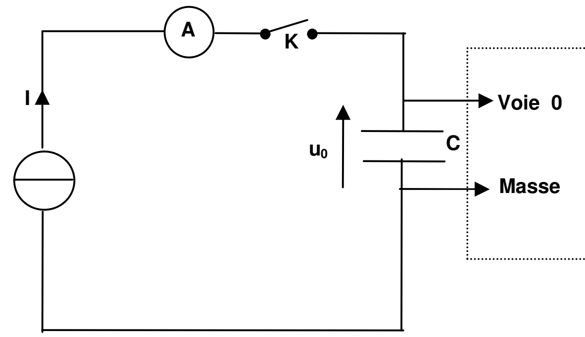
TS	Physique	Condensateur et dipôle RC	Electricité

- Enoncé -

A. On désire déterminer la capacité C_0 d'un condensateur. Pour cela, on réalise sa charge avec un générateur idéal de courant : ce générateur débite un courant d'intensité $I = 5{,}0 \times 10^{-1}$ mA. Le montage utilisé est schématisé ci contre. A la date t = 0, on ferme l'interrupteur K et on réalise alors l'acquisition informatisée de la tension u_0 en fonction du temps.

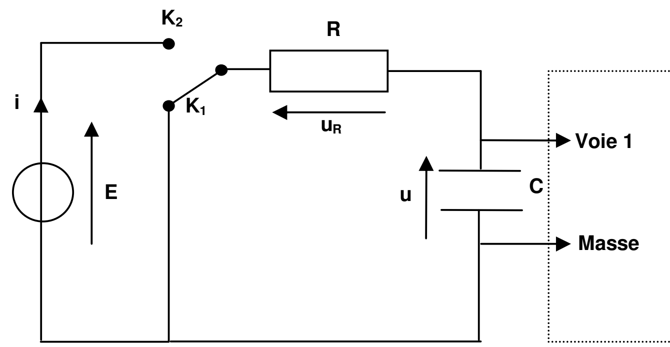


1. Donner la définition d'un générateur idéal de courant.

2. Exprimer I en fonction de C_0, u_0 et t (on notera q la charge du condensateur à une date t).

3. Le traitement des données permet de tracer (courbe en annexe n°1) la représentation graphique de la fonction t → u_0(t)
a) Donner l'équation littérale de la droite obtenue.
b) En déduire, graphiquement, la valeur de la capacité C_0 du condensateur.

B. On étudie maintenant la charge d'un condensateur de capacité C au travers d'un conducteur ohmique de résistance R. On utilise pour cela un générateur idéal de tension de force électromotrice E. Le montage utilisé est schématisé ci-contre. A la date t = 0, on bascule l'interrupteur de la position K_1 à la position K_2.



1. Donner la définition d'un générateur idéal de tension.

2. Par une analyse dimensionnelle, montrer que le produit R.C est homogène à un temps.

3. Le traitement des données permet de tracer (courbe en annexe n°2) la représentation graphique de la fonction t → u(t).
a) Déduire de cette courbe la constante de temps τ du dipôle.
b) Calculer la résistance R du conducteur ohmique sachant que C = 1,0 μF.

4. Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension u.

5. *a)* Déterminer la valeur de la force électromotrice E du générateur.
b) Déterminer la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour t = 0.
c) Déterminer la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour t > 5τ.
d) Avec u en V et t en s, montrer que : $\frac{du}{dt} = 1{,}0 \times 10^4 \times (5{,}0 - u)$.

C. Pour vérifier la relation établie en B.5.d, on désire tracer la représentation graphique de la fonction t → u(t) en appliquant la méthode d'Euler.

On a : $u(t_i + 1) = u(t_i) + \left(\frac{du}{dt}\right)_{t_i}.\Delta t$ avec Δt le pas du calcul tel que : $\Delta t = t_{i+1} - t_i = 5{,}0 \times 10^{-5}$ s

<u>Exemples</u> :

• $u(5{,}0 \times 10^{-5}) = u(0) + \left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0}.\Delta t = 0 + (1{,}0 \times 10^4) \times (5{,}0 - 0) \times 5{,}0 \times 10^{-5} = 2{,}5$ V

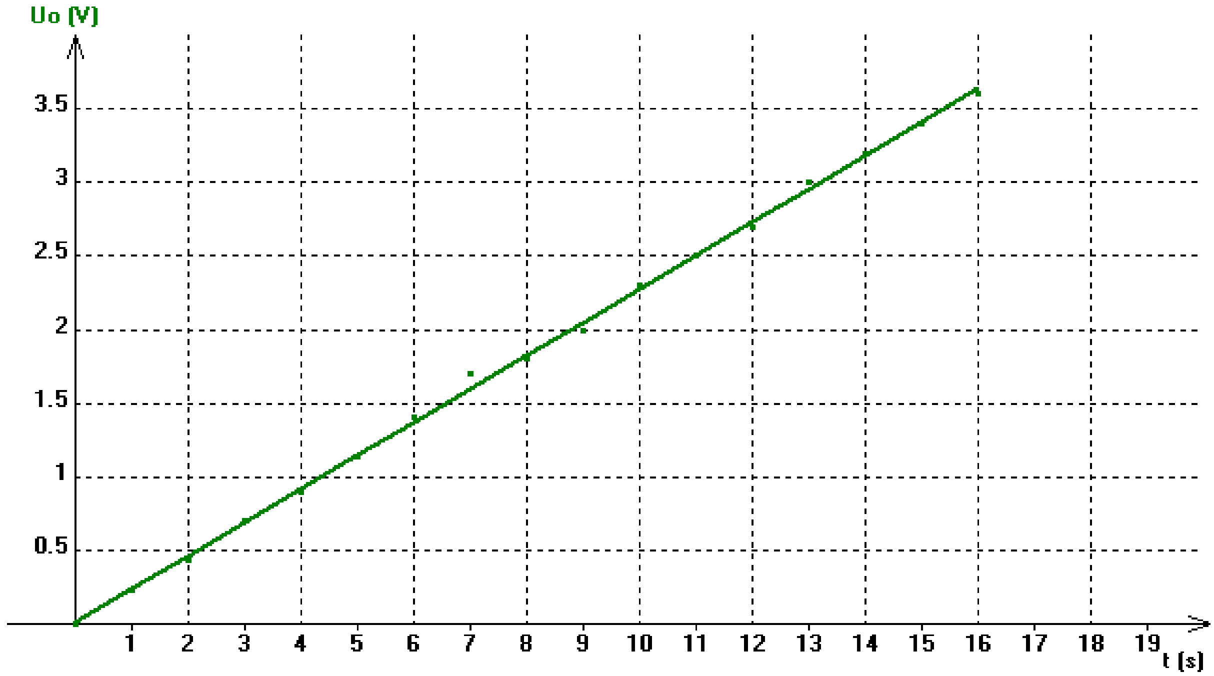
• $u(10 \times 10^{-5}) = u(5{,}0 \times 10^{-5}) + \left(\frac{du}{dt}\right)_{t=5{,}0\times10^{-5}}.\Delta t = 2{,}5 + (1{,}0 \times 10^4) \times (5{,}0 - 2{,}5) \times 5{,}0 \times 10^{-5} = 3{,}8$ V

1. Compléter le tableau en annexe °3.

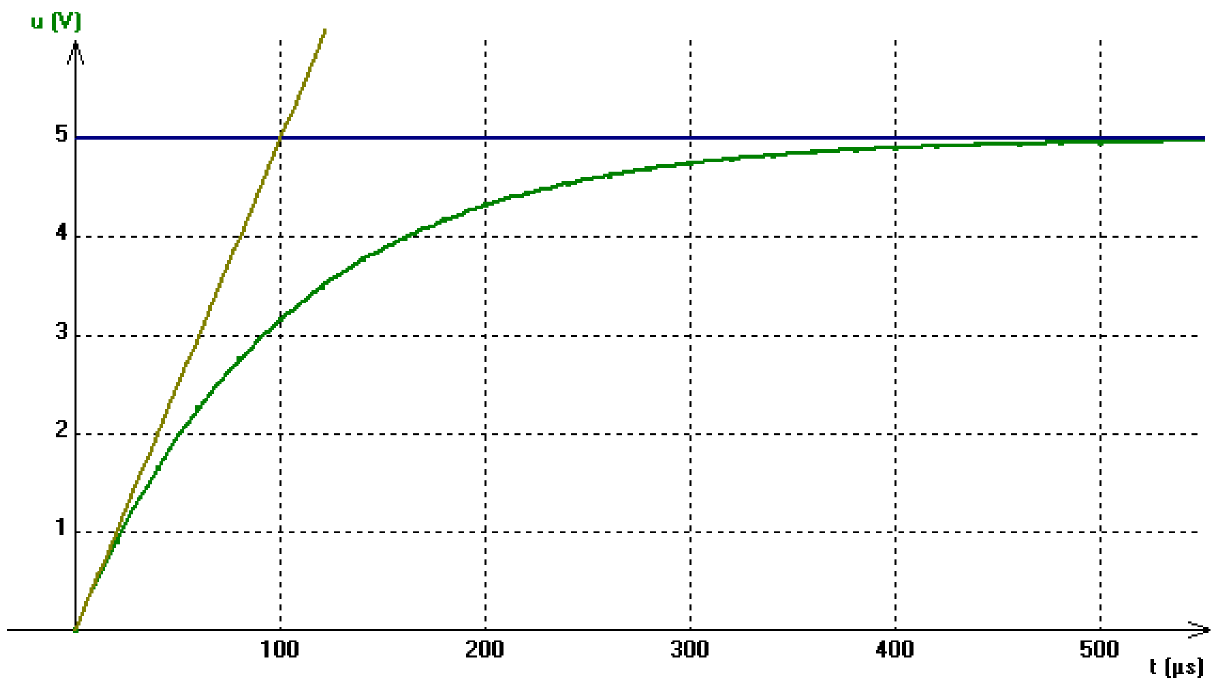
2. *a)* Tracer la représentation graphique de la fonction t → u(t) sur le même graphe que la courbe de l'annexe n°3.
b) La relation établie en B.5.d est-elle vérifiée ?

- Annexes -

ANNEXE N°1



ANNEXE N°2



ANNEXE N°3

t ($\times 10^{-5}$ s)	0	5,0	10	15	20	25	30	35	40	45
u (V)	0	2,5	3,8							
$\frac{du}{dt}$ ($\times 10^4$ V.s^{-1})	5,0	2,5								

- Corrigé -

A. 1. Donnez la définition d'un générateur idéal de courant.

Un générateur idéal de courant débite un courant d'intensité constante quelque soit la tension entre ses bornes.

2. Exprimez I en fonction de C_0, u_0 et t (on notera q la charge du condensateur à une date t).

$q = I.t$ et $q = C_0.u_0 \Rightarrow I.t = C_0.u_0 \Rightarrow \boxed{I = \frac{C_0.u_0}{t}}$

3. a) Donnez l'équation littérale de la droite obtenue.

$I = \frac{C_0.u_0}{t} \Rightarrow \boxed{u_0 = \frac{I}{C_0}.t}$

b) En déduire, <u>graphiquement</u>, la valeur de la capacité C_0 du condensateur.

Le rapport $\frac{I}{C_0}$ est égal au coefficient directeur de la droite obtenue.

Sur la courbe 1, on considère les points : A (1,0 s ; 0,25 V) et B (11 s ; 2,5 V).

$\frac{I}{C_0} = \frac{2,5 - 0,25}{11 - 1,0} = 2,3 \times 10^{-1}\ V.s^{-1} \Rightarrow \mathbf{C_0} = \frac{5,0 \times 10^{-4}}{2,3 \times 10^{-1}} = \mathbf{2,2 \times 10^{-3}\ F}$

B. 1. Donnez la définition d'un générateur idéal de tension

Un générateur idéal de tension délivre une tension constante entre ses bornes, quelque soit l'intensité du courant débité.

2. Par une analyse dimensionnelle, montrez que le produit R.C est homogène à un temps.

Aux bornes du conducteur ohmique : $u_R = R.i \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$. Donc : $[R] = [u_R].[i]^{-1}$

Aux bornes du condensateur : $u = \frac{q}{C} \Rightarrow C = \frac{q}{u}$. Donc : $[C] = [q].[u]^{-1}$

On en déduit : $[R].[C] = [q].[i]^{-1}$

Dans ce circuit : $i = \frac{dq}{dt}$. Donc : $[t] = [q].[i]^{-1} = \mathbf{[R].[C] = T}$

3. a) Déduisez de cette courbe la constante de temps τ du dipôle.

La constante de temps τ du dipôle est égale à l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe et de l'asymptote.

Sur la courbe 2, on lit : $\tau = 100 \times 10^{-6} = \mathbf{1,00 \times 10^{-4}\ s}$

b) Calculez la résistance R du conducteur ohmique sachant que C = 1,0 µF.

Pour un dipôle RC, $\tau = R.C \Rightarrow \boxed{R = \frac{\tau}{C}}$ soit : $\mathbf{R} = \frac{1,00 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-6}} = \mathbf{1,0 \times 10^{2}\ \Omega}$

4. Etablissez l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension u.

Loi d'additivité des tensions : $E = u_R + u$

D'une part : $u_R = R.i$

D'autre part : $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u \Rightarrow i = C.\frac{du}{dt}$

Donc : $u_R = R.C.\frac{du}{dt} \Rightarrow \boxed{R.C.\frac{du}{dt} + u = E}$

5. a) Déterminez la valeur de la force électromotrice E du générateur.

A la fin de la charge, la tension u aux bornes du condensateur devient égale à la tension E aux bornes du générateur. Sur la courbe 2, on lit : **E = 5,0 V**

b) Déterminez la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour t = 0.

A t = 0 : u = 0 => E = u_R = R.i => $\boxed{i = \frac{E}{R}}$ soit : i = $\frac{5,0}{1,0 \times 10^2}$ = **$5,0 \times 10^{-2}$ A**

c) Déterminez la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour t > 5τ.

Pour t > $5,00 \times 10^{-4}$ s : u → E

Or : u_R = R.i = E – u => u_R → 0 et **i → 0**

d) Avec u en V et t en s, montrez que : $\frac{du}{dt}$ = $1,0 \times 10^4 \times (5,0 - u)$

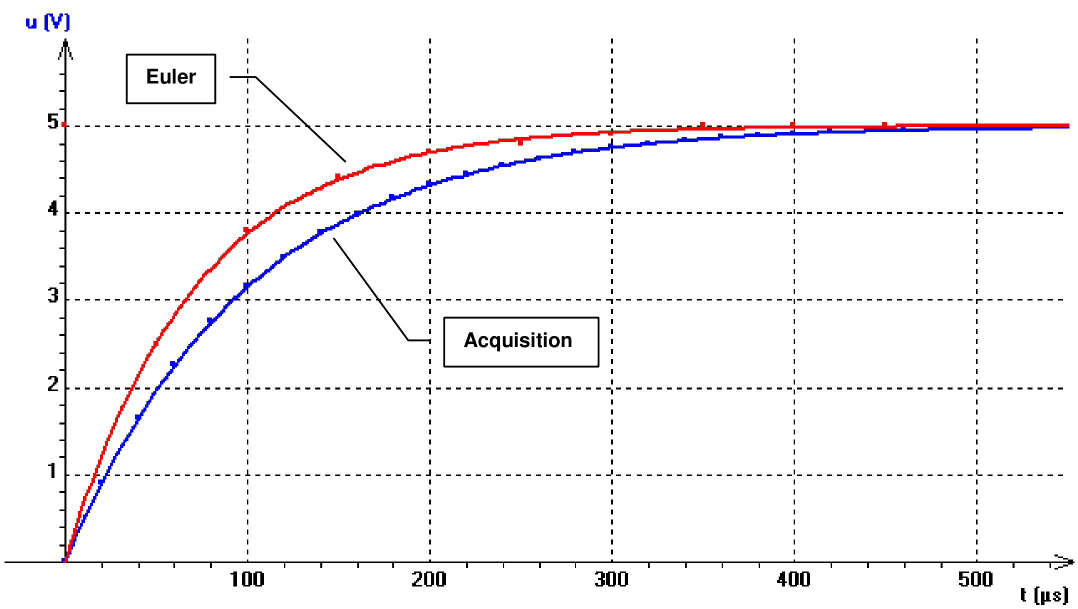
$R.C.\frac{du}{dt} + u = E \Rightarrow \frac{du}{dt} + \frac{1}{R.C}.u = \frac{E}{R.C} \Rightarrow \boxed{\frac{du}{dt} = \frac{1}{R.C}.(E - u)}$

Soit : $\frac{du}{dt} = \frac{1}{1,0 \times 10^2 \times 1,0 \times 10^{-6}} \times (5,0 - u) \Rightarrow \boxed{\frac{du}{dt} = 1,0 \times 10^4 \times (5,0 - u)}$

C. 1. Complétez le tableau en annexe.

t ($\times 10^{-5}$ s)	0	5,0	10	15	20	25	30	35	40	45
u (V)	0	2,5	3,8	**4,4**	**4,7**	**4,8**	**4,9**	**5,0**	**5,0**	**5,0**

2. a) Tracez la représentation graphique de la fonction t → u(t) sur le même graphe que la courbe 2.



b) La relation établie en B.5.d est-elle vérifiée ?

Oui.