LE DIPÔLE RC

Exercice 1

Enoncé :

Aux bornes d'un dipôle RC, on branche un générateur de tension de f.e.m E=6V. Le condensateur est initialement déchargé, sa capacité est C=100 μF. La résistance du résistor est R=100 Ω.

1- Donner la valeur de la tension du condensateur en régime permanent. Déduire la valeur de la tension du résistor.
2- Quelle est l'intensité du courant qui traverse le circuit en régime permanant ? Déduire le rôle du condensateur dans ces conditions.
3- Calculer la constante de temps τ du dipôle RC.

Corrigé :

1- En régime permanent la tension aux bornes du condensateur est égale à la f.e.m du générateur u_c=E = 6V or d'après la loi des mailles $u_c + u_R = E$ d'où en régime permanent u_R=0 V.

2- u_R=Ri ; $i = \frac{u_R}{R}$, en régime permanent u_R=0V donc i=0 A. dans ces conditions le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

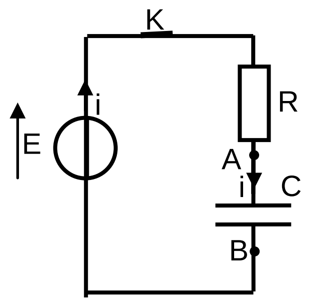
3- τ=RC A.N : τ= 100.100.10^{-6} = 10^{-2} s = 10 ms.

Exercice 2

Énoncé :

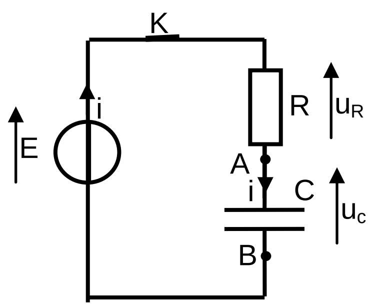
On envisage le circuit suivant constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, un condensateur de capacité C initialement vide, un interrupteur K et un générateur de tension de f.e.m E.

A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur.



1- Rappeler la relation qui lie la charge q_A de l'armature A du condensateur et l'intensité du courant i dans le circuit. Déduire la relation liant i et la tension u_c aux bornes du condensateur.
2- Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de u_c au cours du temps.
3- Vérifier que $u_c(t) = E(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle précédente avec τ=RC.

Corrigé :



1- $i = \frac{dq_A}{dt}$ or q_A=C.u_c donc $i = \frac{d(C.u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

2- On doit tout d'abord représenter les flèches des différents éléments du circuit.

D'après la loi des mailles :

$u_R + u_c = E$

$Ri + u_c = E$ d'où

$$\boxed{RC\frac{du_c}{dt} + u_c = E}$$

3- Pour que $u_c(t) = E(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ *soit solution de l'équation différentielle précédente il faut qu'elle la vérifie, on va donc remplacer u_c par son expression dans la première partie de l'équation et de voir si elle est égale à E.*

Rappel : la dérivée de $e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{d(e^{\frac{-t}{\tau}})}{dt} = \frac{-1}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$ car $\frac{d(e^{-\alpha t})}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t}$

$$RC\frac{d(E(1-e^{\frac{-t}{\tau}}))}{dt}+E(1-e^{\frac{-t}{\tau}}) = RCE(0-(\frac{-1}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}))+E(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$=\frac{RCE}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}+E-Ee^{\frac{-t}{\tau}}$$ *or τ=RC d'où*

$$=\frac{RCE}{RC}e^{\frac{-t}{\tau}}+E-Ee^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$=Ee^{\frac{-t}{\tau}}+E-Ee^{\frac{-t}{\tau}}$$

= E. donc cette expression de u_c est une solution de l'équation différentielle.

Exercice 3

Énoncé :

Un circuit électrique comporte en série un générateur de tension de f.e.m E, un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur de capacité C=20 µF initialement déchargé.

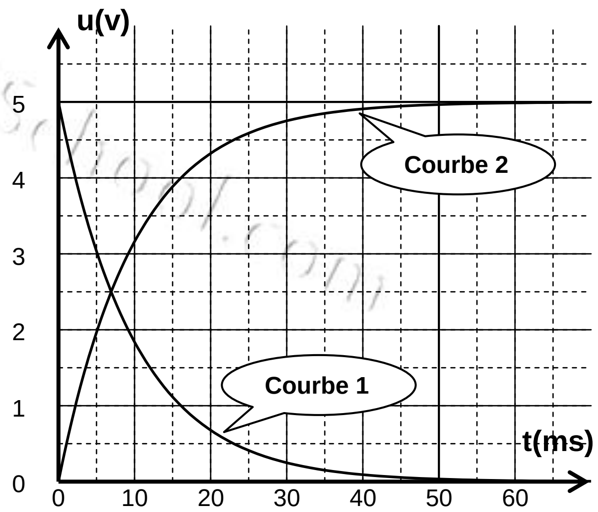
1- Faire un schéma du montage et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide d'un oscilloscope numérique, les tensions $u_c(t)$ et $u_R(t)$ respectivement aux bornes du condensateur et du résistor.

2- Les oscillogrammes obtenus sur l'écran de l'oscilloscope sont représentés sur la figure suivante :

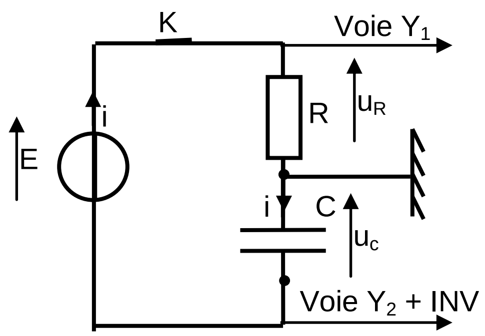
a- Identifier ces oscillogrammes.

b- Déterminer graphiquement la f.e.m E du générateur et la constante de temps τ.

c- Calculer la résistance R du conducteur ohmique.



Corrigé :



1-

> **Conseil** : Pour visualiser les tensions de deux éléments du circuit, on doit placer la masse entre ces deux éléments.

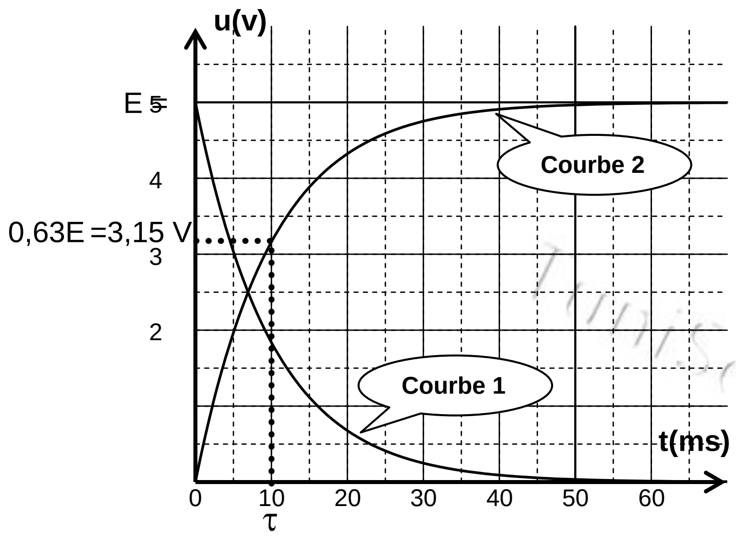
- Sur la voie Y_1, la tension u_R est visualisée.
- Pour avoir la tension u_c sur la voie Y_2, on doit activer le bouton INV (inverse) car la tension prélevée entre la masse et la voie Y_2 est – u_c.

2-

a- A t=0 le condensateur est initialement déchargé $u_c(0)$= 0 donc la courbe (2) correspond à $u_c(t)$ et la courbe (1) correspond à $u_R(t)$. (de même lors de la charge du condensateur, la tension u_c augmente au cours du temps).

b- Lorsque le régime permanent s'établi $u_c = u_{cmax}$ = E, d'après le graphe de la courbe (2) E=5 V.

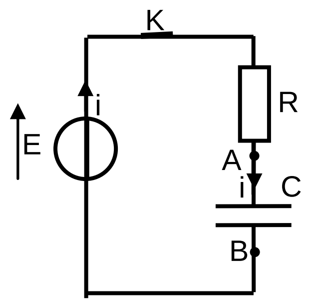
Pour t=τ, on a $u_c(\tau)$ = 0,63E = 0,63.5 = 3,15 V. on place 3,15 V sur l'axe des ordonnées et on lit la valeur de τ sur l'axe des abscisses, τ=10 ms.



c- $\boxed{R=\frac{\tau}{C}}$ A.N : $R=\frac{10.10^{-3}}{20.10^{-6}}=500\,\Omega$.

Exercice 4

Énoncé :



Le circuit suivant comprend en série :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E.
- Un résistor de résistance R.
- Un condensateur de capacité C.
- Un interrupteur K.

Le condensateur est initialement déchargé, à l'instant t=0, on ferme K.

1- Établir la relation liant E, u_R et u_c.

2- Rappeler la relation qui lie u_R, R et i.

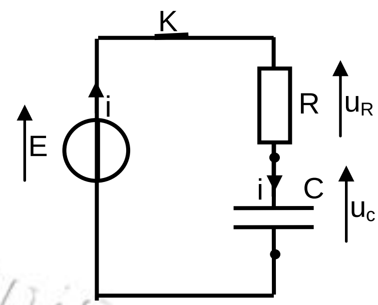
3- Montrer que $\frac{du_c}{dt}=\frac{u_R}{RC}$.

4- A partir des relations précédentes, montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_R aux bornes du résistor est : $RC\frac{du_R}{dt}+u_R=0$.

5- Vérifier que $u_R=E.e^{\frac{-t}{\tau}}$ est une solution de l'équation différentielle avec τ=RC.

6- Déduire l'expression de u_c(t) et celle de q(t) charge du condensateur.

Corrigé :



1- D'après la loi des mailles : $u_R + u_c = E$.

2- $u_R = R.i$.

3- $i=\frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_c$.

$$i=\frac{d(Cu_c)}{dt}=C\frac{du_c}{dt}$$

$\frac{du_c}{dt}=\frac{i}{C}$ or $i=\frac{u_R}{R}$ d'où

$$\boxed{\frac{du_c}{dt}=\frac{u_R}{RC}}$$

4- On a $u_R + u_c = E$.

Appliquons la dérivée à cette équation :

$\frac{du_R}{dt} + \frac{du_c}{dt} = \frac{dE}{dt}$ or E = constante, donc

$\frac{du_R}{dt} + \frac{du_c}{dt} = 0$ et $\frac{du_c}{dt} = \frac{u_R}{RC}$ d'où

$\frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$ en multipliant toute l'équation par RC, on aura

$$\boxed{RC\frac{du_R}{dt} + u_R = 0}$$

Attention : c'est l'équation différentielle régissant l'évolution de u_R lors de la charge d'un condensateur.

5- Pour que cette expression de u_R soit solution de l'équation différentielle précédente, elle doit la vérifier :

$RC\frac{d(Ee^{\frac{-t}{\tau}})}{dt} + E.e^{\frac{-t}{\tau}} = RCE(\frac{-1}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}) + E.e^{\frac{-t}{\tau}}$, en remplaçant τ par RC,on a

$= \frac{-RCE}{RC}e^{\frac{-t}{\tau}} + E.e^{\frac{-t}{\tau}}$

$= -Ee^{\frac{-t}{\tau}} + E.e^{\frac{-t}{\tau}}$

= 0 donc $u_R = E.e^{\frac{-t}{\tau}}$ est une solution de $RC\frac{du_R}{dt} + u_R = 0$.

6- On a $u_R + u_c = E$ d'où $u_c = E - u_R$

$= E - E.e^{\frac{-t}{\tau}}$

$= E(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$

$q = C.u_c$ donc $q(t) = CE(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ avec $CE = q_{max}$ charge maximale emmagasinée dans le condensateur.