 - x^2) - \frac{T_1 - T_2}{2e} x + \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Chapitre II :

Résistance cylindrique :

Considérons une résistance électrique cylindrique de longueur supposée infinie, de rayon r_1 de conductivité thermique λ_1 entourée d'une gaine isolante de conductivité thermique λ_2 de rayon extérieur r_2 . Cette résistance est le siège d'une dissipation uniforme de chaleur $q =$ constante.

Le champ de température pour $0 \leq r \leq r_1$ est solution du système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{q}{\lambda} \\ \text{En } r = r_1 \quad T = T_1 \\ \text{En } r = r_2 \quad T = T_2 \end{array} \right.$$

Chapitre II :

La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$T(r) = f(r) + a \cdot \ln(r) + b$$

Où $f(r)$ est une solution particulière (pour $q=\text{constante}$, $f(r) = -\frac{qr^2}{4\lambda}$) et $a \cdot \ln(r) + b$ est une solution générale de l'équation sans second membre.

Les constantes a et b sont déterminée par les conditions aux limites, il vient que :

$$T(r) = -\frac{q}{4\lambda} r^2 + C_1 \cdot \ln r + C_2$$

$$T(r) = -\frac{q}{4\lambda} r^2 + C_2$$

$$T(r) = -\frac{q}{2\lambda} r^2 + \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{q}{4\lambda} (r_1^2 + r_2^2) \qquad \varphi(r) = \frac{qr}{2}$$

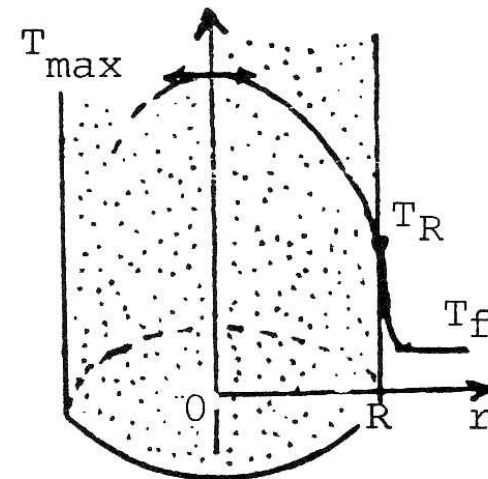
Chapitre II :

Barre cylindrique en contact avec un fluide :

Considérons une barre pleine, siège d'une dissipation uniforme de chaleur $q = \text{constante}$. Le problème admet une symétrie de révolution autour de l'axe oz (la température admet un optimum sur la surface médiane (en $r = 0$ $\left[\frac{dT}{dr} \right]_0 = 0$)

Le champ de température au sein de la barre est solution du système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{q}{\lambda} \\ \text{En } r = 0 \quad \left[\frac{dT}{dr} \right]_0 = 0 \\ \text{En } r = R \quad -\lambda \cdot \left[\frac{dT}{dr} \right]_R = h \cdot (T - T_\infty) \end{cases}$$



Chapitre II :

La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$T(r) = f(r) + a \cdot \ln(r) + b$$

Où $f(r)$ est une solution particulière (pour $q=\text{constante}$, $f(r) = \frac{qr^2}{4\lambda}$) et $a \cdot \ln(r) + b$ est une solution générale de l'équation sans second membre.

Les constantes a et b sont déterminées par les conditions aux limites, il vient que :

$$T(r) = -\frac{q}{4\lambda}(r^2 - R^2) + \frac{qR}{2h} + T_\infty$$

La température maximale vaut : $T(r = 0) = q \cdot \left[\frac{R^2}{4\lambda} + \frac{R}{2h} \right] + T_\infty$

La température de paroi vaut : $T(r = R) = \frac{qR}{2h} + T_\infty$

Chapitre II :

Exemple : Barreau cylindrique avec source interne :

Refroidissement d'un barreau d'uranium de diamètre $D = 50 \text{ mm}$, plongé dans l'eau à 130°C .

La production interne de la chaleur est supposée uniformément répartie, sa puissance volumique étant $q = 75 \text{ MW/m}^3$. La conductivité thermique de l'uranium sera prise égale à 30 W/m.K

Le coefficient de transfert pariétal est $h = 57 \text{ kW/m}^2.\text{K}$

On se propose de calculer les températures au centre et à la paroi ainsi que le flux évacué par mètre linéaire de barreau.

$$T_{\text{au centre}} = 537^\circ\text{C} \quad T_{\text{paroi}} = 146^\circ\text{C}$$

D'où le flux thermique $\phi = h.(T_{\text{paroi}} - T_{\text{eau}}).(\pi.D) = 147 \text{ kW/ml}$

Qui est bien égale à la puissance libérée par mètre linéaire $q \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}$

Chapitre III : Le rayonnement

Généralités:

C'est un transfert de chaleur par phénomène électromagnétique et qui peut avoir lieu en l'absence de tout support matériel. Spontanément ou sous l'effet d'interactions, tous les corps émettent un rayonnement électromagnétique (intense ou négligeable suivant la nature du corps, l'état des surfaces, les conditions de température). Ce rayonnement correspond à la perte d'une partie de l'énergie cinétique d'agitation thermique (d° de liberté de translation) ou bien à une perte d'énergie relative à un mode d'excitation interne des molécules (rotation ou vibration des atomes de la molécule, excitation des électrons de la molécule ou de l'atome). Ces atomes et molécules constituent les corps émetteurs et peuvent former des surfaces émettrices. Réciproquement, lorsqu'un rayonnement est reçu à la surface d'un corps, une partie est absorbée et se retrouve dans l'énergie cinétique d'agitation thermique (ou dans ces modes d'excitation interne) des molécules. Directement ou indirectement cette énergie se retrouve sous forme de chaleur.

Chapitre III : Le rayonnement

Les atomes, molécules et électrons libres des corps peuvent perdre, de façon spontanée ou au cours d'interactions, une partie de leur énergie cinétique ce qui donne lieu à l'émission d'un rayonnement électromagnétique.

Lorsqu'un tel rayonnement est intercepté par la surface d'un corps, une partie est absorbée et se retrouve dans l'énergie cinétique de ces composants, c'est –à dire sous forme de chaleur.

Un transfert de chaleur s'opère ainsi (des corps rayonnant les plus chauds vers ceux à plus basses températures) sans support matériel.

Tout corps, à la température T différente de zéro, émet des ondes e.m ; on parle de "rayonnement thermique".

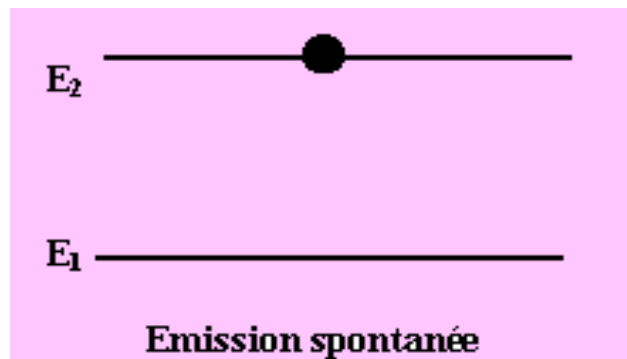
Les deux phénomènes, émission et absorption, interviennent simultanément. Il faut alors faire le BILAN. A l'équilibre thermique avec son entourage, un corps absorbe autant qu'il émet : son bilan énergétique est NUL.

Chapitre III : Le rayonnement

EMISSION SPONTANEE

atomes --> électrons sur des "couches" auxquelles on associe des énergies. Les électrons sont donc répartis sur des "niveaux d'énergie".

normalement, les électrons sont dans leur état énergétique de base (ou de repos) d'énergie donnée E_1 . Au cours d'un choc, un électron peut être placé (par échange d'énergie) sur un niveau d'énergie $E_2 > E_1$.



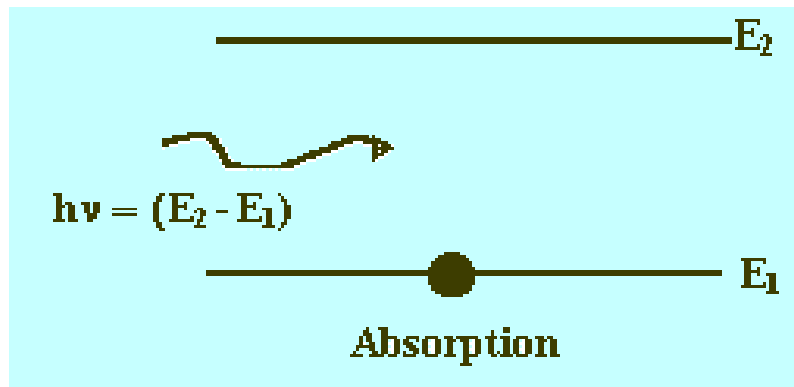
cet électron tendra à redescendre sur son état de base, quand il le voudra (c.à.d "spontanément") en restituant l'énergie : $h \nu = E_2 - E_1$ sous forme de rayonnement électromagnétique de fréquence : $\nu = (E_2 - E_1) / h$. γ
C'est le phénomène d'EMISSION SPONTANEE.

Chapitre III : Le rayonnement

ABSORPTION.

Inversement, si un rayonnement e.m arrive sur l'électron à l'état de repos, alors ce rayonnement sera utilisé pour placer l'électron dans l'état excité E_2 tel que :

$$h\nu = (E_2 - E_1).$$



C'est le phénomène d'ABSORPTION.

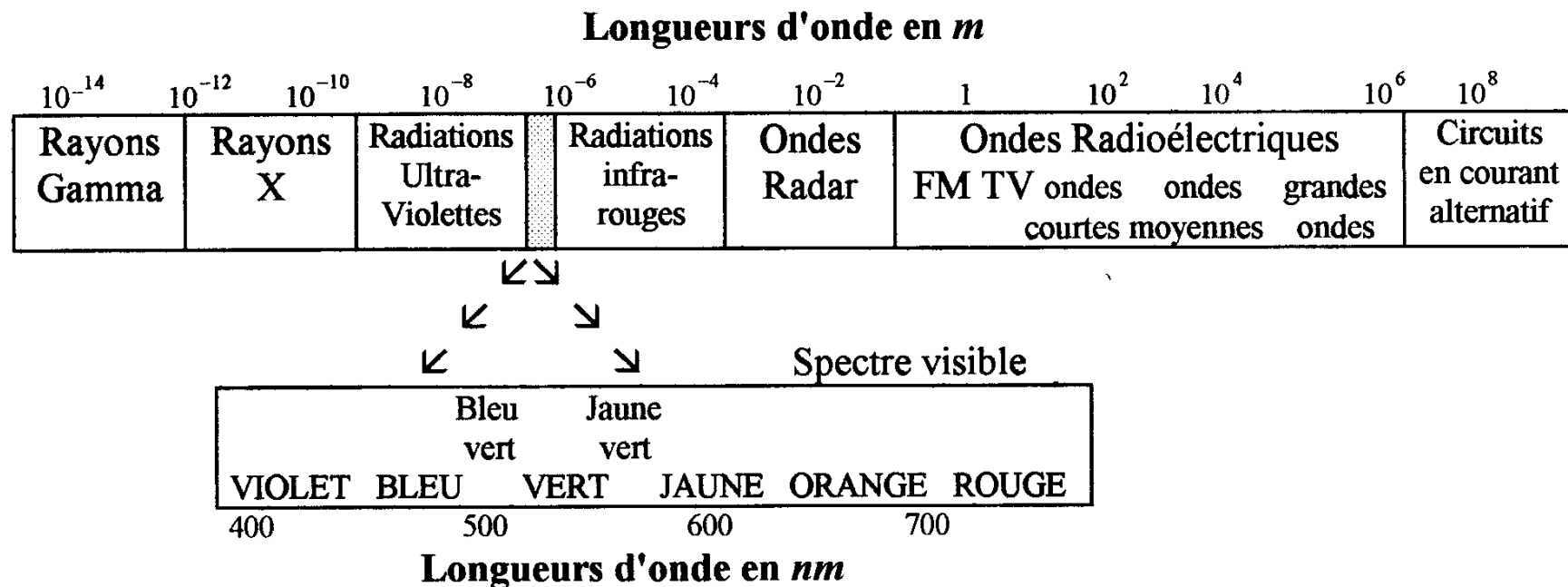
Chapitre III : Le rayonnement

REMARQUES :

On voit les rôles symétriques joués par l'absorption et l'émission. pour tous les atomes (toutes les molécules) situés à l'intérieur de la matière, les 2 phénomènes (absorption et émission) se compensent. Seuls les atomes de la surface effectuent avec l'extérieur des échanges dont le bilan peut être non nul ; rayonnement thermique et "absorption" sont donc des phénomènes de surface. absorption et d'émission interviennent entre divers niveaux E_2 et E_1 ; compte tenu des interactions entre les atomes, les énergies des niveaux sont très variées ; d'où une grande variété d'écart $E_2 - E_1$ et donc de fréquences émises $\gamma = (E_2 - E_1)/h$. Cette variété (infinie) des fréquences ν se traduit par un spectre continu des fréquences émises. le placement des électrons sur des états excités est dû aux chocs, qui dépendent eux-mêmes de l'agitation des molécules donc de la température T . L'émission spontanée dépend donc de la température ---> le rayonnement thermique dépend de la température T .

Chapitre III : Le rayonnement

Le rayonnement thermique est caractérisé par des longueurs d'ondes comprises entre $0,1$ et $100 \mu m$, il inclut le domaine du visible (ondes lumineuses ou lumière de $0,4$ à $0,8 \mu m$) et n'occupe qu'une faible portion du spectre d'ondes électromagnétiques.



Chapitre III : Le rayonnement

III-1) Grandeurs énergétiques associées au rayonnement

III-1-a Classification

Les grandeurs physiques seront distinguées selon :

☛ La composition spectrale du rayonnement

Si la grandeur est relative à l'ensemble du spectre, elle est dite **totale**

Si elle concerne un intervalle spectral étroit d λ autour d'une longueur d'onde λ elle est dite **monochromatique** G_{λ}

☛ La distribution spatiale du rayonnement

Si la grandeur est relative à l'ensemble des direction de l'espace, elle est dite **hémisphérique**

Si elle caractérise une direction donnée de propagation, elle est dite **directionnelle** : G_x

Chapitre III : Le rayonnement

III-1-b Définitions relatives aux sources

-On appelle flux d'une source S la puissance rayonnée notée φ par S dans tout l'espace qui l'entoure, sur toutes les longueurs d'onde. Le flux φ s'exprime en W

- Le flux envoyé par un élément de surface dS dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ Est noté $d^2\varphi$

-Le flux envoyé dans tout l'espace par une surface par une surface élémentaire dS est noté $d\varphi$

-Le flux envoyé par une surface S dans l'angle solide $d\Omega$ entourant la direction ox est noté $d\varphi_x$

Nous avons donc les relations suivantes : $d\varphi = \int_{\Omega} d^2\varphi$ $\varphi = \int_S d\varphi = \int_{\Omega} d\varphi_x$

Chapitre III : Le rayonnement

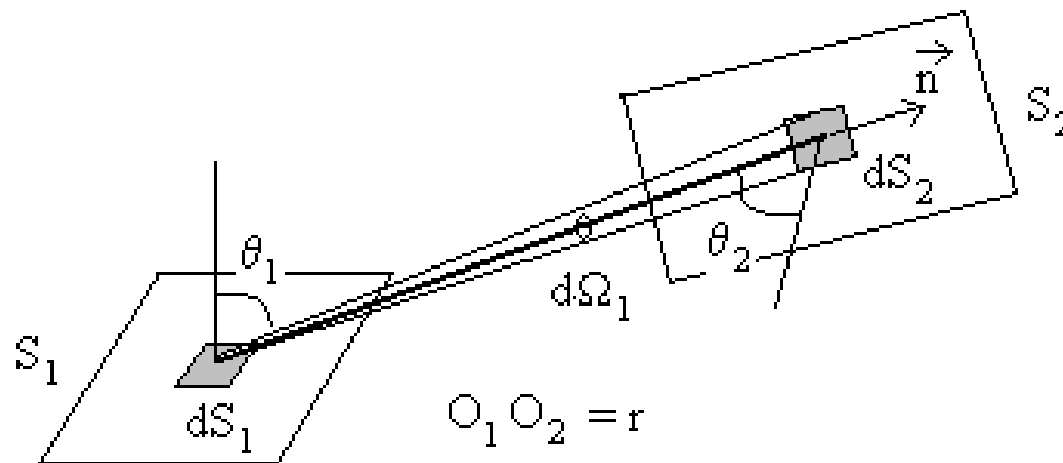
Rappel sur les angles solides élémentaires

L'angle solide sous lequel du point O on voit une surface S est par définition l'aire de la surface intersection de la sphère de rayon unité et du cône de sommet O s'appuyant sur le contour de la surface S

L'angle solide $d\Omega$ sous lequel est vu d'un point O le contour d'une petite surface dS (assimilée à une surface plane peut être calculé par :

$$d\Omega = \frac{dS \cos \alpha}{r^2}$$

Chapitre III : Le rayonnement



Chapitre III : Le rayonnement

III.2. Luminance monochromatique et luminance (totale)

dS_1 et dS_2 sont des surfaces élémentaires respectivement des surfaces S_1 et S_2 de deux corps radiants.

$O_1O_2 = r$ représente la distance entre les deux surfaces élémentaires.

Le flux énergétique monochromatique radiant $d^3\Phi_{O_1,\lambda}^1$ émis par la surface dS_1 en direction de la surface (direction λ , dans la bande monochromatique $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ est égale à :

$$d^3\Phi_{O_1,\lambda}^1 = L_{O_1,\lambda}^1 dS_1 \cos \theta_1 d\Omega_1 d\lambda$$

où, par définition, $L_{O_1,\lambda}^1$ est la luminance monochromatique de la surface dS_1 et où $d\Omega_1 = \frac{dS_2 \cos \theta_2}{r^2}$ est l'angle solide sous lequel est vu, de O_1 la surface dS_2

Chapitre III : Le rayonnement

De manière analogue, on définit la luminance monochromatique émise par la surface dS_2 en direction de la surface dS_1

La luminance (totale), dans la direction N est définie par

$$L_{Q,N}^1 = \int_0^\infty L_{Q,N,\lambda}^1 d\lambda$$

La quantité $d^2U = \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{r^2}$ est appelée étendue spatiale élémentaire en Optique

III. 3 Intensité monochromatique intensité totale

L'intensité monochromatique est définie par la relation

$$d^3\Phi_{Q,N,\lambda}^1 = I_{Q,N,\lambda}^1 d\Omega_1 d\lambda$$

elle est liée à la luminance monochromatique par la relation .

$$I_{Q,N,\lambda}^1 = L_{Q,N,\lambda}^1 dS_1 \cos \theta_1$$

L'intensité (totale) est égale à

$$I_{Q,N}^1 = \int_0^\infty I_{Q,N,\lambda}^1 d\lambda$$

Chapitre III : Le rayonnement

III-4 Emittance monochromatique et émittance (totale)

L'émittance monochromatique est définie par $M_{O_1,\lambda}^1 = \int_{\text{demi-espace}} L_{O_1,\lambda}^1 \cos \theta_1 d\Omega_1$

La quantité $d^2\Phi_{O_1,\lambda}^1 = M_{O_1,\lambda}^1 dS_1 d\lambda$ représente le flux énergétique monochromatique radiant émis par la surface dS_1 dans toutes les directions c'est à dire dans le demi-espace vu de dS_1

L'émittance (totale) est égale à

$$M_{O_1}^1 = \int_0^\infty M_{O_1,\lambda}^1 d\lambda$$

III-5. Eclairement monochromatique et éclairement (total)

L'éclairement monochromatique du récepteur situé en O_2 par l'émetteur situé en O_1 est défini par $d^3\Phi_{O_1,\lambda}^1 = E_{O_2,\lambda}^2 dS_2 d\lambda$ L'éclairement total est défini par

$$E_{O_2}^2 = \int_0^\infty E_{O_2,\lambda}^2 d\lambda$$

Chapitre III : Le rayonnement

La relation $E_{O_2, \lambda}^2 = L_{O_1, \lambda}^1 \frac{dS_1 \cos \theta_1}{r^2} \cos \theta_2$ lie l'éclairement du récepteur et luminance de l'émetteur.

Chapitre III : Le rayonnement

III-6-1 Les lois régissant l'émission du rayonnement thermique

a) Relation entre luminance et émittance dans le cas d'une émission diffuse (ou isotrope)

Lorsque l'émission est diffuse (ou isotrope), la luminance est indépendante de la direction . On dit que la source émettrice obéit à la loi de Lambert.

$$M_{O_1, \lambda}^1 = \int_{\text{demi-espace}} L_{O_1, \lambda}^1 \cos \theta_1 d\Omega_1 = L_{O_1, \lambda}^1 \int_0^{\pi/2} 2\pi \sin \theta_1 \cos \theta_1 d\theta_1 = \pi L_{O_1, \lambda}^1$$

La démonstration étant identique, émittance totale et luminance totale vérifie une relation de même forme, soit . $M_{O_1}^1 = \pi L_{O_1}^1$

Chapitre III : Le rayonnement

III-6-1 b) Le corps noir

L'émetteur " idéal " qui rayonnerait un maximum d'énergie à chaque température et pour chaque longueur d'onde est appelé corps noir.

Nous verrons qu'on évalue l'énergie émise par les différents corps par comparaison à celle qu'émettrait le corps noir dans les mêmes conditions en introduisant un coefficient appelé émissivité.

Loi de Planck

La luminance monochromatique s'exprime sous la forme :
$$L_{\lambda}^0 = \frac{2hc^2 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{hc}{k\lambda T}\right] - 1}$$

où $h = 6,625510^{-34} \text{ J.s}$ est la constante de Planck, $c = 2,99610^8 \text{ m.s}^{-1}$ est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide et $k = 1,380510^{-23}$ la constante de Boltzmann.

La luminance monochromatique du corps noir obéit à la loi de Lambert

$$M_{\lambda}^0 = \pi L_{\lambda}^0 = \frac{2 \pi hc^2 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{hc}{k\lambda T}\right] - 1}$$

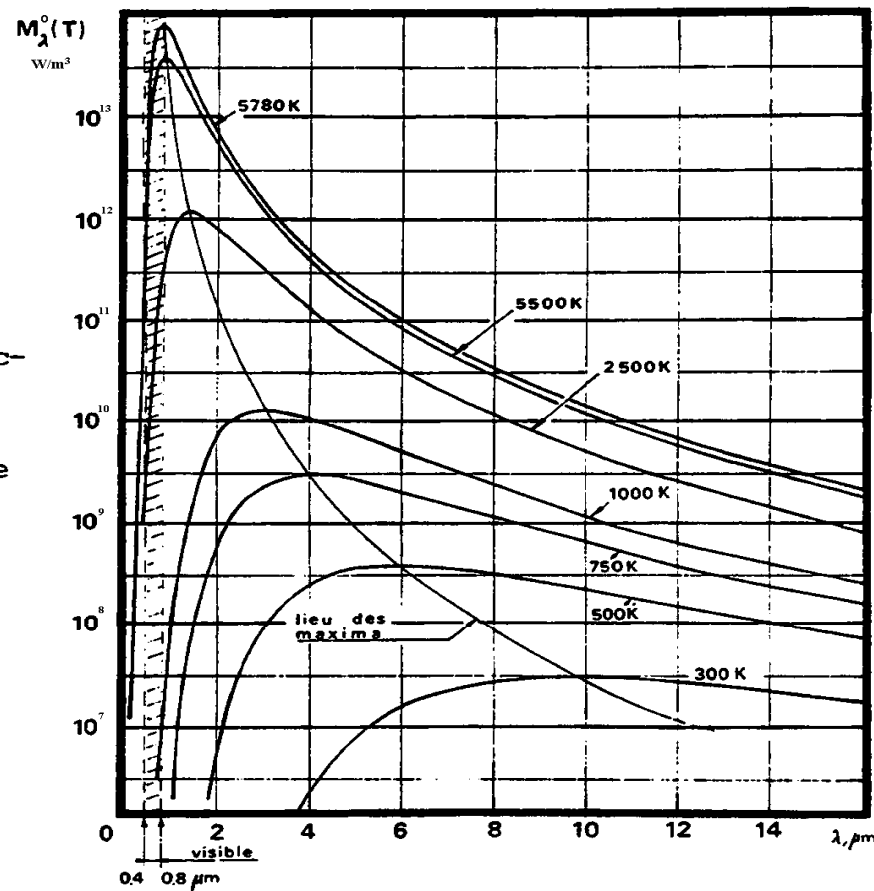
$$2 \pi hc^2 = 3,74110^{-16} \text{ w.m}^{-3}$$

$$\frac{hc}{k} = 0,014398 \text{ m.K}$$

Chapitre III : Le rayonnement

La figure ci-après donne une représentation de la loi de Planck. A chaque température correspond une courbe ayant un maximum situé à une valeur λ_m de la longueur d'onde

Loi de PLANCK :
distribution spectrale de l'émission du corps noir en fonction de la température absolue.



Chapitre III : Le rayonnement

Approximations de la loi de Planck : lois de Wien

La formule de Planck peut être approchée par $M_{\lambda}^0 = 2 \pi h c^2 \lambda^{-5} \exp\left[-\frac{hc}{k\lambda T}\right]$ dite formule de Wien si $\lambda T \ll 14000 \mu\text{m.K}$

1ère loi de Wien : $\lambda_m T = 2898 \mu\text{m.K}$

2ème loi de Wien : $M_{\lambda_m}^0 = 1,287 10^{-5} T^5 \text{ (w.m}^{-3}\text{)}$

Remarques

Le déplacement de λ_m vers les courtes longueurs d'onde, lorsque T croît, explique le fait que, pendant son échauffement, un corps n'émet d'abord que dans l'infra-rouge (radiations non-visibles), puis commence à rougir avant de blanchir (" chauffé au rouge " ou " chauffé à blanc ")

Il n'y a pratiquement pas de recouvrement entre la partie utile du spectre du rayonnement solaire $T \approx 5780 \text{ K}$ celui d'un corps de température peu supérieure à l'ambiante ; cette propriété est exploitée dans des applications de type serres, vérandas, capteurs solaires, ...

Chapitre III : Le rayonnement

En 1879, le physicien autrichien Stefan a pu établir expérimentalement que l'émittance totale du corps noir à une température augmentait proportionnellement à la quatrième puissance de la température tel que :

$$M(T) = \sigma \cdot T^4$$

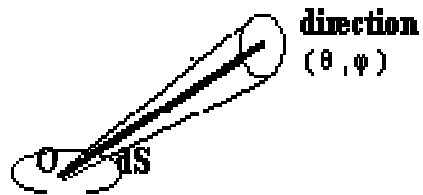
où $M(T)$ est l'intégration sur toutes les longueurs d'onde (ou les fréquences... peu importe) de : $M(\lambda, T)$
avec donné par la loi de Planck que nous déterminerons plus tard

$$M(T) = \int_0^{\infty} M(\lambda, T) d\lambda$$

Chapitre III : Le rayonnement

•Résumé

luminance L. Source étendue (dS), toutes λ , une direction (θ, φ)



$$L = d^2\Phi / (dS \cos\theta d\Omega)$$

(W/m²stérad)

•**émittance M.** Source étendue (dS), toutes λ , toutes directions (θ, φ)
(radiance)

$$M = d\Phi / dS \text{ (W/m}^2\text{)}$$

Chapitre III : Le rayonnement

REMARQUES :

les luminance et émittance monochromatiques L_λ et M_λ sont définies par :

$$L_\lambda = dL/d\lambda \text{ et } M_\lambda = dM/d\lambda$$

lorsque L est indépendante de la direction d'émission (θ, φ) , la luminance satisfait à la **loi de LAMBERT** ; on obtient alors, après intégration sur les directions (θ, φ) de l'espace d'émission, **$M = \pi L$** (M et L émittance et luminance totales).

on devra ultérieurement se rappeler, pour le corps noir qui satisfait à la loi de LAMBERT, la relation suivante :

$$M_\lambda = \pi L_\lambda \text{ (} M_\lambda \text{ en Wm}^{-3} \text{ et } L_\lambda \text{ en Wm}^{-3}(\text{stérad})^{-1} \text{)}.$$

Chapitre III : Le rayonnement

Le corps noir (ou émetteur parfait ou radiateur intégral).

il obéit à la Loi de LAMBERT.

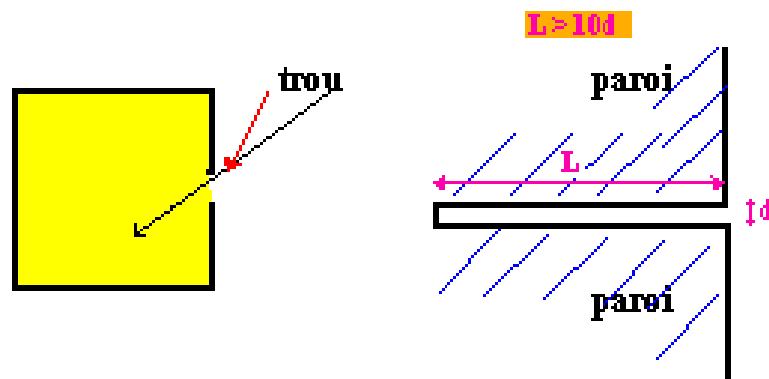
c'est le corps qui, à température donnée T , émet le plus et absorbe le plus.

REMARQUES :

puisque'il absorbe tout, il ne réfléchit donc rien du rayonnement incident ==> il apparaît "noir" à température ordinaire

c'est un concept théorique

réalisations pratiques :



Réalisations pratiques de "corps noirs"

Chapitre III : Le rayonnement

Les lois du rayonnement du corps noir

Emittance(radiance) du Corps noir. Loi de STEFAN

$$M = \sigma T^4$$

- T température absolue (K) et σ constante de STEFAN ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$).
- M°_T puissance émise pour **toutes les λ et toutes les directions, par m^2 de surface de source** (en W/m^2).
- On peut remarquer qu'il suffit de connaître la valeur de M°_T pour en déduire la température T ; c'est le principe même du pyromètre à radiation totale.

Chapitre III : Le rayonnement

Emittance monochromatique du CN. Loi de PLANCK.

• $M^{\circ}_{\lambda,T}$ est l'émittance monochromatique du corps noir, c'est à dire la puissance émise, **dans toutes les directions d'émission**, par m^2 de surface qui émet, et par unité de longueur au voisinage de la longueur d'onde λ :

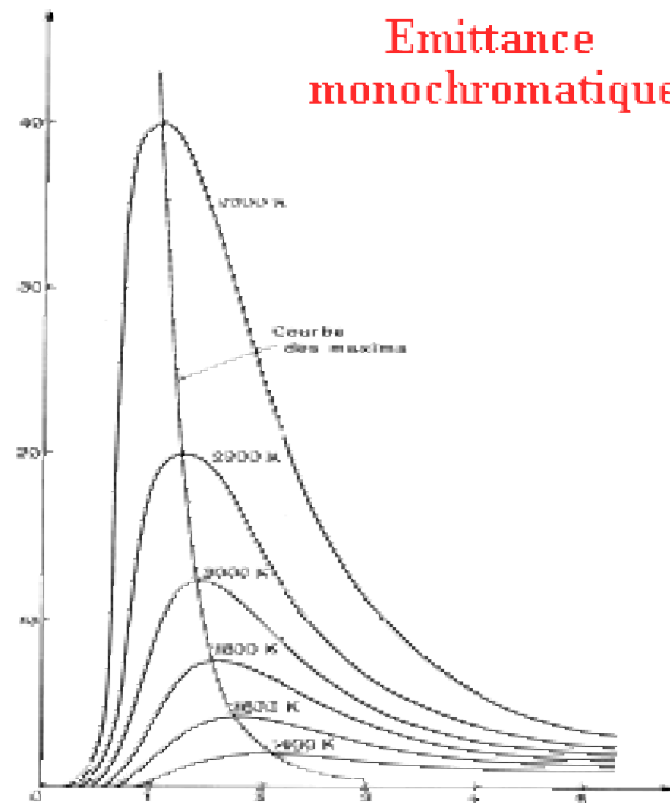
$$M^{\circ}_{\lambda,T} = C_1 \lambda^{-5} / (\exp(C_2 / \lambda T) - 1)$$

○ $M^{\circ}_{\lambda,T}$ s'exprime en $W.m^{-3}$

○ C_1 et C_2 constantes : $C_1 = 3,74.10^{-16} W m^2$; $C_2 = 1,44.10^{-2} m.K$;

○ λ longueur d'onde (m) ; T température absolue (K).

Chapitre III : Le rayonnement



Chapitre III : Le rayonnement

- les différents spectres **ne se recoupent pas**, chacun d'eux est **caractéristique de la température** (intensité et forme). Il suffit donc de connaître la valeur de $M^\circ_{\lambda,T}$ pour une longueur d'onde λ , pour en déduire T . Ces propriétés sont utilisées pour la détermination de la température (pyromètres monochromatique et à deux couleurs).
- remarque : on trouve également dans la bibliographie une présentation de la loi de Planck qui exprime non pas l'émittance monochromatique $M^\circ_{\lambda,T}$ mais l'émittance monochromatique $L^\circ_{\lambda,T}$; la constante C_1 prend alors une valeur égale à celle fournie ci dessus divisée par π , à savoir $1,19 \cdot 10^{-16} \text{Wm}^2$.

Chapitre III : Le rayonnement

Loi du déplacement de WIEN.

- les maxima des courbes $M_{\lambda,T}^o$ correspondent à des λ_m tels que :

$$\lambda_m T = \text{cste} (= 3000 \mu\text{m.K})$$

- remarque : on a également coutume d'appeler **loi de Wien**, la loi simplifiée de Planck correspondant à $\exp(C_2/\lambda T) \gg 1$. A savoir : $M_{\lambda,T}^o = C_1 \lambda^{-5} \exp(-C_2/\lambda T)$

- conditions de validité de la loi de Wien :

○ lorsque $\exp(C_2/\lambda T) \gg 1$, c'est à dire $\lambda T < 3,6 \cdot 10^{-3} \text{mK}$ soit $C_2/\lambda T > 4$.

○ La limite supérieure du produit λT correspond alors aux situations suivantes :

▪ ($\lambda = 5\mu\text{m}$; $T = 700\text{K}$) ;

▪ ($\lambda = 2\mu\text{m}$; $T = 1800\text{K}$) ;

▪ ($\lambda = 1\mu\text{m}$; $T = 3600\text{K}$).

- on notera également que pour des températures élevées, c'est à dire lorsque $C_2/\lambda T \ll 1$, on obtient :

$$M_{\lambda,T}^o = C_1 T / C_2 \lambda^4 \text{ (loi de Rayleigh).}$$

Chapitre III : Le rayonnement

Remarques.

1) La quasi totalité (**96%**) de la puissance transportée dans le rayonnement thermique (luminance) est comprise dans l'intervalle : $(0,5 \mu\text{m} ; 5 \mu\text{m})$.

2à 900 K , $\lambda_m \# 3 \mu\text{m} \rightarrow (1,5 \mu\text{m} ; 15 \mu\text{m})$; IR.

3à 3 000 K , $\lambda_m \# 1 \mu\text{m} \rightarrow (0,5 \mu\text{m} ; 5 \mu\text{m})$ IR ; (filament de lampe).

4à 6 000 K , $\lambda_m \# 0,5 \mu\text{m} \rightarrow (0,25 \mu\text{m} ; 2,5 \mu\text{m})$ visible ; (soleil).

5puissance solaire reçue par m^2 à la surface terrestre est d'environ 1 kW m^{-2} .

Chapitre III : Le rayonnement

Les corps non noirs (CNN).

On les étudie par rapport au corps noir.

4.3.1 - Emissivité.

Par définition :

$L_\lambda / L_\lambda^0 = \varepsilon_\lambda$; ε_λ émissivité ou facteur d'émission du CNN

pour un CNN , ε_λ dépend :

- de λ .
- de la direction (θ, φ) .
- de T .
- du corps.

on néglige le plus souvent la dépendance de ε_λ avec T et la direction (θ, φ) ; d'où :

$$\varepsilon (\lambda, \theta, \varphi, T) = \varepsilon_\lambda$$

Chapitre III : Le rayonnement

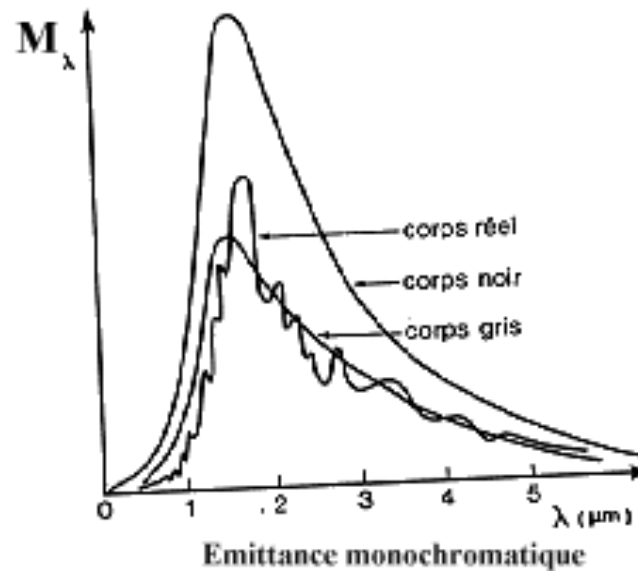
on distingue alors :

- les "**corps gris**" (ou "radiants partiels"). Ils satisfont à la Loi de LAMBERT ($M_\lambda = \pi L_\lambda$) Ils sont tels que : **$\varepsilon_\lambda = \varepsilon$ quelle que soit λ .**
- les corps transparents : $\tau = 1$; donc $\varepsilon_\lambda \ll 1$.
- "les autres corps".

Chapitre III : Le rayonnement

Les différents corps non noirs.

- les **corps gris**--> oxydes, surface recouverte de sciure, tungstène incandescent, surface de brique réfractaire.



lorsque l'on ne connaît rien du corps étudié on fait l'approximation du corps gris.

Chapitre III : Le rayonnement

- les corps dits transparents ---> ils sont tels que : $\tau = 1$ donc $\varepsilon = 0$; mais ceci est relatif, car cette "transparence" dépend de λ . Ainsi, le pyrex est-il transparent dans le visible et "opaque" dans l'IR!!

- autres corps :

- les métaux (conducteurs) sont bons réflecteurs ($\rho \neq 1$ donc $\varepsilon \neq 0$).

- les corps blancs tels que plâtre, peinture, .. diffusent la lumière solaire (le visible) **sans l'absorber** ; en revanche, ils absorbent l'IR.

- les gaz absorbent selon leur atomicité :

- monochromatiques $\alpha_\lambda \neq 0$.

- diatomiques : symétriques (O_2 , N_2 , air) ; $\alpha_\lambda \neq 0$ pour $T < 500$ K ;

- asymétriques (NO , CO , ;..) ; $\alpha_\lambda \neq 0$, à température normale.

- polyatomiques (CO_2 , H_2O , NO_2) absorption sélective dès la température ambiante.

- ex. : CO_2 a des bandes d'absorption vers : $2,6 \mu m$; $4,3 \mu m$; $15 \mu m$; H_2O a également des bandes d'absorption vers : $1,3 \mu m$; $1,8 \mu m$; $2,7 \mu m$; $5,9 \mu m$; $19 \mu m$. Par ailleurs, la Loi de KIRCHHOFF n'est plus valable.

Chapitre III : Le rayonnement

Complément relatif au rayonnement solaire.

- le soleil est assimilé à un CN de température de surface : $T_{\text{sol}} = 5\,800\text{ K}$.
- $M^{\circ}_T = 64.10^6\text{ Wm}^{-2}$ (sur la surface solaire).
- 96 % de la puissance du rayonnement solaire est comprise dans l'intervalle : $[0,25\text{ }\mu\text{m} ; 2,5\text{ }\mu\text{m}]$.
- le flux reçu sur la surface terrestre est :
 - avant atmosphère = 1400 Wm^{-2}
 - après atmosphère 1000 à 700 Wm^{-2} selon l'exposition et la latitude.

Chapitre III : Le rayonnement

La résistance thermique associée au rayonnement.

- corps à la température T dans une enceinte à T_a .
- le transfert de chaleur total par rayonnement est donné par :

$$P = P_{\text{émis}} - P_{\text{absorbé}} = S\varepsilon\sigma (T^4 - T_a^4)$$

- lorsque $(T - T_a) \ll T$ on peut développer P en fonction de $(T - T_a)$ pour obtenir :

$$P = S \varepsilon \sigma T^3 (T - T_a)$$

- on peut alors, comme pour les deux autres processus de transfert de chaleur, conduction et convection, associer au rayonnement à travers un système (S ; ε ; T), une résistance thermique de valeur égale à :

$$R_{rt} = \Delta T / P = 1 / (4 S \varepsilon \sigma T^3)$$

Chapitre III : Le rayonnement

- Rappel des expressions des résistances thermiques associées aux trois processus de transfert thermique :

Processus	Résistance thermique
Conduction	$R_{cd} = e/\lambda S$
Convection	$R_{cv} = 1/hS$
Rayonnement ((T-Ta) << T)	$R_{rt} = 1/4S\epsilon\sigma T^3$



Merçi