LYCEE DURZY
23 Rue Léonard de Vinci, 45700 Villemandeur
02 38 28 10 50

Simplification des équations par la méthode du

Tableau de KARNAUGH

La traduction de la table de vérité sous forme d'équation logique donne des **équations longues et complexes**.

Il est donc nécessaire de les **simplifier**.

Les tableaux de KARNAUGH sont une représentation **particulière de la table de vérité.**

Sa conception permet d'obtenir de manière sûre et rapide l'équation la plus simplifiée possible.

Les cases représentant l'état des variables d'entrée doivent être adjacentes

(Une seule variable change d'état -> Code Gray).

Les cases adjacentes en ligne et en colonne ne diffèrent que par l'état d'une variable et une seule.

Si une fonction dépend de n variables il y a 2^n combinaisons possibles. Chacune de ces combinaisons est représentée par une case dans un tableau. Les figures suivantes donnent la structure des tableaux de Karnaugh pour 2, 3 et 4 variables. Observez comment sont numérotées les lignes et les colonnes : d'une case à sa voisine une seule variable change d'état.

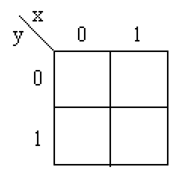


Tableau à 2 variables

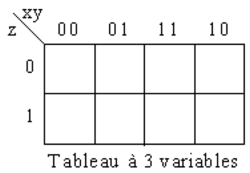


Tableau à 3 variables

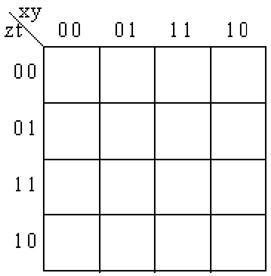


Tableau à 4 variables

Exemple : Correspondance Table de vérité / Tableau de Karnaugh

Le passage de la table de vérité au tableau de Karnaugh consiste à remplir chaque case avec la valeur de la fonction pour la combinaison correspondante.

Il est possible de n'indiquer que les 1.

On complétera alors les cases restantes par des 0.

Exemple : prenons l'exemple ci-dessous:

Poids **FORTS** — poids **FAIBLES**

	C	B	A	S
0	*0*	*0*	*0*	0
1	*0*	*0*	1	0
2	*0*	1	0	0
3	*0*	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

B
BA

C \ BA	00	01	11	10
0	0	0	1	0
C 1	0	0	1	1

Tableau à 3 variables

On groupe les « 1 »
(ou les « 0 »)
par paquet de 2^n

Et on obtient $\boxed{S = AB + BC}$

Plus besoin de simplifier car tout est fait par la **méthode de KARNAUGH**

Exemple de tableau de Karnaugh à quatre variables

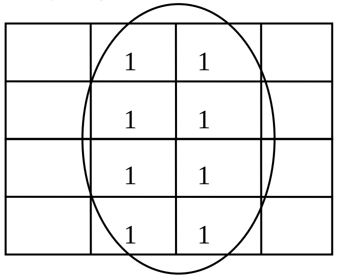
DC \ BA	00	01	11	10
00	**0**	**1**	**3**	**2**
01	**4**	**5**	**7**	**6**
11	**12**	**13**	**15**	**14**
10	**8**	**9**	**11**	**10**

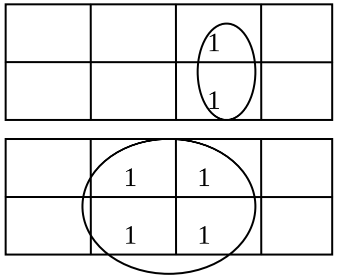
On numérote les cases avec les équivalents décimals de (DCBA)

Règles de simplification

Il faut avant tout faire des groupement par puissances de 2 avec des variables de même valeurs côte à côte.

* règle 1 :
On ne peut regrouper qu'un nombre de cases égal à une puissance de 2 exacte. Le regroupement doit être en ligne, en carré ou en rectangle.





* règle 2:

Pour obtenir une simplification maximum, il faut donc rechercher les groupements les plus grands afin d'obtenir des termes comportant un nombre de variables minimum.

* règles 3 :
Il faut utiliser tous les 1 au moins une fois pour réaliser les groupements. Le résultat de la simplification est obtenu en reliant les termes associé à chaque groupement par une opération ou.

* règles 4 :
Rechercher les groupements en commençant par les cases qui n'ont qu'une seule façon de se grouper afin d'utiliser chaque 1 un minimum de fois.

Exemple 1 : simplifier la fonction $F = A.B.C + \overline{A}.B.C + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C$

C \ BA	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

F1 =

Exemple 2 : simplifier la fonction suivante

$F2 = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + A.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.B.\overline{C}.D + \overline{A}.\overline{B}.C.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D} +$

$\overline{A}.B.C.\overline{D}$

DC \ BA	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

F =

Simplifications des fonctions incomplètement définies

Pratiquement, certaines combinaisons des variables ne peuvent jamais exister. Ces combinaisons interdites, appelés conditions disponibles sont notées ϕ dans le tableau de Karnaugh. Elles peuvent prendre la valeur 1 ou la valeur 0 sans affecter la valeur de la fonction puisque la combinaison correspondante ne se produira jamais.
Au moment de la simplification, il est intéressant de donner à ϕ la valeur de 1 ou 0 afin d'obtenir des groupement les plus grands possibles donc une expression plus simple de la fonction.

Exemple :

N	**D**	**C**	**B**	**A**	**S**
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10 à15	Cas impossible				non défini

DC \ BA	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Exercices

Donner l'équation des tableaux de Karnaugh suivants :

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

S1 =

S2 =

	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	1	0
11	1	0	0	1
10	0	0	1	0

S3 =

	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	x	1	1	0
11	x	1	1	1
10	1	1	1	1