

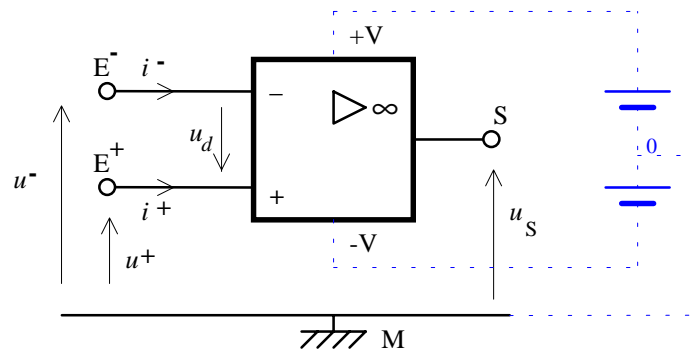
AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL

1 - PROPRIETES DE L'AOP IDEAL

1.1 Description

L'amplificateur opérationnel se présente sous la forme d'un circuit intégré (en général DIL) ; il possède 2 entrées notées E^+ - *entrée non inverseuse* - et E^- - *entrée inverseuse*.

La polarisation du circuit est réalisée, en général, à l'aide d'une *alimentation continue symétrique* (par exemple +15V/-15V) dont le point médian (0V) constitue la référence des tensions (*MASSE*)



1.2 Amplificateur différentiel

C'est un *amplificateur différentiel intégré* (A.D.I.) ; il amplifie la *différence* entre la tension u^+ appliquée à l'entrée non inverseuse et la tension u^- appliquée à l'entrée *inverseuse*.

$$u_S = A_d (u^+ - u^-) = A_d . u_d$$

- A_d : amplification différentielle en boucle ouverte (très grande)
- u_d : tension différentielle

1.3 Régimes de fonctionnement

La tension de polarisation ($\pm V$) impose une limite à la tension de sortie u_S :

$$-V_{SAT} \leq u_S \leq +V_{SAT}$$

On distingue donc deux régimes de fonctionnement :

- *régime linéaire*

$$|u_S| \leq V_{SAT}$$

$$\text{alors } u_S = A_d (u^+ - u^-) = A_d . u_d$$

- *régime de saturation*

$$u_S = \pm V_{SAT}$$

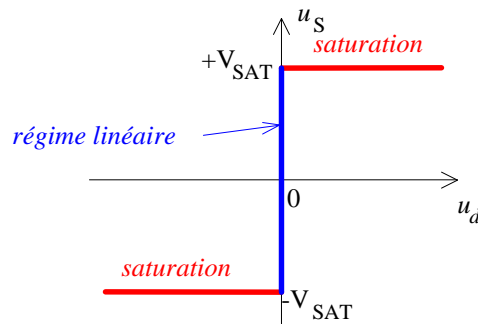
$$\text{lorsque } A_d . |u_d| \geq V_{SAT}$$

1.4 AOP idéal

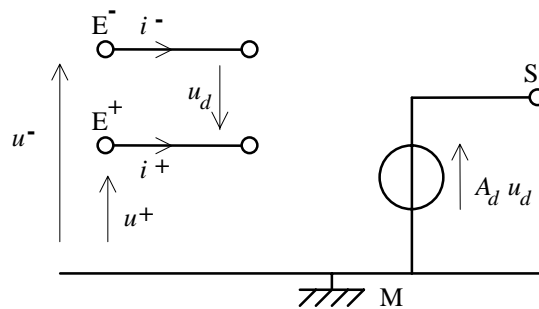
- Résistance d'entrée R_E *infinie* : $i^+ = i^- = 0$
- Résistance de sortie nulle $R_S = 0$: u_S est indépendant de la charge
- Amplification différentielle A_d *infinie*.

☞ En régime linéaire :	$u_d = (u^+ - u^-) = 0$
☞ En régime de saturation :	$u_d > 0 \Rightarrow u_S = +V_{SAT}$ $u_d < 0 \Rightarrow u_S = -V_{SAT}$

1.5 Caractéristique de transfert de l'AOP idéal



montage équivalent en régime linéaire :



Le modèle de l'amplificateur idéal est justifié pour la plupart des applications étudiées cette année. Nous verrons en travaux pratiques les limites de ce modèle, en particulier pour des signaux de fréquences élevées.

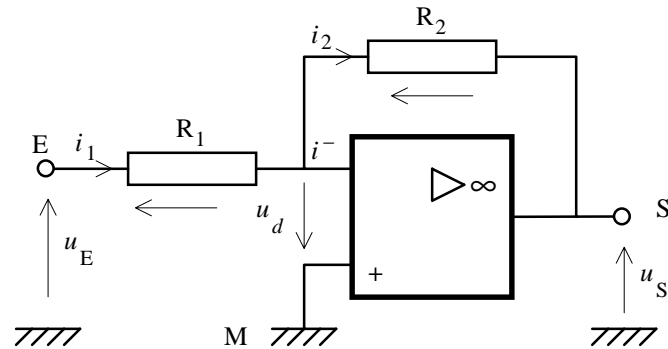
Pour la suite du cours, l'AOP est supposé idéal.

2 - FONCTIONS ANALOGIQUES : régime linéaire

$$R_E \text{ infinie : } i^+ = i^- = 0$$

$$\text{Régime linéaire : } u_d = 0$$

2.1 Montage amplificateur inverseur



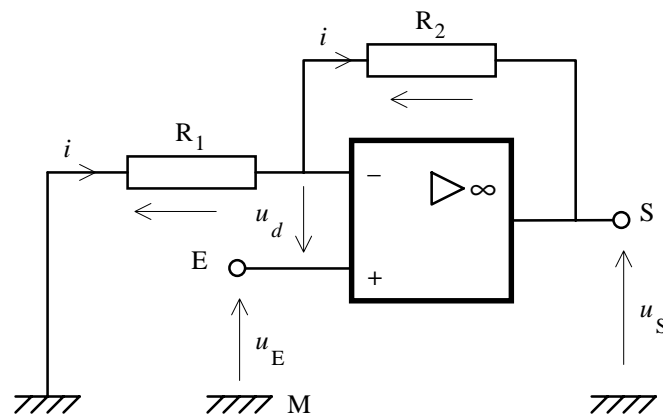
loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i^- = i_2$

lois des mailles : $u_E - R_1 i_1 + u_d = 0$ $u_E = +R_1 i_1$

$u_S + R_2 i_2 + u_d = 0$ $u_S = -R_2 i_2$

$$u_S = -\frac{R_2}{R_1} u_E$$

2.2 Montage amplificateur non inverseur

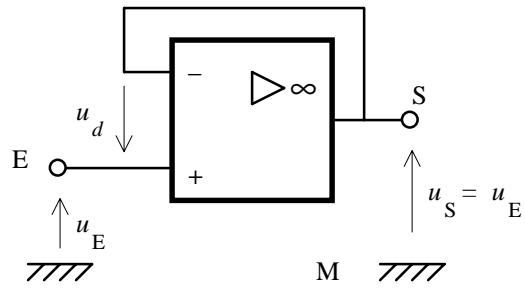


lois des mailles : $u_E - u_d + R_1 i = 0$ $u_E = -R_1 i$

$u_S + R_2 i + R_1 i = 0$ $u_S = -(R_1 + R_2) i$

$$u_S = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_E$$

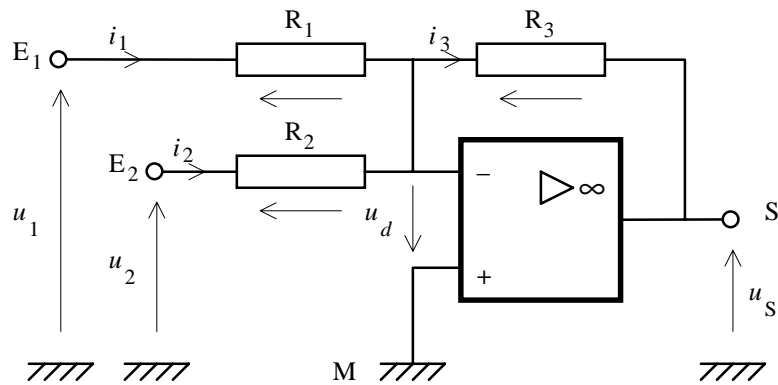
2.3 Montage suiveur



$$u_S = u_E - u_d$$

$$u_S = u_E$$

2.4 Montage sommateur inverseur



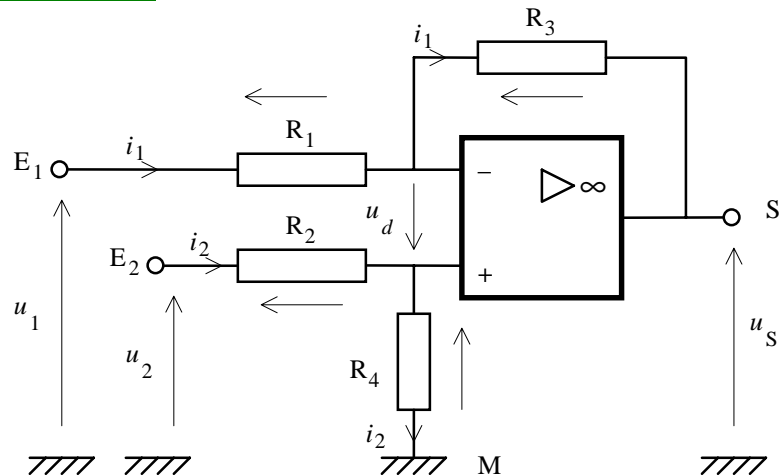
lois des mailles :

$u_1 - R_1 i_1 + u_d = 0$	$i_1 = \frac{u_1}{R_1}$
$u_2 - R_2 i_2 + u_d = 0$	$i_2 = \frac{u_2}{R_2}$
$u_S + R_3 i_3 + u_d = 0$	$i_3 = -\frac{u_S}{R_3}$

loi des nœuds : $i_1 + i_2 = i_3$

$$u_S = -R_3 \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} \right)$$

2.5 Montage soustracteur



diviseur de tension à vide :
$$u^+ = \frac{R_4}{R_2 + R_4} u_2$$

théorème de superposition :
$$u^- = \frac{R_1}{R_1 + R_3} u_S + \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_1$$

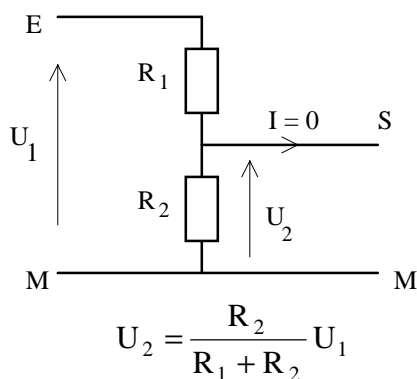
En régime linéaire $u^+ = u^-$:
$$\frac{R_4}{R_2 + R_4} u_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} u_S + \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_1$$

$$u_S = \frac{(R_1 + R_3) R_4}{(R_2 + R_4) R_1} u_2 - \frac{R_3}{R_1} u_1$$

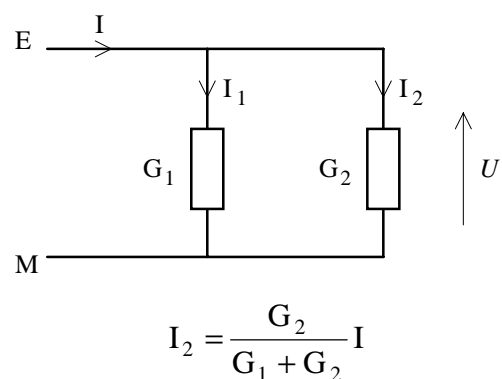
Cas particuliers : $u_S = k(u_2 - u_1)$ avec $k = \frac{R_3}{R_1} = \frac{R_4}{R_2}$ et $u_S = u_2 - u_1$ avec $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$

Rappels

Diviseur de tension à vide



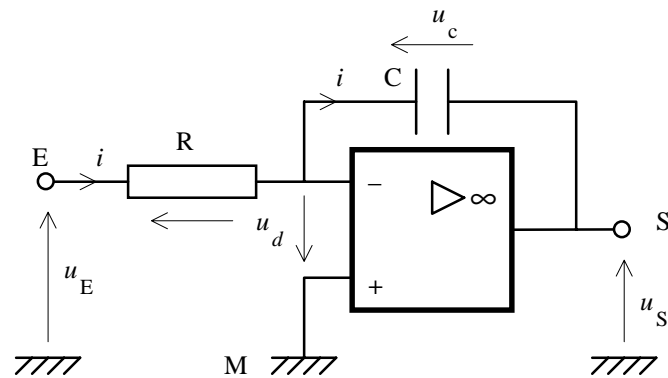
Diviseur de courant



Théorème de superposition

La tension entre deux points A et B d'un circuit linéaire comportant plusieurs sources est égale à la somme des tensions obtenues entre les deux points lorsque chaque source agit seule.

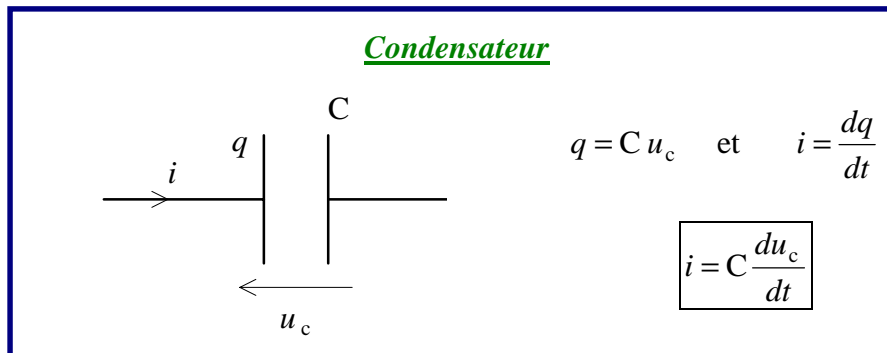
2.6 Montage intégrateur



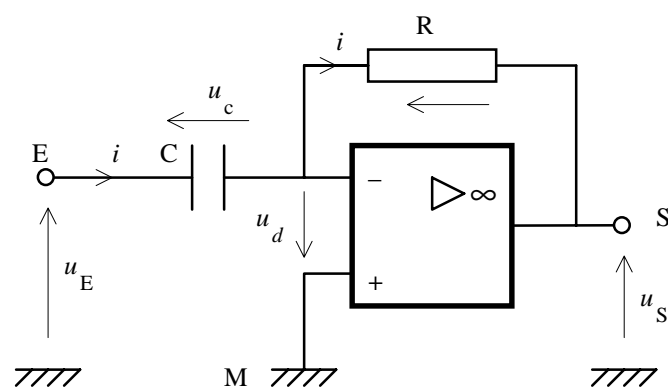
$$u_E = +Ri = R \frac{dq}{dt} = RC \frac{du_c}{dt} \quad \text{et } u_S = -u_c$$

$$u_S = -\frac{1}{RC} \int u_E(t) dt$$

Rappel



2.6 Montage dérivateur



$$u_E = u_c \quad \text{et} \quad u_S = -Ri = -RC \frac{du_c}{dt}$$

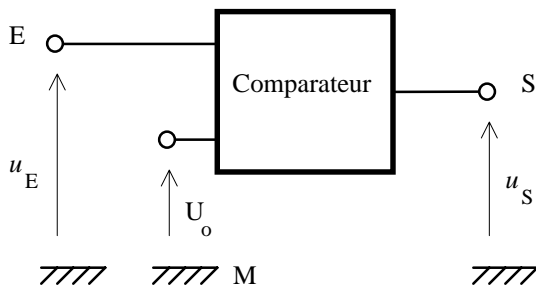
$$u_S = -RC \frac{du_E}{dt}$$

3 - MONTAGES COMPARETEURS : régime de saturation

3.1 Fonction comparateur

La fonction "comparateur" simple consiste à comparer une grandeur d'entrée u_E à une valeur constante U_o .

exemple :

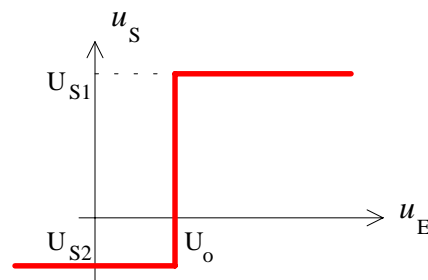


- si $u_E < U_o$ alors $u_S = U_{S1}$
- si $u_E > U_o$ alors $u_S = U_{S2}$

La tension de sortie ne peut donc prendre que deux états (U_{S1} et U_{S2}).

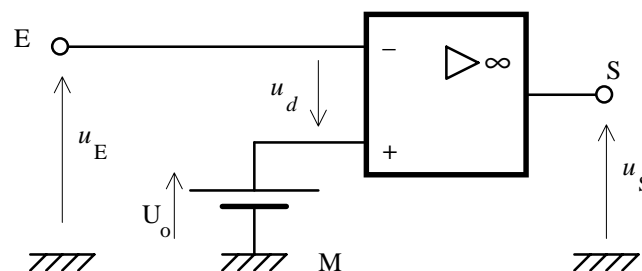
Le passage de l'un des états à l'autre est appelé basculement et la tension constante U_o seuil de basculement.

caractéristique de transfert d'un comparateur à un seuil



3.2 Montage comparateur à un seuil

Exemple de réalisation avec un amplificateur opérationnel *sans circuit de contre-réaction* :



$$u_d = U_o - u_E$$

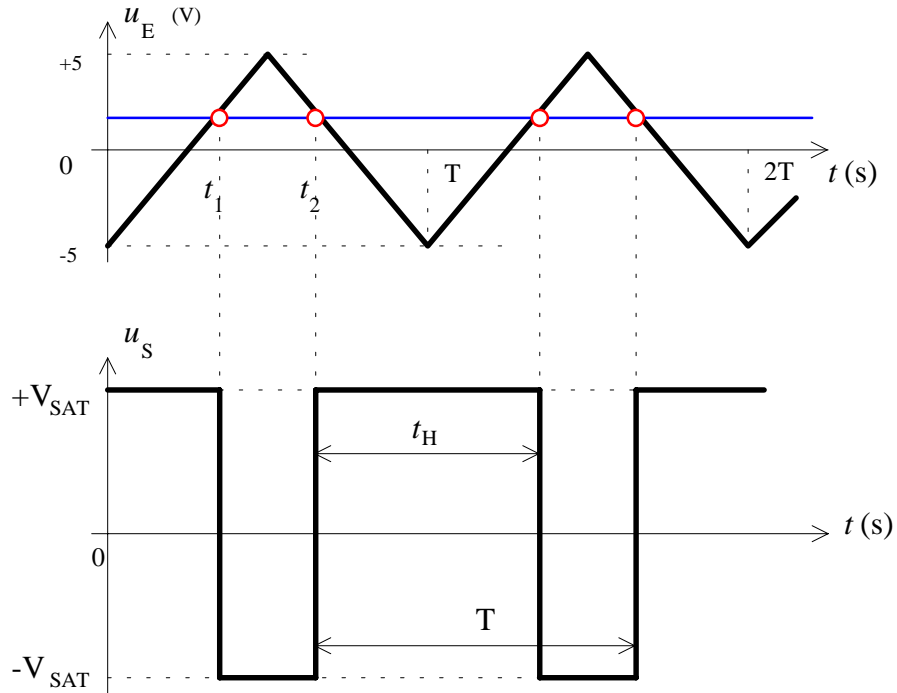
En régime de saturation :

$u_d > 0$	soit $u_E < U_o$	$\Rightarrow u_S = +V_{SAT}$
$u_d < 0$	soit $u_E > U_o$	$\Rightarrow u_S = -V_{SAT}$

Exercice :

On applique à l'entrée du montage précédent une tension triangulaire symétrique de valeur crête à crête $U_{Epp} = 10 \text{ V}$, de période T . Le seuil du comparateur est $U_0 = +2 \text{ V}$ et $|V_{SAT}| = 14 \text{ V}$.

- Tracer en concordance de temps les courbes $u_E(t)$ et $u_S(t)$



- Calculer le **rapport cyclique** du signal de sortie $r = \frac{t_H}{T}$.

Détermination des instants de commutation (t_1 et t_2)

$$t \in [0, T/2] \quad u_E = \frac{20}{T}t - 5$$

$$t \in [T/2, T] \quad u_E = -\frac{20}{T}t + 15$$

$$\text{à la date } t = t_1 : u_E = \frac{20}{T}t_1 - 5 = 2 \Rightarrow t_1 = 0,35 T$$

$$\text{à la date } t = t_2 : u_E = -\frac{20}{T}t_2 + 15 = 2 \Rightarrow t_2 = 0,65 T$$

$$\text{durée du niveau bas } t_B = t_2 - t_1 = 0,3 T$$

$$\text{durée du niveau haut } t_H = t_B = 0,7 T$$

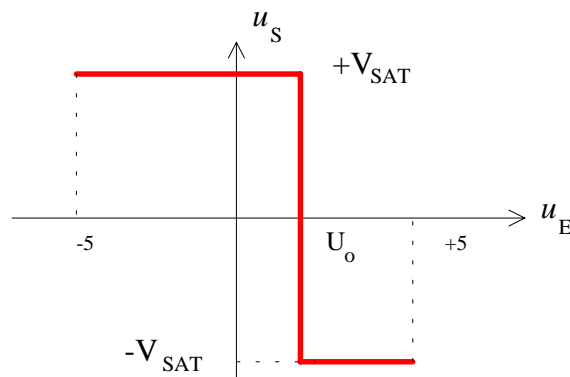
$$r = \frac{t_H}{T} = 0,7 \text{ (ou 70\%)}$$

- Calculer la *valeur moyenne* de $u_S(t)$

$$\langle u_S \rangle = \frac{1}{T} [V_{SAT} \times t_H - V_{SAT} \times (T - t_H)]$$

$$\langle u_S \rangle = 14 (0,7 - 0,3) = 5,6 \text{ V}$$

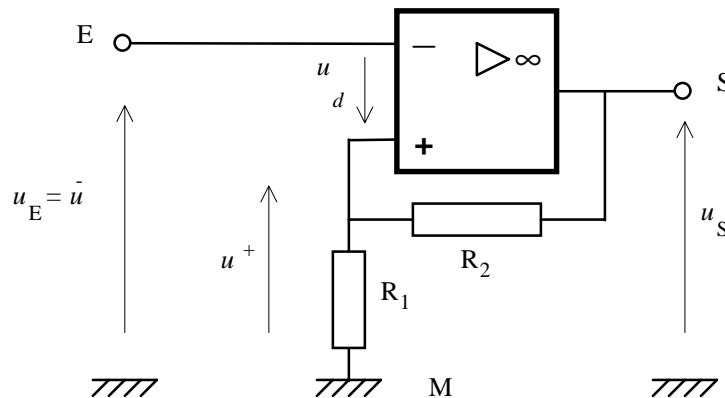
- Tracer la caractéristique de transfert $u_S = f(u_E)$ du montage.



N.B. : montage comparateur *inverseur*

3.3 Montage comparateur à deux seuils

Dans de nombreux cas, il est nécessaire de réaliser des comparateurs à deux seuils afin d'obtenir des montages stables. Par exemple, un thermostat ne doit pas ouvrir et fermer le circuit de chauffage pour la même température, un écart entre les deux seuils (ou hystérésis) est alors indispensable pour obtenir un fonctionnement stable de la régulation.



N.B. : comme dans le montage précédent il n'y a **pas de contre-réaction**, l'amplificateur opérationnel fonctionne donc en **régime de saturation**.

$$\begin{aligned} u_d > 0 &\Rightarrow u_S = +V_{SAT} \\ u_d < 0 &\Rightarrow u_S = -V_{SAT} \end{aligned}$$

Basculement de la tension de sortie : $u_d = u^+ - u^- = 0$ soit $u^+ = u^-$

$$u^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S \text{ (diviseur de tension à vide)}$$

$$u^- = u_E$$

$$\text{Le montage bascule donc pour la tension d'entrée } u_E = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S$$

Or la tension de sortie u_S ne peut prendre que deux valeurs ($\pm V_{SAT}$), le montage possède donc deux seuils de basculement :

pour $u_S = + V_{SAT}$	$u_E = V_H = + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT}$
pour $u_S = - V_{SAT}$	$u_E = V_B = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT}$

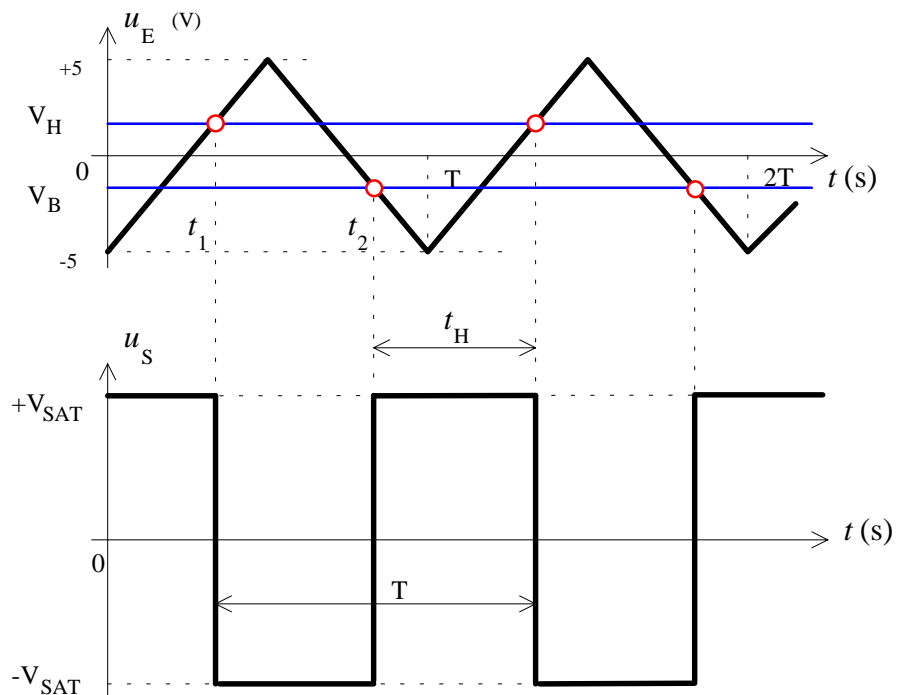
Exercice :

On applique à l'entrée du montage une tension triangulaire symétrique de valeur crête à crête $U_{Epp} = 10 \text{ V}$ de période T . $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$; $|V_{SAT}| = 14 \text{ V}$.

- Calculer les seuils de basculement du montage.
- Tracer en concordance de temps les courbes $u_E(t)$ et $u_S(t)$ puis la caractéristique de transfert $u_S = f(u_E)$ du montage.
- Repérer sur le graphe les instants de commutation du montage.
- Calculer le rapport cyclique du signal de sortie $r = \frac{t_H}{T}$.

Réponses :

$$V_H = + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT} = +1,27 \text{ V} \text{ et } V_B = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT} = -1,27 \text{ V}$$



Commutation : $u_d = u^+ - u^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S - u_E = 0$

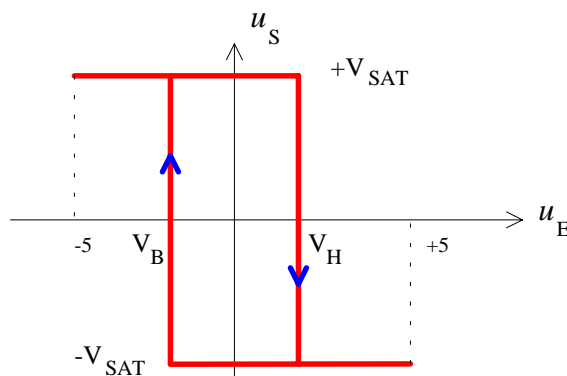
A la date $t = 0$ $u_E = -5$ V et $u_S = \pm 14$ V (à priori inconnu)

donc $u_d = \frac{10}{10 + 100} \times (\pm 14) + 5 = 5 \pm 1,27$ V > 0 $\Rightarrow u_S = +V_{SAT} = +14$ V

Le premier basculement de u_S aura donc lieu lorsque $u_E = V_H$

Après commutation $u_S = -14$ V, **le seuil change avec la valeur de u_S** , la commutation suivante aura donc lieu **lorsque $u_E = V_B$** et le phénomène se répète périodiquement.

caractéristique de transfert



Détermination des instants de commutation (t_1 et t_2)

à la date $t = t_1$: $u_E = \frac{20}{T} t_1 - 5 = 1,27 \Rightarrow t_1 = 0,314$ T

à la date $t = t_2$: $u_E = -\frac{20}{T} t_2 + 15 = -1,27 \Rightarrow t_2 = 0,814$ T

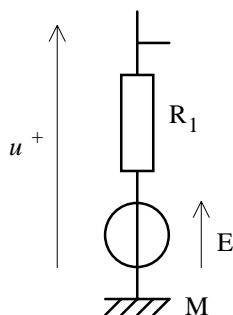
durée du niveau bas $t_B = t_2 - t_1 = 0,5$ T

durée du niveau haut $t_H = t_B = 0,5$ T (cf. symétries de la figure)

rapport cyclique $r = \frac{t_H}{T} = 0,5$ (ou 50%)

N.B. : ce montage comparateur est également inverseur, il est possible de faire varier l'hystérésis, c'est-à-dire l'écart entre les deux seuils en modifiant les résistances R_1 et R_2 .

En plaçant une source de tension en série avec R_1 on obtient un décalage des deux seuils.



Nouveaux seuils : $u^+ = \frac{R_2 E + R_1 u_S}{R_1 + R_2} = U_0 \pm k u_S$

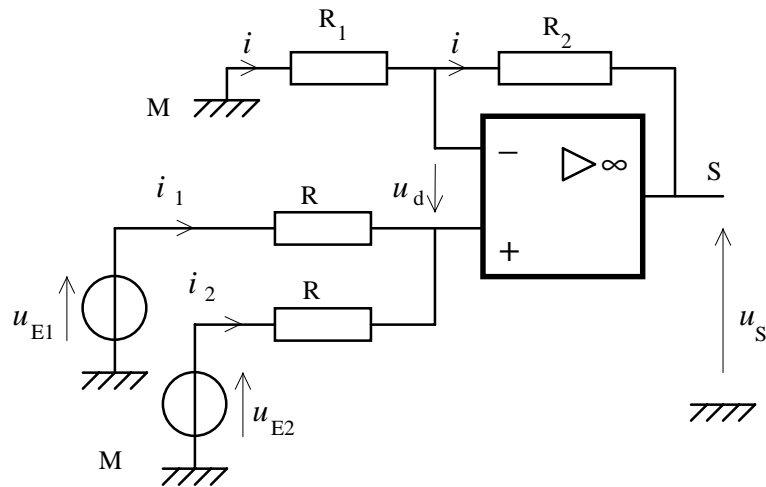
$$V_H = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT}$$

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT}$$

Exercices

Régime linéaire

1. Montage sommateur



1.1 Ecrire les relations entre :

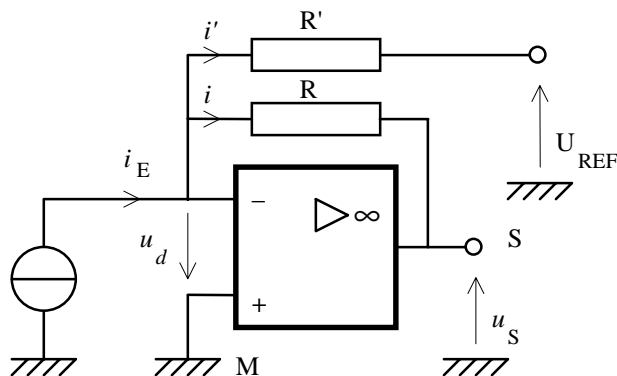
- u_{E1} , i_1 , R , u_d , R_1 et i ;
- u_{E2} , i_2 , R , u_d , R_1 et i ;
- u_S , R_1 , R_2 et i ;
- i_1 et i_2

1.2 Montrer que : $u_{E2} + u_{E1} = -2R_1 i$.

- En déduire l'expression de u_S en fonction de u_{E1} , u_{E2} , R_1 et R_2 .
- A quelle condition a-t-on : $u_S = u_{E1} + u_{E2}$?

Réponses : $u_S = + \frac{(R_1 + R_2)}{2R_1} (u_{E1} + u_{E2})$; $R_1 = R_2$.

2. Conversion courant-tension



2.1 Le convertisseur I/U à une réponse linéaire telle que :

$$u_S = 0 \text{ V} \quad \text{pour } i_E = 4 \text{ mA};$$

$$u_S = -10 \text{ V} \quad \text{pour } i_E = 20 \text{ mA}.$$

- Montrer que u_S est liée à i_E par la relation

$$u_S = -0,625 i_E + 2,5 \text{ (préciser les unités)}$$

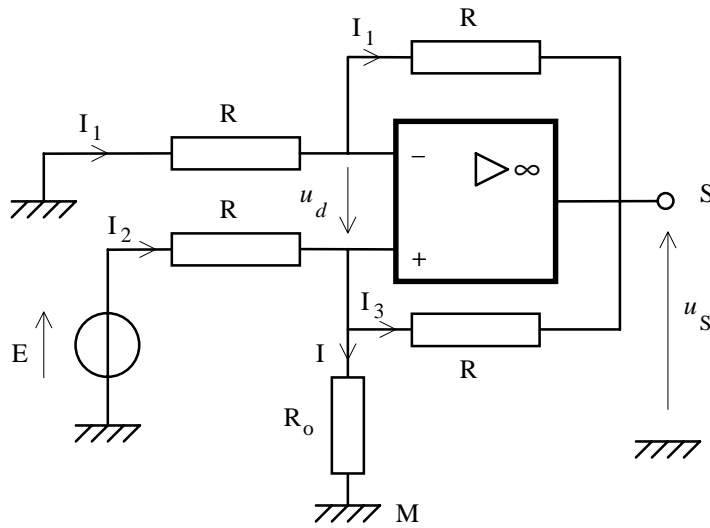
2.2 Ecrire les relations entre :

- u_S , R et i
- U_{REF} , R' et i' .

2.3 Sachant que $U_{REF} = -15 \text{ V}$ calculer les valeurs de R et R' .

Réponses : $u_S = -R i_E - \frac{R}{R'} U_{REF}$

3 Montage générateur de courant



3.1 Ecrire les relations entre les grandeurs suivantes :

- R, R_o, I, I_2 et E
- R, R_o, I et I_1
- I, I_2 et I_3
- I_1 et I_3

3.2 Exprimer l'intensité I du courant dans R_o

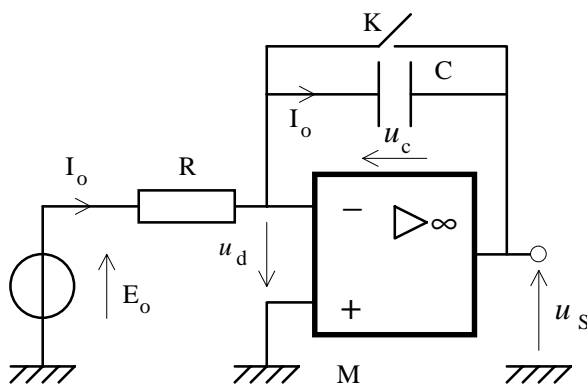
- Montrer qu'elle est indépendante de R_o
- A.N. : Calculer I avec $E = 4,5 \text{ V}$; $R = 4,7 \text{ k}\Omega$

3.3 Exprimer u_s en fonction de R, R_o et E .

- En déduire la valeur minimale de R_o permettant un fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel ($V_{SAT} = 14 \text{ V}$)

Réponses : $I = \frac{E}{R} = 0,96 \text{ mA}$; $u_s = 2 \frac{R_o}{R} E$; $R_{o\max} = 7,3 \text{ k}\Omega$.

4. Montage générateur de rampe (intégrateur)



4.1 L'interrupteur K est fermé.

- Quelle est la valeur de la tension u_s ?

4.2 L'interrupteur K est ouvert.

- Quelle est la relation entre u_s et u_c ?
- Quelle est la relation entre E_o, R et I_o ?
- En déduire la relation entre u_s, R, C, E_o et le temps t .

4.3 A l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur K.

- Montrer que la tension de sortie $u_s(t)$ varie en suivant la loi $u_s = a \times t$.
- Exprimer a .

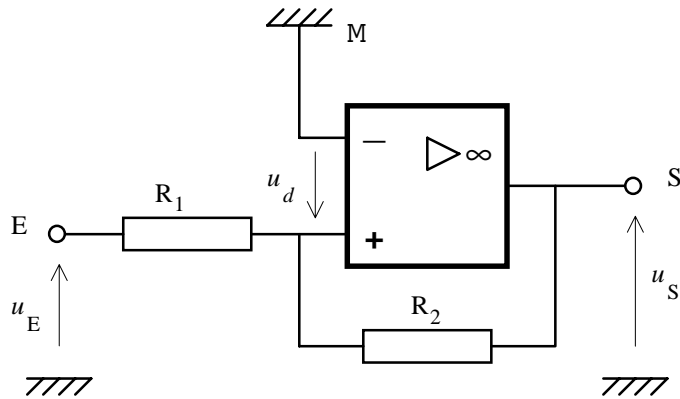
4.4 Sachant que u_s atteint la valeur $U_{S\max} = 2,00 \text{ V}$ à la date $t = 200 \text{ ms}$

- Calculer la valeur de la résistance R avec $C = 4,7 \mu\text{F}$ et $E_o = -5,25 \text{ V}$.
- Quelle est alors la valeur de l'intensité I_o du courant ?

Réponses : $a = -\frac{E_o}{RC} t = 10 \text{ V.s}^{-1}$; $R = 112 \text{ k}\Omega$; $I_o = -47 \mu\text{A}$

Régime de saturation

5. Montage comparateur non inverseur



On applique à l'entrée du montage précédent une tension triangulaire symétrique variant entre -10 V et +10 V, de période T.

$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$;

$|V_{SAT}| = 14 \text{ V}$.

- Calculer les tensions u^+ et u^-
- En déduire l'expression des seuils de basculement du montage.
- Tracer la caractéristique de transfert $u_S = f(u_E)$ du montage.
- Repérer sur le graphe le sens de parcours du cycle

Réponses :

$$u^- = 0 \quad u^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S + \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_E$$

Seuils : $V_E = \pm \frac{R_1}{R_2} V_{SAT}$

soit $V_H = +4,2 \text{ V}$ pour $u_S = -V_{SAT}$ et $V_B = -4,2 \text{ V}$ pour $u_S = +V_{SAT}$

