Fonction dérivée d'une fonction
Corrigé exercices

1. Dérivée d'une fonction :

- $f(x) = -3x^2 + 5x + 3$ $f'(x) = -6x + 5$

- $f(x) = x^3 - 7x^2 - 2x + 1$ $f'(x) = 3x^2 - 14x - 2$

- $f(x) = \dfrac{5x^3 + 3x^2 - 2x + 4}{x}$

  $f(x) = 5x^2 + 3x - 2 + \dfrac{4}{x} = g(x) + h(x)$ où $g(x) = 5x^2 + 3x - 2$ et $h(x) = \dfrac{4}{x}$

  $f'(x) = g'(x) + h'(x) = 10x + 3 - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{10x^3 + 3x^2 - 4}{x^2}$

- $f(x) = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{2}{x}$ $f'(x) = \dfrac{2x}{2} - \dfrac{2}{x^2} = x - \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{x^3 - 2}{x^2}$

2. Tableau de variation d'une fonction et recherche des extremums :

- Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$ par $f(x) = x^2 - x - 2$.

  $f'(x) = 2x - 1$. La dérivée s'annule pour $x = 0,5$

x	-3		$0,5$		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	4	$\searrow$	$-2,25$	$\nearrow$	10

- Recherche du maximum de la fonction g définie sur $[-3 ; 5]$ par

  $g(x) = -0,5x^2 + x + 5$

  $g'(x) = -x + 1$.

  La dérivée s'annule pour $x = 1$.

  Elle est positive pour $x \in [-3 ; 1[$ et négative pour $x \in]1 ; 4]$.

  La fonction f est donc croissante sur $[-3 ; 1[$, décroissante sur $]1 ; 4]$ et atteint son maximum en $x = 1$ pour la valeur $g(1) = 5,5$

Fonction dérivée d'une fonction
Corrigé exercices

- Recherche des extremums de la fonction h définie sur $[-4\ ;\ 1]$ par $h(x) = 0{,}2\,x^3 + x^2 + 2$

  $h'(x) = 0{,}6\,x^2 + 2\,x = 2\,x\,(\,0{,}3\,x + 1)$.

  La dérivée s'annule pour les valeurs $x_1 = 0$ et $x_2 = -\dfrac{10}{3}$

x	-4		$-\dfrac{10}{3}$		0		1
$2\,x$		$-$		$-$	0	$+$	
$0{,}3\,x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$5{,}2$	$\nearrow$	$\dfrac{154}{27}$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$3{,}2$

- $f(x) = 2\,x^2 - 10\,x + 7$ $\qquad\qquad$ $f'(x) = 4\,x - 10$.

  La dérivée s'annule pour $x = 2{,}5$

  Elle est négative sur $[-3\ ;\ 2{,}5[$ et positive sur $]2{,}5\ ;\ 4]$.

  La fonction f est donc décroissante sur $[-3\ ;\ 2{,}5[$ et croissante sur $]2{,}5\ ;\ 4]$. Elle atteint son minimum au point de coordonnées $(2{,}5\ ;\ -5{,}5)$

3. Etude de fonction

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ 10]$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 1}{x}$

- $f(x) = x - 5 + \dfrac{1}{x} = g(x) + h(x)$ où $g(x) = x - 5$ et $h(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f'(x) = g'(x) + h'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2}$
- Dans l'intervalle $]0\ ;\ 10]$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$
- Tableau de variation de f

x	0		1		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$5{,}1$

Fonction dérivée d'une fonction
Corrigé exercices

- Courbe représentative de la fonction f