Table de transformées de Laplace

	$f(t)$	$F(s)$
P1	1 ou $u(t)$	$\dfrac{1}{s}$
P2	t	$\dfrac{1}{s^2}$
P3	t^n (n entier positif)	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$
P4	e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$
P5	$t\,e^{-at}$	$\dfrac{1}{(s+a)^2}$
P6	$\sin(\omega t)$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
P7	$\cos(\omega t)$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
P8	$e^{-at}\sin(\omega t)$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
P9	$e^{-at}\cos(\omega t)$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
P10	$t\sin(\omega t)$	$\dfrac{2\omega s}{\left(s^2+\omega^2\right)^2}$
P11	$t\cos(\omega t)$	$\dfrac{s^2-\omega^2}{\left(s^2+\omega^2\right)^2}$
P12	$t^n,\ n\in\mathbb{R},\ n>-1$	$\dfrac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}}$
P13	$u(t-a)$	$\dfrac{e^{-as}}{s}$
P14	$\delta(t)$	1
P15	$\delta(t-a)$	e^{-as}
P16	$\dfrac{df}{dt}=f'(t)$	$s\,F(s)-f(0)$
P17	$\dfrac{d^2f}{dt^2}=f''(t)$	$s^2\,F(s)-s\,f(0)-f'(0)$
P18	$\dfrac{d^nf}{dt^n}=f^{(n)}(t)$	$s^n\,F(s)-s^{n-1}\,f(0)-s^{n-2}f'(0)-\ldots-f^{(n-1)}(0)$
P19	$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
P20	$t^n f(t)$	$(-1)^n\dfrac{d^n}{ds^n}F(s)$
P21	$g(t)\,u(t-a)$	$e^{-as}\mathscr{L}\{g(t+a)\}$

Cette deuxième partie de la table est surtout utilisée pour trouver des transformées de Laplace inverses. Les propriétés P25 à P30 ne sont pas essentielles et les résultats indiqués pourraient s'obtenir avec les propriétés précédentes et les techniques vues dans le chapitre 5. Par exemple, P27 vient directement de P6 ; P25 se déduit facilement de P3. On peut démontrer P26 en utilisant P25 et P19. Elles sont dans la table pour faciliter le travail du calcul manuel de la transformée inverse. La décomposition en fractions partielles, à l'aide de la commande *expand*( ) de Nspire, et un certain travail de manipulation algébrique peuvent être nécessaires pour bien utiliser cette table.

	$F(s)$	$f(t)$
P22	$e^{-as}F(s)$	$f(t-a)u(t-a)$
P23	$\dfrac{F(s)}{s}$	$\int_0^t f(\tau)\,d\tau$
P24	$F(s)\cdot G(s)$	$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)\,d\tau = f(t)*g(t) = (f*g)(t)$
P25	$\dfrac{1}{s^n}$	$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
P26	$\dfrac{1}{(s+a)^n}$	$\dfrac{t^{n-1}e^{-at}}{(n-1)!}$
P27	$\dfrac{1}{s^2+\omega^2}$	$\dfrac{1}{\omega}\sin(\omega t)$
P28	$\dfrac{1}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\dfrac{1}{\omega}e^{-at}\sin(\omega t)$
P29	$\dfrac{1}{\left(s^2+\omega^2\right)^2}$	$\dfrac{1}{2\omega^3}\left(\sin(\omega t)-\omega t\cos(\omega t)\right)$
P30	$\dfrac{s}{\left(s^2+\omega^2\right)^2}$	$\dfrac{1}{2\omega}\left(t\sin(\omega t)\right)$

Si $f_P(t)$ est une **fonction périodique** de période P, donc si $f_P(t+P) = f_P(t) \quad \forall t > 0$, alors

$$\mathcal{L}\left\{f_P(t)\right\} = \frac{\int_0^P e^{-st} f_P(t)\,dt}{1-e^{-sP}}$$

Les fonctions dans le domaine du temps sont notées par des lettres minuscules et celles dans le domaine s par des lettres majuscules. La transformée de Laplace de $f(t)$ est notée $F(s)$. Par définition,

$$\mathcal{L}\left\{f(t)\right\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\,dt = F(s) \qquad \text{si l'intégrale impropre converge}$$

Les opérateurs $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}^{-1}$ sont des opérateurs linéaires. Pour $a, b \in \mathbb{R}$,

$$\mathcal{L}\left\{a f(t) + b g(t)\right\} = aF(s) + bG(s) \qquad \text{et} \qquad \mathcal{L}^{-1}\left\{aF(s) + bG(s)\right\} = a f(t) + b g(t)$$

Si les limites existent,

$$\lim_{s\to\infty} sF(s) = f(0^+) \quad \text{et} \quad \lim_{s\to 0} sF(s) = \lim_{t\to\infty} f(t)$$

